2º Simpósio de Formação do Professor de Matemática da Região Sudeste

ATIVIDADES PARA O ENSINO DE PROBABILIDADE E ESTATÍSTICA NA EDUCAÇÃO BÁSICA

Marcos N. Magalhães

SBM
SOCIEDADE BRASILEIRA DE MATEMÁTICA

Atividades para o Ensino de Probabilidade e Estatística na Educação Básica

Atividades para o ensino de probabilidade e estatística na educação básica

Copyright © 2019 Marcos N. Magalhães
Direitos reservados pela Sociedade Brasileira de Matemática
A reprodução não autorizada desta publicação, no todo ou em parte,
constitui violação de direitos autorais. (Lei 9.610/98)

Sociedade Brasileira de Matemática
Presidente: Paolo Piccione
Vice-Presidente: Nancy Garcia
Diretores:
Walcy Santos
Gregório Pacelli
Marcio Gomes Soares
João Xavier

Editor Executivo
Hilário Alencar

Assessor Editorial
Tiago Costa Rocha

Comitê Científico
Paolo Piccione – USP
Edna Maura Zuffi – USP
Raquel Oliveira Bodart – IFTM
Marcela Luciano Vilela de Souza – UFTM
Daniela Mariz Silva Vieira – USP
Barbara Corominas Valerio – USP

Comissão Organizadora
Paolo Piccione – USP
Renata Magarinus – IFSUL
Ana Luiza de Freitas Kessler – CAP UFRGS
Priscilla Guez Rabelo – Colégio Pedro II
Graziele de Souza Mózer – Colégio Pedro II
Daniela Mariz Silva Vieira – USP
Barbara Corominas Valerio – USP
David Pires Dias – USP
Rogerio Augusto dos Santos Fajardo – USP
Ana Paula Jahn – USP

Capa: Pablo Diego Regino
Projeto gráfico: Cinthya Maria Schneider Meneghetti

ISBN 978-85-8337-155-7

Distribuição e vendas
Sociedade Brasileira de Matemática
Estrada Dona Castorina, 110 Sala 109 - Jardim Botânico
22460-320 Rio de Janeiro RJ
Telefones: (21) 2529-5073
http://www.sbm.org.br / email:lojavirtual@sbm.org.br

2º Simpósio de Formação do Professor de Matemática da Região Sudeste

ATIVIDADES PARA O ENSINO DE PROBABILIDADE E ESTATÍSTICA NA EDUCAÇÃO BÁSICA

Marcos N. Magalhães

1ª edição
2019
Rio de Janeiro

SBM
SOCIEDADE BRASILEIRA DE MATEMÁTICA

São Paulo - SP - 2018 II Simpósio da Formação do Professor de Matemática da Região Sudeste - USP - São Paulo - SP - 2018 - II Simpósio da Form

Sumário

1 Introdução **3**

2 Tópicos de Probabilidade e Estatística **5**

3 Atividades **11**
3.1 Portal AtivEstat 11
3.2 Praticando Atividades 12

4 Considerações finais **17**

São Paulo - SP - 2018 II Simpósio da Formação do Professor de Matemática da Região Sudeste - USP - São Paulo - SP - 2018 - II Simpósio da Formação do Professor de Matemática da Região Sudeste - USP - São Paulo - SP - 2018

Prefácio

Este minicurso objetiva incentivar o uso de atividades para o ensino de Probabilidade e Estatística nos ensinos Fundamental e Médio. O ensino desses tópicos é feito na disciplina de Matemática, conforme indicado nas recomendações oficiais, entretanto, a efetiva presença no currículo escolar permanece um desafio. Muitas vezes o professor de Matemática sente-se desconfortável com alguns desses tópicos, pois não teve preparação adequada durante sua graduação. Ocorre, também, que a estrutura curricular várias vezes reserva o bimestre final do ano para tais assuntos e não há tempo suficiente de aulas para o seu desenvolvimento. Outro problema recorrente refere-se ao professor tratar esses assuntos em classe de uma forma mecânica, com ênfase em fórmulas e comprometendo o entendimento conceitual.

O presente minicurso visa contribuir para enfrentar o desafio de ampliar o ensino de Estatística, de uma forma adequada, na Educação Básica. Incentivamos o uso de atividades para o ensino de Probabilidade e Estatística nos ensinos Fundamental e Médio. Na sequência do texto temos no Capítulo 1 (Introdução) uma discussão de aspectos gerais do ensino de Estatística; no Capítulo 2 (Tópicos de Probabilidade e Estatística) apresentamos alguns conceitos fundamentais; no Capítulo 3 (Atividades), apresentamos o portal *AtivEstat* e algumas das suas atividades, que serão praticadas pelos participantes do minicurso. As Considerações finais estão no Capítulo 4 e, em seguida, as Referências Bibliográficas.

São Paulo - SP - 2018 II Simpósio da Formação do Professor de Matemática da Região Sudeste - USP - São Paulo - SP - 2018 - II Simpósio da Form

Capítulo 1

Introdução

A sociedade atual respira números em quase todos os setores, e a maioria das argumentações apresentadas na mídia inclui referências a alguma quantidade numérica. Índices, gráficos e tabelas tornaram-se comuns em notícias de jornais e revistas, e sua apresentação em diferentes formas busca melhorar a comunicação com o leitor. A despeito do uso de formas cada vez mais criativas, ainda temos um alto contingente da população com dificuldade para entendimento dessas representações numéricas.

Uma parte central da presença numérica na sociedade refere-se à Estatística, que pode ser vista como números em contexto, isto é, números que representam quantidades de interesse em alguma área da sociedade. Dessa forma, a abstração presente na Matemática recebe significado para os números apresentados. Não é exagero dizer que para ser um cidadão pleno é necessário ter conhecimentos básicos de Estatística (aqui estamos nos referindo à Estatística de modo amplo, incluindo também a parte de Probabilidade). Na literatura da área de Educação Estatística isso se refere a ter Alfabetização, Letramento ou Literacia Estatística. O que significa, em resumo, saber avaliar informações numéricas, diagramas, gráficos e tabelas, entender o sentido da aleatoriedade e variabilidade e, também, comparar resultados de medidas estatísticas básicas.

Tendo em vista o papel da escola na formação dos jovens, a importância do ensino de Estatística na Educação Básica tem sido realçada em documentos oficiais ao longo dos últimos anos. Os Parâmetros Curriculares Nacionais (ver BRASIL, 1997, 1998, 2000, 2002) e a recente Base Nacional Comum Curricular (BNCC), cujo texto para o Ensino Fundamental foi recentemente aprovado (ver BRASIL, 2017), indicam a inclusão de Estatística como parte da disciplina de Matemática. Descrevem os tópicos a serem discutidos nas diversas séries escolares e, inclusive, fazem algumas sugestões na forma de apresentação.

