IV Simpósio Nacional
da Formação do Professor de Matemática

OFICINA DE JOGOS DIDÁTICOS DO GEMAT-UERJ

Leandro Machado
Gabriel Boucinhas
Guilherme Silva
Manuela Correia
Pedro Teba
Thiago Cunha

ANPMat
Associação Nacional dos Professores de Matemática na Educação Básica

Oficina de Jogos didáticos do Gemat-UERJ

Oficina de Jogos didáticos do Gemat-UERJ

Capa: Pablo Diego Regino
Projeto gráfico: Cinthya Maria Schneider Meneghetti

Distribuição
Associação Nacional dos Professores de Matemática na Educação Básica
https://www.anpmat.org.br / email: secretaria@anpmat.org.br

ISBN 978-65-88013-05-2

IV Simpósio Nacional
da Formação do Professor de Matemática

OFICINA DE JOGOS DIDÁTICOS DO GEMAT-UERJ

Leandro Machado
Gabriel Boucinhas
Guilherme Silva
Manuela Correia
Pedro Teba
Thiago Cunha

1ª edição
2020
Rio de Janeiro

ANPMat

Dedicado a todos os Professores de Matemática do nosso país.

Agradecimentos

À Profª Gabriela Brião, que nos confiou o projeto de lúdica do Gemat e que segue em constante colaboração conosco. Aos professores Barbra Southern e Caunnê Touriño, pela valiosa contribuição na preparação dos jogos e aos professores Leonardo Mussmano, Moisés Ceni e Sérgio Gonçalves, pela parceria na modelagem computacional do Jogo da Corrida de Cavalos e Probabilidade.

Aos alunos da Especialização em Aprendizagem em Matemática da Uerj, Alex Costa, Anderson Werneck, Heber Araújo e Luciana Silva, que construíram e doaram ao Gemat os jogos 'Batalha dos Pinos' e 'Super Trunfo'.

Aos alunos da Licenciatura em Matemática da Uerj, Bianca Thiago, Bruna Nascimento, Daniella Camilato, Evellyn Ramos, Gabriela Borjas, Heloisa Sepúlveda, Paulo Roberto Firmino e Thayná Palafóz, integrantes do Gemat e também coautores deste material. Sem vocês, nada disso seria possível.

À Anpmat, pela excepcional organização do Simpósio, e à SBM, pela parceria que viabilizou a publicação deste *e-book*.

Sumário

1 Introdução **3**

1.1 Objetivos 4

1.2 Organização do Trabalho 4

2 Metodologia **7**

2.1 Primeira Sessão 7

2.1.1 Estação 1 - Corrida de Cavalos e Probabilidade 7

2.1.2 Estação 2 - Jogo do Cano (ASMD) 8

2.1.3 Estação 3 - Jogo da Corrente 9

2.1.4 Estação 4 - Dominó de Múltiplos 10

2.1.5 Estação 5 - Super Trunfo 10

2.1.6 Estação 6 - Cubo Mágico, Tetris 3D e Ligue 4 11

2.2 Segunda Sessão 12

2.2.1 Estação 7 - Sequência Didática para Números Negativos . 13

2.2.2 Estação 8 - Sequência Didática para Equações do 2º Grau 14

3 Caderno de Atividades **17**

3.1 Jogos Diversos 17

3.1.1 Estação 1: Corrida de Cavalos e Probabilidade 17

3.1.2 Estação 2: Jogo do Cano 21

3.1.3 Estação 3: Jogo da Corrente 24

3.1.4 Estação 4: Dominó de Múltiplos 28

3.1.5 Estação 5: Super Trunfo 32

3.1.6 Estação 6: Cubo Mágico / Tetris 3D / Ligue 4 35

3.2 Sequência Didática - Números Relativos 40

3.2.1 Jogo 1: Círculo Zero 41

3.2.2 Jogo 2: Banco Imobiliário 44

3.2.3 Jogo 3: Quatro em Linha 47

3.2.4 Jogo 4: Batalha dos Pinos 51

3.3 Sequência Didática - Equações do 2º Grau 54

3.3.1 Jogo 1: Perfil 55

3.3.2 Jogo 2: Pesca e Procura 58

3.3.3 Jogo 3: Duelo das Equações 61

3.3.4 Jogo 4: Bingo 64

4 Conclusões **69**

Capítulo 1

Introdução

> *"O professor não ensina, mas arranja modos de a própria criança descobrir..."*
>
> – Jean Piaget

O Grupo de Educação Matemática do CAp-Uerj (Gemat-Uerj) foi criado no início de 2013, com o objetivo inicial de fomentar uma discussão mais ampla sobre como é a formação de um professor de Matemática que usa a Matemática Lúdica em sua sala de aula (BRIÃO *et al.*, 2016).

Neste cenário, foi criado o projeto de extensão "Trazendo o lúdico para a sala de aula: jogos didáticos", com o qual temos inserido os alunos de Licenciatura em Matemática do IME-Uerj na elaboração dos jogos e monitoramento das oficinas, que acontecem em escolas públicas na periferia da cidade do Rio de Janeiro.

A partir da experiência adquirida com essas atividades, pudemos perceber alguns pontos importantes no que diz respeito à Ludicidade da Matemática e às práticas pedagógicas nas escolas visitadas:

- em geral, o "Dia dos Jogos" é bastante atrativo aos alunos, que participam com empolgação das atividades;

- existe uma dificuldade em tornar o jogo parte integrante do processo ensino-aprendizagem em Matemática, especialmente pela falta de tempo para o desenvolvimento de atividades pós-jogos;

- nossos colegas professores também sinalizam de maneira positiva às atividades apresentadas, pontuando que, se houvesse oferta de materiais acessíveis e, principalmente, de orientações pedagógicas a respeito de como fazer a transição do lúdico para o teórico, eles certamente utilizariam de maneira mais recorrente estratégias que utilizam os jogos no Ensino de Matemática.

Diante dessas reflexões, entendemos que o projeto deveria ser aprofundado, de forma a ajudar efetivamente em uma mudança de paradigma no Ensino de Matemática: o “Dia dos Jogos” deveria se incorporar às atividades acadêmicas cotidianas, fazendo com que os alunos pudessem vivenciar a Matemática a partir de experiências práticas. Para isso, seria necessário investir em duas frentes, a confecção e distribuição de jogos com materiais de baixo custo, e a produção de roteiros de ação para aprofundamento dos conteúdos matemáticos a partir de tais jogos.

A proposta de Oficina que apresentaremos neste documento visa exatamente compartilhar a produção do Gemat-Uerj no ano de 2019, a partir das reflexões citadas anteriormente. Preparamos roteiros de aprofundamento para os jogos já existentes e criamos duas sequências didáticas, totalmente baseadas em jogos, para dois temas relevantes da Matemática do Ensino Fundamental: o estudo dos Números Relativos (7º Ano) e das Equações do 2º Grau (9º Ano). Esperamos que nossos colegas de simpósio apreciem os materiais e possam replicá-los em suas instituições de origem.

