

**2º Simpósio Nacional da
Formação do Professor de Matemática**

MINI-CURSO

Geometria Espacial com o GeoGebra

Profa. Maria Alice Gravina

gravina@mat.ufrgs.br

Instituto de Matemática da UFRGS

Neste minicurso vamos trabalhar com os recursos do GeoGebra 3D e discutir possibilidades para o ensino e aprendizagem da geometria espacial escolar. Na primeira parte serão apresentados os diferentes menus do software, acompanhados de possibilidades de utilização, dentre elas: manipulação dos sólidos e observação de propriedades; construção de sólidos no espaço, usando também o recurso de planos de corte. Na segunda parte da oficina serão explorados alguns exercícios (estáticos) de geometria espacial que estão nos livros escolares, de forma a transformá-los em exercícios dinâmicos. Na versão dinâmica, novas questões podem ser colocadas aos alunos, que dependem de raciocínios generalizadores e sistêmicos, diferentemente daqueles utilizados na resolução das tradicionais questões “sabendo que ... calcule ...”.

Os arquivos GeoGebra 3D do minicurso estão disponíveis no GeoGebraBook

“Geometria Espacial com Geogebra 3D”

em <https://tube.geogebra.org/book/title/id/1682081v>

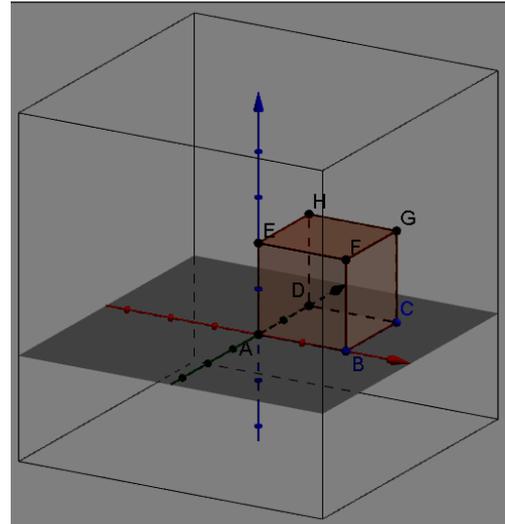
PARTE I – Exploração de recursos do GeoGebra 3D

Atividade 1 – Cubo, retas e planos

Construa um cubo e usando seus vértices:

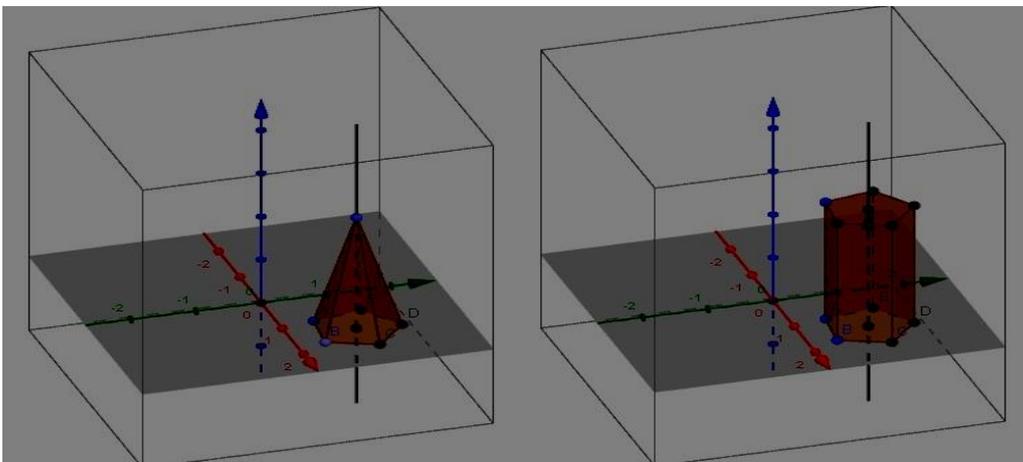
- construa retas concorrentes, retas perpendiculares e retas paralelas
- construa planos concorrentes, planos perpendiculares e planos paralelos
- construa ponto I na aresta EF ; construa o plano determinado pelos pontos A, D e I ; construa a intersecção deste plano com o cubo e observe a variação da seção dada pela intersecção.