Entretanto, apesar das recomendações oficiais, a realidade do ensino de Estatística na Educação Básica ainda encontra muitas dificuldades. A efetiva presença de Estatística nos currículos escolares ainda é um desafio e diversos fatores concorrem para isso. Muitos professores mencionam que o tempo é escasso na disciplina

São Paulo - SP - 2018 II Simpósio da Formação do Professor de Matemática da Região Sudeste - USP - São Paulo - SP - 2018 - II Simpósio da Form

de Matemática, para desenvolver todos os conteúdos previstos, e os tópicos de Estatística são preteridos. Em vários livros didáticos, a Estatística está no último capítulo e entra na situação do "se der tempo" e frequentemente não dá. Nos casos em que encontra espaço na programação de aulas, surge outra dificuldade referente aos conteúdos serem trabalhados de forma mecânica com a aplicação de fórmulas sem a devida interpretação, refletindo dificuldades conceituais dos professores de Matemática. Vários deles não se sentem confortáveis em apresentar tópicos de Estatística, pois não estudaram esses tópicos durante sua graduação, ou estudaram de forma insuficiente.

Em anos recentes, diversos trabalhos de pesquisa foram publicados no país sobre o ensino de Probabilidade e Estatística. Entre eles, mencionamos os livros Coutinho (2013), Lopes (2014), Samá e Porciúncula (2015) e Lopes e Mendonça (2017) e os números especiais de duas revistas científicas, *EMP- Educação Matemática Pesquisa* (2016) e *Vydia* (2016). Eles propiciam um panorama da pesquisa brasileira em Educação Estatística dos últimos anos.

No processo de ensino-aprendizagem ressaltamos a seguir, brevemente, alguns aspectos que devem ser considerados. Relativamente ao ambiente escolar, precisamos estar atentos às condições de trabalho do professor, às relações interpessoais na escola que geram situações agressivas e à excessiva pressão pelo conteúdo em detrimento do aprendizado com significado. Também, precisamos enfrentar os problemas relativos à formação prévia dos estudantes e tomar cuidado para não reforçar a tristemente famosa frase de que "Matemática é só para entendidos". É oportuno mencionar que, segundo Freire (1996), cabe à escola e aos professores procurar desenvolver a autonomia e as potencialidades individuais dos estudantes e, dessa forma, é preciso buscar uma associação entre os saberes curriculares e a experiência social dos educandos. Numa visão mais geral outro autor importante, Vygotsgy (1991), afirma que a cultura e a história da humanidade são essenciais na formação do homem. Ele transforma o meio em que vive e, nesse processo, forma-se e transforma-se. É na interação colaborativa com outros, que se questiona sentidos cotidianos e constrói de forma compartilhada novos significados.

Capítulo 2

Tópicos de Probabilidade e Estatística

Tendo em vista as atividades que serão discutidas à frente, apresentamos, resumidamente, alguns conceitos importantes em Estatística. Não há aqui a pretensão de formalização ou de entrar nas particularidades desses conceitos, mas apenas relembrar as ideias principais envolvidas. Para quem desejar mais detalhes recomendamos consultar Magalhães e Lima (2015).

a. Aleatoriedade e Variabilidade

A palavra aleatório está em oposição ao termo determinístico. Numa equação matemática, se existe solução, ela será sempre a mesma, isto é, está determinada. Em fenômenos aleatórios, a repetição pode produzir respostas diferentes. De fato, as respostas obtidas respeitam uma certa lei, que associa probabilidades aos diversos resultados. Quando dizemos que faremos uma escolha aleatória (ou ao acaso) de um elemento em uma população, queremos dizer que todos os elementos da população têm a mesma probabilidade de serem escolhidos.

A variabilidade é a expressão do aleatório nos resultados obtidos. Podemos dizer que a variabilidade é a essência da Estatística e justifica a sua existência. Se não houvesse variabilidade (ou aleatoriedade) métodos estatísticos seriam desnecessários.

b. Probabilidade

De modo geral, Probabilidade é a medida da incerteza de resultados em fenômenos aleatórios. Algumas das suas definições são apresentadas a seguir.

Clássica: $P(A) = \frac{\text{Número de elementos em } A}{\text{Número total de elementos em } \Omega}$; com Ω enumerável finito e $A \subset \Omega$. Se Ω não for enumerável, a definição adapta-se convenientemente. Por

São Paulo - SP - 2018 II Simpósio da Formação do Professor de Matemática da Região Sudeste - USP - São Paulo - SP - 2018 - II Simpósio da Form

exemplo, aplica-se ao comprimento de intervalos e medida de áreas (probabilidade geométrica).

Frequentista ou Estatística: $P(A) = \lim_{n\to\infty} \frac{n_A}{n}$; com n_A o número de ocorrências de A em n repetições independentes do experimento.

Subjetiva: a probabilidade de um evento é atribuída pela interpretação da informação disponível, em geral usando critérios subjetivos. Às vezes essa atribuição é mencionada como sendo a *probabilidade a priori*.

Axiomática: uma função $\mathcal{P}$, definida em subconjuntos de Ω e com valores em $[0, 1]$, é uma probabilidade se satisfaz os Axiomas de Kolmogorov, conforme indicado em Magalhães (2015).

c. População, Amostra e Quantidades de interesse

Definimos como *População* o conjunto ou universo sob o qual desejamos algumas informações. A *Amostra* é qualquer parcela (ou subconjunto) da população. Em geral os elementos da amostra são sorteados.

Variáveis ou *Quantidades* são as informações de interesse na população ou na amostra. Podem ser classificadas em *Qualitativas* (não numéricas, Nominal ou Ordinal) ou *Quantitativas* (numéricas, Discretas ou Contínuas).

A listagem dos dados conforme foram coletados é denominada de *Tabela de dados brutos*, enquanto a *Tabela de frequência (simples ou de dupla entrada)* é construída agregando os valores comuns, sendo que para as variáveis contínuas usamos faixas de valores. Nas tabelas de frequências é comum calcular também a frequência relativa e as porcentagens atribuídas aos valores das variáveis. Ver na Figura 2.1 um exemplo com dados hipotéticos de duas variáveis: Gênero e Canetas (quantitativa discreta- número de canetas).