1.1 Objetivos

O objetivo geral desta proposta de Oficina é discutir, junto aos professores participantes no evento, possibilidades de utilização de Jogos, não apenas como disparador das discussões dos conceitos matemáticos, mas também como recursos para o aprofundamento desses conceitos. Para isso, listamos os seguintes objetivos específicos:

- Apresentação de diversos jogos educativos para utilização em turmas de Ensino Fundamental e Médio, com roteiros para aprofundamento dos conceitos matemáticos associados a eles;

- Reflexões acerca de variações nas regras dos jogos, para adaptações em turmas diversas;

- Acompanhamento de duas Sequências Didáticas (Números Relativos e Equações do 2º Grau) nas quais os Jogos são os recursos que disparam e aprofundam as discussões.

1.2 Organização do Trabalho

Nossa proposta de Oficina está estruturada para duas sessões de 1h45min cada. Na primeira sessão, apresentaremos brevemente o Gemat-Uerj e falaremos sobre a linha de pesquisa relacionada à ludicidade no ensino de Matemática, pontuando algumas atividades já desenvolvidas. Posteriormente, os participantes serão divididos em grupos que podem variar entre 4 e 12 integrantes, para experimentarem seis estações de trabalho, que discutem conceitos variados da Matemática desenvolvida nos Ensinos Fundamental e Médio. Em cada estação, encontrarão um jogo e um breve roteiro com informações sobre como prepará-lo, regra e possibilidade de variações e questões para desenvolvimento do conteúdo trabalhado pelo jogo em uma atividade posterior à experimentação. Em algumas dessas estações, pode ser pedido também que os participantes elaborem um jogo similar, com uma temática diferente. Ao final dessa primeira sessão, faremos uma breve discussão acerca das possibilidades de exploração dos jogos apresentados.

Na segunda sessão, montaremos duas grandes estações: em uma delas haverá quatro jogos que trabalham o tema Números Relativos, e na outra haverá outros quatro jogos, que desenvolvem o tema Equações do 2º Grau. Os participantes serão divididos em grupos para percorrerem essas estações em uma ordem predeterminada, começando com jogos que servem para introduzir esses conceitos e caminhando para os demais jogos, que visam o aprofundamento dos conceitos. Além de experimentarem os oito jogos, os participantes terão acesso a duas grandes Sequências Didáticas (uma para cada tema), com exercícios de aprofundamento que podem ser trabalhados nas escolas em sessões posteriores à apresentação dos jogos. Ao final desta sessão, encerraremos a oficina com um breve debate acerca da proposta apresentada, possibilidades de melhoria e relatos sobre a experiência dos participantes com atividades lúdicas em suas unidades de origem.

O grupo de trabalho será composto pelo professor Leandro da Silva Machado (Mestre em Matemática e professor-assistente do CAp-Uerj), pelo professor Gabriel Cacau (Mestre em Matemática e professor da Rede Municipal do Rio de Janeiro) e por um grupo de estudantes de Licenciatura em Matemática vinculados ao Gemat, representados neste texto pelos licenciandos Guilherme Silva, Manuela Correia, Pedro Teba e Thiago Cunha, além dos professores inscritos na Oficina. Disponibilizaremos até 40 vagas.

Os materiais necessários à realização da oficina serão levados pelo Gemat-Uerj.

Capítulo 2

Metodologia

2.1 Primeira Sessão

2.1.1 Estação 1 - Corrida de Cavalos e Probabilidade

Em seu artigo "Cenários para Investigação" [4], o matemático dinamarquês Ole Skovsmose (2000) defende uma proposta de aula voltada para investigações matemáticas, em detrimento do que ele chama de paradigma do exercício. Nesse mesmo artigo, ele planta a semente para o jogo Corrida de Cavalos e Probabilidade.

Nesse jogo, os participantes devem, a cada partida, escolher um cavalo e um número de 2 a 12. Eles posicionam seus cavalos na linha de partida, na mesma coluna do número escolhido. Dois dados são lançados e verifica-se a soma dos pontos das faces que ficaram para cima. O jogador que escolheu aquele número anda com seu cavalo uma casa para frente, e os dados são lançados novamente. Ganha a partida o jogador cujo cavalo chega primeiro na linha de chegada. O prêmio a que tem direito é aquele que está posicionado na mesma coluna do número escolhido.

Há também outro prêmio a ser conquistado: o jogador que se aproximar mais do número de lançamentos necessários para que haja um vencedor (por exemplo, em determinada rodada foi necessário lanąr os dados 20 vezes até que um dos cavalos chegue na linha de chegada) ganha um brinde extra.

Sugerimos que cada grupo de professores jogue 5 corridas diferentes e registrem o número do cavalo vencedor e o número de lançamentos feitos até que se tenha conhecido o vencedor. Ao final dessa atividade, pelo menos quatro questões de aprofundamento aparecem naturalmente:

- Qual é o cavalo com maior probabilidade de ganhar a corrida?
- De quanto é essa probabilidade?

- Qual é o número de rodadas esperadas para que se tenha um vencedor?
- Se diminuirmos o número de casas da corrida, os cavalos das pontas aumentam a probabilidade de vitória ou diminuem?

Para discutir essas questões, apresentaremos um roteiro de atividades que acompanha esse jogo. Ele encontra-se no Capítulo 3 deste *e-book*. Algumas dessas discussões resultaram em um artigo elaborado pelo Prof. Leandro Machado junto a outros colegas do Departamento de Matemática e Desenho do CAp-Uerj e está em processo de análise no periódico *Educação Matemática em Revista*.

2.1.2 Estação 2 - Jogo do Cano (ASMD)

O Jogo Adição, Subtração, Multiplicação e Divisão (ASMD) é um clássico do Ensino Fundamental. Ele trabalha os conceitos relacionados às expressões numéricas envolvendo as quatro operações básicas. Na versão a ser apresentada pelo Gemat-Uerj nesta proposta de oficina, o tabuleiro por onde os peões avançam, jogada a jogada, é composto de canos de pvc, o que justifica o nome Jogo do Cano.

Fundamentalmente, os canos contêm marcas que começam no número zero e terminam no número 10. São 5 jogadores (5 pistas, portanto) e, a cada rodada, o jogador da vez lança três dados. Para subir com a sua peça para a primeira marcação – zero – ele deve encontrar uma expressão algébrica que envolva os três números mostrados nos dados e cujo resultado seja o número a ser conquistado (inicialmente, o zero). Conseguindo conquistar o zero, o jogador lança os dados novamente, de forma a tentar atingir a próxima posição – um. Não conseguindo, ele passa a vez. O vencedor é o jogador que conseguir atingir, primeiramente, a posição 10.

Por exemplo, se um jogador quer avançar para a casa 3 e tirou 4, 5 e 5 no lançamento dos três dados, ele pode responder $4 - (5 \div 5) = 3$ e avançar, lançando novamente os dados, com o objetivo de conseguir uma expressão numérica cujo resultado seja, agora, 4. Por outro lado, se o jogador quer avançar para a casa 3 mas tirou nos dados os números 1, 3 e 4, ele não conseguirá formar uma expressão numérica cujo resultado seja 3 (utilizando apenas as 4 operações básicas e os sinais de prioridade – parênteses), e dará a vez ao próximo jogador.

