

O Livro do Professor de Matemática da Escola Básica

**Victor Giraldo – UFRJ (victor.giraldo@ufrj.br)
Letícia Rangel – UFRJ (leticiarangel@ufrj.br)
Cybara Ripoll – UFRGS (cybara@mat.ufrgs.br)**

 ***2º Simpósio Nacional da
Formação do Professor de Matemática***

Colégio Militar de Brasília, DF, 14 a 16 de agosto de 2015



O Saber do Professor de Matemática

As preocupações com a diversidade dos conhecimentos envolvidos na atividade profissional do professor que ensina matemática (em particular, a especificidade de seu conhecimento de conteúdo matemático) não são recentes nem situadas geograficamente.

O Saber do Professor de Matemática

Felix Klein denuncia, em sua obra – hoje clássica – *Matemática Elementar de um Ponto de Vista Superior* (1908), uma ***dupla descontinuidade*** na formação universitária do professor de matemática – poucas conexões são estabelecidas:

- por um lado, entre a matemática dos cursos universitários e aquela anteriormente estudada na escola básica;
- por outro lado, entre a matemática dos cursos universitários e aquela que será futuramente praticada em sala de aula.

Klein, Felix. (2009). *Matemática Elementar de um Ponto de Vista Superior*. Volume I, Parte I: Aritmética. Lisboa: Sociedade Portuguesa de Matemática.

O Saber do Professor de Matemática

Para Klein, **não há diferença de qualidade entre as partes elementares e as superiores estas são facetas de igual importância para a matemática como ciência.**

A escola tem um **papel tão central quanto a academia na própria produção do conhecimento:** criar condições para que o novo conhecimento superior seja produzido.

As ideias de Klein têm paralelos com a literatura de pesquisa mais recente sobre saberes docentes e formação de professores.

O Saber do Professor de Matemática

Por exemplo, Shulman (1986) propõe a noção de ***conhecimento pedagógico de conteúdo***, como o conhecimento sobre os aspectos do conteúdo que o fazem compreensível a outros, isto é, como **um conhecimento sobre o conteúdo para o ensino**.

O trabalho de Shulman é uma referência para diversos pesquisadores em educação matemática, nos cenários brasileiro (e.g. Fiorentini & Oliveira, 2013; Moreira & Ferreira, 2013) e internacional (e.g. Ball, Thames & Phelps, 2008; Even & Ball, 2009; Davis & Simmt; 2006).

Shulman, L. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, Vol.15, pp.4-14.

O Saber do Professor de Matemática

O autor critica a desconsideração do conhecimento sobre o conteúdo na avaliação das habilidades para o ensino, que identifica como um *paradigma perdido*.

Uma contribuição importante do autor está no reconhecimento da existência de **saberes sobre o conteúdo que são próprios da prática na escola básica (entendida como atividade profissional)** – e, sobretudo, que **não podem ser reduzidos ao conhecimento de conteúdo *per se***.

O Saber do Professor de Matemática

Davis & Simmt (2006) afirmam que “o conhecimento de matemática necessário para o ensino não é uma ***versão diluída*** da matemática formal”.

Davis, B. & Simmt, E. (2006). Mathematics-for-teaching: An ongoing investigation of the mathematics that teachers (need to) know. *Educational Studies in Mathematics*. Vol. 61, No. 3, pp. 293-319. Springer.

O Saber de Matemática para o Ensino

Por exemplo, diferentes *algoritmos para a operação de divisão* podem e devem ser ensinados na escola básica.

por ordens

$$\begin{array}{r|l} 583 & 7 \\ - 56 & 83 \\ \hline & 23 \\ - 21 & \\ \hline & 2 \end{array}$$

por estimativas

$$\begin{array}{r|l} 583 & 7 \\ - 70 & 10 \\ \hline 513 & 50 \\ - 350 & 20 \\ \hline 163 & 3 \\ - 140 & 83 \\ \hline 23 & \\ - 21 & \\ \hline 2 & \end{array}$$

O Saber de Matemática para o Ensino

- Da **perspectiva da matemática *per se***, o mais relevante é o fato de que o algoritmo por ordens é o “ótimo”, pois o resultado é obtido por meio de um processo em que se faz a “melhor escolha” em cada passo.
- Da **perspectiva da matemática para o ensino**, o mais relevante é o reconhecimento de que aspectos de cada algoritmo pode fazer emergir estruturas que são importantes para a aprendizagem. Neste sentido, nem sempre o algoritmo “ótimo” será o “melhor”.

