

**MESA REDONDA**

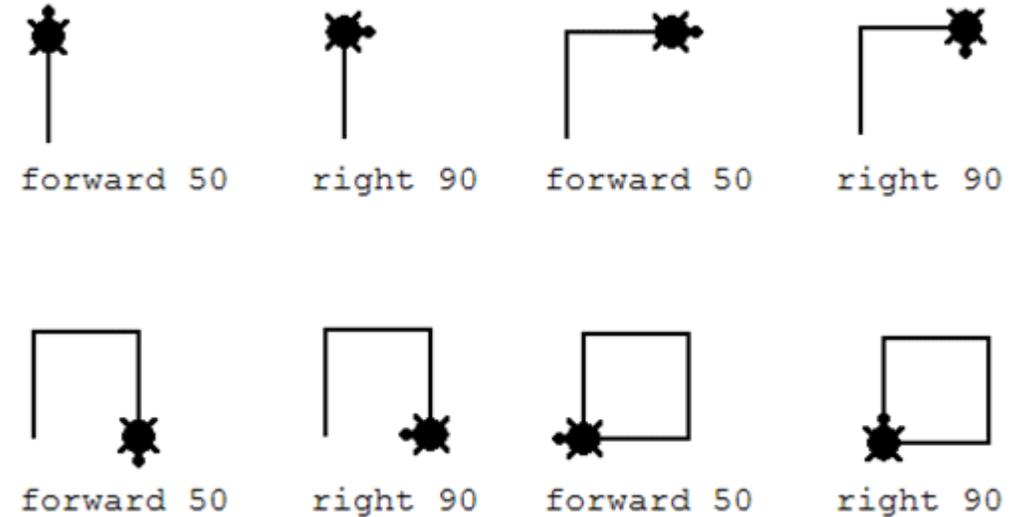
**TECNOLOGIAS NO ENSINO DE MATEMÁTICA**

**Maria Alice Gravina**  
**Instituto de Matemática da UFRGS**  
**[gravina@mat.ufrgs.br](mailto:gravina@mat.ufrgs.br)**

# Tecnologia no ensino de matemática desde quando?

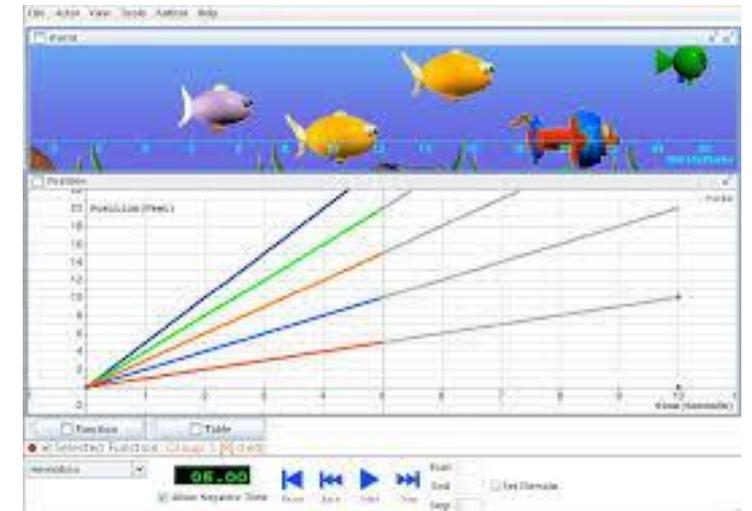
## ● Tartaruga LOGO início dos anos 80

- Seymour Papert (MIT)
- as crianças ensinam a tartaruga
- livro *Máquinas da Criança*

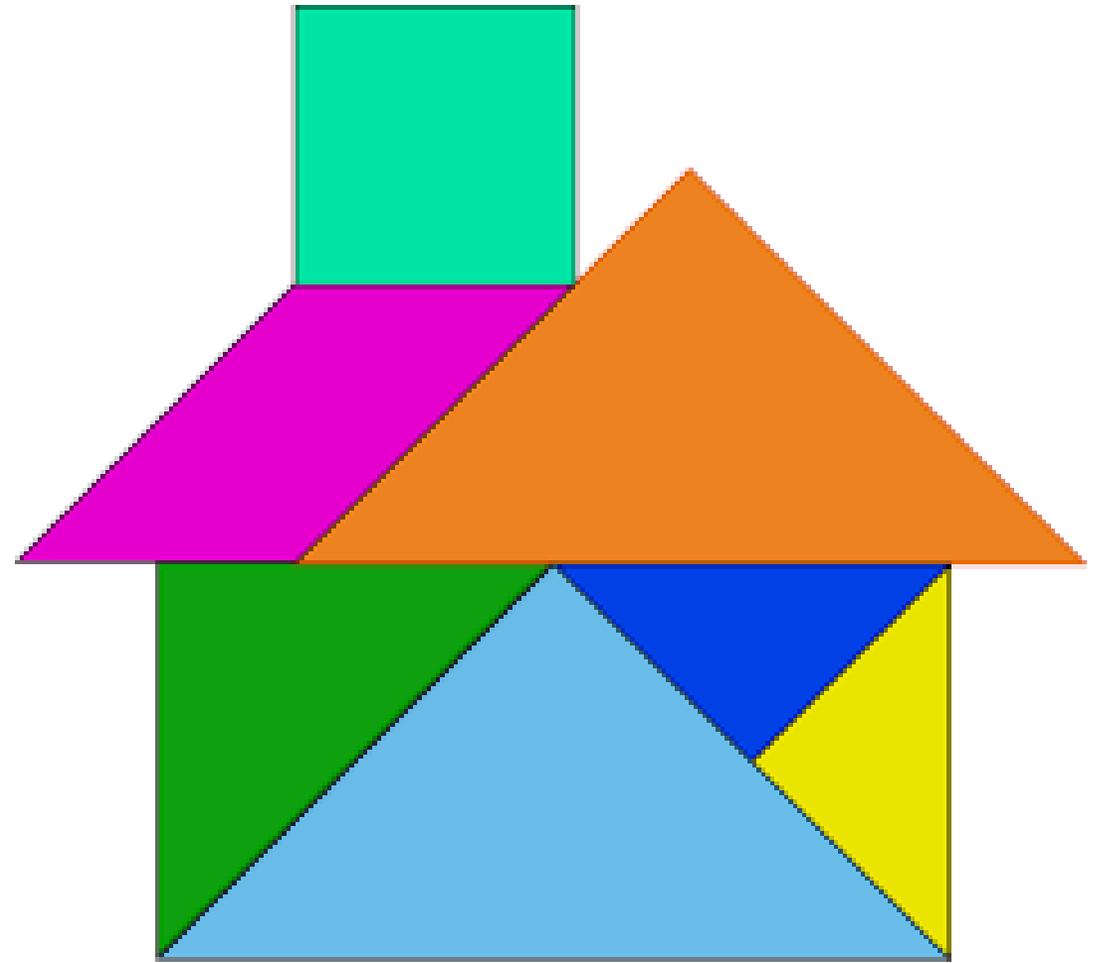
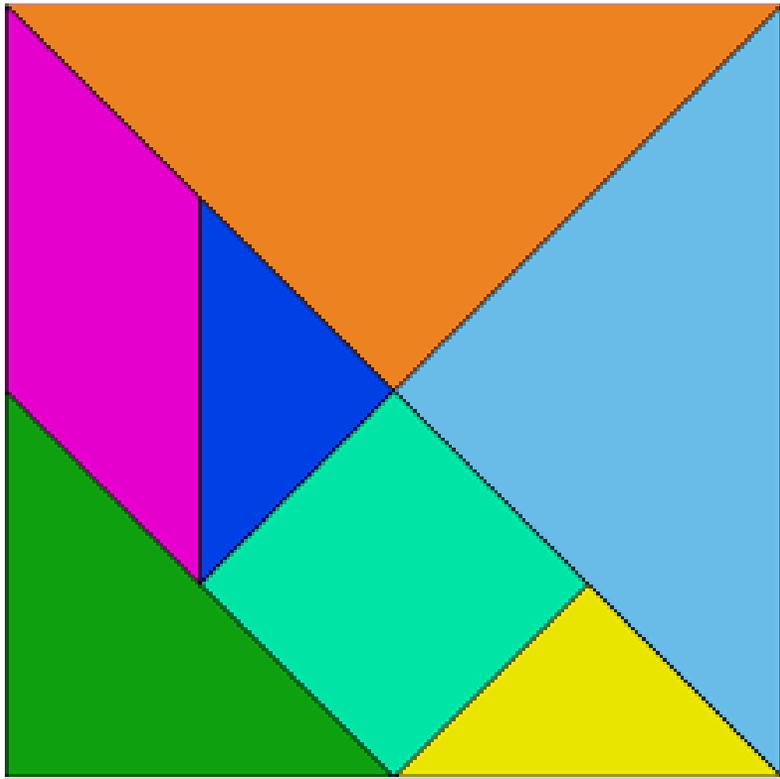


