Uma Revisitação aos Conjuntos Numéricos no Ensino Médio

Theodoro Becker de Almeida
Universidade Federal do Rio Grande do Sul
beckerdealmeida@yahoo.com.br

Cydara Cavedon Ripoll
Universidade Federal do Rio Grande do Sul
cydara@mat.ufrgs.br

Apresentação

O presente trabalho é parte da dissertação de Mestrado em Ensino de Matemática do primeiro autor sob orientação do segundo e apresenta uma proposta de atividades que visam fazer com que os alunos do início do Ensino Médio reflitam sobre características e propriedades dos diferentes conjuntos numéricos. Acreditamos que, com uma revisão mais aprofundada do que aquela que é usualmente feita nos livros didáticos para o Ensino Médio, os alunos têm a oportunidade de refletir, agora com maior maturidade, sobre números que lhes foram apresentados, por exemplo, nas séries iniciais, aprofundando seus cohecimentos sobre eles. Com tal proposta, tem-se ainda mais uma oportunidade para desenvolver, logo no início do Ensino Médio, o raciocínio matemático, que é indispensável nas séries finais da educação básica.

Os Conjuntos Numéricos no Ensino Médio

O capítulo de revisão dos conjuntos numéricos, geralmente apresentado no início dos livros didáticos do 1º ano do ensino médio, se mostra muitas vezes superficial, apresentando poucas informações relevantes na direção de facilitar o desempenho do aluno em diversos outros conteúdos deste nível. Esta situação nos fez pensar em desenvolver este trabalho, que busca minimizar os obstáculos encontrados nos conceitos dos diferentes conjuntos numéricos e facilitar a abordagem do tema nas aulas de matemática, na medida em que a cultura do aluno sobre o assunto é aumentada.

Uma das principais críticas que fazemos em relação ao modo como é tratado o capítulo sobre conjuntos numéricos nos livros didáticos de ensino médio é que não se aproveita a oportunidade para fazer uma comparação entre tais conjuntos, no que diz respeito às suas principais características e propriedades. Acreditamos, assim, que, em um tal capítulo, não deveria faltar uma discussão sobre as questões que trazemos para este minicurso.

Números Naturais

i) Um livro japonês para as séries iniciais, introduzindo números naturais e ressaltando contagem, apresenta a figura abaixo. O que se pretende evidenciar com ela?

Fonte: Matemáticas para la educación normal (livro japonês traduzido para espanhol). Masani Isoda e Tenoch Cedillo. Editora Pearson – 2012.

ii) Todo número natural tem um sucessor? Qual a consequência disso?

iii) Podemos afirmar que todo número natural é sucessor de algum número natural?

iv) Fatore o número 60 de três formas distintas. É possível obter uma fatoração com o maior número de fatores possível?

v) Sobre a definição de número primo: são as afirmações "número primo é aquele que só é divisível por 1 e por ele mesmo" e "número primo é aquele que possui exatamente dois divisores distintos: 1 e ele mesmo" equivalentes?

Números Inteiros

vi) O que significa -5? Qual o significado da expressão $-(-2)$?

vii) É verdade que todo número inteiro possui um sucessor? É verdade que todo número inteiro é sucessor de alguém? Comparando o conjunto dos números inteiros com o conjunto dos números naturais, o que podemos dizer sobre sucessor?

viii) Você provavelmente já ouviu ou até mesmo guardou na memória a seguinte "receita": menos com menos dá mais. Podemos afirmar que $(-2)+(-3)=+5$, já que menos com menos dá mais?

ix) Como você explicaria a igualdade $(-2)\times 3=-6$?

x) E como você explicaria que $(-2)\times(-3)=6$?

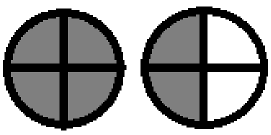
Números Racionais

xi) Qual a relação entre fração e número racional? Fração e número racional são sinônimos?

xii) Sobre a definição de frações equivalentes: são as afirmações
"duas frações são ditas equivalentes quando representam a mesma quantidade"
e
"duas frações são ditas equivalentes quando o numerador e o denominador de uma delas são multiplicados por um mesmo número inteiro não nulo e os resultados são, respectivamente, o numerador e o denominador da outra"
equivalentes?

xiii) Relacione todas as opções da segunda coluna de acordo com a primeira.