O Saber de Matemática para o Ensino

Outro exemplo diz respeito a **frações** e **números racionais**.

- Da **perspectiva da matemática per se**, basta o fato de que os racionais formam o corpo de frações do domínio de integridade \mathbb{Z} , sendo as frações representantes dos números racionais.
- Da **perspectiva da matemática para o ensino**, uma fração é um conceito que aparece em muitos contextos, e pode estar relacionada a significados variados: a *medida* de um comprimento, a uma *razão*, a uma *relação do tipo parte/todo* ou a uma *divisão*. Conhecer os conceitos que estão envolvidos em cada uma dessas necessidades certamente tem reflexos na prática do professor.

O Saber de Matemática para o Ensino

Operações com números naturais – Interpretações e Significados

Adição:

Maria tinha 15 figurinhas e ganhou mais 5. Quantas figurinhas Maria tem no total?

As parcelas *são* grandezas de mesma espécie.

- As parcelas 15 e 5 corresponde a ***quantidades parciais de figurinhas***.
- O resultado 20 expressa a ***quantidade total*** de figurinhas.

O Saber de Matemática para o Ensino

Operações com números naturais – Interpretações e Significados

Multiplicação:

Maria tem 5 envelopes de figurinhas, com 4 figurinhas em cada um. Quantas figurinhas Maria tem no total?

Os fatores *não são* grandezas de mesma espécie.

- O termo 4 corresponde à quantidade de figurinhas em cada envelope, isto é, à ***quantidade parcial de figurinhas***.
- O termo 5 *não* corresponde a uma quantidade de figurinhas, e sim ao ***número de vezes*** pelo qual a quantidade 4 é multiplicada.
- O resultado 20 expressa a ***quantidade total*** de figurinhas.

O Saber de Matemática para o Ensino

Operações com números naturais – Interpretações e Significados

Multiplicação:

Um muro retangular tem base medindo 8m e altura medindo 6m. Qual é a área do muro?

Os fatores *são* grandezas de mesma espécie – mas o resultado não.

- Os termos 8 e 6 correspondem a **comprimentos**.
- O produto 48 corresponde a uma **área** (e não de metros).

Não há relação de parte/todo de nenhum dos fatores 8 e 6 com o produto 48.

O Saber de Matemática para o Ensino

multiplicação		divisão	
significado	características	significado	características
aditivo	Os fatores são a <i>quantidade parcial</i> e o <i>número de vezes</i> . O resultado é a <i>quantidade total</i> , que é de mesma espécie da quantidade parcial.	repartição	O dividendo é a <i>quantidade total</i> e o divisor é o <i>número de partes</i> . O quociente é a <i>quantidade parcial</i> , que é de mesma espécie da quantidade total.
		medida	O dividendo é a <i>quantidade total</i> e o divisor é o <i>quantidade parcial</i> , que são de mesma espécie. O quociente é a <i>número de partes</i> .
exterior	Os fatores são <i>quantidades que podem ou não ser de mesma espécie</i> . O produto é uma <i>quantidade de outra espécie</i> . Não cabe a associação dos termos a <i>todo</i> e <i>parte</i> .	exterior	O dividendo e o divisor são <i>quantidades de espécies diferentes</i> . O quociente é uma <i>quantidade que pode ou não ser da mesma espécie de uma das quantidade s operadas</i> . Não cabe a associação dos termos a <i>todo</i> e <i>parte</i> .