## ● Projeto SimCalc anos 80

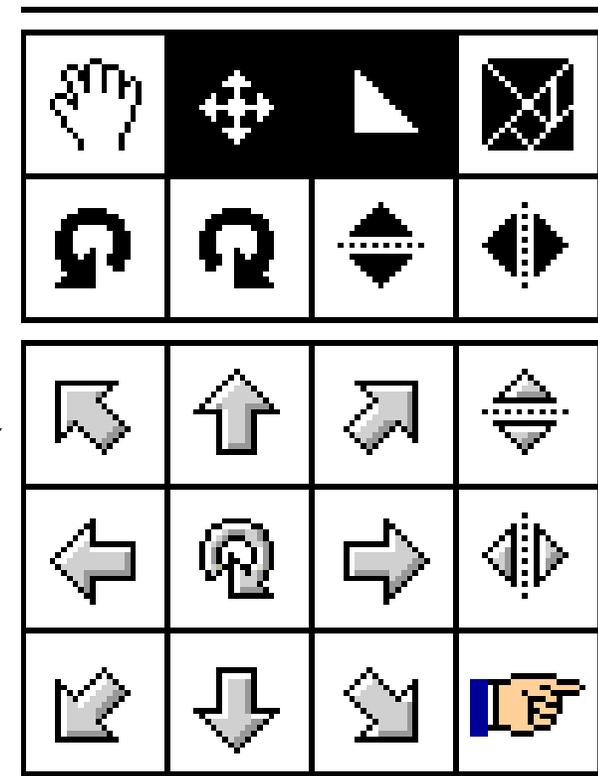
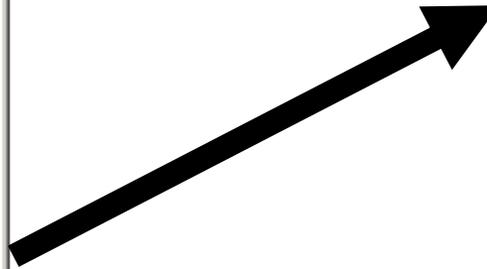
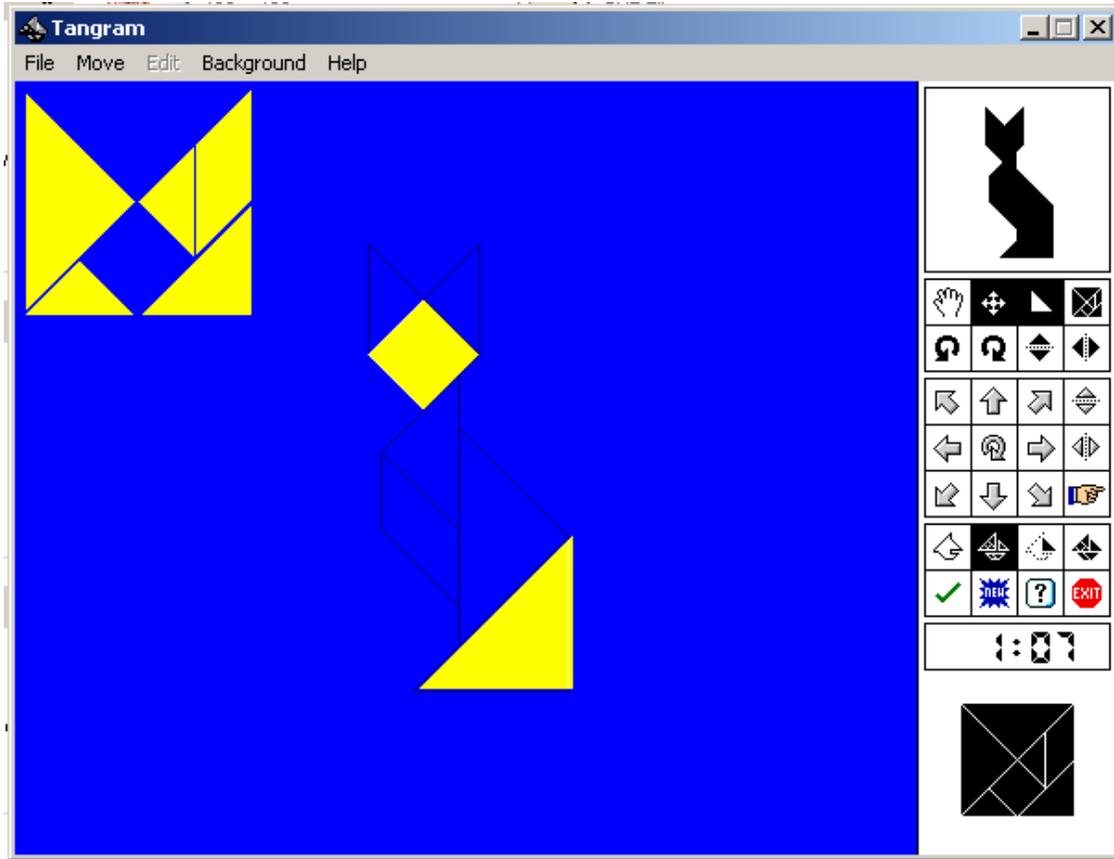
- James Kaput
- simulações e antecipação de ideias fecundas
- SimCalc – a matemática da variação  
(<http://math.sri.com/>)



# Como usar a tecnologia no ensino de matemática ?



# Tangram Virtual - o que muda ?



transformações  
geométricas

- translação
- rotação
- reflexão

# Introdução a álgebra – os livros escolares

- Havia 58 litros de água em um reservatório quando foi aberta uma torneira que despeja 25 litros de água por minuto. Após quantos minutos o reservatório conterà 433 litros de água?*
- Um esquilo encontrou 50 nozes num período de 5 dias. Em cada dia, o esquilo encontrou 3 nozes a mais que no dia anterior. Quantas nozes ele encontrou em cada dia?”*

# Introdução a álgebra - uma máquina algébrica

http://www2.mat.ufrgs.br - Árvores algébricas - Mozilla

Árvores algébricas

Sobre

Construa uma ou mais árvores algébricas (ou aritméticas), e compare seus gráficos, tabelas e fórmulas!

Entrada/Saída

Operações

Gráfico

limpar

expressão

valor

Applet fi/algebraexpressies/AlgebraExpressies started

x	x + 2
0	2
1	3
2	4
3	5
4	6
5	7
6	8
7	9

Gráfico de uma função linear:  $y = x + 2$ . O eixo x varia de 0 a 7, e o eixo y varia de 0 a 7. A linha passa pelos pontos (0, 2), (1, 3), (2, 4), (3, 5), (4, 6), (5, 7).

- introdução a álgebra via conceito de variável
- trabalho com relações funcionais
- gráficos, tabelas e “leis” de função

# Uma introdução ao pensamento algébrico no sétimo ano através de relações funcionais

- Dissertação de Mestrado de Newton Kern no PPGEMAT, IM / UFRGS

## SUMÁRIO

<b>1 INTRODUÇÃO.....</b>	<b>12</b>	<b>4 CONSTRUÇÃO, REALIZAÇÃO E AVALIAÇÃO DE UMA PROPOSTA PARA INTRODUÇÃO À ÁLGEBRA NA ESCOLA.....</b>	<b>71</b>
<b>2 A ÁLGEBRA NA ESCOLA.....</b>	<b>16</b>	<b>4.1 Sobre a Engenharia Didática.....</b>	<b>71</b>
<b>2.1 As interpretações circulantes.....</b>	<b>16</b>	<b>4.2 A concepção da situação didática.....</b>	<b>73</b>
<b>2.2 A introdução à álgebra nos livros didáticos de 5<sup>ª</sup> e 6<sup>ª</sup> séries.....</b>	<b>18</b>	<b>4.3 A experimentação.....</b>	<b>75</b>
<b>2.2.1 O uso da representação simbólica.....</b>	<b>19</b>	Encontro 1.....	77
<b>2.2.2 A iniciação ao estudo da álgebra.....</b>	<b>24</b>	Encontro 2.....	83
<b>2.2.3 Sobre os problemas motivadores.....</b>	<b>31</b>	Encontro 3.....	86
<b>2.3 Sobre as dificuldades no aprendizado da álgebra.....</b>	<b>37</b>	Encontro 4.....	94
<b>2.4 O desempenho dos alunos no SAEB.....</b>	<b>41</b>	Encontro 5.....	100
<b>3 POSSIBILIDADES PARA O ENSINO DE ÁLGEBRA.....</b>	<b>49</b>	Encontro 6.....	104
<b>3.1 Algumas diretrizes para o ensino da álgebra.....</b>	<b>49</b>	<b>5 CONCLUSÃO.....</b>	<b>112</b>
<b>3.2 Sobre as possibilidades de escolhas didáticas.....</b>	<b>53</b>		
<b>3.2.1 O pensamento algébrico na generalização.....</b>	<b>54</b>		
<b>3.2.2 O pensamento algébrico na resolução de problemas.....</b>	<b>56</b>		
<b>3.2.3 O pensamento algébrico na modelagem.....</b>	<b>61</b>		
<b>3.2.4 O pensamento algébrico nas relações funcionais.....</b>	<b>63</b>		
<b>3.3 Nossas escolhas didáticas.....</b>	<b>65</b>		

