3º Simpósio da Formação do Professor de Matemática da Região Nordeste

CONSTRUÇÃO E VALIDAÇÃO DE UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA PARA ENSINAR FUNÇÃO QUADRÁTICA

Carla Moura
Daniele Nascimento
Lemerton Nogueira
Ronaldo Silva
Thaysa Callou

SBMat
Sociedade Brasileira de Matemática

ANPMat
Associação Nacional dos Professores de Matemática na Educação Básica

Construção e Validação de uma Sequência Didática para Ensinar Função Quadrática

Construção e validação de uma sequência didática para ensinar função quadrática

Copyright © 2019 Carla Moura, Daniele Nascimento, Lemerton Nogueira, Ronaldo Silva e Thaysa Callou
Direitos reservados pela Associação Nacional dos Professores de Matemática na Educação Básica
A reprodução não autorizada desta publicação, no todo ou em parte,
constitui violação de direitos autorais. (Lei 9.610/98)

Associação Nacional dos Professores de Matemática na Educação Básica
Presidente: Raquel Bodart
Vice-Presidente: Priscilla Guez
Diretoras:
Ana Luiza de Freitas Kessler
Graziele Souza Mózer
Marcela Souza
Renata Magarinus

Comitê Científico
Lino Marco da Silva (UNIVASF)
Hilário Alencar da Silva (UFAL)
José de Arimatéia Fernandes (UFCG)
Newton Luis Santos (UFPI)
João Xavier da Cruz Neto (UFPI)
Orlando Stanley Juriaans (IME/USP)
Marcela Luciano de Souza (UFTM/ANPMat)
Marta Elid Amorim (UFSE)
Adson Mota Rocha (UFRB)
Mirian Ferreira de Brito (UNEB)
Raquel Oliveira Bodart (IFTM/ANPMat)
Alison Marcelo Van Der Laan Melo (UNIVASF)
Beto Rober Bautista Saavedra (UNIVASF)
Sergio Floquet Sales (UNIVASF)
Evanilson Landim Alves (UPE)
Lucília Batista Dantas Pereira (UPE)
Lemmerton Matos Nogueira (UPE)
Nancy Lima Costa (UPE)

Comissão Organizadora
Lino Marco da Silva (UNIVASF) – Coordenador
Alexandre Ramalho Silva (UNIVASF)
Evando Santos Araújo (UvvNIVASF)
Edson Leite Araújo (UNIVASF)
Dennis Marinho Oliveira Ramalho de Souza (UNIVASF)
Fábio Henrique de Carvalho (UNIVASF)
Dionísio Felipe dos Santos Júnior (IF-Sertão)
Erick Macedo Carvalho (UPE)
Carla Saturnina Ramos de Moura (UPE)
João Xavier da Cruz Neto (UFPI)
Renata Magarinus (IFSul, Santana do Livramento/ANPMat)
Ana Luiza de Freitas Kessler (CAP – UFRGS/ANPMat)
Graziele Souza Mózer (Colégio Pedro II/ANPMat)
Priscilla Guez Rabelo (Colégio Pedro II/ANPMat)
Sumaia Almeida Ramos (SEDUC Petrolina/OBMEP na Escola)
Edmo Henrique Martins Cavalcante (NUPEMAT/UNIVASF)
Pedro Macário de Moura (OBMEP, Regional PE 02)

Capa: Pablo Diego Regino
Projeto gráfico: Cinthya Maria Schneider Meneghetti

ISBN 978-65-81453-02-2

Distribuição
Associação Nacional dos Professores de Matemática na Educação Básica
https://www.anpmat.org.br / email: secretaria@anpmat.org.br

3º Simpósio da Formação do Professor de Matemática da Região Nordeste

CONSTRUÇÃO E VALIDAÇÃO DE UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA PARA ENSINAR FUNÇÃO QUADRÁTICA

Carla Moura
Daniele Nascimento
Lemerton Nogueira
Ronaldo Silva
Thaysa Callou

1ª edição
2019
Rio de Janeiro

ANPMat

Anais do III Simpósio da Formação do Professor de Matemática da Região Nordeste - Juazeiro - BA / UNIVASF - III Simpósio da Formação do Professor de Matemática da Região Nordeste - Juazeiro - BA / UNIVASF

Dedicamos este trabalho a todos os professores que ensinam Matemática. Que possam se valer das sugestões e reflexões aqui trazidas, para a transformação de suas práticas.

iro - BA / UNIVASF - III Simpósio da Formação do Professor de Matemática da Região Nordeste - Juazeiro - BA / UNIVASF - III Simpósio da Form

Sumário

1 Introdução **5**

2 Sequências Didáticas e a metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação da Matemática por meio da Resolução de Problemas **7**

3 Utilização de Tecnologias Digitais no contexto educacional **9**

4 Descrição da Sequência Didática de Função Quadrática **11**
4.1 1º Momento - Sensibilização/Atividade Disparadora 12
4.1.1 Atividade 1 12
4.2 2º Momento - Parábola de uma Função Quadrática 14
4.2.1 Atividade 2 14
4.3 3º Momento - Zeros (Raízes) de uma Função Quadrática 15
4.3.1 Atividade 3 15
4.4 4º Momento - Alterações dos Coeficientes 16
4.4.1 Atividade 4 16
4.5 5º Momento - Ponto Máximo e Mínimo de uma Função Quadrática 18
4.5.1 Atividade 5 18

5 Metodologia **21**

6 Resultados e Discussões **23**

7 Algumas Considerações **25**

iro - BA / UNIVASF - III Simpósio da Formação do Professor de Matemática da Região Nordeste - Juazeiro - BA / UNIVASF - III Simpósio da Form

Lista de Tabelas

4.1 Possíveis medidas para a largura, para o comprimento e para a área da horta 13

Juazeiro - BA / UNIVASF - III Simpósio da Formação do Professor de Matemática da Região Nordeste - Juazeiro - BA / UNIVASF - III Simpósio da Formação

Prefácio

As atuais discussões sobre o ensinar e aprender Matemática têm contribuído para o repensar da necessidade de criação de caminhos mais sólidos sobre a abordagem dos conteúdos matemáticos na Educação Básica. Aliado a isso, tem-se discutido a necessidade de se pensar nos recursos didáticos que podem produzir mais significados na abordagem de determinados conceitos, a exemplo de alguns *softwares* matemáticos.