As medidas resumo sintetizam respostas para as variáveis quantitativas. Precisam ser discutidas com os estudantes de modo que suas interpretações sejam compreendidas e que não se tornem uma mera aplicação de fórmulas. Algumas medidas são descritas a seguir.

Medidas de tendência central e de posição:

Média: valor de equilíbrio dos dados, $\overline{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$ (dados brutos).

Mediana: valor que ocupa a posição central dos dados ordenados.

Moda: valor mais frequente.

Quantis: valor que divide os dados em certas proporções.

Exemplos: 1º quartil (25%), 2º quartil (50%), etc.

Medidas de dispersão:

Amplitude: distância entre o máximo e o mínimo das observações.

Amplitude Interquartil (IQ): diferença entre o terceiro e o primeiro quartis.

São Paulo - SP - 2018 II Simpósio da Formação do Professor de Matemática da Região Sudeste - USP - São Paulo - SP - 2018 - II Simpósio da Form

Tabela de dados brutos

Identificação	*Gênero*	*Canetas*
1	M	1
2	M	0
3	F	3
4	M	1
5	F	0
6	F	0
7	F	2
8	F	1
9	F	1
10	M	2
...	...	...

Tabelas de Frequência

Gênero	Freq.	Freq. Relat.	Porc.
Masculino (M)			
Feminino (F)			
Total			

Canetas	Freq.	Freq. Relat.	Porc.
0			
1			
2			
3			
...			

Figura 2.1: Tabelas.

Variância: média dos desvios (relativos à média) ao quadrado,

$$\text{var} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})^2 \quad \text{(dados brutos)}.$$

Desvio Padrão: raiz quadrada positiva da variância, isto é, dp= $\sqrt{\text{var}}$.

d. Gráficos

É comum usar gráficos para ilustrar resultados e explicar o comportamento de variáveis. Alguns dos mais usados são: gráficos de setores, de frequências (pontos ou barras) e histogramas. Seguem alguns exemplos retirados de Magalhães e Lima (2015) (Figuras 2.2 e 2.3).

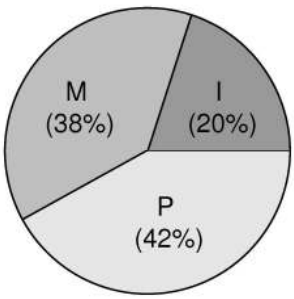

Figura 2.2: Exemplo de gráfico de setor.

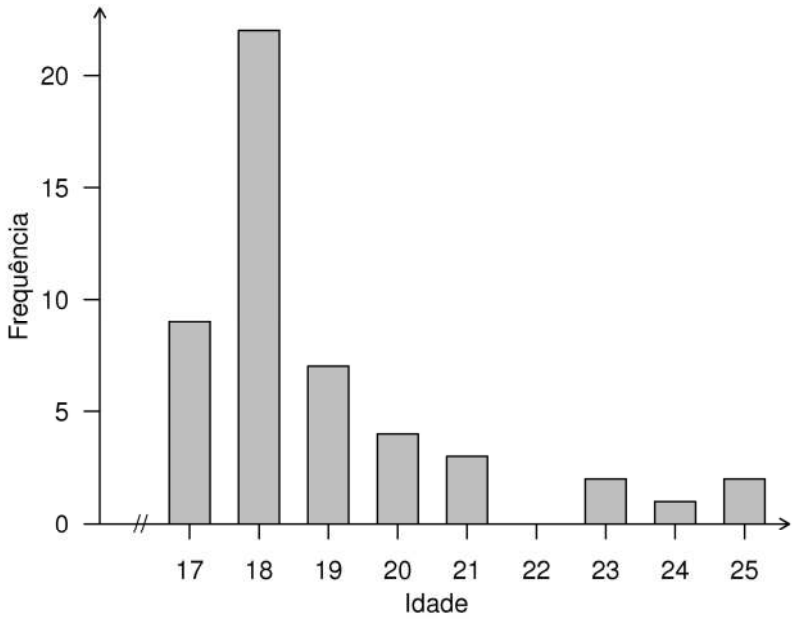

Figura 2.3: Exemplo de gráfico de frequências.

O gráfico *box-plot* envolve o uso dos quartis e é muito útil para avaliar a dispersão de valores da variável. Seu diagrama (ver Figura 2.4) indica também os possíveis valores discrepantes do conjunto de dados, que podem ser excluídos ou não, de acordo com avaliação adicional. Os gráficos *box-plot* também são convenientes para comparar variáveis, conforme exemplo em Magalhães e Lima (2015), que apresentamos na Figura 2.5.

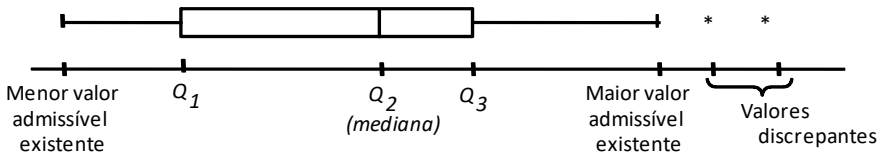

Figura 2.4: Diagrama de *box-plot*.

São Paulo - SP - 2018 II Simpósio da Formação do Professor de Matemática da Região Sudeste - USP - São Paulo - SP - 2018 - II Simpósio da Form

São Paulo - SP - 2018 II Simpósio da Formação do Professor de Matemática da Região Sudeste - USP - São Paulo - SP - 2018 - II Simpósio da Form

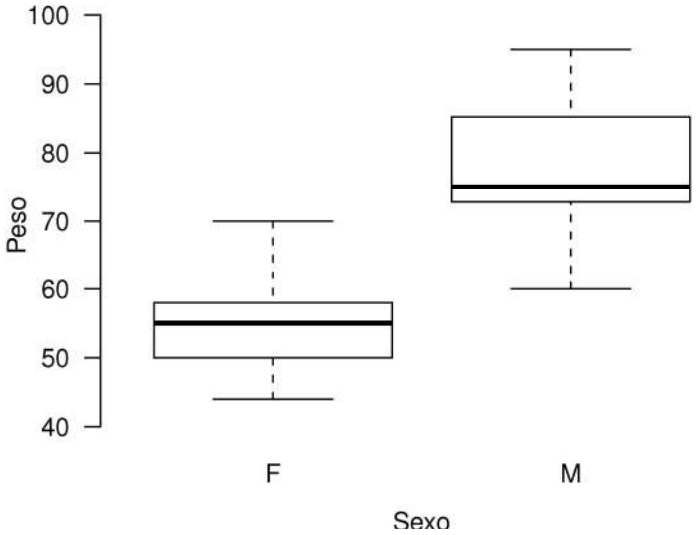

Figura 2.5: Comparação de pesos via *box-plot*.

e. Estimação

Denominamos de *parâmetros* algumas características (tais como média e proporção) que podem ser de interesse em uma população. Para obter uma ideia de seus valores coletamos uma amostra da população e, por meio de técnicas de Inferência Estatística, fazemos sua estimação.