## ● Atividade “Parque de diversões”

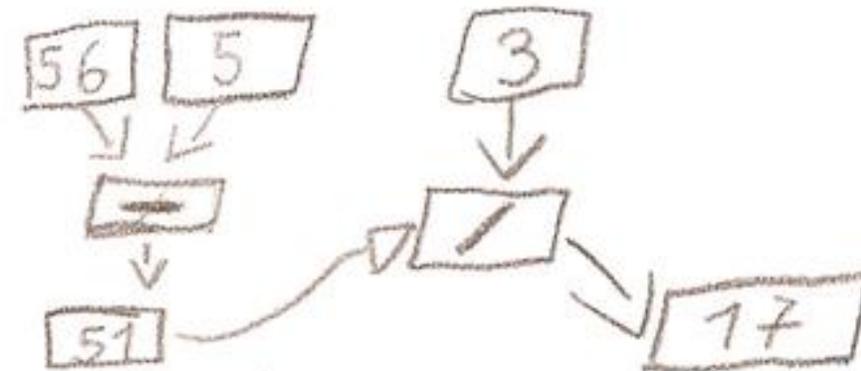
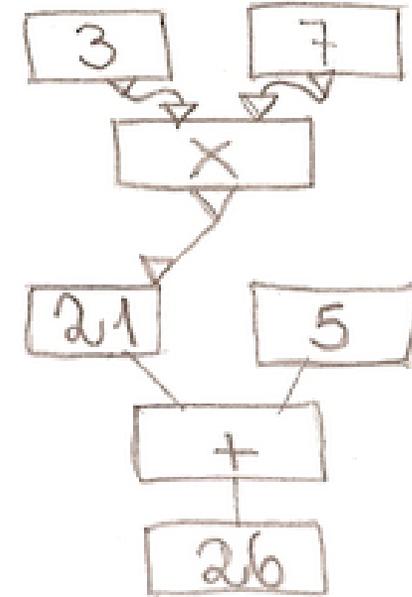
*Um parque de diversões cobra R\$5,00 pelo ingresso e R\$3,00 por brinquedo.*

*Quanto Carla gastará se andar em 7 brinquedos?*

*E se andar em 12?*

*Se Vitor gastou R\$ 56,00, em quantos brinquedos andou?*

*E se Daniela tinha R\$ 40,00, em quantos brinquedos andou?*



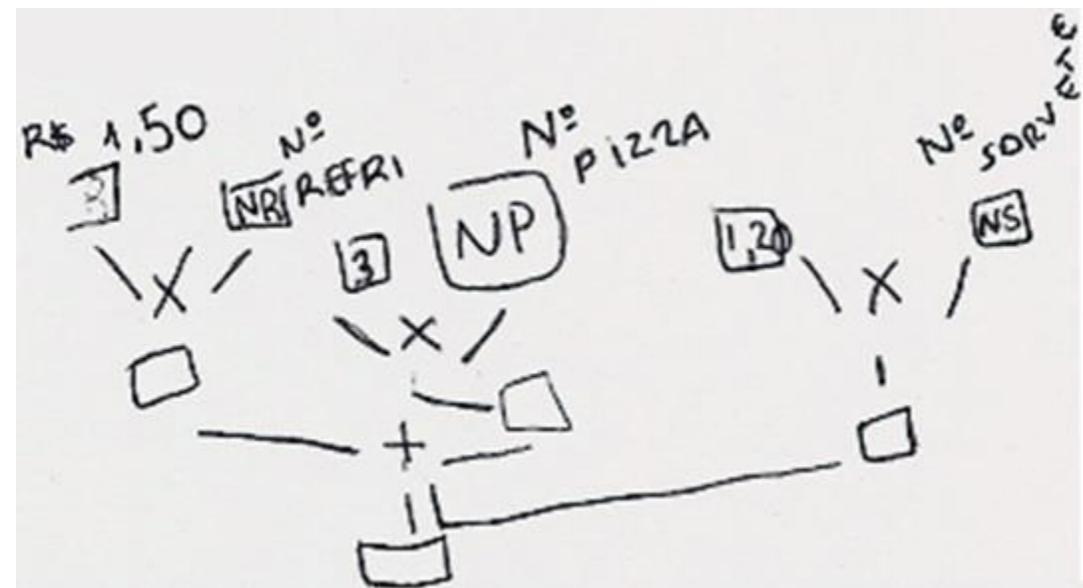
## Atividade “Pizzaria Sabor Jovem”

No cardápio da pizzaria “Sabor Jovem” tem-se

pizza brotinho	R\$3,00
refrigerante	R\$1,50
sorvete	R\$1,20

O dono da pizzaria quer:

- uma máquina que calcula os gastos do freguês. Faça esta máquina.
- uma máquina calcule o troco do freguês. Faça esta máquina.



# Atividade "Bolinhas na água"

- momento 'modelagem'

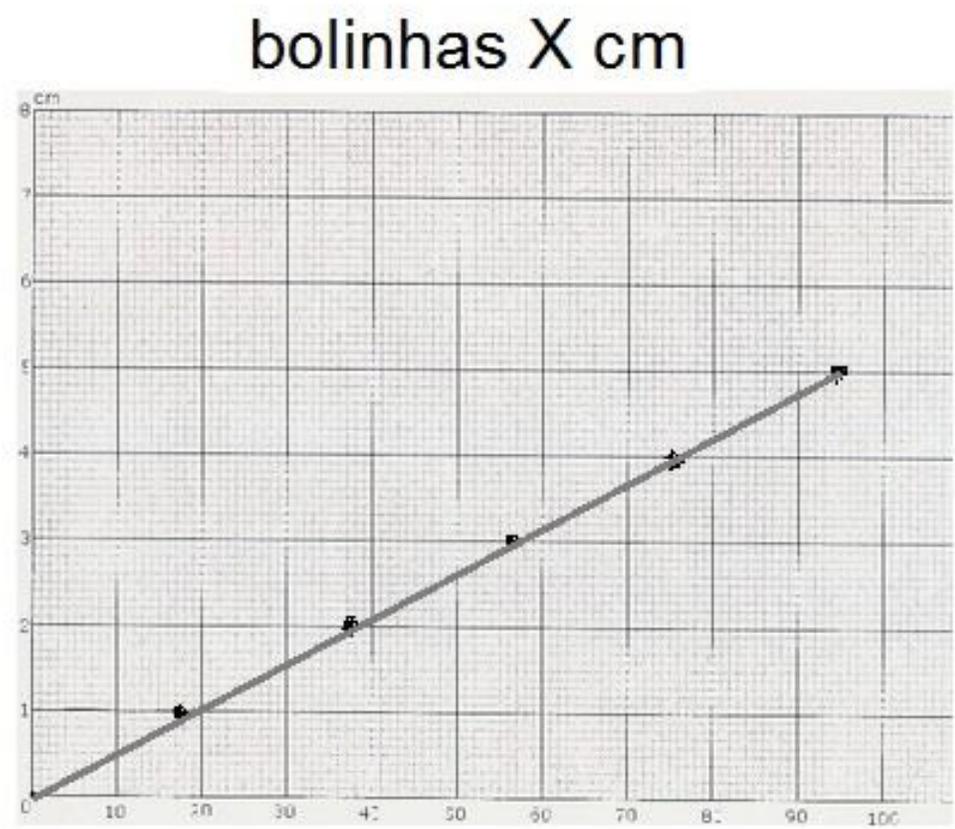


Bolinhas	centímetros
17	1
0	0
37	2
56	3
75	4

Bolinhas	centímetros
35	1
34	2
51	3
70	4
89	5

Bolinhas	centímetros
18	1
92	5
34	2
56	3
76	4

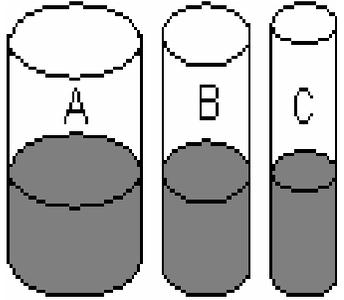
Bolinhas	centímetros
14	1
35	2
54	3
75	4
96	5
0	0



# ● Atividade “Bolinhas na água”

## -momento `máquinas algébricas`

A experiência foi realizada com os recipientes abaixo. Os dados foram registrados em três tabelas diferentes, uma para cada recipiente. a) Qual é a tabela correspondente a cada recipiente



Three graduated cylinders labeled A, B, and C are shown. Cylinder A is the tallest and contains the most water and marbles. Cylinder B is shorter and contains less water and marbles. Cylinder C is the shortest and contains the least water and marbles.