Nesse sentido, a utilização de Tecnologias Digitais (TD) se destaca por dentre outras possibilidades, permitir formas de experimentação, manuseio e visualização destes conceitos, tornado o estudante protagonista de sua aprendizagem. Pensando nisso trouxemos, nesse trabalho, a proposta de uma Sequência Didática (SD) para se trabalhar o conteúdo de Função Quadrática no Ensino Médio, mediada pelo uso do *software* GeoGebra. A SD foi construída e validada em um processo de formação inicial e continuada de professores de Matemática, no âmbito da parceria entre Universidade-Escola.

As reflexões aqui explanadas estão assentadas na apresentação da SD e na sua validação por um grupo contendo professores e futuros professores de Matemática, que participaram do III Simpósio da Formação do Professor de Matemática da Região Nordeste, ocorrido em Juazeiro, Bahia, em junho de 2019. Na ocasião, esses professores/futuros professores participaram do minicurso em que foi apresentada e validada a SD.

Compreendemos a relevância deste material, no sentido de se constituir em mais uma ferramenta que poderá (re)orientar o trabalho pedagógico de professores que ensinam Matemática na Escola Básica, notadamente, na abordagem do conteúdo de Função Quadrática no Ensino Médio.

Agradecimentos

Nossos agradecimentos à Sociedade Brasileira de Matemática (SBM) e à Associação Nacional dos Professores de Matemática na Educação Básica (Anpmat), por oportunizarem o registro deste trabalho, oriundo do minicurso intitulado: A UTILIZAÇÃO DAS TECNOLOGIAS DIGITAIS NO ENSINO DA FUNÇÃO QUADRÁTICA.

À Universidade Federal do Vale do São Francisco (Univasf), em nome do professor Lino Marcos da Silva, pelo apoio proporcionado ao desenvolvimento do minicurso.

Juazeiro - BA / UNIVASF - III Simpósio da Formação do Professor de Matemática da Região Nordeste - Juazeiro - BA / UNIVASF - III Simpósio da Formação

Capítulo 1

Introdução

"Feliz aquele que transfere o que sabe e aprende o que ensina."
– Cora Coralina

O ensino da Matemática no Brasil vem passando por progressivas mudanças, ao longo das últimas décadas. Nesse processo, cada vez mais mostra-se premente a necessidade de aproximar-se as ações envolvendo as instituições Universidade e Escola. Somado a isso, há o desafio da inserção das Tecnologias Digitais no ensino e na aprendizagem da Matemática escolar.

Diante de tais necessidades e desafios, o contexto para a criação da Sequência Didática (SD) de Função Quadrática - sendo, esta última, material principal para o minicurso vivenciado e a ser analisado - foi o projeto de extensão e inovação pedagógica intitulado Estudos Colaborativos em Educação Matemática (Ecem), da Universidade de Pernambuco (UPE) *Campus* Petrolina.

O Ecem, no ano de 2017, apresenta-se com o objetivo maior de estreitar os laços entre a Universidade e a Escola, desenvolvendo ações e propondo reflexões voltadas ao ensino e à aprendizagem da Matemática, utilizando das TD como instrumentos principais. Dessa forma, nesse ano, foram desenvolvidas ações que envolviam: professores do colegiado de Matemática da UPE *Campus* Petrolina; discentes do curso de Licenciatura em Matemática, também da UPE *Campus* Petrolina; professores que ensinavam Matemática no Ensino Médio, na Rede Estadual de Ensino de Petrolina; e seus respectivos estudantes. Esses três primeiros grupos de sujeitos compuseram os integrantes do Ecem 2017.

Nesse contexto, foram criadas três (3) Sequências Didáticas (SDs), mediante o diálogo entre os três grupos de sujeitos do Ecem acima citados, a saber: SD de Função Quadrática, SD de Função Exponencial e SD de Função Logarítmica. Para inserir as TD, optamos por utilizar um *software* bastante conhecido quando se trata do ensino-aprendizagem de Matemática: o GeoGebra.

No presente trabalho, atentemo-nos à SD de Função Quadrática, material principal ao minicurso ofertado no III Simpósio da Formação do Professor de Matemática da Região Nordeste. Tal SD foi construída baseada na metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação de Matemática por meio da perspectiva teórico-

metodológica da Resolução de Problemas, proposta por Onuchic e Allevato (2011) [9]. Isso porque a Resolução de Problemas adquiriu uma maior notoriedade no Brasil ao longo das últimas décadas e acabou se tornando uma forte Tendência de pesquisa em Educação Matemática.

Também, na construção da SD, um modelo foi seguido: inicialmente, buscou-se encontrar um vídeo disparador para as atividades, de preferência, um vídeo que trouxesse alguma situação cotidiana que tivesse ligação com a Matemática. A partir desse vídeo disparador, uma série de atividades seriam propostas, a fim de que o conhecimento matemático intrínseco à situação problema seja construído pelo aluno, utilizando as TDs como suporte.

Assim, o presente trabalho possui por objetivo apresentar e discutir experiências oriundas do minicurso vivenciado que, por sua vez, teve por objetivo principal vivenciar, com professores/futuros professores que ensinam/ensinarão Matemática, a SD de Função Quadrática.

Para tal, a presente obra fragmenta-se em 7 capítulos. No presente Capítulo 1, é feita uma introdução/ apresentação da obra. No Capítulo 2, são discutidos alguns pontos acerca da utilização de SDs e da metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas; assim como da possibilidade de união entre as duas.