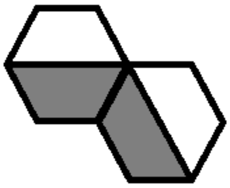
(A)



(B) 1,25

(C) 3/5 + 7/3

(D)



( ) 1/2

( ) 3/4

( ) 5/4

( ) 44/15

( ) 1

( )3/2

( ) $2,9\overline{3}$

xiv) João pensou em um número racional entre 5/6 e 27/8. Pedro, ao tentar adivinhá-lo, deu um palpite: “2” e recebeu de João a seguinte resposta: “Você errou por 2/7.” Responda:

a) O palpite de Pedro é razoável?
b) A resposta dada por João em relação ao erro permite-nos determinar o número por ele pensado? Justifique sua resposta.
c) E se a resposta de João para Pedro tivesse sido “O erro que você cometeu é menor do que 2/7”, quantas respostas, satisfazendo tais condições, Pedro poderia dar?

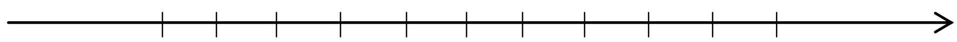
xv) Existem números racionais existem entre 5/6 e 27/8 ? Quantos? E entre 1/3 e 2/3?

Números Irracionais

xvi) Existe algum número racional cujo quadrado é igual a 2?

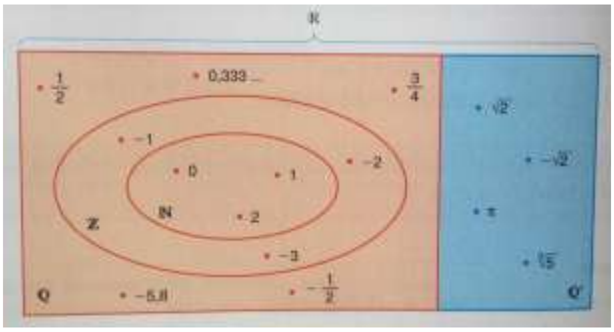
xvii) 2+ $\sqrt{2}$ é um número racional ou irracional?

xviii) Localize, na reta numerada abaixo, o número $\sqrt{2}+\sqrt{3}$ com uma casa decimal de precisão. Além disso, marque quais são os números naturais consecutivos que ocupam os extremos destacados na reta numerada.

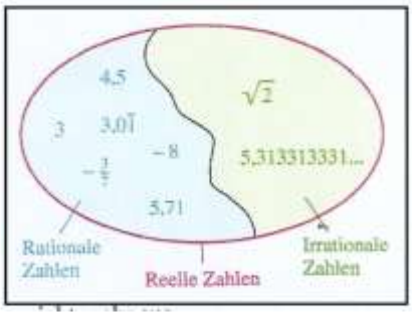


xix) Sabendo apenas que $1{,}4 < \sqrt{2} < 1{,}5$ e $1{,}7 < \sqrt{3} < 1{,}8$, é possível determinar uma aproximação para $\sqrt{2}+\sqrt{3}$ com uma casa decimal de precisão?

xx) Comparando os conjuntos $\mathbb{Q}$ e I, o que poderia ser intuído a partir das figuras abaixo?



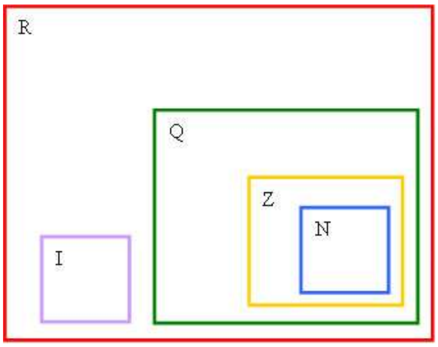
Fonte: Matemática.
Manoel Rodrigues Paiva. Editora Moderna – 2009.



Fonte: Elemente der Mathematik
Griesel, H., Postel, H. & Suhr, F..
Baden-Würtenberg, Scroedel – 2007.

Atividade Complementar

1. Analisando a representação dos conjuntos numéricos, pergunta-se : na sua opinião, seria essa uma representação razoável para resumir esquematicamente esses conjuntos ? Justifique.



2. Como você explica a "regra de sinais" em que $(-3)\times(-4)=12$?

3. O valor de $\sqrt{0,\overline{4}}$ é:

a) $0,\overline{2}$ b) $0,\overline{3}$ c) $0,\overline{4}$ d) $0,\overline{5}$ e) $0,\overline{6}$

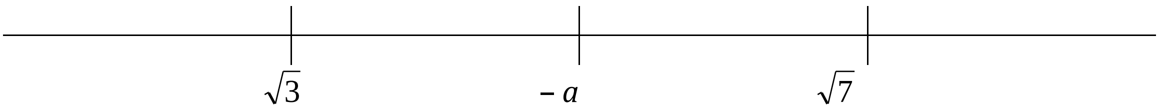
4. Quantos números inteiros pertencem ao intervalo $[-\sqrt{8}\ ;\ \sqrt{48}\ ]$?

a) Cinco. b) Seis. c) Sete. d) Oito. e) Nove.