O Livro do Professor de Matemática

Você *não* encontrará instruções expressas de abordagem, modelos prontos de aula, nem listas de exercícios para aplicação direta em sala de aula. **Este *não* é um livro texto para a sala de aula do ensino básico, e sim um livro direcionado a professores.**

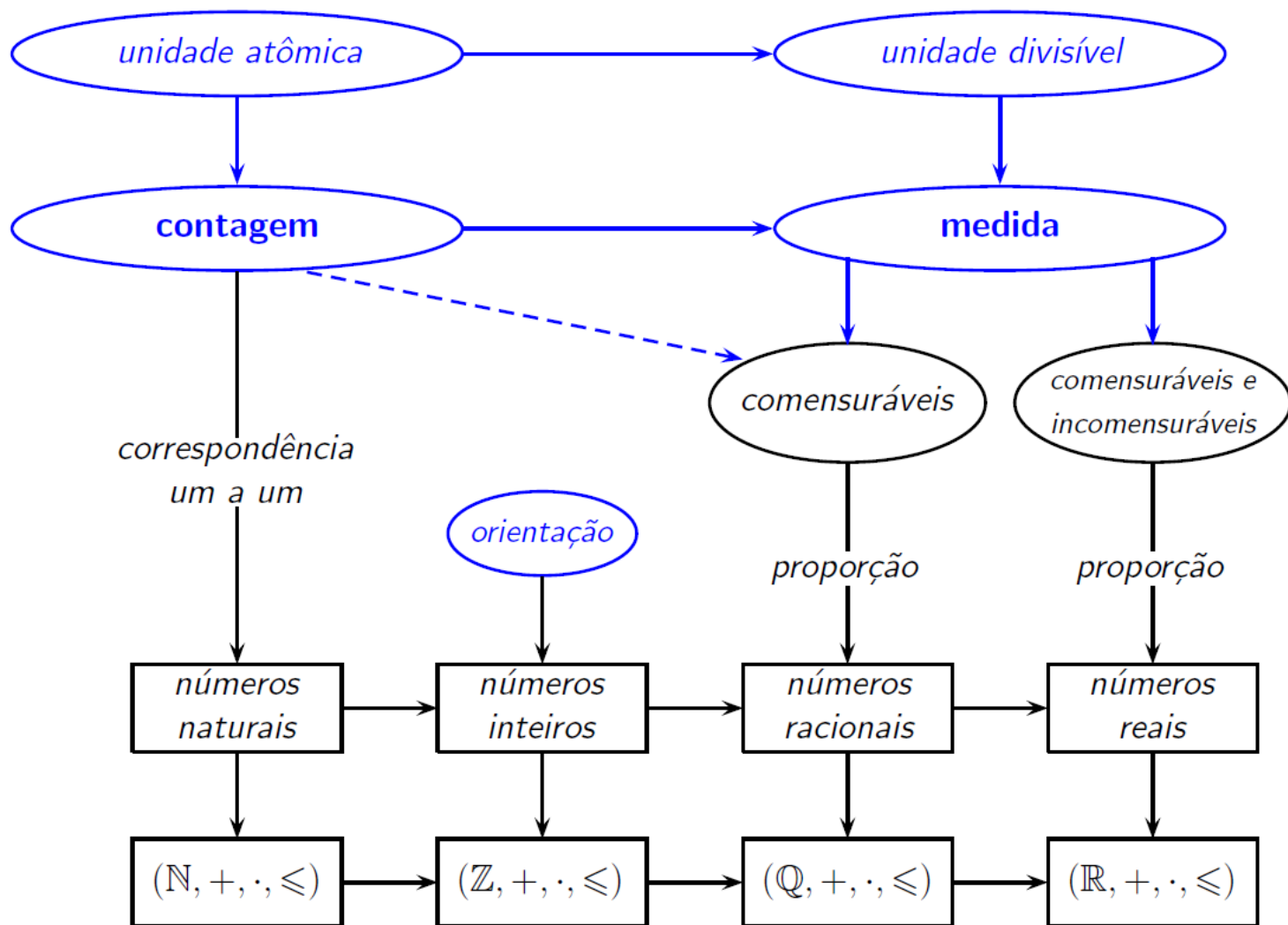
Você *não* encontrará todos os detalhes das construções teóricas dos conceitos tratados. **Este *não* é mais um livro de teoria matemática, e sim um livro de matemática para o ensino.**

Você *não* encontrará discussões sobre aspectos psicológicos, sócioantropológicos ou filosóficos da educação em geral. **Este *não* é um livro de teoria pedagógica, mas visa ao conhecimento pedagógico do conteúdo.**

O Livro do Professor de Matemática

Visamos resgatar a problematização dos conceitos no contexto de sua fundamentação matemática e de seu desenvolvimento histórico, buscando provocar a reflexão sobre a seleção, a organização e abordagem de conteúdos na escola básica e suas possíveis consequências para a aprendizagem dos estudantes, levando em consideração os conhecimentos de matemática necessários para a prática de sala da educação básica, entendida como uma atividade profissional.