No Capítulo 3, são discutidas as TDs no ensino e na aprendizagem da Matemática escolar, com foco no *software* GeoGebra. No Capítulo 4, é feita uma descrição da SD de Função Quadrática. No Capítulo 5, são apresentados os percursos metodológicos da presente obra, em específico, do minicurso ofertado e vivenciado no III Simpósio da Formação do Professor de Matemática da Região Nordeste. No Capítulo 6, são apresentados e discutidos os resultados obtidos na presente pesquisa. E, por fim, no Capítulo 6, são tecidas algumas considerações finais acerca da obra.

iro - BA / UNIVASF - III Simpósio da Formação do Professor de Matemática da Região Nordeste - Juazeiro - BA / UNIVASF - III Simpósio da Form

Capítulo 2

Sequências Didáticas e a metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação da Matemática por meio da Resolução de Problemas

A utilização de Sequências Didáticas tem servido para orientar o planejamento docente nas diversas áreas do conhecimento. Sua potencialidade é justificada por conter as fases/etapas de uma aula ou conjunto de aulas previamente organizadas com sistematicidade e exequibilidade. Segundo Zabala (1998, p18) [12] as SDs "são um conjunto de atividades ordenadas, estruturadas e articuladas para a realização de certos objetivos educacionais, que têm um princípio e um fim conhecidos tanto pelos professores quanto pelos alunos".

Desse modo, uma SD deve considerar um conjunto de competências e habilidades a serem alcançadas, o levantamento de conhecimentos prévios, apresentação, contextualização, discussões em torno de problemas e soluções possíveis. Com efeito, o que se espera de um planejamento orquestrado a partir da construção de uma SD é que permita a otimização do tempo-espaço para a construção do conhecimento e "que levem em consideração o contexto dos educandos, suas necessidades e conhecimentos que trazem consigo sobre as várias dimensões do cotidiano e da vida" (NETO, 2010, p2) [6].

No contexto da Matemática, as SDs têm sido exploradas no sentido de melhor gerirem e organizarem estratégias, metodologias mais adequadas ao ensino de certos conteúdos matemáticos. Nesse bojo, Cabral (2017) [3] reflete que a utilização de SD permite a mudança da dinâmica de uma aula de Matemática, tanto na perspectiva do aluno, que tem a oportunidade de ser estimulado a se envolver em um processo de redescoberta, de levantamento de hipóteses, a fazer simulações etc., quanto na perspectiva do professor, que pode agir como um provocador de refle-

Juazeiro - BA / UNIVASF - III Simpósio da Formação do Professor de Matemática da Região Nordeste - Juazeiro - BA / UNIVASF - III Simpósio da Formação

xões baseadas nas próprias orientações da SD, a qual organiza gradativamente os objetivos a serem reconstruídos.

Acreditamos que os pressupostos teóricos sobre SD, no que concerne a sua construção e etapas, aproxima-se das perspectivas teóricas da Resolução de Problemas, enquanto Tendência de pesquisa em Educação Matemática. Porquanto, partilhamos e utilizamos ideais propostos pelo Grupo de Trabalho e Estudos em Resolução de Problemas (Gterp), coordenado pela professora Dra. Lourdes de la Rosa Onuchic.

Esse grupo propôs uma metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas. Nessa perspectiva da Resolução de Problemas, "(...) o problema é ponto de partida e, na sala de aula, através da resolução de problemas, os alunos devem fazer conexões entre diferentes ramos da Matemática, gerando novos conceitos e novos conteúdos" (ONUCHIC; ALLEVATO, 2011, p10) [9].

Somado a isso, conforme os PCNs (BRASIL, 1998) [2], a Resolução de Problemas possibilita aos alunos mobilizarem conhecimentos e desenvolverem a capacidade para gerenciar as informações que estão ao seu alcance. Assim, os alunos terão oportunidade de ampliar seus conhecimentos acerca de conceitos e procedimentos matemáticos, bem como de ampliar a visão que têm dos problemas, da Matemática, do mundo em geral e desenvolver sua autoconfiança.

Assim, para a construção e vivência da SD de Função Quadrática, no grupo Ecem no ano de 2017, baseamo-nos em um Roteiro proposto por Onuchic e Allevato (2011) [9], fruto de pesquisas realizadas no Gterp, que possui por proposta uma melhor esquematização para contemplar a tríade ensino-aprendizagem- avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas por professores. Os passos do Roteiro são: *"Preparação do problema; Leitura individual; Leitura em conjunto; Resolução do problema; Observar e incentivar; Registro das resoluções na lousa; Plenária; Busca do consenso; e, por fim, Formalização do conteúdo"* (ONUCHIC; ALLEVATO, 2011, p12) [9].

Melhor elucidando a relação entre a construção e vivência da SD de Função Quadrática e o Roteiro: seu primeiro passo (Preparação do problema) guiou-nos para a construção da SD em si, uma vez que, nesse passo, no que orienta Onuchic e Allevato (2011) [9], deve-se elaborar problema(s) que proporcionem a construção de novos conceitos, princípios e/ou procedimentos pelos estudantes, envolvendo um conteúdo matemático ainda não estudado em sala de aula; quanto aos demais passos do Roteiro, eles são explorados na condução da vivência da SD, repetindo-se a cada momento.

Capítulo 3

Utilização de Tecnologias Digitais no contexto educacional

As Tecnologias Digitais estão causando um grande impacto na sociedade e, consequentemente, na educação, podendo contribuir significativamente no processo de ensino e aprendizagem quando empregadas de forma criativa e interativa (FIALHO; BARBOZA, 2014) [4].

Mesmo que as TD promovam ambientes em que haja a interação entre professor-aluno e aluno-aluno, além de proporcionar uma maior facilidade no discernimento de informações e conhecimento, elas são apenas ferramentas que sem seu uso adequado podem não surtir o efeito desejado pelo docente, ou seja, o professor deve apropriar-se do uso das mesmas antes de utilizá-las em sala de aula. "Desta maneira, o professor aparece como o elemento-chave. Ele é encarregado de fazer uso de tais recursos tecnológicos para atingir seus objetivos. Ele decidirá a hora, os conteúdos, os níveis e as possibilidades na utilização do computador" (OLIVEIRA; CARVALHO; SILVA; RODRIGUES, 2015, p3) [7].

Nesse processo de ensino da Matemática, alguns ambientes podem ser utilizados, a exemplo do Laboratório de Informática, em que o professor deixa de ser o único portador e transmissor de conhecimento e passa a dividir esse papel com o computador, uma máquina que fascina os alunos. Assim, a partir de suas ferramentas, como a internet e *softwares* educacionais, os alunos ficam sujeitos à oportunidade de construir seus próprios conceitos e conhecimentos, mesmo que sejam limitados e provisórios (OLIVEIRA, 2013) [8].