Originalmente, este é um jogo criado para turmas entre 4º e 7º Ano do Ensino Fundamental. No entanto, nossa experiência com a aplicação do Jogo do Cano em turmas mais avançadas, permitiu-nos discutir e aprofundar outros conceitos, em geral relacionados à Combinatória e Probabilidade. Algumas questões que aparecem ao longo da experimentação em turmas de Ensino Médio são:

- Quantos resultados distintos podem aparecer no lançamento de três dados iguais?

- Que número é mais "conquistável", ou seja, se considerarmos que os jogadores conseguem encontrar uma expressão numérica com os valores mostrados nos dados sempre que essas existem, qual é o número mais fácil de se encontrar como resultado de uma expressão numérica?

- Qual é a probabilidade de um jogador começar e terminar o jogo sem dar a vez a nenhum outro jogador (ou seja, ele conquista o zero, joga novamente, conquista o um e vai jogando novamente até que conquiste o dez, sempre conseguindo uma expressão numérica), considerando-se que o jogador consegue encontrar as expressões, sempre que elas existem?

- Até que número poderíamos prosseguir com o Jogo do Cano, tendo a certeza de que ele é "acabável" (ou seja, tendo a certeza de que ao lançar três dados, existe pelo menos uma combinação de resultados que resulte em números variando de 0 a N)?

Para discutir essas questões, apresentaremos um roteiro de atividades que acompanha esse jogo. Ele encontra-se nono Capítulo 3 deste *e-book*. Algumas dessas discussões resultaram em um artigo elaborado pelos professores Leandro Machado e Gabriel Boucinhas, publicado na 3ª edição da *Revista do Clube de Matemáticos*[2].

2.1.3 Estação 3 - Jogo da Corrente

O Jogo da Corrente é um dos jogos mais apreciados pelos alunos nas nossas oficinas, pelo seu dinamismo. Nesse jogo, não há uma disputa entre os participantes, eles jogam coletivamente, estimulando a colaboração entre todos. As regras são bem simples:

- os doze participantes são alocados em um círculo e cada um recebe um cartão. Escolhe-se um jogador para começar a corrente: ele lê o seu cartão, no qual há um enigma;

- o jogador que tem, em seu próprio cartão, a resposta para o enigma, deve-se apresentar e dar uma das mãos ao jogador anterior;

- na sequência, esse novo jogador lê o seu enigma e o jogo prossegue da mesma maneira;

- o grupo ganha o jogo quando a corrente se fecha, ou seja, quando a resposta do enigma do último jogador está no cartão do participante que iniciou o jogo;

- se a corrente não fechar, deve-se verificar (em conjunto) onde houve o erro e tentar refazer, até que o grupo consiga terminar a corrente.

Originalmente, esse jogo foi elaborado para desenvolver temas associados às propriedades operatórias com números naturais e Equações do 1º Grau. Um exemplo de cartão é "Eu tenho 4. Quem tem o número que, dividido pelo meu, dá 8?". Entretanto, é possível elaborar outros Jogos da Corrente, com temas variados. No roteiro que acompanha esta estação, pedimos que o grupo escolha entre três temas distintos – Poliedros de Platão, Pirâmides e Prismas em geral (2º Ano E.M.); Função Afim (1º Ano E.M.) e Porcentagem – para confeccionarem um Jogo da Corrente, que será utilizado pelo próximo grupo a participar desta estação.

2.1.4 Estação 4 - Dominó de Múltiplos

Quem não gosta de jogar dominó? O dominó é um jogo tão presente na infância e adolescência de nossos alunos, que é natural trazê-lo para aproveitamento em atividades acadêmicas. O Dominó de Múltiplos, que apresentaremos na Estação 4, usa um conjunto de 55 peças (além das 28 peças tradicionais, há também outras peças cujos símbolos apresentam representações para os números 7, 8 e 9) e as regras seguem abaixo:

- Os seis participantes serão divididos em três duplas de jogadores;
- Cada jogador recebe 9 peças, e a peça que sobra é virada sobre a mesa;
- Os dominós são jogados sobre a mesa como de hábito, cada desenho encaixando no seu correspondente da outra peça;
- A diferença está na pontuação: uma dupla pontua toda vez que um jogador consegue obter, somando os valores das pontas abertas no jogo, um número que é Múltiplo de 5. A pontuação é igual a esse número;
- Ganha o jogo a dupla que atingir 100 pontos primeiramente;
- OBS: O primeiro *gabão* (peça com dois números iguais) lançado na partida permite que se abram outras duas pontas, em suas laterais.

Originalmente elaborado para desenvolver conceitos matemáticos relacionados com Múltiplos e Divisores em turmas de 6º Ano do Ensino Fundamental, o Dominó de Múltiplos é jogado inicialmente com pontuação nos Múltiplos de 5, que é uma base relativamente simples de ser investigada. No entanto, há variantes para o jogo em outras bases. No roteiro que acompanha essa estação, sugerimos que os participantes da oficina joguem uma segunda partida do Dominó de Múltiplos, pontuando sempre que a dupla conseguir um Múltiplo de 7.

2.1.5 Estação 5 - Super Trunfo

Super Trunfo, o original, foi um jogo de cartas bastante popular nos anos 90. Havia versões com carros, motos, barcos e aviões, e o jogo consistia em duelos entre dois jogadores, cada um com suas cartas: uma característica comum (por exemplo, velocidade máxima) era lida por ambos os jogadores, e quem tivesse a carta com o maior valor, vencia e levava a carta do adversário.

Nesta adaptação, elaborada por alunos do Curso de Especialização Aprendizagem em Matemática do IME-Uerj, sob a supervisão da Prof^{a} Gabriela Brião e gentilmente cedida ao Gemat-Uerj, os participantes jogam em duplas com um baralho de cartas que, em vez de veículos, apresentam sólidos geométricos. Esses sólidos têm algumas características comuns, a saber, volume, área lateral e área total, e apresentam também informações cruciais para que sejam calculadas cada uma dessas características. Após embaralhar as cartas e dividi-las entre as duas duplas, o jogo segue como descrito a seguir:

- Cada dupla formará seu monte e só poderá ver a primeira carta da pilha;
- A primeira dupla começa o jogo, escolhendo uma característica da figura que está na parte de cima do seu monte. Essa dupla deve calcular o valor numérico da característica escolhida e dizer em voz alta para a dupla adversária;
- A dupla adversária deve calcular o valor numérico da mesma característica, na carta que está na primeira posição do seu monte e dizer em voz alta;
- A carta com o maior valor numérico ganha a rodada e leva a carta da dupla adversária;
- O jogo recomeça, alternando-se a vez da escolha da característica a ser utilizada;
- Ganha a partida a dupla que conseguir pegar todas as cartas.
- OBS: O Super Trunfo (Icosaedro) ganha de todas as cartas cujo número de identificação não seja um múltiplo de 5, perdendo apenas para esses.

Originalmente elaborado para desenvolver conceitos matemáticos relacionados ao cálculo de área e volume de sólidos geométricos, em turmas do 2^{o} Ano do Ensino Médio, esse jogo pode ser adaptado para utilização em turmas de Ensino Fundamental. No roteiro que acompanha essa estação, sugerimos que os participantes criem um Super Trunfo de poliedros, para trabalhar o número de faces, vértices e arestas.