Obs: o recurso *Vista 2D* do plano de corte ajuda na visualização da seção



Atividade 2 – Construção de prisma e pirâmide

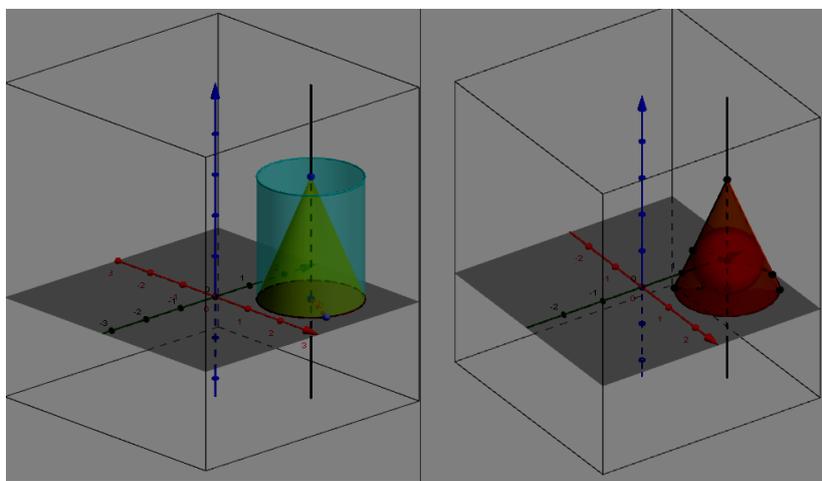
- No plano XOY construa , com recursos 2D , um pentágono regular
- Usando o polígono como base , construa prisma e pirâmide de base pentagonal
- Explore as planificações destes sólidos



Atividade 3 – Construção de cone, cilindro e esfera

a) no plano XOY construir um círculo, e usá-lo na janela 3D como base de um cone; construir cilindro contendo o cone

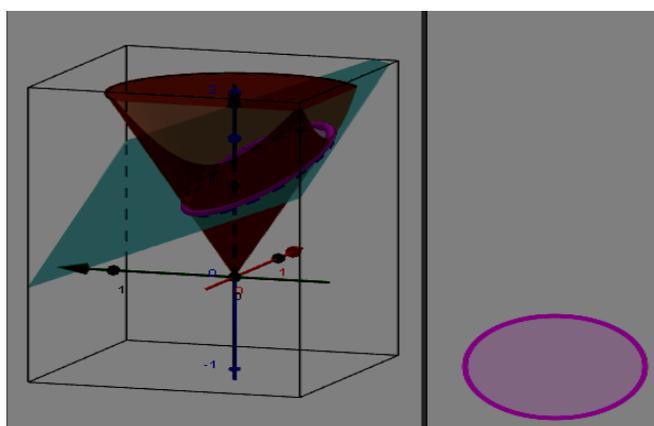
b) no plano XOY construir um círculo, e usá-lo na janela 3D como base de um cone; construir esfera inscrita no cone



Obs: para construir a esfera é interessante trabalhar na seção triangular que é a intersecção do cone com o plano perpendicular a base do cone contendo o seu eixo. Usando bissetriz de ângulos é construído o incentro do triângulo, este o ponto que é o centro da esfera. Para determinar o raio, traçar perpendicular ao lado do triângulo passando pelo incentro.

Atividade 4 – Corte no cone

Construa um cone. Construa um plano com movimento de modo que a seção de intersecção com o cone seja um círculo ou uma elipse. Observe a variação da curva na *Vista 2D* do plano.



Obs: a) Ver arquivo com todos os corte no cone em

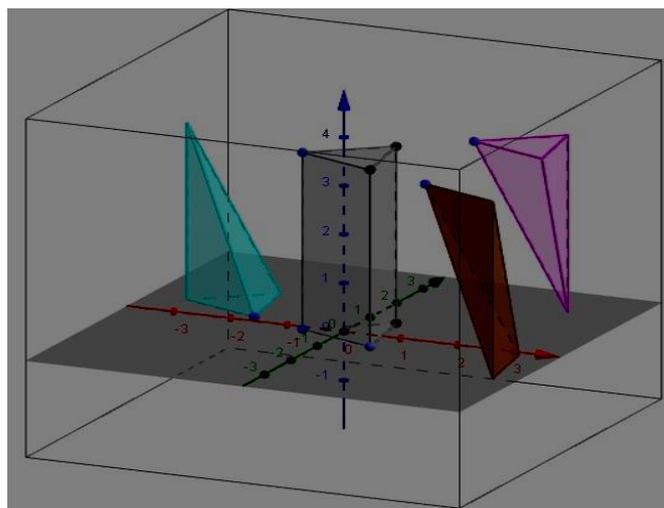
<https://tube.geogebra.org/material/show/id/246669>