No que se refere ao ensino de conteúdos matemáticos, destacamos a atuação do *software* GeoGebra, um *software* de Matemática dinâmica, gratuito, que combina elementos da geometria, álgebra, tabelas, dentro outros (BORBA; SILVA; GADANIDIS, 2018) [1].

Dessa forma, Marchetti, Klaus (2014) [10] retratam a utilização do GeoGebra como auxílio pedagógico na aula de Matemática, possibilitando a solução de problemas que partam da vivência do aluno, pois este dinamiza e auxilia nas experimentações e investigações, em que o aluno pode testar e criar hipóteses. Esse

fato proporciona uma reflexão do contexto encontrado.

iro - BA / UNIVASF - III Simpósio da Formação do Professor de Matemática da Região Nordeste - Juazeiro - BA / UNIVASF - III Simpósio da Formação do Professor de Matemática da Região Nordeste - Juazeiro - BA / UNIVASF - III Simpósio da Form

Capítulo 4

Descrição da Sequência Didática de Função Quadrática

A SD a ser descrita tem por público-alvo alunos do 1º ano do Ensino Médio, uma vez que a mesma tem por competência estudar características gráficas da Função Quadrática. Tal SD, porém, poderia ser vivenciada nos demais anos do Ensino Médio, assumindo um caráter de revisão.

Para tal, almeja-se que as habilidades (atitudinais, procedimentais e conceituais) a seguir, baseadas em Pernambuco (2012, p. 9 e 10) [11] e Brasil (1998) [2], sejam alcançadas:

- Reconhecer a representação algébrica e a representação gráfica de uma Função Quadrática, associando a curva a uma parábola;
- Reconhecer, na representação gráfica da Função Quadrática, elementos como: zeros, intersecção com o eixo das ordenadas, eixo de simetria, concavidade e pontos de máximo e mínimo;
- Relacionar as transformações sofridas pelo gráfico da Função Quadrática com modificações nos coeficientes/parâmetros de sua expressão algébrica;
- Desenvolver a capacidade de utilizar os conhecimentos de Função Quadrática na interpretação e intervenção no real;
- Aplicar os conhecimentos da Função Quadrática em outras áreas do conhecimento;
- Utilizar adequadamente recursos tecnológicos, como o *software* GeoGebra, no ensino de gráficos da Função Quadrática, reconhecendo suas limitações e potencialidades.

Quanto ao tempo necessário para a vivência dessa SD, estima-se um período de 4-8 horas/aula. Cabe, porém, ao professor analisar quanto tempo será necessário,

Juazeiro - BA / UNIVASF - III Simpósio da Formação do Professor de Matemática da Região Nordeste -

la. Tendo em vista que a horta deverá ter o formato de um retângulo ou de um quadrado, e que o perímetro deverá ser de 36 metros, faça o que se pede:

a) *Considerando que são inúmeras as dimensões que a horta poderia assumir, a dupla construiu uma tabela com possíveis medidas para a largura, para o comprimento e para sua respectiva área. Preencha os espaços em branco da tabela abaixo.*

Tabela 4.1: Possíveis medidas para a largura, para o comprimento e para a área da horta

Largura (em metros - m)	*Comprimento (em metros - m)*	*Área (em metros quadrados - m^2)*
1 m	*17 m*	*17 m^2*
2 m	*16 m*	*32 m^2*
3 m	*15 m*	*45 m^2*
4 m	*14 m*	*56 m^2*
5 m	*13 m*	*65 m^2*
9 m	*9 m*	*81 m^2*
10 m	*8 m*	*80 m^2*
11 m	*7 m*	*77 m^2*
12 m	*6 m*	*70 m^2*

Observação: em vermelho, os espaços que estariam em branco (sujeitos à alteração).

b) *Considere duas variáveis distintas, L (largura) e C (comprimento), para representar as dimensões da horta. Tendo em vista que a horta terá 36 metros de perímetro, qual relação se pode estabelecer entre essas dimensões, L e C, da horta?*

c) *A partir da relação encontrada no item anterior, calcule a expressão algébrica que representa a área da horta, em função de L ou em função de C.*

O professor deverá auxiliar na resolução da Atividade 1: nos itens "a" e "b", relembrando aos estudantes, se necessário, os conceitos de figuras planas, em especial, do retângulo e do quadrado, quanto ao cálculo dos seus perímetros; e no item "c", relembrando como se calcula a área das figuras citadas anteriormente. Além disso, sugere-se que o professor lembre aos estudantes de esquematizar, numa folha de papel, a figura que representa a horta, o que melhor auxilia na resolução dessa e das próximas atividades.

A abordagem por meio da construção de uma tabela proporciona uma interpretação aritmética, em relação à diversidade de dimensões e áreas que a horta poderá assumir, antes de adentrar na interpretação algébrica em si. Quando, por fim, forem encontradas as expressões algébricas (em função da largura ou em função do comprimento) que representem a área da horta, será o momento de formalizar alguns conceitos.

iro - BA / UNIVASF - III Simpósio da Formação do Professor de Matemática da Região Nordeste - Juazeiro - BA / UNIVASF - III Simpósio da Form

iro - BA / UNIVASF - III Simpósio da Formação do Professor de Matemática da Região Nordeste - Juazeiro - BA / UNIVASF - III Simpósio da Form

Inicialmente, na construção de conceitos, deverá ser exposto que a expressão algébrica encontrada ao término da Atividade 1 para representar a área da horta é uma Função Quadrática representada algebricamente por uma expressão algébrica de grau dois, apresentando-se de diversas formas. Por exemplo: $f(x) = ax^2 + bx + c$, $f(x) = ax^2 + bx$ ou $f(x) = ax^2$. No caso, deve-se apenas citar os coeficientes **a**, **b** e **c**, sem ainda apresentar suas particularidades, isto é, o que eles determinam/influenciam no gráfico.

4.2 2º Momento - Parábola de uma Função Quadrática

Diante da explanação inicial já realizada e da função encontrada na Atividade 1, o professor deve partir para a representação gráfica da Função Quadrática com o auxílio do *software* GeoGebra, proposta da Atividade 2 a seguir:

4.2.1 Atividade 2

Agora que você calculou a área da horta, esboce o gráfico da função que ela representa no software GeoGebra. Em grupo, observe a curva encontrada no gráfico. A sua concavidade é voltada para cima ou para baixo?