2.1.6 Estação 6 - Cubo Mágico, Tetris 3D e Ligue 4

Que matemático não foi, em algum momento de sua vida, seduzido por resolver o cubo mágico?

Nesta estação, vamos analisar detalhadamente os movimentos possíveis de serem realizados no Cubo Mágico, de forma a fazer com que os participantes possam resolvê-lo. O método mostrado é o de camadas – primeiro a base do cubo, depois a faixa do meio e, por fim, seu topo. Esse método permite que mesmo aqueles que nunca viram um Cubo Mágico possam aprender a resolvê-lo.

Nossa experiência nas escolas parceiras mostra que, em geral, há sempre alguns alunos que sabem resolver o Cubo Mágico. Dessa forma, esses alunos são convidados para serem monitores desta estação. Como no Simpósio estaremos com outros colegas matemáticos, é possível que exista um bom número de pessoas que conhecem outras técnicas para resolução do Cubo Mágico, o que nos permitirá também convidá-las para participar na monitoria da Estação, intercambiando o conhecimento.

Apresentaremos também alguns desafios particulares como por exemplo, deixar em todas as faces apenas o quadrado central em uma cor diferente das demais. No roteiro que acompanha a Estação, discutimos um problema clássico de contagem em cubos $n \times n \times n$.

Na Estação 6 encontra-se também o "Tetris 3D", um quebra-cabeças formado por 16 peças de madeira de 2 cores diferentes, formado por peças que são do mesmo formato daquelas encontradas no clássico jogo "Tetris". O jogo é desenvolvido coletivamente, e o objetivo do grupo é formar, com todas as peças, um Cubo de dimensões $4 \times 4 \times 4$. Essa é uma atividade que, em nossas visitas às escolas parceiras, também sempre é muito bem avaliada pelos alunos, tanto do Ensino Fundamental quanto do Ensino Médio.

Por fim, a estação é complementada com o "Ligue 4", um jogo de estratégia onde os participantes devem formar uma linha de 4 peças de mesmo atributo: tamanho (pequeno ou grande), cor (branco ou marrom), formato (cilíndrico ou paralelepípedo) ou topo (liso ou desenhado). O diferencial desse jogo é que o participante escolhe a peça que seu adversário colocará no tabuleiro.

2.2 Segunda Sessão

Em 2019, a produção da linha de pesquisa relacionada à ludicidade da Matemática no Gemat-Uerj dedicou-se a desenvolver sequências didáticas utilizando jogos na construção de conceitos predeterminados. No primeiro semestre, desenvolvemos uma sequência didática para o estudo dos Números Relativos. E, no 2º semestre, desenvolvemos uma para o estudo das Equações do 2º Grau.

A ideia desta sessão é mostrar aos participantes que os jogos podem ser utilizados não apenas na apresentação ou encerramento de um conceito, mas sim ao longo da construção do mesmo.

2.2.1 Estação 7 - Sequência Didática para Números Negativos

Nesta estação, mostraremos a "Régua de Referência", apresentada na edição de Jun/2000 na *Revista Nova Escola* [3] e que não é exatamente um jogo, mas um material concreto que serve para discutir os números inteiros como marcadores em um sistema de referência que possui apenas um eixo, mas dois sentidos. Nessa primeira aula, discutem-se, portanto, os inteiros negativos como "espelhamento" dos números naturais e situações práticas como temperaturas inferiores ao ponto de fusão da água, fusos horários e épocas anteriores ao nascimento de Cristo. Com as atividades elaboradas para a Régua de Referência, pode-se refletir também acerca da premissa básica de que, ao somar um inteiro qualquer com seu simétrico, o resultado será zero.

Os jogos desenvolvidos para dar sequência ao desenvolvimento do conceito central são:

1. **Desafio do Círculo Zero:** os participantes recebem peças com números inteiros e precisam distribuí-las em círculos que se interseccionam (como nos diagramas de Venn) de forma que em cada região tenha exatamente uma peça e a soma das regiões em cada círculo seja zero. Esse jogo auxilia na expansão do conceito de soma de inteiros.

2. **Banco Imobiliário:** os jogadores rolam os dados e passeiam pelo tabuleiro, que é composto exclusivamente por cartas do tipo "sorte ou revés" do jogo Banco Imobiliário original. Assim, eles precisam analisar ganhos e perdas e verificar, a cada rodada, como está o seu saldo. O jogo desenvolve o conceito de soma de inteiros e possibilita que a subtração de um número negativo seja vista como a "perda de uma dívida". É possível também iniciar discussões sobre multiplicação de um número inteiro por um número positivo, refletindo sobre o que aconteceria se um jogador caísse várias vezes em uma mesma casa do tabuleiro.

3. **Quatro em Linha:** dois participantes enfrentam-se nesse jogo de estratégia. O objetivo é colocar, em um tabuleiro 6×6, 4 peças da mesma cor em linha, na horizontal, vertical ou diagonal. O desafio é que as casas do tabuleiro são marcadas com números inteiros e, para colocar uma ficha de sua cor em uma casa, o jogador precisará fazer uma multiplicação com dois inteiros cujo resultado esteja naquela casa. Além disso, é o adversário quem escolhe o primeiro fator do produto, fazendo com que a estratégia vencedora esteja diretamente relacionada aos conceitos que queremos desenvolver. Esse jogo trabalha a multiplicação de inteiros e revisita conceitos como critérios de divisibilidade.

4. **Batalha dos Pinos:** outro jogo de estratégia onde duas duplas enfrentam-se. Cada dupla recebe um tabuleiro com 21 pinos alinhado em 6 linhas, de

forma $1+2+3+4+5+6$. O objetivo é retirar todos os pinos do adversário primeiro. Para isso, joga-se um dado para decidir em que linha poderemos retirar os pinos, e outros três dados para criarmos uma expressão numérica cujo resultado indicará o número de pinos a serem retirados. O jogo ajuda bastante no encerramento dos conceitos relacionados às operações básicas com inteiros e revisita os sinais de prioridade na resolução de expressões.

Os roteiros de ação relacionados aos jogos e à própria sequência didática estão em fase de refinamento, a partir dos *feedbacks* que tivemos nas visitas às escolas parceiras. Nessa forma, no próximo capítulo detalharemos o funcionamento de cada jogo.

A ordenação pensada para apresentação da sequência didática é a seguinte:

- Aula 1: Números negativos e sistemas de referência;
- Aula 2: Soma e subtração de inteiros;
- Aula 3: Multiplicação de Inteiros;
- Aula 4: Divisão de Inteiros;
- Aula 5: Expressões Numéricas com números inteiros.

2.2.2 Estação 8 - Sequência Didática para Equações do 2º Grau

Nesta estação, começaremos com o jogo Perfil, para abordar os conceitos mais simples relacionados às equações do 2º grau, os coeficientes *a, b* e *c*.

A construção da sequência didática caminha no sentido de se entender o que são raízes de uma equação do 2º grau, como testá-las e parte da resolução das equações incompletas para as completas via fatoração, resgatando conteúdos geralmente vistos no 8ºano, que se relacionam com produtos notáveis. O parâmetro delta aparecerá naturalmente, como uma expressão recorrente no segundo membro da equação, quando se utiliza o método do completamento do quadrado.