5. Qual é o menor valor do natural *b* para o qual exista um natural *a* tal que

$\frac{3}{5}<\frac{a}{2}<\frac{b}{5}$?

6. Com relação à reta numerada abaixo, em qual alternativa encontramos as melhores aproximações para o número real *a*?



a) $[2{,}5;9]$ b) $[-2;-1{,}5]$ c) $[-2{,}5\ ;-2]$ d) $[2\ ;\infty]$ e) $[-\infty;-3]$

7. Se x e y são números reais que satisfazem, respectivamente, às desigualdades $2\le x\le 15$ e $3\le y\le 18$, então todos os números da forma x/y, possíveis, pertencem ao intervalo

a) $[5,9]$ b) $\left[\frac{2}{3},\frac{5}{6}\right]$ c) $\left[\frac{3}{2},6\right]$ d) $\left[\frac{1}{9},5\right]$ e) $\left[-\frac{1}{9},\frac{1}{9}\right]$

8. Marque a alternativa que corresponde à soma $1,\bar{8}+\frac{1}{9}$.

a) $\frac{33}{25}$ b) $\frac{10}{9}$ c) $\frac{10}{19}$ d) 2 e) $\frac{7}{55}$

9. O número $-2\sqrt{7}$ é maior ou menor que -5 ? Justifique.

10 . Coloque V ou F, justificando todas as suas respostas:

( ) O produto de dois números irracionais é sempre um número irracional.
( ) A soma de dois números irracionais é sempre um número irracional
( ) Entre os números reais 3 e 4 existe apenas um número irracional.
( ) Entre dois números racionais distintos existe pelo menos um número racional.
( ) A diferença entre dois números inteiros negativos é sempre um número inteiro negativo

11. Quaisquer que sejam os números racionais *a* e ***b***, Podemos afirmar que é INCORRETA a alternativa:

a) $a/2$ é um número racional.
b) $\sqrt{a}$ é um número racional.
c) a – b é um número racional.
d) a + b é um número racional.
e) $a \times$ b é um número racional.

12. (FATEC, adaptada) Sejam *a* e *b* números irracionais. Dadas as afirmações:

I) *a.b* é um número irracional.
II) *a + b* é um número irracional.
III) *a - b* pode ser um número racional.

Podemos concluir que :

a) as três são falsas.
b) as três são verdadeiras.
c) somente I e III são verdadeiras.
d) somente I é verdadeira.
e) somente I e II são falsas.

13. Considerem-se as proposições

I. π é um número racional.
II. existe um número racional cujo quadrado é 2.

III. se $a > 0$, então $-a < 0$.
IV. todo número primo é ímpar.

Com base nelas, é correto afirmar que:

a) A proposição I é verdadeira.
b) A proposição II é verdadeira.
c) A proposição III é verdadeira.
d) As proposições I, II e IV são verdadeiras.
e) As proposições II, III e IV são verdadeiras.

14. (FUVEST - 2014) O número real x, que satisfaz $3 < x < 4$, tem uma expansão decimal na qual os 999.999 primeiros dígitos à direita da vírgula são iguais a 3. Os 1.000.001 dígitos seguintes são iguais a 2 e os restantes são iguais a zero.
Considere as seguintes afirmações:

i) x é irracional.

ii) $x \geq 10/3$.

iii) $x \times 10^{2.000.000}$ é um inteiro par.

Então,

(A) nenhuma das três afirmações é verdadeira.
(B) apenas as afirmações I e II são verdadeiras.
(C) apenas a afirmação I é verdadeira.
(D) apenas a afirmação II é verdadeira.
(E) apenas a afirmação III é verdadeira.

15. Qual o menor valor de m e de n tais que $\frac{3}{5} < \frac{m}{10^n} < \frac{4}{5}$?

Referências

[1] FERREIRA, J. *A Construção dos Números*. Rio de Janeiro: SBM, 2013.

[2] MILIES, F. C. P. *Números: Uma Introdução à Matemática*. São Paulo: Editora da Universidade de São Paulo, 2001.

[3] RIPOLL, J. B.; RIPOLL, C. C.; SILVEIRA, J. F. P. *Números Racionais, Reais e Complexos*. Porto Alegre: Editora da UFRGS, 2006.

[4] GIRALDO, V.; RANGEL, L.; RIPOLL, C. C. *Livro do Professor de Matemática do Ensino Básico, SBM, preprint.*