Nesse momento, os estudantes serão conduzidos ao Laboratório de Informática, que deverá possuir o *software* GeoGebra já instalado nos computadores. O professor irá apresentar o GeoGebra e todas as suas características de manuseio, quanto à construção de gráficos. Os alunos irão construir o gráfico da função previamente encontrada (função que represente a área da horta) no GeoGebra. O foco dessa atividade será a análise da curva encontrada. Como essa curva se trata de uma concavidade denominada parábola, é essencial que o professor explique o conceito de concavidade.

O professor deve orientar sobre como representar as funções no GeoGebra. Uma opção é que seja utilizada a ordem alfabética, com a primeira função sendo representada por $A(x)$ e assim por diante, no decorrer dessa Sequência Didática.

Sugere-se que seja feita uma comparação breve entre os gráficos de uma Função Afim e de uma Função Quadrática. Assim, o professor esboçará no GeoGebra o gráfico de uma Função Afim qualquer e o gráfico de uma Função Quadrática qualquer, indagando os estudantes quanto às diferenças notadas entre os gráficos desses dois tipos de funções.

A partir da análise inicial do gráfico no GeoGebra, da função encontrada na Atividade 1, que representa a área da horta com os 36 metros de tela disponíveis, o professor deve questionar sobre a curva encontrada. Nesse momento, deverá ser associada tal curva ao conceito de parábola em si. Nesse segundo momento, também deverá ser iniciada a análise do coeficiente **a**, uma vez que na Atividade 2 será questionado para onde se volta a concavidade da parábola do gráfico esboçado.

Juazeiro - BA / UNIVASF - III Simpósio da Formação do Professor de Matemática da Região Nordeste - Juazeiro - BA / UNIVASF - III Simpósio da Formação

4.3 3º Momento - Zeros (Raízes) de uma Função Quadrática

Nesse terceiro momento, o professor irá realizar a Atividade 3 abaixo. Nela, será requerida, inicialmente, no item "a", a identificação dos pontos no gráfico do GeoGebra que representam suas raízes. Em seguida, no item "b", haverá uma indagação acerca do eixo das ordenadas em tais pontos. No item "c", será requerido a identificação do que cada eixo significa na função encontrada, como também da relação de dependência entre tais eixos. Por último, no item "d", será pedido o cálculo manual das raízes. É importante um devido auxílio nessa última parte relembrando, se necessário, métodos para a resolução de uma equação do segundo grau.

4.3.1 Atividade 3

No gráfico de uma Função Quadrática, há pontos característicos que podemos destacar. Por exemplo, os pontos da parábola os quais se interceptam no eixo das abcissas são chamados de ***raízes da função****. A partir disso, e sobre a função encontrada anteriormente, responda:*

a) *No gráfico esboçado no GeoGebra, quais os pontos que representam as suas raízes? (Dica: para obter as raízes, por exemplo, de uma função f, digite no campo "entrada" do GeoGebra* ***raiz[f]*** *e tecle "enter". Em seguida, as raízes serão identificadas, caso existam).*

b) *O que cada eixo, o das abscissas e o das ordenadas, representam na função encontrada para a horta a ser construída? Qual a relação de dependência entre tais eixos?*

c) *Qual o valor que a função assume nos pontos que representam as raízes, encontrados no item "a"?*

d) *A partir da resposta do item anterior, calcule manualmente as raízes da função em questão. Os resultados coincidem?*

Após os alunos concluírem a Atividade 3, o professor deverá formalizar os conceitos da atividade. Ele deverá expor a definição de raízes de uma Função Quadrática, permitindo aos alunos a construção do conceito de que as raízes são os pontos os quais a parábola intercepta-se no eixo das abscissas, ou seja, os pontos em que a função é igual a zero.

Ao fim do presente momento, é essencial que os estudantes tenham formalizado o conceito do que cada eixo significa em uma função, ou seja, que saiba discernir variáveis dependentes e independentes. O professor poderá realizar uma retomada, uma vez que tais conceitos já são apresentados no estudo da Função Afim. Tais conceitos são extremamente importantes para os momentos futuros; principalmente, quando for estudado o vértice de uma Função Quadrática.

iro - BA / UNIVASF - III Simpósio da Formação do Professor de Matemática da Região Nordeste - Juazeiro - BA / UNIVASF - III Simpósio da Form

4.4 4º Momento - Alterações dos Coeficientes

Neste momento o professor irá realizar a Atividade 4. Nela, será lançada uma série de novas situações-problema, onde novas funções serão encontradas para representar a área da horta. Essas novas funções irão progredir de Funções Quadráticas incompletas até se chegar em uma Função Quadrática completa, possuindo todos os três coeficientes.

Os estudantes deverão esboçar os gráficos dessas novas funções no GeoGebra, com foco nas características das parábolas encontradas. O foco do presente momento será a identificação da relação entre os coeficientes e o gráfico de uma Função Quadrática. Para uma melhor sistematização, a Atividade 4 é separada em 3 seções que propõem a análise dos coeficientes **a**, **b** e **c**, respectivamente.

4.4.1 Atividade 4

Matheus e Carolaine ficaram contentes por terem utilizado conhecimentos matemáticos para calcular a área da horta comunitária de sua escola com os 36 metros de tela disponíveis inicialmente. Mas eles foram curiosos: começaram a se questionar sobre as novas áreas que poderiam encontrar em diversas condições. De início, eles decidiram que a horta deveria manter o formato de um quadrado, o que poderia mudar no decorrer das situações. A partir disso, ajude-os a analisar diferentes casos:

I. COEFICIENTE a

a) *Inicialmente, considere que a horta teria um lado com uma medida* ***x*** *qualquer. Qual área seria encontrada? Esboce seu gráfico no software GeoGebra.*

b) Analise a função encontrada na Atividade 1 e a função encontrada no item anterior. Qual o sinal do coeficiente ***a*** *e qual a concavidade de cada uma das parábolas encontradas? O que se pode concluir acerca do sinal do coeficiente* ***a*** *e o que ele determina sobre a concavidade de uma parábola?*

c) Suponha agora que esse lado de medida ***x*** *qualquer, da horta, seja dobrado. Qual função seria encontrada para representar essa nova área? Esboce seu gráfico no GeoGebra.*

d) Analisando as funções encontradas nos itens "a" e "c", quais os valores do coeficiente ***a*** *em cada uma delas? Observando agora a abertura dessas parábolas esboçadas no GeoGebra, qual relação pode-se estabelecer entre o coeficiente* ***a*** *e a abertura de uma parábola?*

Juazeiro - BA / UNIVASF - III Simpósio da Formação do Professor de Matemática da Região Nordeste - Juazeiro - BA / UNIVASF - III Simpósio da Formação

II. COEFICIENTE b

e) *Supondo que seja aumentado um metro em uma das dimensões da horta, que possui até então o formato de um quadrado e lados de medida* ***x*** *qualquer, calcule a área e o novo formato que a horta assumiria.*

f) Suponha agora que uma das dimensões da horta diminua um metro, considerando que ela possui ainda o formato de um quadrado, com lados de medida ***x*** *qualquer. Qual a área e o novo formato que a horta assumiria?*

g) Esboce no GeoGebra os gráficos das funções encontradas nos itens "e" e "f". Quais os valores do coeficiente ***b*** *em cada uma delas? O que se pode observar sobre as alterações causadas no gráfico pelo coeficiente* ***b****?*

III. COEFICIENTE c

h) *Agora, suponha que uma das dimensões aumente dois metros, enquanto a outra diminua dois metros, considerando, ainda, inicialmente, que a horta possui o formato de um quadrado e lados medindo um valor* ***x*** *qualquer. Qual a área e o novo formato que serão encontrados?*

i) Esboce e analise o gráfico da função obtida no item anterior no GeoGebra. O que se pode observar acerca do coeficiente c?

j) Por fim, suponha que seja aumentado um metro em cada dimensão da horta, ainda considerando inicialmente que ela tenha o formato de um quadrado e um lado ***x*** *qualquer. Qual área será encontrada? Esboce o gráfico da função obtida no GeoGebra e analise o que cada um dos coeficientes determinaram no mesmo.*

Ao fim desse momento, deverá estar bem clara aos estudantes a representação algébrica e gráfica de uma Função Quadrática, assim como o que os seus coeficientes determinam no seu gráfico: em relação ao coeficiente **a**, que ele determina para onde se volta a concavidade da parábola, assim como a abertura da mesma; em relação ao coeficiente **b**, que ele determina se a intersecção da parábola com o eixo y ocorre à esquerda ou à direita do eixo vertical de simetria; e, por último, em relação ao coeficiente **c**, que ele determina o ponto onde a parábola tangencia o eixo das ordenadas.

É importante, nesse momento de formalização de conceitos, que o professor discuta com os estudantes as diversas formas que os coeficientes podem se apresentar em uma Função Quadrática e quais modificações são notadas no gráfico:

Juazeiro - BA / UNIVASF - III Simpósio da Formação do Professor de Matemática da Região Nordeste - Juazeiro - BA / UNIVASF - III Simpósio da Formação

quando forem menores que zero, iguais a zero e maiores que zero. Contudo, no caso do parâmetro **a**, o professor deve salientar mais uma vez que deve sempre ser diferente de zero.

4.5 5º Momento - Ponto Máximo e Mínimo de uma Função Quadrática

Aqui o professor irá realizar a Atividade 5. Nela, será questionado acerca dos conceitos de ponto máximo e mínimo, associando-se ao vértice da parábola. Para tanto, o professor deverá retomar a função inicial, que determina a área da horta, uma vez que o estudante deverá encontrar a área máxima e as dimensões que a horta deverá possuir para que ela seja alcançada. Em seguida, o GeoGebra será utilizado para a identificação do vértice do gráfico trabalhado.

Também será estudado o conceito do eixo de simetria, a partir da realização de dobradura em papel, do gráfico da Função Quadrática encontrada na Atividade 1.

4.5.1 Atividade 5

Matheus e Carolaine indagaram-se sobre quais deveriam ser as dimensões da horta para que se obtivesse uma área máxima e, assim, um maior proveito no plantio de hortaliças. Retome a tabela preenchida no item "a" da Atividade 1, que expressa algumas medidas para as dimensões e áreas possíveis que a horta poderia assumir com os 36 metros de tela disponíveis, e responda:

a) *Qual a área máxima que a horta pode assumir? Quais as dimensões que permitem que essa área máxima seja alcançada? Determine a coordenada do ponto que represente o lado necessário para a obtenção da área máxima e a própria área máxima.*

b) *No gráfico esboçado no GeoGebra, digite no espaço "entrada" a coordenada do ponto encontrada no item anterior. O que se pode observar sobre tal ponto na parábola estudada?*

c) *Tendo em mãos a impressão do gráfico esboçado na Atividade 1 no GeoGebra, trace, com o auxílio de uma régua, um segmento que parta do ponto encontrado no item "a" em direção à parte interna da parábola. Em seguida, dobre a folha nessa linha delimitada. O que você notou a partir de tal dobradura?*

d) *Matheus e Carolaine concluíram o desafio de encontrar a melhor área possível para a horta e conseguiram construir o cercadinho em sua volta com os 36 metros de tela disponíveis. Agora é a sua vez! Converse com a turma e leve para a diretoria de sua escola a proposta de construção de uma horta*

comunitária. Assim, você poderá aliar seus conhecimentos matemáticos adquiridos e melhorar seus hábitos alimentares cultivando hortaliças orgânicas.

Ao final desse momento, pretende-se que os estudantes concretizem o conceito de que o vértice da parábola representa o extremo, ou seja, o ponto máximo ou o ponto mínimo, do gráfico de uma Função Quadrática. Podem, também, observar que uma parábola possui três comportamentos, apresentando-se, geralmente, de duas formas: uma parte crescente, um ponto máximo e uma outra parte decrescente (caso a concavidade seja voltada para baixo); ou uma parte decrescente, um ponto mínimo e uma outra parte crescente (caso a concavidade seja voltada para cima). Ainda, o ponto máximo ou mínimo determina, com o eixo das abscissas, o eixo de simetria da parábola.