A partir daí, discutimos então a existência ou não de raízes reais e concluiremos que a fórmula conhecida no país como Fórmula de Bháskara não é nada mais que a generalização do método do completamento do quadrado.

Os jogos desenvolvidos para desenvolvimento do conceito central são:

1. **Perfil:** a cada rodada, há um responsável por sortear uma cartela com uma equação e 10 dicas. Os outros participantes devem descobrir qual é a equação, e para isso vão pedindo dicas. Cada dica que é dada pontua o jogador que contém a equação com 1 casa à frente no tabuleiro, enquanto cada dica

não utilizada presenteia o jogador que acertar a equação com 1 casa. As jogadas alternam-se e vence a partida aquele que chegar, primeiro, ao final do tabuleiro. Um clássico jogo de tabuleiro, adaptado para as aulas de Matemática!

2. **Pesca e Procura:** neste jogo há dois tipos de cartas: umas com equações incompletas ou da forma $x^2 - Sx + P = 0$, e outras com duas raízes. Cada participante recebe três equações e quatro cartas com raízes e precisam descartar as cartas com equações, encontrando suas raízes. Caso não consiga o descarte com as suas próprias cartas, os jogadores podem tentar "pescar" as raízes procuradas nas mãos dos adversários. Se ainda assim não conseguirem, então têm que "procurar" no monte de raízes. A cada rodada os participantes alternam-se no papel de pescador, e ganha o jogo aquele que conseguir descartar suas três equações antes dos demais. Esse jogo desenvolve os conceitos relacionados à resolução de equações incompletas e equações do tipo "Soma e Produto".

3. **Duelo das Equações:** duas equipes com 4 jogadores enfrentam-se nesse duelo. Uma das equipes terá os partipantes resolvendo a equação da vez pelo método do completamento do quadrado, enquanto a outra deverá resolver utilizando a fórmula de Bháskara. O processo de solução é compartimentado: o primeiro jogador da equipe faz uma parte preestabelecida e confere com o monitor. Se estiver correto, a equipe ganha um ponto, e o segundo jogador continua de onde o primeiro parou. Se estiver incorreto, o monitor informa onde ocorreu o erro, de forma que o segundo jogador tem chance de ganhar o primeiro ponto. A cada rodada são 4 passos, 4 pontos em jogo. Cada ponto é uma casa no tabuleiro. Ganha a equipe que chegar, primeiramente, ao final do tabuleiro. Esse jogo desenvolve e ajuda a memorizar esses dois métodos de resolução de equações do 2º grau completas.

4. **Bingo:** um jogo clássico, numa versão matemática! Em vez de o sorteador "cantar" um número, ele vai cantar uma equação do 2º grau, uma dupla de raízes reais ou uma informação como o sinal do parâmetro delta ou relacionada a um coeficiente. Os participantes recebem cartelas que, em vez de números, contêm também esses modelos de informações. Caso exista compatibilidade entre o elemento "cantado" e as informações nas cartelas, o participante marca aquela região. Quem completar, primeiramente, a cartela grita Bingo! e vence o jogo. Esse jogo faz um encerramento dos conceitos vistos ao longo da sequência didática.

A ordenação pensada para apresentação da sequência didática é a seguinte:

- Aula 1: Equações do 2º Grau: conceitos iniciais e coeficientes;
- Aula 2: Testando possibilidades de raízes de uma Equação do 2º Grau;

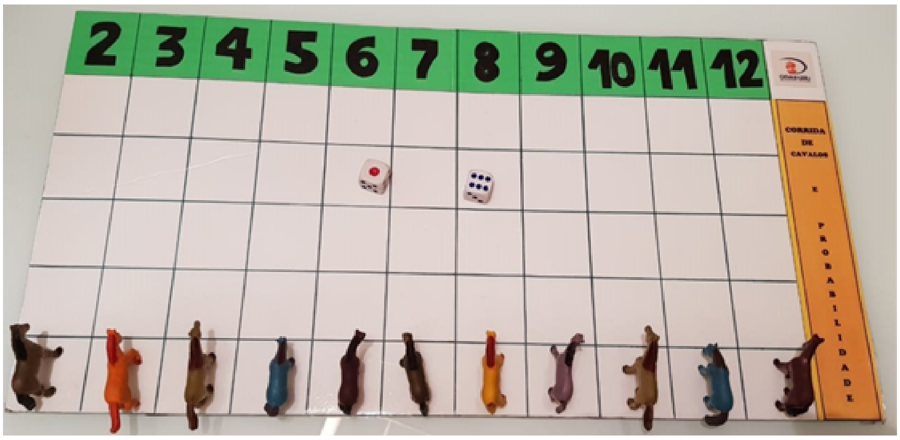
- Aula 3: Equações Incompletas;
- Aula 4: Relações entre coeficientes de uma Equação do 2^o Grau e suas raízes;
- Aula 5: Resolvendo equações completas pelo processo de completamento de quadrados;
- Aula 6: O parâmetro delta e o número de raízes reais;
- Aula 7: Fórmula de Bháskara.

Capítulo 3

Caderno de Atividades

3.1 Jogos Diversos

3.1.1 Estação 1: Corrida de Cavalos e Probabilidade



Conteúdos Desenvolvidos:

- Probabilidade e Estatística.

Escolaridade Indicada:

- A partir do 8º Ano do Ensino Fundamental

Regras:

- Cada participante deve escolher um cavalo e um número, a cada partida;
- Os cavalos são alinhados na linha de saída (última linha do tabuleiro), cada um na coluna do seu próprio número;

- Dois dados são lançados. Anda uma casa para frente o cavalo cujo número é a soma dos números indicados nos dois dados;
- Ganha a partida o cavalo que atingir, primeiramente, a linha de chegada (verde).

Opções de Variações:

- Após algumas partidas, pode-se diferenciar as casas de saída dos cavalos, de forma a equilibrar a pouca probabilidade de os cavalos das casas mais periféricas andarem.

Curiosidade:

- Este jogo é baseado em um artigo do matemático dinamarquês Ole Skovsmose, chamado "Cenários Para Investigação".