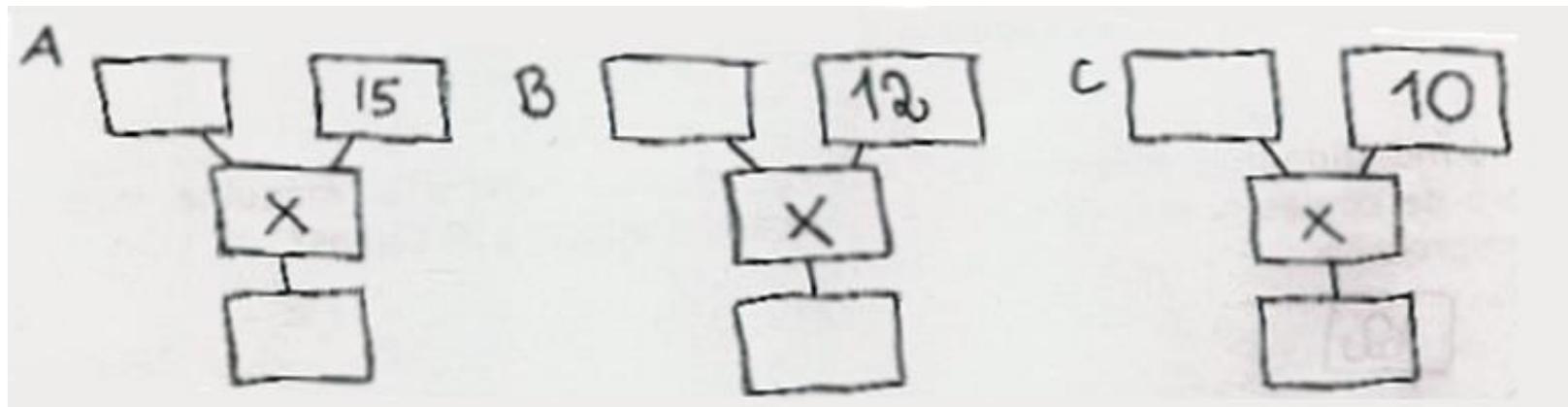
bolinhas	cm
30	3
60	6
90	9

bolinhas	cm
30	2
60	4
90	6

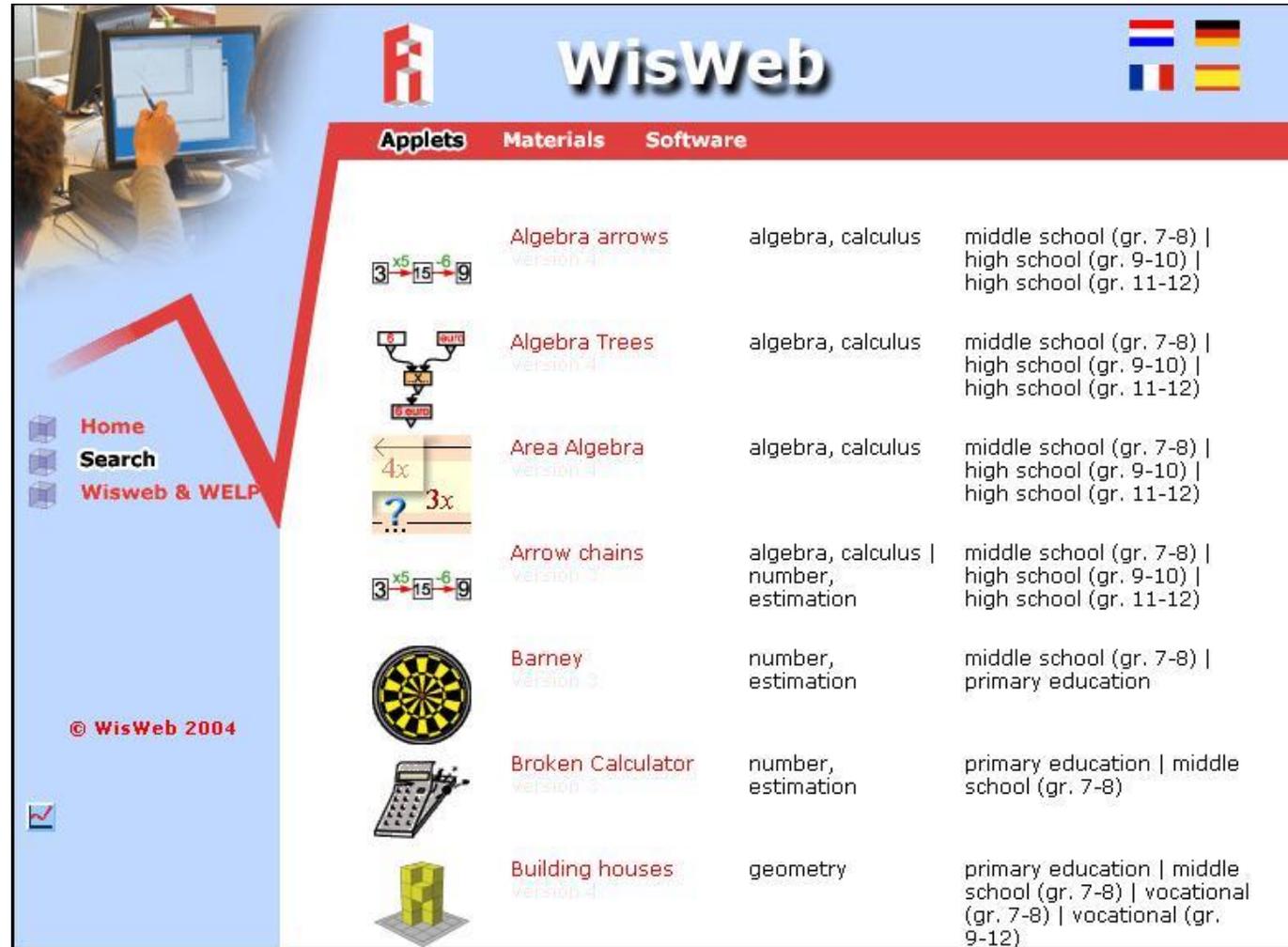
bolinhas	cm
12	1
36	3
60	5

b) Faça o gráfico correspondente a cada recipiente.

c) Desenhe a máquina que informa, a partir do nível d'água, o número de bolinhas.



# Interessantes objetos de aprendizagem



The screenshot shows the WisWeb website interface. At the top, there is a logo for 'WisWeb' and flags for the Netherlands, Germany, and Spain. Below the logo, there are three tabs: 'Applets', 'Materials', and 'Software'. The 'Applets' tab is selected, and a list of educational applets is displayed. Each applet entry includes an icon, the applet name, its version, the subjects it covers, and the educational levels it is suitable for. On the left side of the interface, there are navigation links for 'Home', 'Search', and 'Wisweb & WELP'. At the bottom left, there is a copyright notice: '© WisWeb 2004'.

Applet Name	Version	Subjects	Education Levels
Algebra arrows	Version 4	algebra, calculus	middle school (gr. 7-8)   high school (gr. 9-10)   high school (gr. 11-12)
Algebra Trees	Version 4	algebra, calculus	middle school (gr. 7-8)   high school (gr. 9-10)   high school (gr. 11-12)
Area Algebra	Version 4	algebra, calculus	middle school (gr. 7-8)   high school (gr. 9-10)   high school (gr. 11-12)
Arrow chains	Version 3	algebra, calculus   number, estimation	middle school (gr. 7-8)   high school (gr. 9-10)   high school (gr. 11-12)
Barney	Version 3	number, estimation	middle school (gr. 7-8)   primary education
Broken Calculator	Version 3	number, estimation	primary education   middle school (gr. 7-8)
Building houses	Version 4	geometry	primary education   middle school (gr. 7-8)   vocational (gr. 7-8)   vocational (gr. 9-12)