Também, findada a SD, o professor deverá mostrar uma ferramenta bastante útil do GeoGebra: os pontos especiais de uma função. Para utilizar tal ferramenta, é necessário clicar nos três pontos ao lado de uma função qualquer plotada no GeoGebra e clicar na opção "pontos especiais". No estudo gráfico de uma Função Quadrática, em específico, obtêm-se 3 pontos: a raiz da função, o extremo da função e a interseção da função com o eixo Y.

Por fim, deverão ser expostas as fórmulas utilizadas para a obtenção do vértice de uma Função Quadrática. Para uma maior formalização de tais fórmulas, sugere-se que o professor deduza a Forma Canônica de uma Função Quadrática em sala de aula.

iro - BA / UNIVASF - III Simpósio da Formação do Professor de Matemática da Região Nordeste - Juazeiro - BA / UNIVASF - III Simpósio da Form

iro - BA / UNIVASF - III Simpósio da Formação do Professor de Matemática da Região Nordeste - Juazeiro - BA / UNIVASF - III Simpósio da Form

Juazeiro - BA / UNIVASF - III Simpósio da Formação do Professor de Matemática da Região Nordeste -

iro - BA / UNIVASF - III Simpósio da Formação do Professor de Matemática da Região Nordeste - Juazeiro - BA / UNIVASF - III Simpósio da Form

Ainda na primeira sessão, propusemos que os participantes resolvessem as atividades da SD de Função Quadrática no Laboratório de Informática. Para isso, disponibilizamos um computador para cada participante, para que os mesmos os manuseassem. Na segunda e última sessão, continuamos a vivência da SD, a fim de terminar os momentos restantes destacados na seção anterior.

Ao final da vivência, pedimos a colaboração dos participantes para que respondessem o questionário, separado em duas partes: a primeira parte, relativa ao minicurso, destacando as informações dos sujeitos, o conhecimento a respeito do *software* GeoGebra e, na qualidade de professor, a utilização do *software*, como ocorre esse fato e suas contribuições.

Na segunda parte, o questionário direciona sua atenção para avaliação da SD da Função Quadrática. Com base nisso, perguntou-se a respeito do tempo destinado à realização da SD, se houve dificuldade na manipulação do *software* GeoGebra, da necessidade de alteração da SD e, por último, questionou-se se as situações-problema que foram abordadas na SD foram adequadas para compreensão do conteúdo de Função Quadrática. Para finalizar, pedimos que, caso necessário, eles colocassem alguma sugestão de alteração da SD e, também, uma nota de 0 a 10 para a avaliação do minicurso.

Capítulo 6

Resultados e Discussões

A primeira parte do Questionário objetivou captar informações sobre a formação acadêmica dos participantes do minicurso. Desse modo, obtivemos no Item 1 que dos oito (8) participantes, um (1) participante afirmou ser Professor de Matemática, outros quatro (4) afirmaram ser Estudantes da Graduação, enquanto um (1) disse ser Estudante de Mestrado e um participante afirmou ser Professor de Matemática, mas ainda estudante da Graduação. No Item 2 obteve-se que sete (7) dos participantes já conheciam o *software* GeoGebra antes de participar do minicurso ofertado e apenas um (1) alegou não conhecer o mesmo antes de participar do minicurso.

No Item 3 obtivemos que, dos que já atuavam como professores de Matemática, dois afirmaram utilizar o *software* GeoGebra em suas aulas no estudo de funções, formas geométricas e no Laboratório de Informática, com apresentações de oficinas. Ainda, um participante afirmou não utilizar o *software*, porém sem informar quais fatores o levaram a essa não utilização.

A segunda parte do Questionário era relativa à avaliação da Sequência Didática vivenciada no Minicurso. Os participantes assinalaram o que melhor representa sua opinião sobre alguns aspectos da SD, a partir das afirmativas apresentadas em uma Escala Likert.

Obteve-se que um (1) participante não respondeu a nenhum dos Itens contidos nessa segunda parte do Questionário. No Item 1 um (1) total de três participantes disseram concordar totalmente que o tempo para a realização da Sequência Didática foi suficiente, enquanto um (1) participante assinalou que concordava e outros três (3) participantes responderam que nem concordavam e nem discordavam.

No Item 2 um total de três (3) participantes respondeu que discordavam totalmente que apresentaram dificuldade em manipular o *software* GeoGebra para a representação da Função Quadrática a partir do que foi exposto na Sequência Didática. Além disso, um (1) participante respondeu que discordava, um (1) assinalou que que nem discordava e nem concordava, um (1) apontou que concordava e apenas um (1) participante respondeu que concordava totalmente.

No Item 3 os participantes deveriam responder se o *software* GeoGebra foi

muito bem explorado na Sequência Didática em relação ao conteúdo de Função Quadrática. Obteve-se que um (1) participante respondeu que nem discordava e nem concordava, enquanto quatro (4) participantes responderam que concordavam totalmente. Ainda, um (1) participante não respondeu a esse item.

Em seguida, no Item 4, um total de quatro (4) participantes responderam que nem discordavam e nem concordam com a afirmação de que a Sequência Didática não necessitava de alterações, enquanto dois (2) participantes assinalaram que concordam e outros dois (2) participantes responderam concordar totalmente com a afirmação.

Além disso, no Item 5, afirmamos que as situações-problema que foram abordadas na Sequência Didática foram adequadas para a compreensão do conteúdo de Função Quadrática. Obteve-se que um (1) participante assinalou que nem discordava e nem concordava, entretanto, dois (2) participantes responderam que concordavam com a afirmação e quatro (4) participantes responderam que concordavam totalmente com a afirmação.

iro - BA / UNIVASF - III Simpósio da Formação do Professor de Matemática da Região Nordeste - Juazeiro - BA / UNIVASF - III Simpósio da Form

Capítulo 7

Algumas Considerações

Este trabalho apresentou uma proposta de uma Sequência Didática construída colaborativamente, no âmbito de um projeto que visa garantir melhorias para a formação matemática do professor e como que isso pode reverberar numa aprendizagem matemática de mais qualidade para os estudantes da Educação Básica. Acreditamos que a SD contempla um caminho bastante profícuo para abordar o conteúdo de Função Quadrática, mediado pelo uso do *software* GeoGebra.