Estimador é qualquer função dos valores da amostra que se usa para se ter uma ideia do comportamento do parâmetro de interesse. Diferentes sorteios de amostras produzem diferentes valores de um estimador. Usamos critérios para escolha do melhor estimador. Em uma particular amostra, o valor do estimador recebe o nome de *estimativa*.

Exemplos de estimadores e os parâmetros correspondentes: média da amostra (para a média da população) e proporção amostral (para a proporção populacional).

A Figura 2.6 indica alguns procedimentos no estudo de população e amostra.

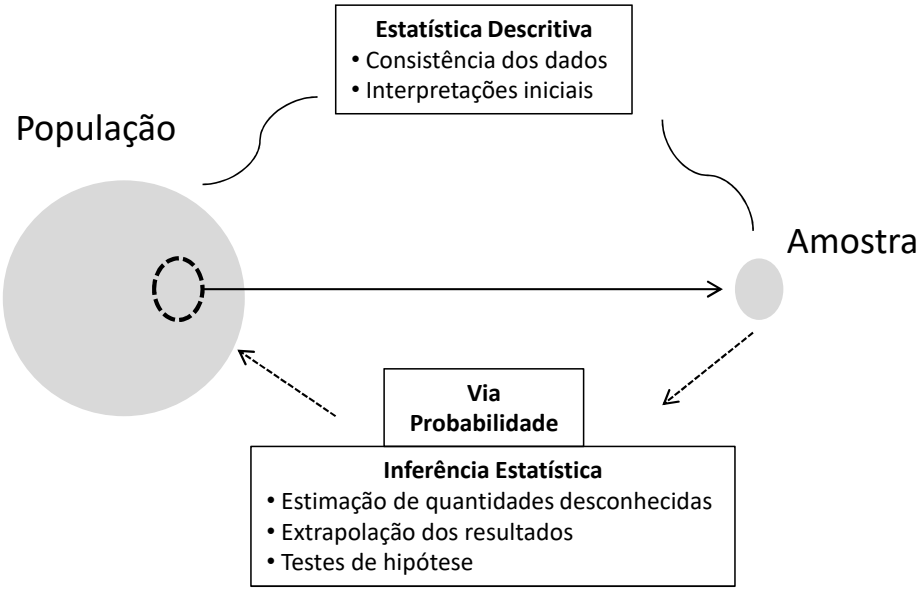

Figura 2.6: População e amostra - procedimentos estatísticos.

São Paulo - SP - 2018 II Simpósio da Formação do Professor de Matemática da Região Sudeste - USP - São Paulo - SP - 2018 - II Simpósio da Form

Capítulo 3

Atividades

O uso de atividades pode melhorar a aprendizagem de conceitos estatísticos e auxiliar o desenvolvimento da autonomia do estudante. As atividades incentivam a participação ativa dos estudantes e podem oferecer contextos colaborativos que permitam a aprendizagem. Elas propiciam um ambiente de trabalho em que os estudantes produzem conhecimento na relação com colegas e professor.

3.1 Portal AtivEstat

O portal *AtivEstat* (https://www.ime.usp.br/ativestat) contém um conjunto de atividades e uma lista com outros portais relacionados à Estatística. Para cada atividade incluída no portal, são fornecidas diversas informações para auxiliar sua aplicação, tais como: resumo, duração, nível de ensino e tópico abordado. O portal *AtivEstat* foi desenvolvido no Instituto de Matemática e Estatística - Universidade de São Paulo (IME-USP), tem acesso livre e é dirigido aos professores. Apesar de buscar melhorar a aprendizagem, o portal não inclui textos teóricos e nem exercícios com os conceitos estatísticos usados nas atividades apresentadas. Dessa forma, espera-se que o professor tenha uma formação mínima nos conteúdos envolvidos. Algumas atividades presentes no *AtivEstat* foram criadas por membros da equipe do portal e várias têm origem em outras fontes. Utilizando a internet procuramos buscar por atividades que atendam os requisitos de precisão conceitual e adaptação ao contexto brasileiro. Para as atividades de outros portais, indicamos os respectivos endereços para que os usuários possam acessar as fontes originais. As atividades são organizadas por Assunto, Nível de Ensino e Tipo de Atividades. Quatro assuntos estatísticos são considerados: Tabelas e Gráficos, Medidas Resumo, Probabilidade e Modelos e Inferência Estatística. Os níveis de ensino estão separados em Ensino Fundamental, Médio e Superior. As atividades indicadas no portal, de cinco tipos, são descritas brevemente a seguir:

Sala de aula: São atividades para serem desenvolvidas em classe usando algumas aulas. Em geral, utilizam recursos simples e sem necessidade de equipamento computacional para os estudantes.

São Paulo - SP - 2018 II Simpósio da Formação do Professor de Matemática da Região Sudeste - USP - São Paulo - SP - 2018 - II Simpósio da Form

Miniaplicativos: São programas computacionais que realizam, de forma rápida e com apelo visual, cálculos ou representações gráficas. É uma atividade realizada na sala de informática da escola ou com o uso de computador pessoal dos estudantes.

Planilhas: São atividades para serem feitas em laboratórios de informática ou em casa, pois necessitam uso de computador. Alguns *software* livres como OpenOffice e LibreOffice contêm programas de planilha com comandos similares ao do *software* comercial Excel.

Propostas de projetos: São sugestões para desenvolvimento de projetos que envolvem um tempo maior dos estudantes. Em geral são feitos em grupo com coleta de dados e podem ser interdisciplinares.

Filmes e vídeos: São atividades que requerem recursos multimídia, com acesso à internet, e podem ser usados em classe ou em laboratório de informática. Podem ter duração variada e, em geral, é conveniente que sejam em português ou tenham legenda.

3.2 Praticando Atividades

Nesta seção iremos descrever brevemente e praticar algumas atividades. Quando for o caso, mencionamos a referência da atividade no portal *AtivEstat*.

a. Coleta de dados

No ensino de Estatística na Educação Básica é indispensável desenvolver atividades que envolvam a coleta de dados. Em *Propostas de Projetos*, no portal *AtivEstat*, existem várias indicações nesse sentido. Na literatura especializada diversos relatos de experiências realizadas ressaltam a importância desse tipo de atividade. Em particular, no contexto de escola pública, uma experiência interessante é discutida em Barberino e Magalhães (2016).