O Livro do Professor de Matemática



O Livro do Professor de Matemática

Destaque – Para Refletir:

O número representado por $(13)_7$ (isto é, 13 na base 7) é par ou ímpar? O que é um número par?

Existe número natural cujo quadrado termine em 7?

Ao efetuar uma conta de divisão, é necessário começar pelo algarismo de maior ordem?

Que aproximação para o número 52 523 486 envolve o maior erro: 52×10^6 ou 53×10^6 ?

O número 0 é natural?

O que é contar?

O Livro do Professor de Matemática

Destaque – Para Refletir:

Se 0 é ausência de quantidade, como pode haver números menores que 0?

Por que $(-1) \times (-1) = 1$? Você se lembra como se convenceu disso? Hoje, como você explicaria isso para um aluno?

O que é $(-2) \times (-3)$?

Se “menos com menos dá mais”, então $-2 - 3 = +5$?

$-x$ pode ser positivo?

O Livro do Professor de Matemática

Cada parte do livro é dividida em três seções:

1. **De Onde Vêm?** Apresenta a fundamentação conceitual e histórica dos conteúdos tratados, destacando problemas e questões que estão na gênese de suas ideias.
2. **Aprofundamentos e Desdobramentos.** Discute aspectos da construção formal matemática dos conceitos abordados, bem como relações dessas ideias com tópicos matemáticos mais avançados, com destaque para aqueles com relevância especial para o ensino básico.
3. **Na Escola.** À luz das discussões conduzidas nas seções *De Onde Vêm?* e *Aprofundamentos e Desdobramentos*, discute aspectos importantes da abordagem dos conceitos no ensino básico.

O Livro do Professor de Matemática

Operações com números negativos – “A Regra dos Sinais”

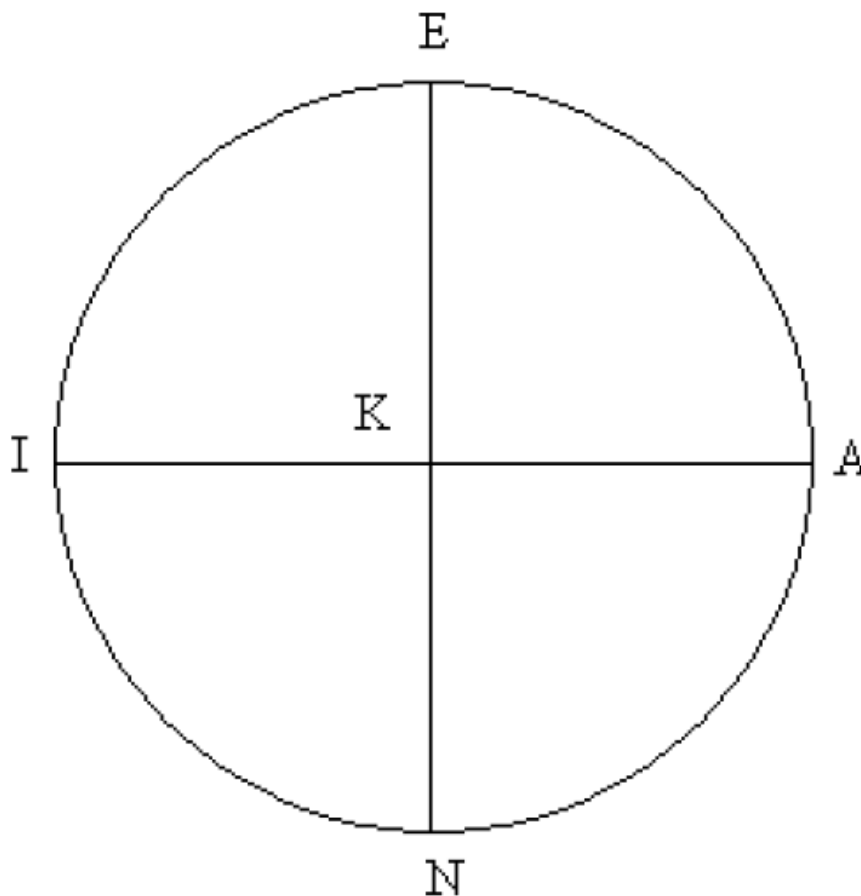
De onde vem?