b) Ver arquivo do teorema de Dandelin (caso elipse)

em <https://tube.geogebra.org/material/show/id/1207781>

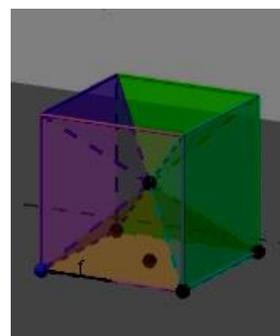
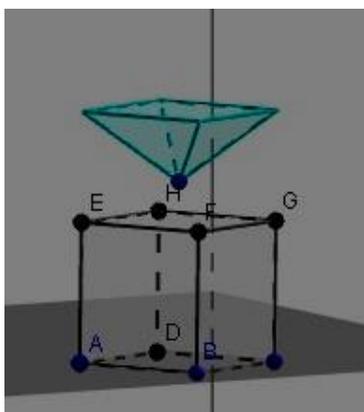


Atividade 5 – Decomposição do prisma triangular em três pirâmides de mesmo volume



Obs: o movimento nas pirâmides é feito através da transformação de Translação

Atividade 6 – Construção de um cubo a partir de 6 pirâmides de base quadrada

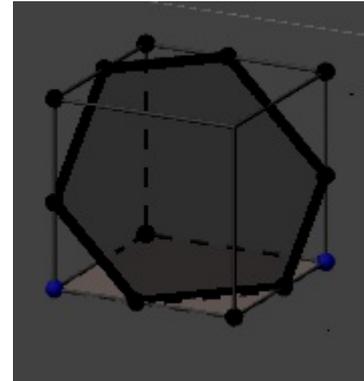


Obs: esta construção é feita usando-se movimentos no espaço: rotação em torno de uma reta e reflexão segundo um ponto

PARTE 2 – Exercícios de geometria espacial

Atividade 1

Sabendo que a aresta do cubo é 1 cm , calcule a área do hexágono regular formado pelos pontos médios de arestas , conforme mostra a figura ao lado



Na direção de exercício dinâmico

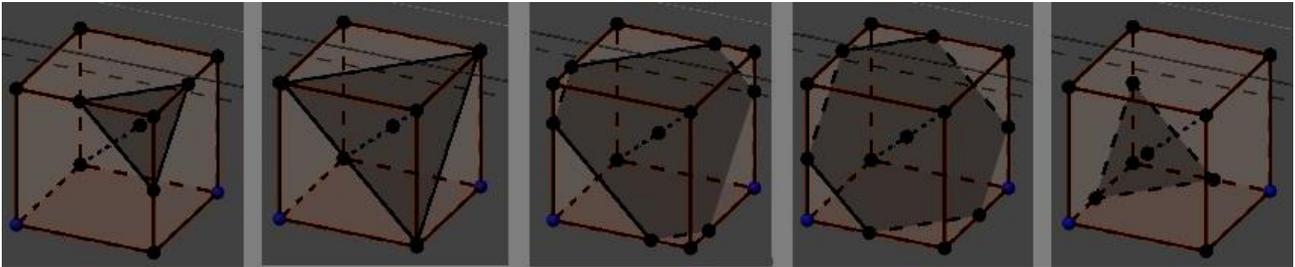
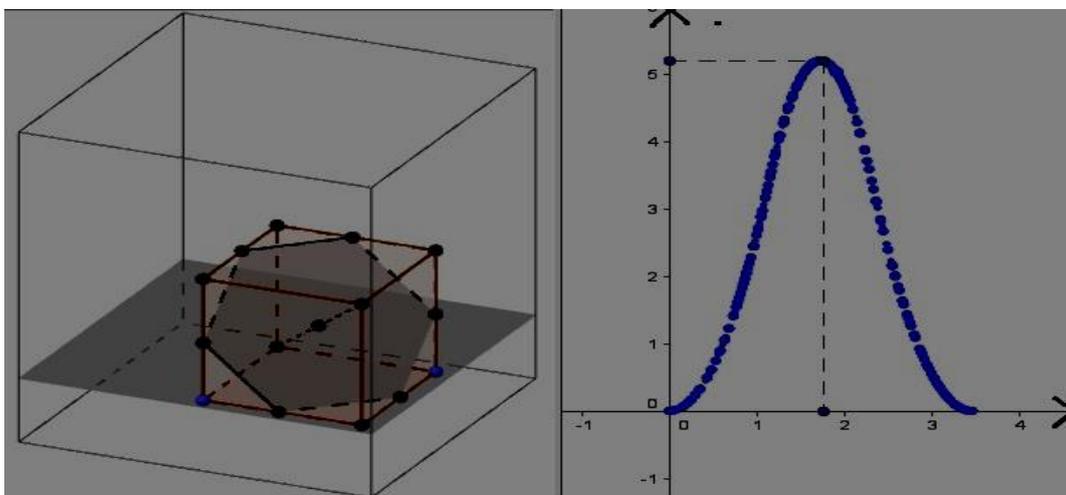
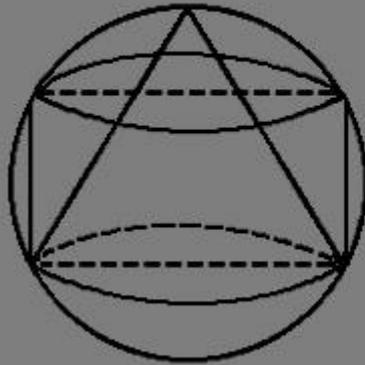