Durante o Minicurso vamos realizar uma versão simplificada do que seria um projeto. Suponha que temos interesse em estudar o uso de canetas vermelhas por professores, segundo seu gênero. Considerando os participantes do Minicurso como a população de interesse, solicitamos que respondam duas perguntas:

1) Qual seu gênero? Masculino (M) ou Feminino (F)

2) Quantas canetas vermelhas você tem aqui agora?

Realizada a coleta, fazemos tabelas e gráficos, abrindo uma discussão com os participantes para responder à questão de interesse.

São Paulo - SP - 2018 II Simpósio da Formação do Professor de Matemática da Região Sudeste - USP - São Paulo - SP - 2018 - II Simpósio da Form

b. Nomes do Brasil (MA22)

Esse é um aplicativo do IBGE que fornece a incidência de nomes de brasileiros conforme coletados no Censo de 2010. São disponíveis informações de frequência, nascimentos por década, distribuição por unidades da federação e nomes mais populares. É possível filtrar a frequência do nome pesquisado por unidade federativa e município. Os dados apresentados referem-se aos nomes que alcancem certa frequência mínima (pelo menos 20, 15 e 10 para, respectivamente, pesquisas de ocorrência no Brasil, estados e municípios).

c. Se a Espanha fosse um país de 100 habitantes (FV12)

Esse vídeo é uma produção do INE (Instituto Nacional de Estadística) da Espanha. Com a locução de crianças, o vídeo apresenta de forma simples alguns indicadores estatísticos da Espanha. O vídeo auxilia a divulgação da Estatística, ressaltando sua importância no mundo atual.

d. 200 países, 200 anos em 4 minutos (FV09)

Nesse vídeo, é apresentada a evolução da renda *per capita* e da expectativa de vida de 200 países em um período de 200 anos. São comentadas as mudanças que ocorreram no mundo e seus efeitos nas áreas de saúde e economia, que são apontados no gráfico apresentado. Apesar de o vídeo ser curto, ele traz uma riqueza de informações que podem propiciar trabalhos interdisciplinares com outras áreas, entre elas, História e Geografia.

e. Seu dado é "honesto"? (SA13)

Um dado "honesto", ou equilibrado, não favorece nenhuma das faces. Assim, temos probabilidade de 1/6 para cada uma das seis faces. A suposição de "honestidade"de dados é comum e muitas vezes nem é mencionada, o que consideramos inadequado, pois pode existir um dado desequilibrado. Assim, recomendamos sempre indicar as suposições feitas. Solicitamos aos participantes do Minicurso que, organizados em pares, façam 6 lançamentos com o dado recebido (não há nenhuma suposição sobre sua honestidade!). Os resultados podem ser registrados na tabela abaixo:

Lançamento	1º	2º	3º	4º	5º	6º
Resultado						

Lançaram um dado equilibrado, sim ou não? (obs.: escolha só uma opção!).

São Paulo - SP - 2018 II Simpósio da Formação do Professor de Matemática da Região Sudeste - USP - São Paulo - SP - 2018 - II Simpósio da Form

Ao solicitar que seja escolhida apenas uma das opções, propiciamos um ambiente mais polêmico que auxilia a reflexão. Para a discussão geral, o professor deve apresentar algumas explicações sobre aleatoriedade e mencionar que, com seis lançamentos, o erro envolvido na estimação é grande. Portanto, não seria adequado concluir sobre a honestidade ou não do dado lançado. Como não é possível fazer "infinitos lançamentos", para chegar a alguma conclusão, usamos a técnica de Inferência Estatística. Ela pode estabelecer tamanhos de amostra que correspondam aos possíveis erros envolvidos na decisão a ser tomada. A atividade explora intuitivamente essas ideias, sem entrar nos detalhes técnicos, que são apresentados em cursos de nível superior. Se for possível, seria interessante incluir, entre os dados distribuídos, dados construídos de forma a serem desbalanceados.

f. Problema das portas (MA27 e SA20)

A atividade é baseada no chamado problema de Monty Hall, ou problema das portas, que ficou muito famoso nos EUA por conta do programa de TV *Let's Make a Deal*. Nesse programa, o apresentador (Monty Hall) mostra três portas fechadas (uma tem prêmio) e pede ao participante que escolha uma delas. O apresentador, que sabe a porta com prêmio, abre uma das outras e pergunta se quer manter ou trocar a sua escolha inicial. Após a decisão do participante, o apresentador revela a porta com o prêmio.

Com auxílio do computador pode-se usar um miniaplicativo para simular esse problema. Em MA27 do *AtivEstat*, o miniaplicativo apresenta a figura de três portas, sendo que atrás de uma delas está um "carro"e nas outras duas há a palavra *zonk* (gíria em inglês para algo indesejável). O usuário escolhe sua porta e, em seguida, o miniaplicativo abre uma das outras portas restantes, que não tenha o "carro". O usuário então decide se muda ou não sua escolha inicial.

Esse problema também pode ser desenvolvido em sala de aula e uma versão é apresentada em SA20 do *AtivEstat*. Nessa atividade as portas são substituídas por cartas com o apresentador mostrando três cartas viradas para baixo, das quais uma contém um prêmio e as outras duas contêm a figura de uma cabra. O participante escolhe uma carta e o apresentador vira uma das outras duas cartas restantes, que não tem o prêmio, oferecendo a oportunidade de trocar de carta. O participante faz sua opção e o apresentador revela a carta que tem o prêmio. A atividade desenvolve-se com os estudantes praticando as escolhas e registrando as ocorrências das sucessivas rodadas. Essa versão do problema foi inspirada em atividade desenvolvida pela professora Lisbeth Cordani em oficinas para professores da Educação Básica.

Ao final da atividade, seja MA27 ou SA20, deve ser aberta uma discussão sobre qual a melhor decisão, trocar ou permanecer com a escolha inicial. O professor pode, dependendo do nível de ensino da classe, fazer a resolução teórica do problema.

São Paulo - SP - 2018 II Simpósio da Formação do Professor de Matemática da Região Sudeste - USP - São Paulo - SP - 2018 - II Simpósio da Form

g. Valor de Pi (SA21 e PL05)

Nessa atividade convidamos os estudantes a usar os conceitos de Geometria e Estatística para dar um palpite sobre o valor do número irracional π.