Freudhental Institut

<http://www.fi.uu.nl/wisweb/en/>

# Interessantes objetos de aprendizagem

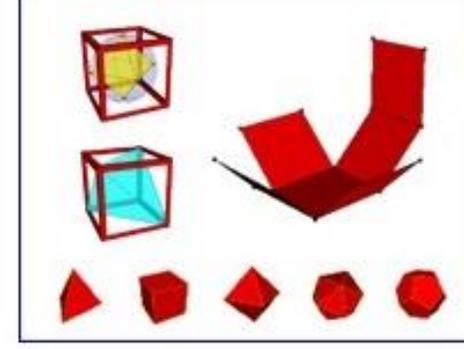
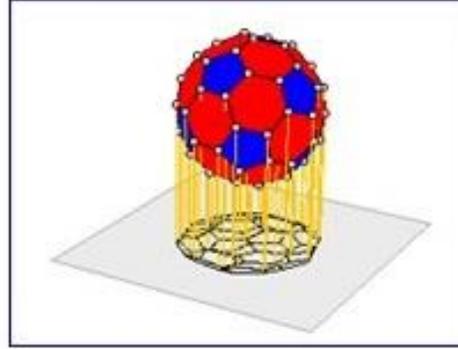
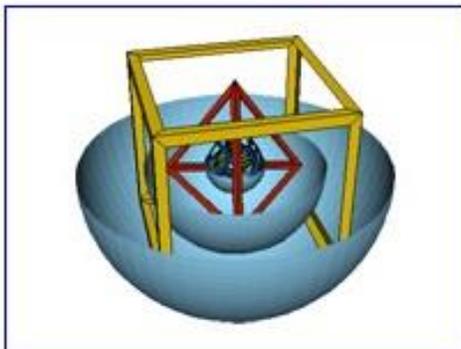
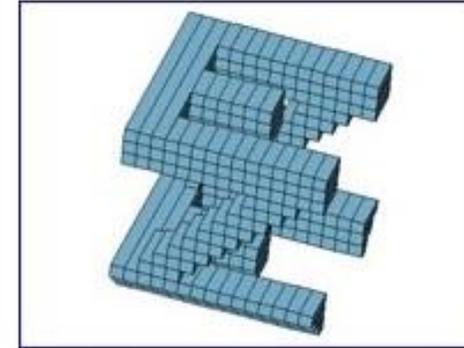
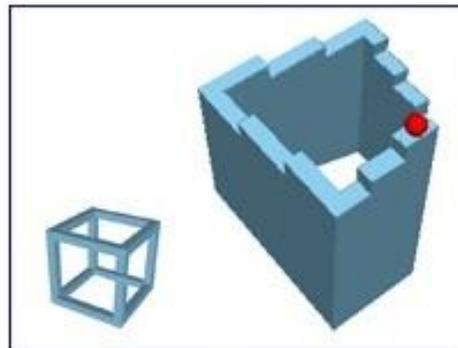
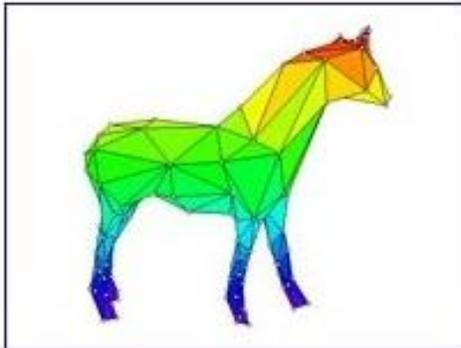


uff

Conteúdos Digitais

para o ensino e aprendizagem de matemática e estatística

## SOFTWARES EDUCACIONAIS



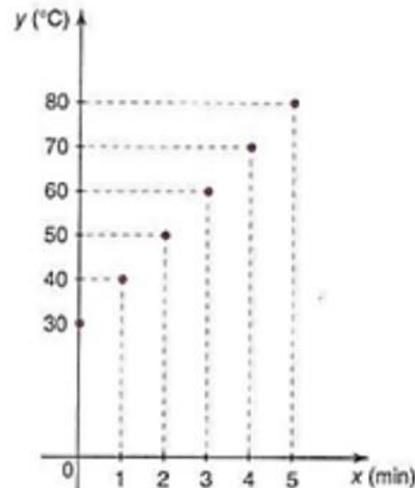
<http://www.uff.br/cdme/>

# Funções no Ensino Médio – os livros escolares

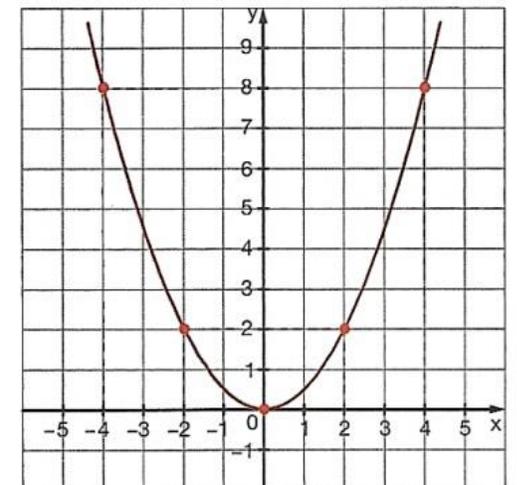
- noção intuitiva : correspondência entre grandezas, regras ou lei de formação envolvendo grandezas
- definição formal : dados dois conjuntos não vazios  $A$  e  $B$  , uma função de  $A$  em  $B$  é uma regra que associa cada elemento  $x$  de  $A$  um único elemento  $y$  de  $B$

A tabela e o gráfico aqui apresentados mostram alguns valores que descrevem a temperatura  $y$  interna do forno, em grau Celsius, em função do tempo  $x$ , em minuto, a partir do instante em que o forno foi ligado ( $x = 0$ ), quando sua temperatura interna era de  $30\text{ }^{\circ}\text{C}$ .

$x$	$y$
0	30
1	40
2	50
3	60
4	70
5	80

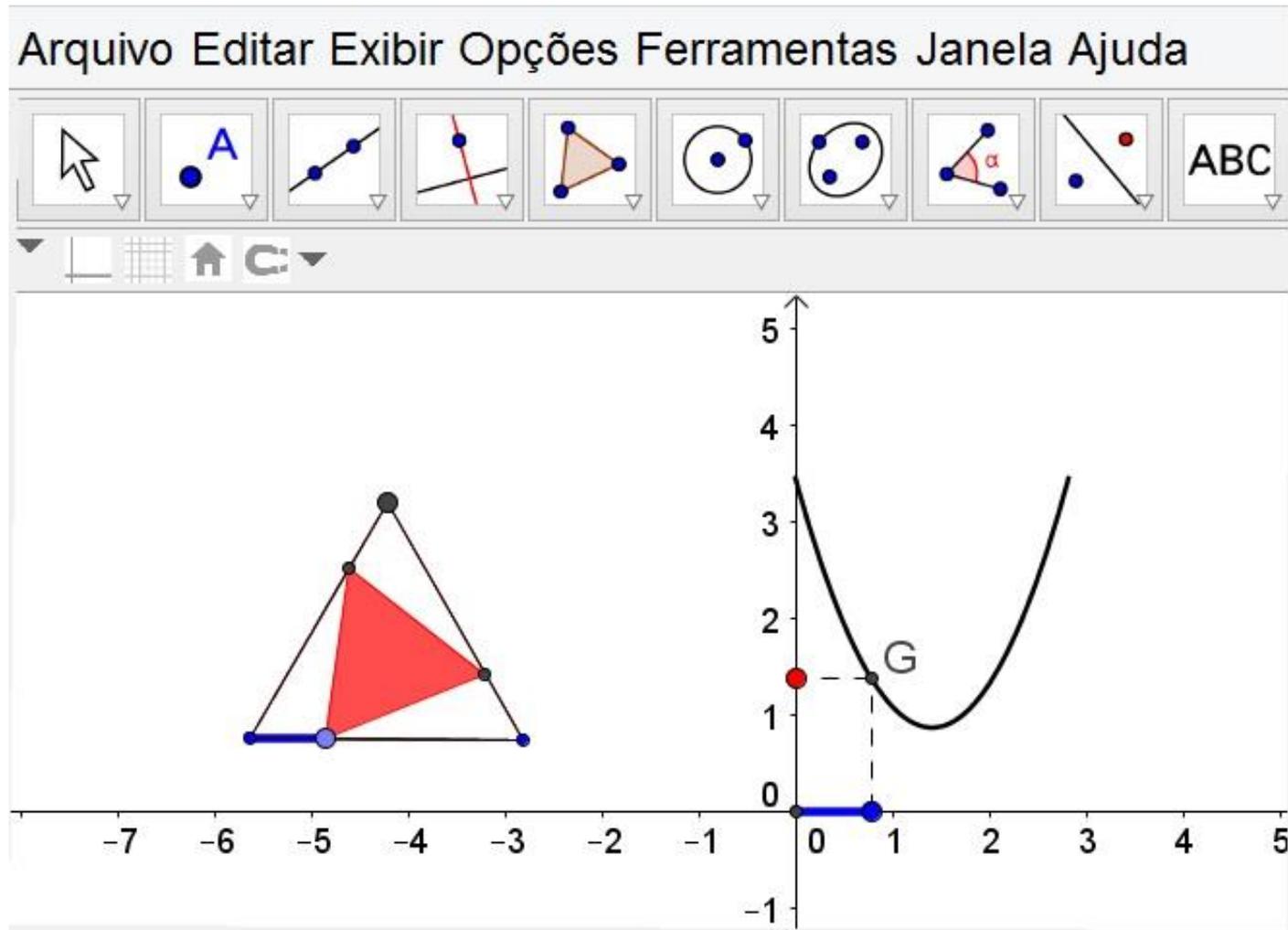


$x$	$h(x) = \frac{x^2}{2}$	$(x, y)$
-4	$h(-4) = \frac{(-4)^2}{2} = 8$	$(-4, 8)$
-2	$h(-2) = \frac{(-2)^2}{2} = 2$	$(-2, 2)$
0	$h(0) = \frac{0^2}{2} = 0$	$(0, 0)$
2	$h(2) = \frac{2^2}{2} = 2$	$(2, 2)$
4	$h(4) = \frac{4^2}{2} = 8$	$(4, 8)$