Roteiro de Ação - Corrida de Cavalos e Probabilidade:

1) Percebemos que, no Jogo da Corrida de Cavalos, os cavalinhos andam de acordo com a soma obtida em dois dados. Preencha as tabelas abaixo, de forma a entendermos melhor quais são os cavalos que têm a maior probabilidade de andar, em um lançamento:

+	1	2	3	4	5	6
1						
2						
3						
4						
5						
6						

	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Frequência											
Probabilidade (fração)											
Probabilidade (porcentagem)											

2) Quais são os cavalos com maior probabilidade de andar, em um lançamento? Justifique. ____
____
____

3) Quais são os cavalos com menor probabilidade de andar, em um lançamento? Justifique. ____
____
____

4) A cada lançamento, vimos que o cavalo que tem maior probabilidade de andar é o Cavalo Nº __________ , com, aproximadamente, __________ % de chances. Baseado nesse dado, você acredita que a probabilidade deste cavalo ganhar o jogo é maior, menor ou igual à probabilidade dele andar, em cada rodada? __________ Justifique sua resposta: ______________________________
____
____

5) Analogamente, o que acontecerá com a probabilidade dos Cavalos 2 e 12 ganharem o jogo: será maior, menor ou igual à probabilidade deles andarem, em uma única rodada? __________ Justifique sua resposta: ______________________
____
____

6) Para uma corrida de 5 casas, como as que foram disputadas nesta Estação, qual é o menor número de lançamentos para que exista um vencedor? __________
Justifique: ____
____
____

7) E qual é o maior número lançamentos para que exista um vencedor? ________
Justifique: ____
____
____

8) Empiricamente, ou seja, considerando o que foi visto nas partidas disputadas, qual você escolheria como o número esperado de lançamentos até que exista um cavalo vencedor? __________ Justifique sua resposta: ____________________
____
____

9) Veja os gráficos a seguir. Neles, o computador simulou o jogo um milhão de vezes. O primeiro diz quantas vezes cada cavalo venceu, e o segundo mostra quantas vezes que cada rodada teve um vencedor.

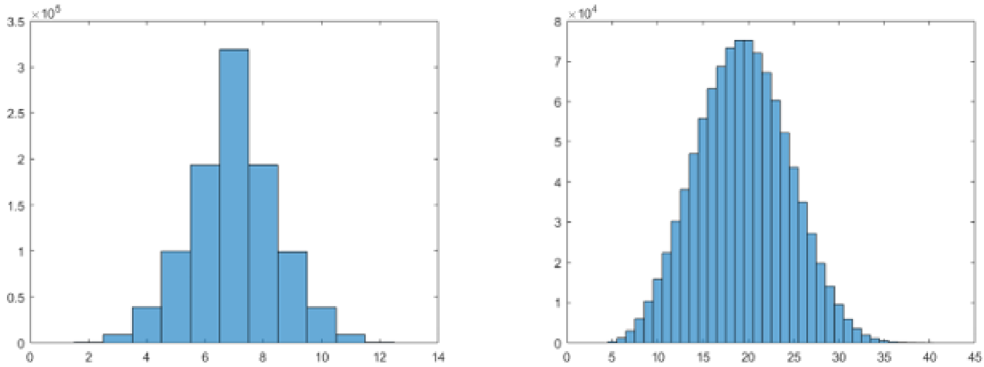
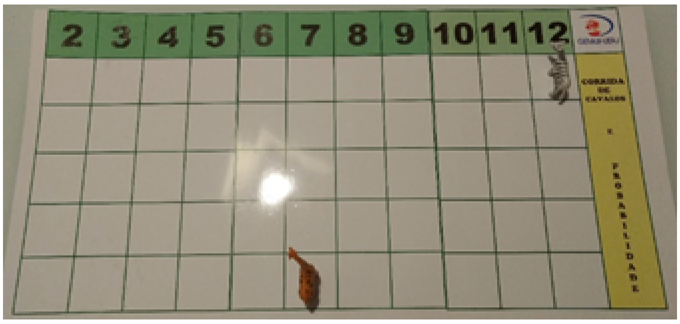


Figura 3.1: Fonte: Matlab. Programação pelos Profs. Moisés Ceni, Leonardo Mussmano, Sérgio Gonçalves e Leandro Machado, DMD- CAp-Uerj

Quais conclusões você pode tirar? ______________________________
____
____

10) Observe a imagem abaixo:



Com o tabuleiro nessa posição e sem os outros cavalos na disputa, quem tem a maior probabilidade de vitória? O Cavalo Nº 7 ou o Cavalo Nº 12? __________
Justifique: ______________________________
____
____

11) Escreva suas considerações sobre esta atividade e possibilidades de melhorias: ______________________________
____
____

3.1.2 Estação 2: Jogo do Cano

Conteúdos Desenvolvidos:

- Expressões Numéricas.

Escolaridade Indicada:

- A partir do 6º Ano do Ensino Fundamental

Regras:

- Para até 5 jogadores;
- Os participantes começam da posição abaixo do zero;
- A cada rodada, o jogador da vez lança três dados. Para subir com a sua peça para a primeira marcação – zero – ele deve fazer duas operações básicas com os três números que saíram;
- Conseguindo subir, o jogador lança os dados novamente, de forma a tentar atingir a próxima posição – um. Não conseguindo, ele passa a vez;
- Caso um adversário consiga uma expressão cujo resultado é o que o jogador da vez não conseguiu, ele poderá dizer e andar uma casa, com o seu próprio peão;

- Vence o jogo o jogador que conseguir atingir, primeiramente, a posição 10.

Curiosidade:

- Esse é um jogo bastante popular entre os professores do Ensino Fundamental I e é conhecido também como ASMD (Adição, Subtração, Multiplicação e Divisão).

Roteiro de Ação - Jogo do Cano:

1) Para que o jogo acabe, é necessário que existam combinações que permitam a montagem de expressões numéricas cujos resultados variem de 0 a 10. Exiba uma combinação para cada um desses valores:

Resultado 0	Resultado 1	Resultado 2	Resultado 3	Resultado 4	Resultado 5

Resultado 6	Resultado 7	Resultado 8	Resultado 9	Resultado 10

2) Para investigar até que número poderíamos seguir no jogo, com a certeza de que ele é "acabável", proceda da seguinte forma:

a) Tente criar uma expressão numérica com os três dados, que tenha 11 como resultado: ____

____

____

b) Tente criar uma expressão numérica com dois dados, que tenha 11 como resultado. A partir dessa expressão, podem-se atingir quais outros números, usando o terceiro dado? ______________________. Justifique sua resposta:

____

____

c) A partir da estratégia traçada no item anterior, tente descobrir até que número poderíamos seguir no Jogo do Cano, com a certeza de que ele é "acabável": __________. Justifique sua resposta: ______________________

____

____

3) Olhando apenas as situações em que os três números são iguais, quais números são possíveis de serem atingidos? Complete a tabela abaixo indicando uma expressão, caso seja possível, ou escreva "impossível", caso não seja:

	Lançamento 1, 1, 1	Lançamento 2, 2, 2	Lançamento 3, 3, 3	Lançamento 4, 4, 4	Lançamento 5, 5, 5	Lançamento 6, 6, 6
Resultado 0						
Resultado 1						
Resultado 2						
Resultado 3						
Resultado 4						
Resultado 5						
Resultado 6						
Resultado 7						
Resultado 8						
Resultado 9						
Resultado 10						

4) Durante o jogo, percebermos que é possível descrever uma expressão que dê ZERO, sempre que os dados apontem pelo menos dois números repetidos.

a) Escreva uma expressão que dê zero para os números abaixo:

Lançamento			Resultado	Expressão
2	2	6	0	
1	1	5	0	
3	3	4	0	
6	6	6	0	

b) Tente explicar por que é possível conseguir uma expressão que dê zero, sempre que os dados apontem pelo menos dois números repetidos: __________

____

5) Percebemos que, no Jogo do Cano, os peões são movimentados a partir de cálculos com expressões formadas pelo lançamento de três dados. Dessa forma, vamos calcular o número de possibilidades diferentes que existem para o lançamento desses três dados:

- Com os três números iguais: __________ possibilidades. Justifique:

  ____

- Com dois números iguais e um diferente: __________ possibilidades. Justifique: ______________________________

____

- Com três números diferentes: __________ possibilidades. Justifique: .
____

- Total de possibilidades: ______ + ______ + ______ = ______.