Consideramos um quadrado com círculo inscrito, conforme a Figura 3.1. A área do quadrado é l^2, enquanto que a área do círculo é $\pi l^2/4$. Logo, escolhendo um ponto ao acaso nessa figura, a probabilidade desse ponto cair dentro do círculo é o quociente das áreas acima (círculo por quadrado), resultando em $\pi/4$.

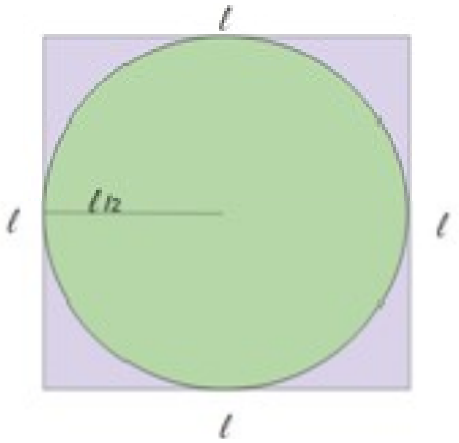

Figura 3.1: Quadrado com círculo inscrito.

Para desenvolver essa atividade em sala de aula (ver SA21 do *AtivEstat*), podemos simular a escolha de pontos na figura acima. Com auxílio de material apropriado (folha com figura e bolinha), dividimos a classe em duplas e solicitamos que realizem 20 sorteios. Uma forma de imitar um sorteio aleatório é soltar uma bolinha no alto e ver onde ela vai cair na figura, que pode ser dentro ou fora do círculo, mas sempre dentro do quadrado. Como a frequência relativa (f_r) é uma estimativa de $\pi/4$, podemos obter a estimativa de π multiplicando por 4 o valor encontrado de f_r.

Com os participantes do Minicurso, vamos realizar os sorteios e registrar os resultados em uma tabela como a apresentada abaixo.

Sorteio	Dentro do círculo	Frequência relativa	Estimativa de π
20			

Outra alternativa para obter uma estimativa para o valor de π, usando a Figura 3.1, é ter o auxílio de uma planilha computacional em laboratório de informática ou em casa (ver PL05 do *AtivEstat*). Pode-se simular a escolha de pontos no quadrado, gerando valores aleatórios, e desenvolver a atividade usando funções disponíveis em planilhas eletrônicas. Essas funções costumam ter redação similar nas várias

São Paulo - SP - 2018 II Simpósio da Formação do Professor de Matemática da Região Sudeste - USP - São Paulo - SP - 2018 - II Simpósio da Form

planilhas. As funções mencionadas aqui são as do *software* Excel. É bom lembrar que a aplicação das funções nas células é precedida pelo sinal de "=".

Considerando a Figura 3.2, que contém o quadrado inserido em um plano cartesiano, vamos usar a função ALEATÓRIO() que gera valores aleatórios entre 0 e 1. Dessa forma, calculando 1-2*ALEATÓRIO() obtemos valores aleatórios no intervalo [-1, 1]. Para simular a escolha de um ponto ao acaso, no quadrado de lado dois, aplicamos o cálculo acima duas vezes, gerando suas coordenadas (abscissa e ordenada). Os estudantes devem usar duas colunas (A e B) na planilha, uma para guardar a abscissa e outra para a ordenada do ponto a ser gerado.

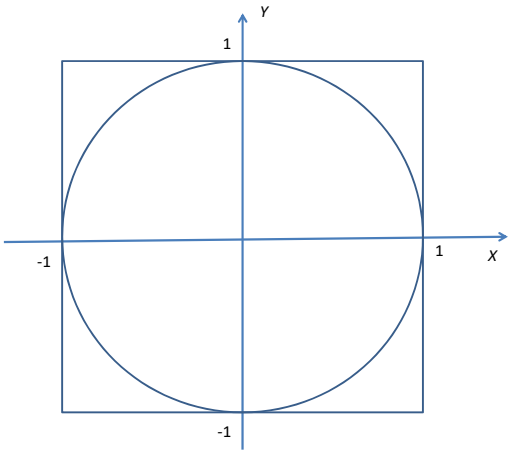

Figura 3.2: Círculo e quadrado no plano cartesiano.

Para efeito de estimação precisamos escolher vários pontos e verificar se caíram dentro do círculo. Note que o ponto está dentro dos limites de um círculo de raio 1, se a distância do ponto até a origem for menor ou igual a 1.

Na planilha, criamos uma terceira coluna (C), com a fórmula de distância entre pontos, da geometria analítica. A função $SE((RAIZ((A2^2) + (B2^2))) <= 1; 1; 0)$ pode verificar a localização do ponto sorteado. O resultado dessa função será 1, caso o ponto caia dentro do círculo, e 0 caso contrário. Após isso, some os valores dessa coluna (C), usando a função SOMA(), para obter o número de pontos que caíram dentro do círculo e daí calcular a frequência relativa. Ela será a estimativa de $\pi/4$, probabilidade de pontos que caem no círculo. Para concluir, multiplique esse valor por quatro para obter uma estimativa de π.

Ao final da atividade, seja SA21 ou PL05, é conveniente discutir a qualidade da estimação. Solicite opiniões; fatores como a forma de realização e número de repetições podem interferir nessa qualidade. Independentemente de quão perto ficarmos de π em nossa atividade, o ganho importante é que os estudantes percebam que o aleatório está presente nos sucessivos sorteios e que a Estatística pode ser útil para estimar valores desconhecidos (apesar de não ser esse o caso de π).

São Paulo - SP - 2018 II Simpósio da Formação do Professor de Matemática da Região Sudeste - USP - São Paulo - SP - 2018 - II Simpósio da Form

Capítulo 4

Considerações finais

O ensino de Estatística na Educação Básica ainda precisa se consolidar. Questões referentes ao conteúdo, forma de apresentação e efetivo espaço no currículo escolar são desafios importantes a serem enfrentados.

O uso de atividades pode ser um importante aliado da aprendizagem em Estatística, aumentando a motivação e propiciando participação ativa e desenvolvimento de autonomia nos estudantes. A melhora no Letramento Estatístico da população depende de uma maior presença, e com mais qualidade, de tópicos de Estatística nos níveis iniciais da escolaridade.

Apresentamos o portal *AtivEstat* que contém diversas atividades para o ensino de Estatística em todos os níveis, em particular na Educação Básica. A inclusão de atividades no *AtivEstat* é um processo contínuo e há a intenção de reforçar a colaboração dos professores, de todos os níveis de ensino, com sugestões e críticas ao portal.