# Funções no Ensino Médio

## - software GeoGebra



- **variabilidade na geometria**
- **relação funcional**
- **gráficos, tabelas, “leis” de função**

# Matemática Dinâmica: funções a partir de situações geométricas

- Dissertação de Mestrado de Eliana Salin no PPGEMAT, IM/UFRGS

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b> .....	<b>13</b>	<b>4</b>	<b>CONCEPÇÃO DE UMA EXPERIÊNCIA E ANÁLISE A PRIORI</b> .....	<b>79</b>
<b>2</b>	<b>REFERENCIAL TEÓRICO</b> .....	<b>18</b>	4.1	SOBRE A ENGENHARIA DIDÁTICA.....	79
2.1	A TEORIA DOS REGISTOS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA .....	18	4.2	AS EXPECTATIVAS QUANTO ÀS APRENDIZAGENS PRETENDIDAS	81
2.1.1	Caracterização da atividade matemática do ponto de vista cognitivo .....	29	4.2.1	A Organização da Experiência .....	81
2.2	OS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO DINÂMICOS.....	30	4.2.2	Análise das atividades da primeira etapa .....	83
<b>3</b>	<b>FUNÇÃO: REFLEXÕES SOBRE O TÓPICO DE INTERESSE</b> .....	<b>40</b>	4.2.3	Análise das atividades da segunda etapa .....	90
3.1	REFLEXÕES DE NATUREZA HISTÓRICA, EPISTEMOLÓGICA E COGNITIVA.....	40	4.2.4	O detalhamento da sequência didática .....	97
3.1.1	Sobre a evolução do conceito de função .....	40	<b>5</b>	<b>REALIZAÇÃO DA EXPERIÊNCIA E ANÁLISE A POSTERIORI</b> .....	<b>126</b>
3.1.2	Sobre o conceito de função na escola .....	49	5.1	OS PARTICIPANTES DA EXPERIÊNCIA .....	126
3.1.3	Sobre as dificuldades no ensino de funções.....	51	5.2	PROCEDIMENTOS GERAIS E A COLETA DE DADOS .....	127
3.2	O QUE DIZEM OS DOCUMENTOS OFICIAIS .....	57	5.3	A EXPERIÊNCIA E A ANÁLISE A POSTERIORI .....	127
3.3	COMO O ASSUNTO É TRATADO NOS LIVROS ESCOLARES.....	60	<b>6</b>	<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS</b> .....	<b>182</b>
3.3.1	Análise do livro didático A .....	61			
3.3.2	Análise do livro didático B .....	66			
3.3.3	Análise do livro didático C .....	69			
3.4	ALGUMAS EXPERIÊNCIAS DE ENSINO .....	74			

## Situação – Problema

*Na chapa metálica quadrada  $ABCD$  quer-se recortar região triangular  $IMN$ . O vértice  $I$  é o ponto médio de  $AB$  e  $AM = DN$ ,  $M$  no segmento  $AD$  e  $N$  no segmento  $DC$ . Qual a posição de  $M$  para que o triângulo  $IMN$  tenha área mínima?*

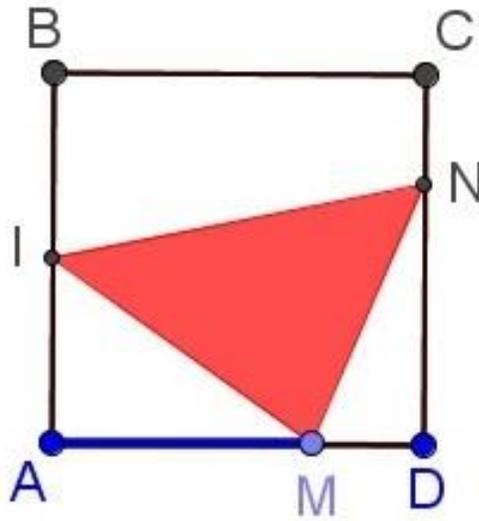
## Encaminhamento do trabalho

- momento 1 : interpretação do enunciado, com desenho esboço
- momento 2 : manipulação da situação geométrica no GeoGebra e construção do gráfico
- momento 3 : dedução da lei da função e determinação do ponto de mínimo

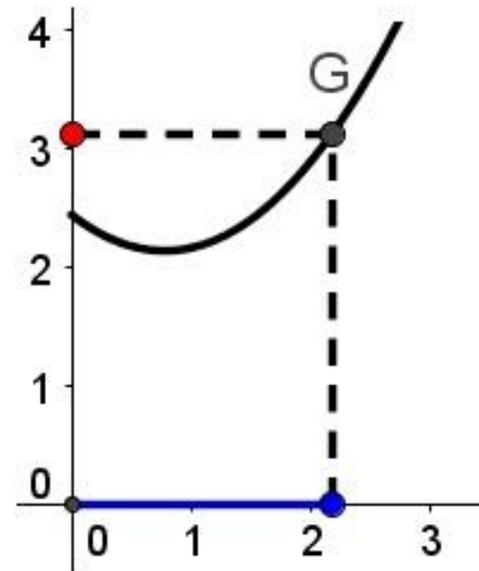
# Resolução envolve diferentes registros de representação

## CONCEITO DE FUNÇÃO

Registro Geométrico  
(figura)



Registro Geométrico  
(gráfico)

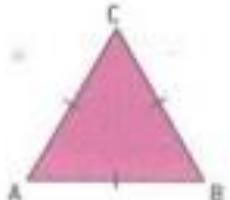
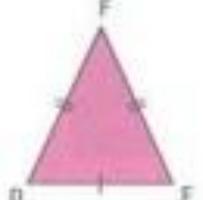
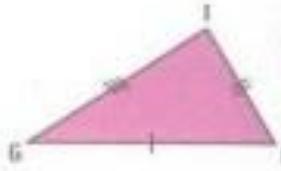


Registro Algébrico

$$\frac{1}{2} (x - 1)^2 + \frac{7}{2}$$

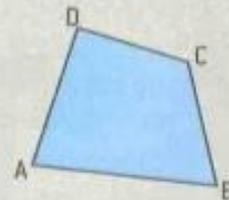
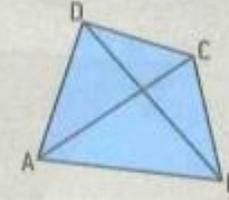
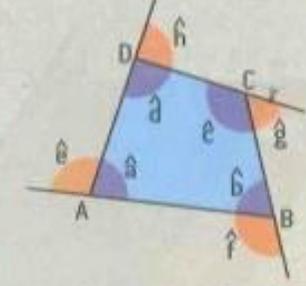


# Geometria no Ensino Fundamental - nos livros escolares

Equilátero	Isósceles	Escaleno
Triângulo que tem todos os lados com medidas iguais.	Triângulo que tem pelo menos dois lados com medidas iguais.	Triângulo que tem os três lados com medidas diferentes.
		
$med(\overline{AB}) = med(\overline{BC}) = med(\overline{AC})$	$med(\overline{DF}) = med(\overline{EF})$	$med(\overline{GH}) \neq med(\overline{HI}) \neq med(\overline{IG})$

Quadrilátero é um polígono que tem 4 lados, 4 vértices, 4 ângulos internos e 4 ângulos externos.

Os elementos de um quadrilátero são:

		
lados: $\overline{AB}$ , $\overline{BC}$ , $\overline{CD}$ e $\overline{AD}$ vértices: A, B, C e D	diagonais: $\overline{AC}$ e $\overline{BD}$	ângulos internos: $\hat{a}$ , $\hat{b}$ , $\hat{c}$ e $\hat{d}$ ângulos externos: $\hat{e}$ , $\hat{f}$ , $\hat{g}$ e $\hat{h}$

1.ª Desenhamos um triângulo qualquer em uma folha de papel. Em seguida, recortamos o triângulo e destacamos seus cantos.

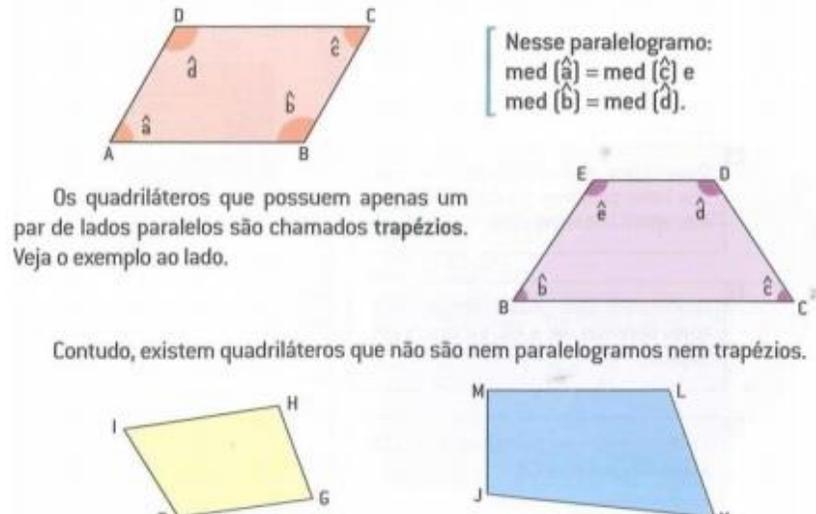
2.ª Encaixamos as partes obtidas conforme mostra a figura.