Gráfico da área da seção em função da sua distancia ao vértice do cubo:



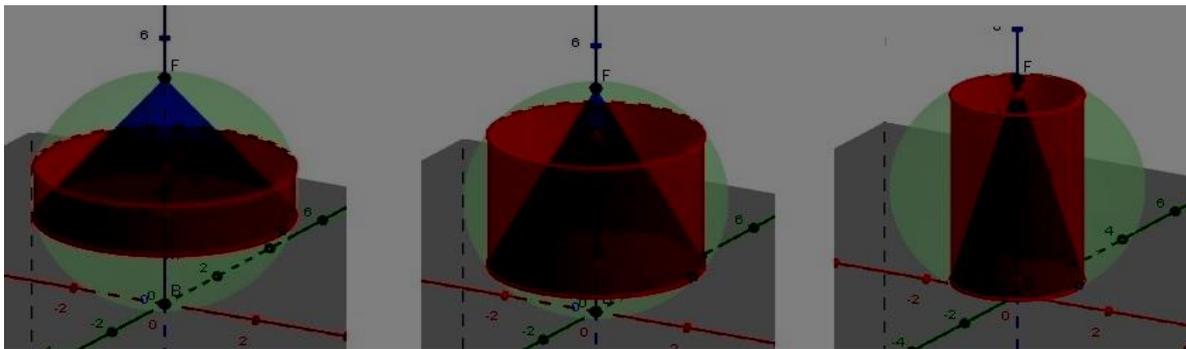
Atividade 2

(Ufmg 94) Observe a figura.



Nessa figura, um cone reto e um cilindro de bases comuns estão inscritos em uma esfera. O volume do cilindro é igual ao volume do cone. A distância do centro da esfera à base comum, em função da altura H do cone, é

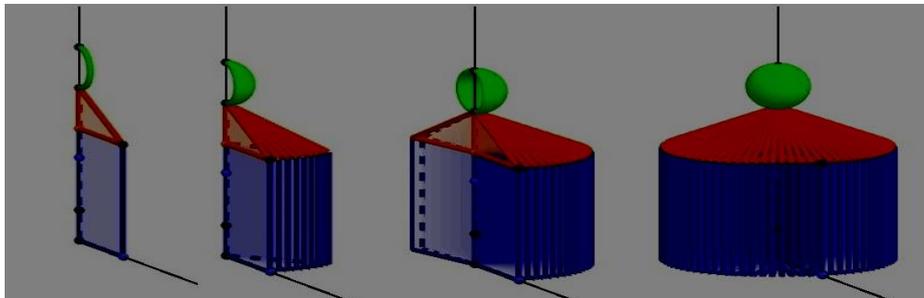
Na direção de exercício dinâmico



Gráficos dos volumes do cilindro e do cone em função de

Atividade 3

Elaborar um enunciado a partir do dinamismo da superfície de revolução



Observação final: arquivos interessantes construídos no GeoGebra 3D encontram-se no site GeoGebraTUBE , em <https://tube.geogebra.org/>