Convidamos os professores de Matemática da Educação Básica a se juntarem nesse esforço de melhorar a compreensão de conceitos estatísticos básicos, tão importantes para o exercício da cidadania na sociedade atual.

São Paulo - SP - 2018 II Simpósio da Formação do Professor de Matemática da Região Sudeste - USP - São Paulo - SP - 2018 - II Simpósio da Form

Referências Bibliográficas

[1] BARBERINO, M. R. B., MAGALHÃES, M. N. *Aprendizagem de Estatística por meio de projetos no Ensino Médio da escola pública*. Educ. Matem. Pesq., São Paulo, v.18, n.3, pp.1223-1243, 2016.

[2] BRASIL, Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais Ensino Fundamental. Ensino de primeira à quarta série*. Brasília: MEC/SEF, 1997.

[3] BRASIL, Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais Ensino Fundamental. Ensino de quinta à oitava série*. Brasília: MEC/SEF, 1998.

[4] BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. *Parâmetros Curriculares Nacionais*. Brasília: MEC, 2000.

[5] BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Média e Tecnológica. *Parâmetros Curriculares Nacionais + . Ciências da Natureza e suas Tecnologias*. Brasília: MEC, 2002.

[6] BRASIL. Ministério da Educação. Governo Federal. *Base nacional comum curricular para a Educação Infantil e o Ensino Fundamental*. Brasília: MEC, 2017. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/abase>. Acesso em: 28 out. 2018.

[7] COUTINHO, C. Q. S. *Discussões sobre o ensino e a aprendizagem da probabilidade e da Estatística na escola básica*. Campinas: Mercado de Letras, 2013.

[8] EMP. *Revista Educação Matemática Pesquisa*, v. 18, n. 3, 2016.

[9] FREIRE, P. *Pedagogia da autonomia: saberes necessários à prática educativa*. São Paulo: Paz e terra, 1996.

[10] LOPES, C. E. *Os movimentos da Educação Estatística na escola básica e no ensino superior*. Campinas: Mercado de Letras, 2014.

São Paulo - SP - 2018 II Simpósio da Formação do Professor de Matemática da Região Sudeste - USP - São Paulo - SP - 2018 - II Simpósio da Formação

[11] LOPES, C. E.; MENDONÇA, L. O. *Trilhas investigativas em Educação Estatística narradas por professores que ensinam Matemática*. Campinas: Mercado de Letras, 2017.

[12] MAGALHÃES, M. N. *Probabilidade e Variáveis Aleatórias*, 3ª edição, 2ª reimpressão, Edusp, 2015

[13] MAGALHÃES, M. N.; LIMA, A.C. P. *Noções de Probabilidade e Estatística*, 7ª edição, 3ª reimpressão revista, Edusp, 2015

[14] SAMÁ, S.; PORCIÚNCULA, M. M. S. *Educação estatística: ações e estratégias pedagógicas no Ensino Básico e Superior*. Curitiba, PR: Editora CRV, 2015.

[15] VYDIA. *Revista Vydia*, v. 36, n. 2, 2016.

[16] VYGOTSKY, L. S. *A formação social da mente*. São Paulo: Martins Fontes, 1991

São Paulo - SP - 2018 II Simpósio da Formação do Professor de Matemática da Região Sudeste - USP - São Paulo - SP - 2018 - II Simpósio da Form

SBM
SOCIEDADE BRASILEIRA DE MATEMÁTICA

COLEÇÃO DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA

- *Logaritmos* - E. L. Lima
- *Análise Combinatória e Probabilidade com as soluções dos exercícios* - A. C. Morgado, J. B. Pitombeira, P. C. P. Carvalho e P. Fernandez
- *Medida e Forma em Geometria (Comprimento, Área, Volume e Semelhança)* - E. L. Lima
- *Meu Professor de Matemática e outras Histórias* - E. L. Lima
- *Coordenadas no Plano com as soluções dos exercícios* - E. L. Lima com a colaboração de P. C. P. Carvalho
- *Trigonometria, Números Complexos* - M. P. do Carmo, A. C. Morgado e E. Wagner, Notas Históricas de J. B. Pitombeira
- *Coordenadas no Espaço* - E. L. Lima
- *Progressões e Matemática Financeira* - A. C. Morgado, E. Wagner e S. C. Zani
- *Construções Geométricas* - E. Wagner com a colaboração de J. P. Q. Carneiro
- *Introdução à Geometria Espacial* - P. C. P. Carvalho
- *Geometria Euclidiana Plana* - J. L. M. Barbosa
- *Isometrias* - E. L. Lima
- *A Matemática do Ensino Médio Vol. 1* - E. L. Lima, P. C. P. Carvalho, E. Wagner e A. C. Morgado
- *A Matemática do Ensino Médio Vol. 2* - E. L. Lima, P. C. P. Carvalho, E. Wagner e A. C. Morgado
- *A Matemática do Ensino Médio Vol. 3* - E. L. Lima, P. C. P. Carvalho, E. Wagner e A. C. Morgado
- *Matemática e Ensino* - E. L. Lima
- *Temas e Problemas* - E. L. Lima, P. C. P. Carvalho, E. Wagner e A. C. Morgado
- *Episódios da História Antiga da Matemática* - A. Aaboe
- *Exame de Textos: Análise de livros de Matemática* - E. L. Lima
- *A Matemática do Ensino Medio Vol. 4 - Exercicios e Soluções* - E. L. Lima, P. C. P. Carvalho, E. Wagner e A. C. Morgado
- *Construções Geométricas: Exercícios e Soluções* - S. Lima Netto
- *Um Convite à Matemática* - D.C de Morais Filho
- *Tópicos de Matemática Elementar* - Volume 1 - Números Reais - A. Caminha
- *Tópicos de Matemática Elementar* - Volume 2 - Geometria Euclidiana Plana - A. Caminha
- *Tópicos de Matemática Elementar* - Volume 3 - Introdução à Análise - A. Caminha
- *Tópicos de Matemática Elementar* - Volume 4 - Combinatória - A. Caminha
- *Tópicos de Matemática Elementar* - Volume 5 - Teoria dos Números - A. Caminha
- *Tópicos de Matemática Elementar* - Volume 6 - Polinômios - A. Caminha
- *Treze Viagens pelo Mundo da Matemática* - C. Correia de Sa e J. Rocha (editores)
- *Como Resolver Problemas Matemáticos* - T. Tao
- *Geometria em Sala de Aula* - A. C. P. Hellmeister (Comitê Editorial da RPM)
- *Números Primos, amigos que causam problemas* - P. Ribenboim
- *Introdução à Teoria dos Conjuntos* - G. P. Novaes
- *Manual de Redação Matemática* - D. C. de Morais Filho
- *Introdução à Teoria dos Conjuntos* - G. Pires Novaes