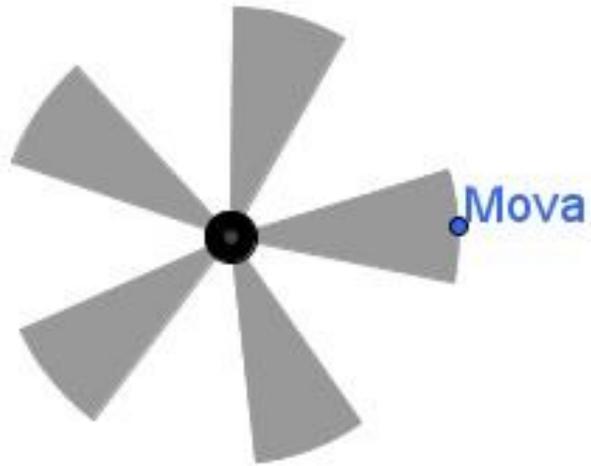
Nesse paralelogramo:  
 $med(\hat{a}) = med(\hat{c})$  e  
 $med(\hat{b}) = med(\hat{d})$ .

Os quadriláteros que possuem apenas um par de lados paralelos são chamados trapézios. Veja o exemplo ao lado.

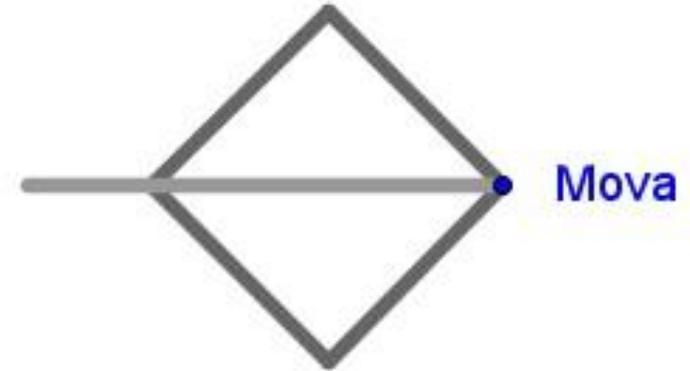
Contudo, existem quadriláteros que não são nem paralelogramos nem trapézios.



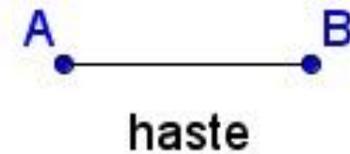
# Geometria no Ensino Fundamental – no GeoGebra



Selecione para ver objetos escondidos



selecione para visualizar objetos escondidos



# Modelagem geométrica e o desenvolvimento do pensamento matemático no ensino fundamental

- Dissertação de Mestrado de Melissa Meier no PPGEMAT, IM/UFRGS

## SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO .....	12
2 REFLEXÕES SOBRE A APRENDIZAGEM E O ENSINO DA MATEMÁTICA ESCOLAR .....	16
2.1 Primeiras reflexões .....	16
2.2 Sobre o desenvolvimento do pensamento matemático no Ensino Fundamental .....	18
2.2.1 O que pensam os professores.....	19
2.2.2 Como pensam os alunos .....	23
2.3 Hábitos do Pensamento Matemático.....	31
3 A GEOMETRIA DINÂMICA E OS HÁBITOS DE PENSAMENTO MATEMÁTICO .....	39
3.1 Tecnologias e a Educação Matemática .....	39
3.2 Geometria dinâmica e modelagem geométrica no desenvolvimento de hábitos do pensamento .....	43
4 O SITE “GEOMETRIA EM MOVIMENTO” .....	51
4.1 Influências da EAD em nossa prática docente.....	51
4.2 O site “Geometria em Movimento” .....	55
4.2.1 Modelagem Geométrica – Porta Pantográfica .....	59
4.2.2 Modelagem Geométrica – Janela Basculante .....	61
4.2.3 Modelagem Geométrica – Balanço Vai e Vem.....	66

5 O EXPERIMENTO DIDÁTICO .....	70
5.1 A metodologia de pesquisa e a organização do experimento didático .....	70
5.2 A realização do Experimento.....	74
5.2.1 O desenrolar e a análise <i>a posteriori</i> do Bloco I .....	76
5.2.2 O desenrolar e a análise <i>a posteriori</i> do Bloco II.....	83
5.2.3 O desenrolar e a análise <i>a posteriori</i> do Bloco III.....	87
5.2.4 O desenrolar e a análise <i>a posteriori</i> no Bloco IV .....	90
Análise <i>a posteriori</i> das duplas do Nivel 0 .....	94
Análise <i>a posteriori</i> das duplas do Nivel 1.....	95
Análise <i>a posteriori</i> das duplas do Nivel 2.....	96
Análise <i>a posteriori</i> das duplas do Nivel 3.....	100
Análise <i>a posteriori</i> das duplas do Nivel 4.....	103
Análise <i>a posteriori</i> das duplas do Nivel 5.....	108
5.2.5 Síntese das análises <i>a posteriori</i> .....	110
6 CONCLUSÃO .....	112

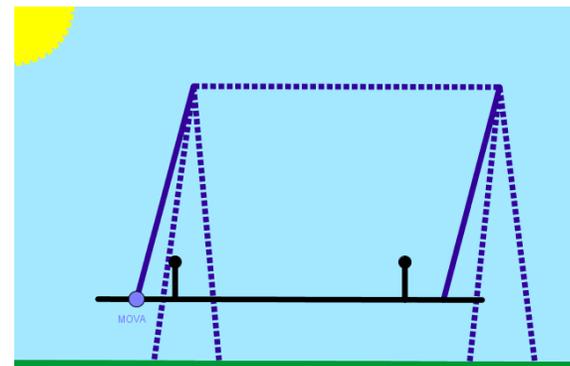
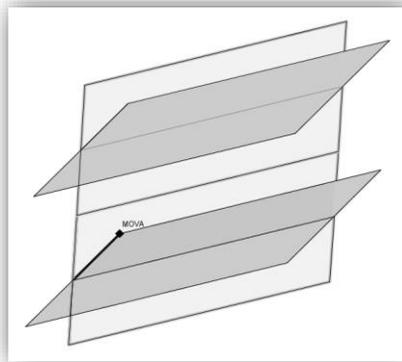
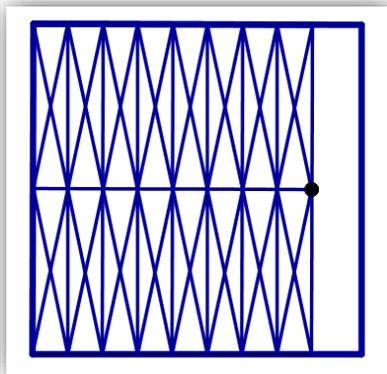
# Site Geometria em Movimento