- Os números negativos ganharam “cidadania” como objetivos matemáticos quando ganharam uma interpretação geométrica na reta orientada (Argand e Gauss).
- Isso exigiu uma ressignificação do próprio conceito de **número**, que deixa de ser apenas uma “quantidade” e passa a ser uma “quantidade munida de orientação”.

O Livro do Professor de Matemática

Operações com números negativos – “A Regra dos Sinais”

De onde vem?



O Livro do Professor de Matemática

Operações com números negativos – “A Regra dos Sinais”

Aprofundamentos e desdobramentos

- A chamada “Regra dos Sinais” para a multiplicação vale em qualquer *anel*, isto é, uma estrutura algébrica com duas operações em valham as propriedades básicas de associatividade, comutatividade, neutro e inverso da adição, associatividade da multiplicação e distributividade.
- Portanto está não é uma “regra arbitrária” (como é às vezes apresentada), mas deve valer necessariamente se queremos ter uma estrutura matematicamente consistente com a propriedades básicas acima.

O Livro do Professor de Matemática

Operações com números negativos – “A Regra dos Sinais”

Na escola

A introdução dos inteiros negativos na escola básica envolve uma reconstrução de significados em diversos aspectos, em particular:

- O próprio conceito de número passa a corresponder a “quantidades munidas de orientação”.
- O zero deixa de representar apenas a “ausência de quantidade” e passa a representar um “referencial”.
- A equação $ax+b=0$ passa a ter solução para quaisquer a, b naturais.
- A operação de multiplicação deixa de ser interpretada apenas como uma “ampliação”, e ganha a interpretação de “ampliação / reflexão”.

O Livro do Professor de Matemática

Operações com números negativos – “A Regra dos Sinais”

Na escola



Agradecimentos Especiais

Aos colegas que participaram da Oficina realizada em 2012 no IMPA, pelas críticas e sugestões que muito enriqueceram este texto em suas fases iniciais de produção:

Abdenago Barros, Abramo Hefez, Agamenon Tavares, Antonio Cardoso do Amaral, Carlos Eduardo Duarte, Carlos Eduardo Mathias Motta, Carmen Mathias, Cristina Cerri, Fábio Antônio Leão Sousa, Flavia Jacinto, Gert Schubring, Glaucia Malta, Hélio Persicano, Humberto Bortolossi, Isabel Lugão, Jefferson Pereira de Oliveira, João Carlos Cataldo, Joaquim Barbosa Júnior, Liliane Dufau, Marcela Luciano Vilela de Souza, Marcia Erondina Souza, Maria Elisa Galvão, Neilon Oliveira, Pedro Malagutti, Raquel Oliveira Bodart, Sandra Godoy, Sandro Azevedo, Sérgio dos Santos Correia Júnior, Tércius Pinheiro, Valeria Folz de Oliveira, Vladimir Thiengo, Waldek Nobre, Yuriko Baldin.

Agradecimentos Especiais

Pela leitura e revisão criteriosa das últimas versões do texto, aos colegas:

- Helena Cury (UNIFRA)
- Humberto Bortolossi (UFF)
- Maria de Lourdes Jeanrenaud (CPH)
- Tania Schmitt (UnB)
- Michel Guerra (IFES)

Pela colaboração especial acerca de História da Matemática, à colega:

- Tatiana Roque (UFRJ)

Agradecimentos Especiais

À Sociedade Brasileira de Matemática, representada pelos professores Hilário Alencar e Marcelo Viana, pelo apoio incondicional na realização deste projeto, e pela abertura de mais um espaço voltado para o ensino e para a formação de professores de Matemática.