SBM
SOCIEDADE BRASILEIRA DE MATEMÁTICA

(continuação dos títulos publicados)

COLEÇÃO PROFMAT

- *Introdução à Álgebra Linear* - A. Hefez e C.S. Fernandez
- *Tópicos de Teoria dos Números* - C. G. Moreira , F. E Brochero e N. C. Saldanha
- *Polinômios e Equações Algébricas* - A. Hefez e M.L. Villela
- *Tópicos de Historia de Matemática* - T. Roque e J. Bosco Pitombeira
- *Recursos Computacionais no Ensino de Matemática* - V. Giraldo, P. Caetano e F. Mattos
- *Temas e Problemas Elementares* - E. L. Lima, P. C. P. Carvalho, E. Wagner e A. C. Morgado
- *Números e Funções Reais* - E. L. Lima
- *Aritmética* - A. Hefez
- *Geometria* - A. Caminha
- *Avaliação Educacional* - M. Rabelo
- *Geometria Analítica* - J. Delgado, K. Frensel e L. Crissaff
- *Matemática Discreta* - A. Morgado e P. C. P. Carvalho
- *Matemática e Atualidade - Volume 1* - C. Rousseau e Y. Saint-Aubin
- *Fundamentos de Cálculo* - A. C. Muniz Neto
- *Matemática e Atualidade - Volume 2* - C. Rousseau e Y. Saint-Aubin
- *Exercícios Resolvidos de Álgebra Linear* - A. Hefez e C. de Souza Fernandez
- *Exercícios Resolvidos de Aritmética* - A. Hefez

COLEÇÃO INICIAÇÃO CIENTÍFICA

- *Números Irracionais e Transcendentes* - D. G. de Figueiredo
- *Números Racionais e Irracionais* - I. Niven
- *Tópicos Especiais em Álgebra* - J. F. S. Andrade

COLEÇÃO TEXTOS UNIVERSITÁRIOS

- *Introdução à Computação Algébrica com o Maple* - L. N. de Andrade
- *Elementos de Aritmética* - A. Hefez
- *Métodos Matemáticos para a Engenharia* - E. C. de Oliveira e M. Tygel
- *Geometria Diferencial de Curvas e Superfícies* - M. P. do Carmo
- *Matemática Discreta* - L. Lovász, J. Pelikán e K. Vesztergombi
- *Álgebra Linear: Um segundo Curso* - H. P. Bueno
- *Introdução às Funções de uma Variável Complexa* - C. S. Fernandez e N. C. Bernardes Jr.
- *Elementos de Topologia Geral* - E. L. Lima
- *A Construção dos Números* - J. Ferreira
- *Introdução à Geometria Projetiva* - A. Barros e P. Andrade
- *Análise Vetorial Clássica* - F. Acker
- *Funções, Limites e Continuidade* - P. Ribenboim
- *Fundamentos de Análise Funcional* - G. Botelho, D. Pellegrino e E. Teixeira
- *Teoria dos Números Transcendentes* - D. Marques
- *Introdução à Geometria Hiperbólica - O modelo de Poincaré* - P. Andrade

SBM
SOCIEDADE BRASILEIRA DE MATEMÁTICA

(continuação dos títulos publicados)

- *Álgebra Linear: Teoria e Aplicações* - T. P. de Araújo
- *Introdução à Análise Matemática na Reta* - C. I. Doering
- *Topologia e Análise no Espaço Rn* - R. Freire de Lima
- *Equações Ordinárias e Aplicações* - B. Scárdua
- *Cálculo Avançado* - R. Cipolatti
- *Introdução à Geometria Lorentziana: Curvas e superficies* - A. Lymberopoulos e I. Terek Couto

COLEÇÃO MATEMÁTICA APLICADA

- *Introdução à Inferência Estatística* - H. Bolfarine e M. Sandoval
- *Discretização de Equações Diferenciais Parciais* - J. Cuminato e M. Meneguette
- *Fenômenos de Transferência – com Aplicações às Ciências Físicas e à Engenharia volume 1: Fundamentos* - J. Pontes e N. Mangiavacchi

COLEÇÃO OLIMPÍADAS DE MATEMÁTICA

- *Olimpíadas Brasileiras de Matemática, 1ª a 8ª* - E. Mega e R. Watanabe
- *Olimpíadas Brasileiras de Matemática, 9ª a 16ª* - C. Moreira e E. Motta, E. Tengan, L. Amâncio, N. C. Saldanha e P. Rodrigues
- *21 Aulas de Matemática Olímpica* - C. Y. Sh
- *Iniciação à Matemática: Um Curso com Problemas e Soluções* - K. I. M. Oliveira e A. J. C. Fernández
- *Olimpíadas Cearenses de Matemática 1981-2005 Nível Fundamental* - E. Carneiro, O. Campos e M.Paiva
- *Olimpíadas Cearenses de Matemática 1981-2005 Nível Médio* - E. Carneiro, O. Campos e M.Paiva
- *Olimpíadas Brasileiras de Matemática - 17ª a 24ª* - C. G. T. de A. Moreira, C. Y. Shine, E. L. R. Motta, E. Tengan e N. C. Saldanha
- *10 matemáticos 100 problemas* - E. Wagner (Organização)

COLEÇÃO FRONTEIRAS DA MATEMÁTICA

- *Fundamentos da Teoria Ergódica* - M.Viana e K. Oliveira
- *Tópicos de Geometria Diferencial* - A. C. Muniz Neto
- *Formas Diferenciais e Aplicações* - M. Perdigão do Carmo
- *Topologia das Variedades* - W. de Melo

COLEÇÃO MATEMÁTICA PARA O ENSINO

- *Livro do Professor de Matemática na Educação Básica Volume I Números Naturais* - C. Ripoll, L. Rangel e V. Giraldo
- *Livro do Professor de Matemática na Educação Básica Volume II Números Inteiros* - C. Ripoll, L. Rangel e V. Giraldo

COLEÇÃO COLETÂNEAS DE MATEMÁTICA

- *Teorema Vivo* - C. Villani

REALIZAÇÃO

SBM
SOCIEDADE BRASILEIRA DE MATEMÁTICA

ORGANIZAÇÃO

ANPMat
Associação Nacional dos Professores
de Matemática na Educação Básica

PARCEIROS ESTRATÉGICOS

USP
IME-USP

ISBN 978-85-8337-155-7
9 788583 371557 >