6) Para determinar qual número é mais provável de ser conquistado e, analogamente, qual é o menos provável, uma estratégia é analisar todas as combinações possíveis e verificar, para quais delas, são os números conquistáveis ou não.

Acesse a planilha eletrônica disponível em Gemat-simposio.blogspot.com, analise algumas combinações de resultados possíveis e verifique os números que são mais prováveis e menos prováveis de se conquistar.

Mais Provável: __________ Probabilidade: __________

Menos Provável: __________ Probabilidade: __________

7) Escreva suas considerações sobre esta atividade e possibilidades de melhorias: ____
____
____
____

3.1.3 Estação 3: Jogo da Corrente

Conteúdos Desenvolvidos:

- Equações do 1º grau.

Escolaridade Indicada:

- A partir do 7º Ano do Ensino Fundamental.

Regras:

- Para 12 participantes, que jogam em um único grupo (não há adversários);
- Os jogadores são alocados em um círculo e cada um recebe um cartão, em que aparecem um enigma e uma resposta de outro enigma;
- Escolhe-se um jogador para começar a corrente: ele lê o enigma que consta em seu cartão;
- O jogador que tem, em seu próprio cartão, a resposta para o enigma, deve-se apresentar e dar uma das mãos ao jogador anterior;
- Na sequência, esse novo jogador lê o seu enigma e o jogo prossegue da mesma maneira;
- O grupo ganha o jogo quando a corrente se fecha, ou seja, quando a resposta do enigma do último jogador está no cartão do primeiro participante;
- Se a corrente não fechar, deve-se verificar (em conjunto) onde houve o erro e tentar refazer, até que o grupo consiga terminar a corrente.

Opções de Variações:

- Pode-se pedir que os alunos construam seu próprio Jogo da Corrente, com um tema preestabelecido pelo professor.

Roteiro de Ação - Jogo da Corrente:

1) Para cada um dos cartões originais do Jogo da Corrente, monte a equação correspondente, resolva-a e dê a solução, que será apresentada pelo próximo jogador:

a) Eu tenho 24. Quem tem o número que, multiplicado por 6, dá o meu número? ____________________

____

____

____

b) Eu tenho 4. Quem tem o número que, dividido pelo meu, dá 8? __________

____

____

c) Eu tenho 32. Quem tem o número que, multiplicado por 5, mais 2, dá o meu? ______

d) Eu tenho 6. Quem tem o número que, subtraído do dobro do meu, dá 16? ______

e) Eu tenho 28. Quem tem o número que, somado com o meu, dá 40? ______

f) Eu tenho 12. Quem tem o número que, dividido por 4 e somado com 12, resulta em 17? ______

g) Eu tenho 20. Quem tem o número que, multiplicado por 4, dá o meu número? ______

h) Eu tenho 5. Quem tem 10 vezes o meu número menos ele mesmo? ______

i) Eu tenho 45. Quem tem um número que divide o meu, onde o resultado dessa divisão mais 7 é igual a 10? ______

j) Eu tenho 15. Quem tem o número que, dividido por mim, resulta em 10? ______

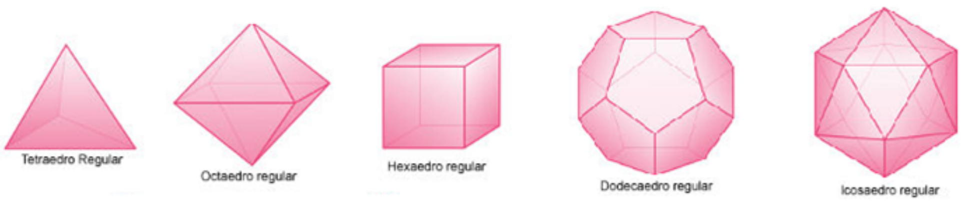
k) Eu tenho 150. Quem tem o número que divide o meu e o resultado, mais 6, dá 56? ____

l) Eu tenho 3. Quem tem o número que, subtraído do meu e dividido por 7, dá 3? ____

2) O grupo receberá 12 cartões em branco para organizar seu próprio Jogo da Corrente. Escolha um dos temas abaixo:

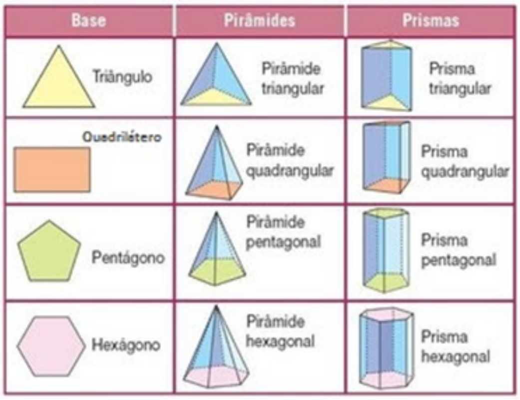
- Poliedros de Platão, Pirâmides e Prismas em geral (2º Ano E.M.);
- Função Afim (1º Ano E.M.);
- Porcentagem (7º Ano E.F.).

Para ajudá-los, seguem algumas informações adicionais[1]:



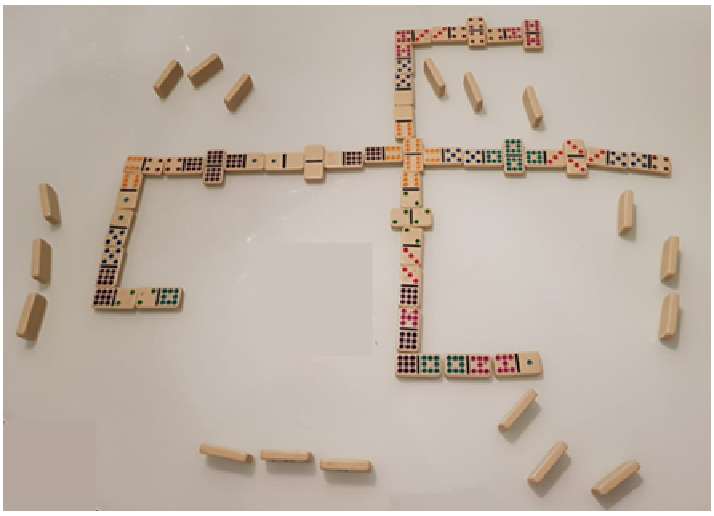
- Exemplo de cartão para Poliedros: *"Eu tenho uma Pirâmide Quadrangular Regular. Quem tem o sólido formado por duas de mim, unidas pelas bases?"*
- Exemplo de cartão para função afim: *"Eu tenho a função real* $f(x) = 3x + 1$. *Quem tem a função real e afim cujo gráfico passa pelos pontos (0,1) e (1,5)?"*
- Exemplo de cartão para porcentagem: *"Eu tenho 40%. Quem tem a porcentagem correspondente a 26 meninas em uma turma de 40 alunos?"*

[1]Crédito das imagens: Portal Mundo Educação e Blog Matemática Cinco



3) Escreva suas considerações sobre esta atividade e possibilidades de melhorias: ____
____
____
____

3.1.4 Estação 4: Dominó de Múltiplos



Conteúdos Desenvolvidos:

- Múltiplos e Divisores.