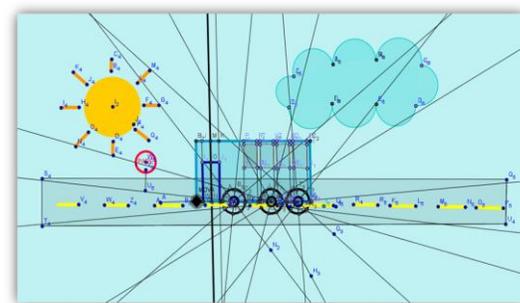
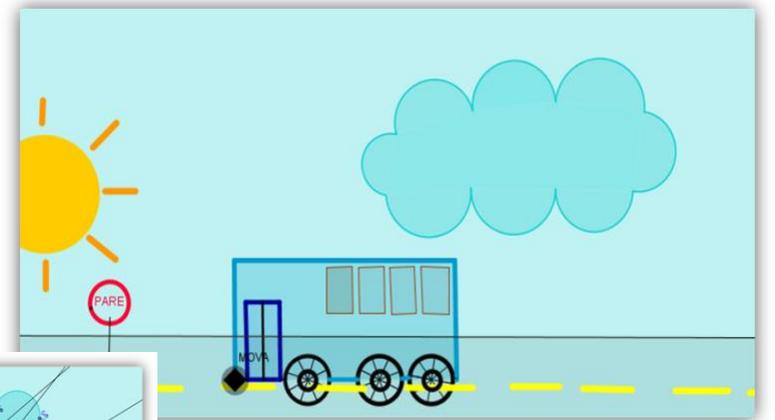
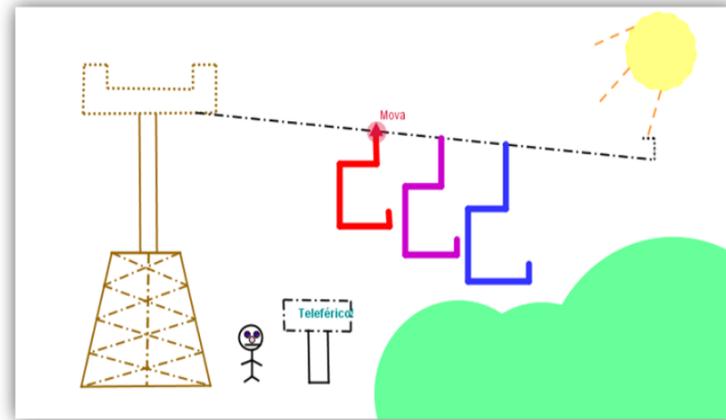
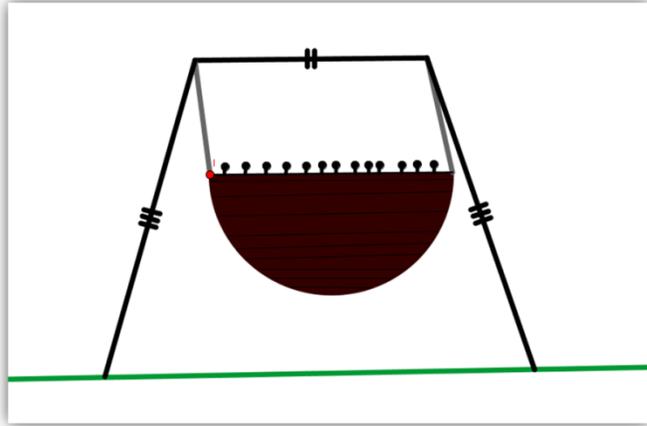
- **porta pantográfica**
  - retas paralelas e perpendiculares, ponto médio, translação
- **janela basculante**
  - ângulo, congruência de ângulos, rotação
- **balanço vai-vem**
  - paralelismo, rotação, quadriláteros

# ● Encaminhamento do trabalho

- Etapa 1 : investigação das características do modelo e identificação de propriedades geométricas
- Etapa 2 : exploração das propriedades geométricas no GeoGebra
- Etapa 3 : construção de modelo similar

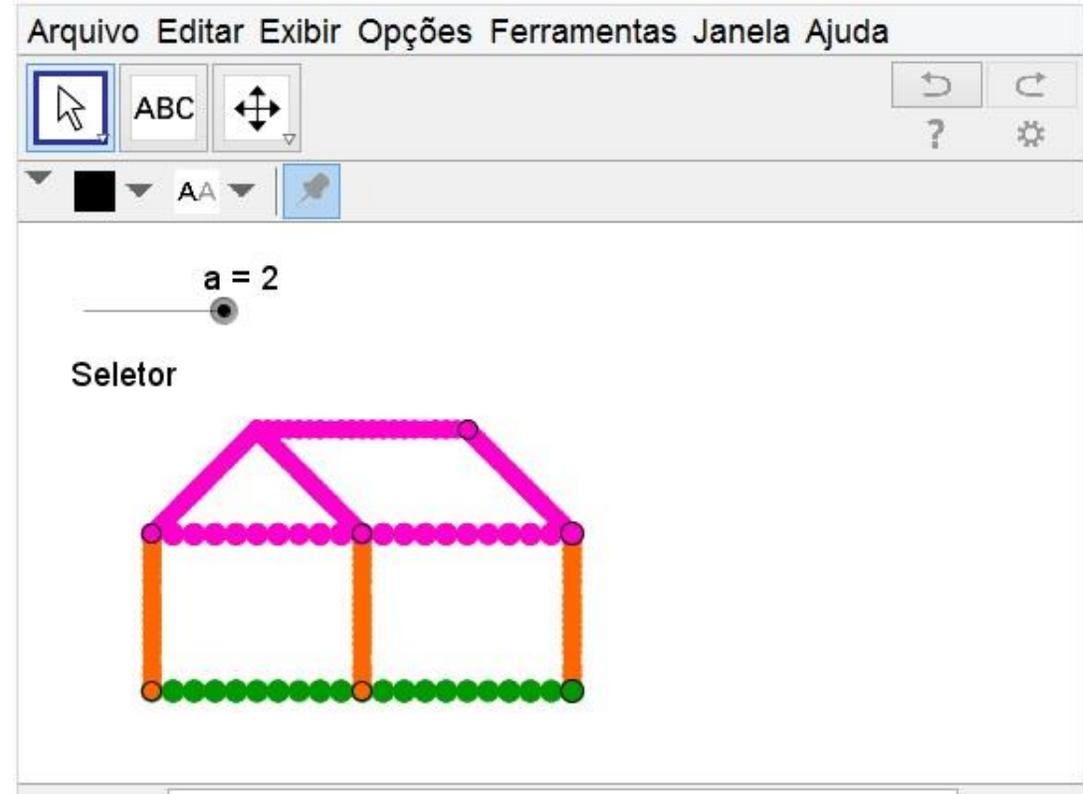
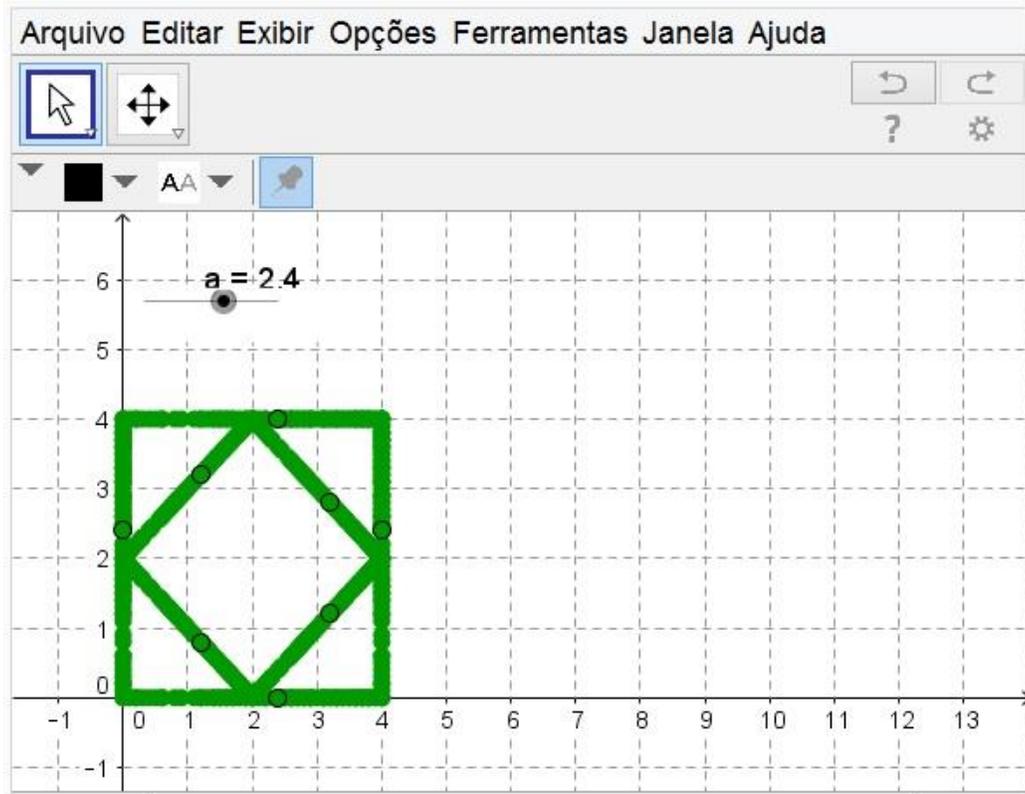


# ● Produção dos alunos



# Números comandando pontos

- uma possibilidade a ser investigada ...



Artigo publicado na RPM, no. 80:  
Álgebra e Geometria : números comandando pontos

# Tecnologias podem mudar a sala de aula

- **variedade de soluções que podem ser dadas para um mesmo problema, diferentes raciocínios**
- **a criatividade dos alunos se manifesta**
- **instala-se intensa atividade intelectual, discussões e trocas de ideias**
- **surgem pergunta para as quais não se tem resposta imediata, o que faz do professor um constante aprendiz**

# Materiais e sites que tratam do uso de tecnologias

- Site “Matemática , Mídias Digitais e Didática”  
Em <http://www.ufrgs.br/espmat/> no link Disciplinas
- Livro “Matemática , Mídias Digitais e Didática”  
Em <http://www.ufrgs.br/espmat/> no link Biblioteca Virtual
- Livro “Matemática na Escola”  
Em <http://www.ufrgs.br/espmat/> no link Biblioteca Virtual
- Multi-Tela Geometria Dinâmica  
Em <http://www.ufrgs.br/espmat/> no link Disciplinas