Para tanto, valemo-nos de alguns pressupostos teóricos sobre a construção e implementação da SD, prezando pelo protagonismo do estudante na construção dos conceitos e pelo papel do professor de Matemática, enquanto mediador e impulsionador de novas descobertas. Aliado a isso está o papel que cumpre a utilização do *software* GeoGebra, por potencializar a manipulação, visualização e construção dos conceitos. De modo especial, constatamos que a perspectiva da Resolução de Problemas enquanto Tendência no Ensino de Matemática pode contribuir sobremaneira na construção de SDs como a que apresentamos aqui, tomando por base suas etapas, segundo o que propõe Onuchic e Allevato (2011) [9].

Para além disso, as reflexões resvalam nos novos desafios que se impõem à formação do professor e futuro professor que ensina/ensinará Matemática, no sentido de se apropriarem de novas estratégias didático-metodológicas (como o domínio de recursos, a exemplo de *softwares* matemáticos, da disposição para investir em aulas que prezem pela autonomia dos estudantes na construção do seu conhecimento, etc) em prol de um novo *fazer* matemática no chão da escola. Os resultados que trouxemos a partir do questionário que propusemos, apontam para isso.

Ainda assim, esperamos que este material (aliado às reflexões teórico-práticas que trouxemos) possa ser explorado e (re)validado por outros professores, tomando por base, principalmente, o que foi apontado pelos participantes do minicurso, quanto à necessidade de melhoramentos da SD. Dito isso, esperamos estar contribuindo ainda mais para a consecução de novas práticas de ensinar e aprender Matemática na Escola Básica.

Juazeiro - BA / UNIVASF - III Simpósio da Formação do Professor de Matemática da Região Nordeste - Juazeiro - BA / UNIVASF - III Simpósio da Formação

Referências Bibliográficas

[1] BORBA, M. C.; SILVA, R. S. R.; GADANIDIS, G. **Fases das Tecnologias Digitais em Educação Matemática:** sala de aula e internet em movimento. Autêntica Editora – 2ª Ed. Coleção tendências em educação matemática. Belo Horizonte, 2018.

[2] BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais:** matemática / Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1998. 152pp. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/matematica.pdf. Acesso em: 14 fev. 2019.

[3] CABRAL, N. F. **Sequências Didáticas:** estrutura e elaboração. Belém: Sbem/Sbem-PA, 2017. Disponível em: http://www.sbembrasil.org.br/files/sequencias_didaticas.pdf. Acesso em: 12 jul. 2019.

[4] FIALHO, N. N.; BARBOZA, L. M. V. **Formação docente e a co-aprendizagem em rede: uma proposta de formação continuada com o uso de tecnologias digitais.** *In:* Os desafios da escola pública paranaense na perspectiva do professor PDE. Disponível em: http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2014/2014_ufpr_qui_artigo_neusa_nogueira_fialho.pdf. Acesso em: 15 jan. 2019.

[5] FIORENTENI, D; LORENZATO, S. **Investigação em educação matemática: percursos teóricos e metodológicos.** 3ª ed. rev- Campinas –SP: Autores Associados, 2012- (Coleção formação de professores).

[6] NETO, F. S. C. **Sequências Didáticas.** Ateliê de educadores. Disponível em: http://atelierdeducadores.blogspot.com/2010/12/sequencias-didaticas.html. Acesso em: 15 jul. 2019.

[7] OLIVEIRA, E. S. G.; CARVALHO, C. A.; SILVA, F. T. B.; RODRIGUES G. M. S. M. **Formação docente para o uso das tecnologias digitais:** novos saberes do professor. *In:* VI Seminários Mídias e Educação do Colégio Pedro

II: Dispositivos móveis e educação, 6, 2015, São Cristóvão. Resumos expandidos, n. 1, 3pp. Disponível em: http://cp2.g12.br/ojs/index.php/midiaseeducacao/article/view/505. Acesso em: 15 jan. 2019.

[8] OLIVEIRA, F. M. **O uso da sala de informática nas aulas de Matemática no ensino fundamental:** percepções de um grupo de professores. Estágio Supervisionado V: Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul, 2013, 14pp. Disponível em: http://bibliodigital.unijui.edu.br:8080/xmlui/bitstream/handle/123456789/1643/Franciele%20-%20Artigo.pdf?sequence=1. Acesso em: 15 fev. 2019.

[9] ONUCHIC, L. de la R; ALLEVATO, N. S. G. **Pesquisa em Resolução de Problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas.** Boletim de Educação Matemática, vol. 25, núm. 41, 2011, pp73-98. Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho. Rio Claro, Brasil. Disponível em: https://repositorio.unesp.br/handle/11449/72994. Acesso em: 19 jul. 2019.

[10] MARCHETTI, J. M.; KLAUS, V. L. C. A. "Software GeoGebra: Um recurso interativo e dinâmico para o ensino de geometria plana". *In:* PARANÁ, Secretaria do Estado da Educação. **Os desafios da escola público paranaense na perspectiva do professor PDE**. 2014, vol. 1. Disponível em: http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2014/2014_unioeste_mat_artigo_josiane_mazzurana.pdf. Acesso em: 21 jul. 2019.

[11] PERNAMBUCO. Secretária de Educação. **Parâmetros Curriculares Nacionais**. 2012. Disponível em: http://www.educacao.pe.gov.br/portal/upload/galeria/750/curriculo_matematica_em_2.pdf. Acesso em: 14 fev. de 2019.

[12] ZABALA, A. **A prática educativa**. Tradução: Ernani F. da F. Rosa. Porto Alegre: ArtMed, 1998.

iro - BA / UNIVASF - III Simpósio da Formação do Professor de Matemática da Região Nordeste - Juazeiro - BA / UNIVASF - III Simpósio da Form

REALIZAÇÃO

ANPMat
Associação Nacional dos Professores de Matemática na Educação Básica

ORGANIZAÇÃO

SBM
SOCIEDADE BRASILEIRA DE MATEMÁTICA

ISBN 978-65-81453-02-2
9 786581 453022 >