Escolaridade Indicada:

- A partir do 6º Ano do Ensino Fundamental

Regras:

- Com o dominó de 55 peças, pode-se fazer 3 duplas de jogadores;
- Cada jogador recebe 9 peças e a peça que sobra é virada sobre a mesa;
- Os dominós são jogados sobre a mesa como de hábito, cada desenho encaixando no seu correspondente da outra peça;
- No entanto, uma dupla pontua toda vez que um jogador consegue obter, somando todas as pontas, um número que é Múltiplo de 5. A pontuação é igual a esse número;
- Ganha o jogo o trio que conseguir fazer 100 pontos primeiramente;
- OBS: O primeiro "gabão" lançado na partida permite que se abram outras duas pontas, em suas laterais.

Opções de Variações:

- Com o dominó normal, de 28 peças, joga-se em duas duplas;
- Pode-se pontuar com múltiplos de outros números naturais, não apenas o 5.

Roteiro de Ação - Dominó de Múltiplos:

1) Tomando o Dominó de Múltiplos de 5 como referência, responda às seguintes questões:

a) Se você joga, por exemplo, a peça 6-3, encaixando no lado do 6, a pontuação que havia na mesa aumenta ou diminui? ____________ Quanto? ____________
E se essa mesma peça é encaixada no lado do 3, o que acontece com a pontuação?
____

b) E se a peça a ser jogada for um gabão, o que acontece com a pontuação total? ____
____

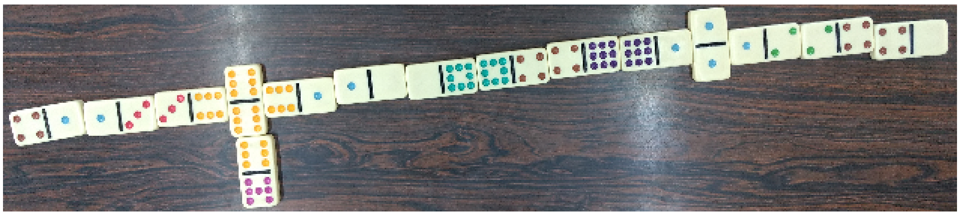
c) Generalizando, o que acontece com a pontuação total da mesa, quando se joga uma nova peça? ____
____

d) Caso você não tenha uma peça para pontuar, mas tenha peça para encaixar na mesa, qual é a melhor estratégia a ser utilizada? Justifique: ______________
____

e) Quais são as peças que fazem pontos imediatamente após uma dupla adversária pontuar? Justifique: ____

f) Qual é o maior número de pontos que se pode fazer em uma única rodada? ____________ Justifique: ____________

2) Observe o retrato de uma partida que se encontra em disputa:



Sabendo que há 3 pontas abertas e que é possível abrir uma 4ª ponta no gabão de 6, responda:

a) Que peças podem ser jogadas para se fazer 5 pontos? ____________

b) Que peças podem ser jogadas para se fazer 10 pontos? ____________

c) Que peças podem ser jogadas para se fazer 15 pontos? ____________

e) Que peças podem ser jogadas para se fazer 20 pontos? ____________

f) Que peças podem ser jogadas para se fazer 25 pontos? ____________

3) Joana vai jogar com o tabuleiro na configuração abaixo:

Que peças ela pode usar para pontuar na rodada? ____________

Justifique: ____________

4) Dispute uma partida de Dominó de Múltiplos em outra base, maior que 5. Escreva a base escolhida e informe as diferenças encontradas: ____________

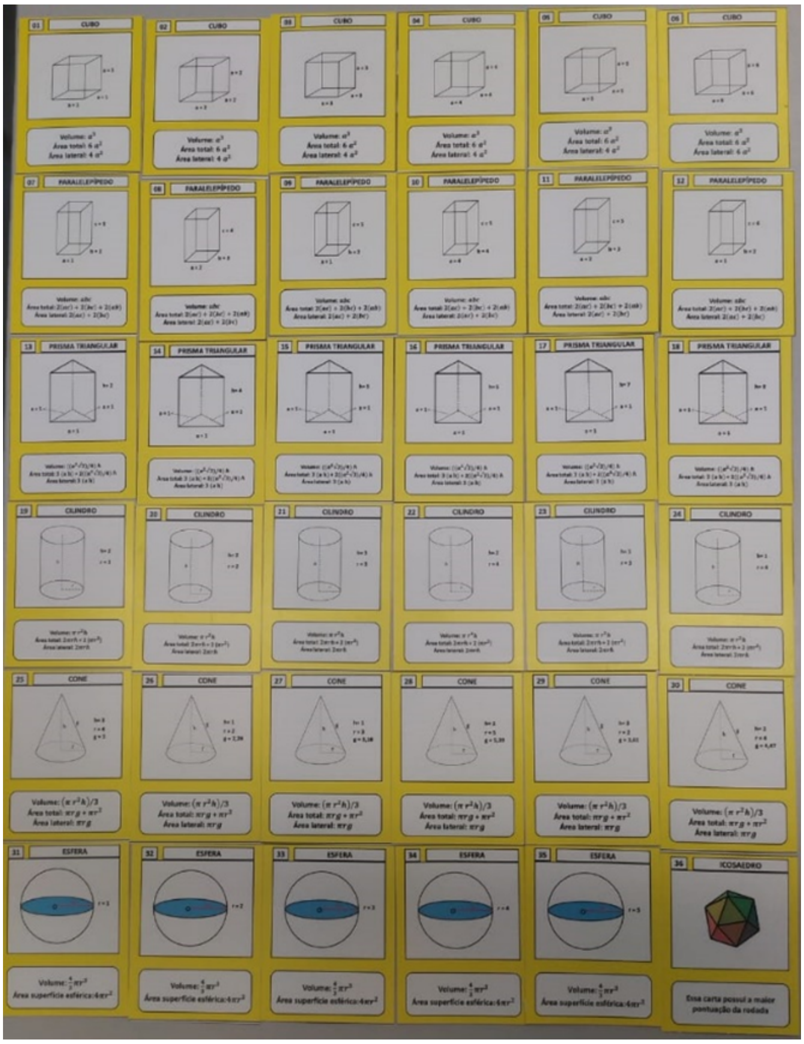
Foi mais fácil ou mais difícil jogar na base escolhida? Por quê?

5) Geraldo vai jogar o Dominó de Múltiplos de 7 com o tabuleiro na configuração abaixo:

Que peças ele pode usar para pontuar na rodada?

6) Escreva suas considerações sobre esta atividade e possibilidades de melhorias:

3.1.5 Estação 5: Super Trunfo



Conteúdos Desenvolvidos:

- Sólidos Geométricos;
- Cálculo de Áreas e Volumes.

Escolaridade Indicada:

- A partir do 2º Ano do Ensino Médio.

Regras:

- Duas duplas enfrentam-se a cada partida;

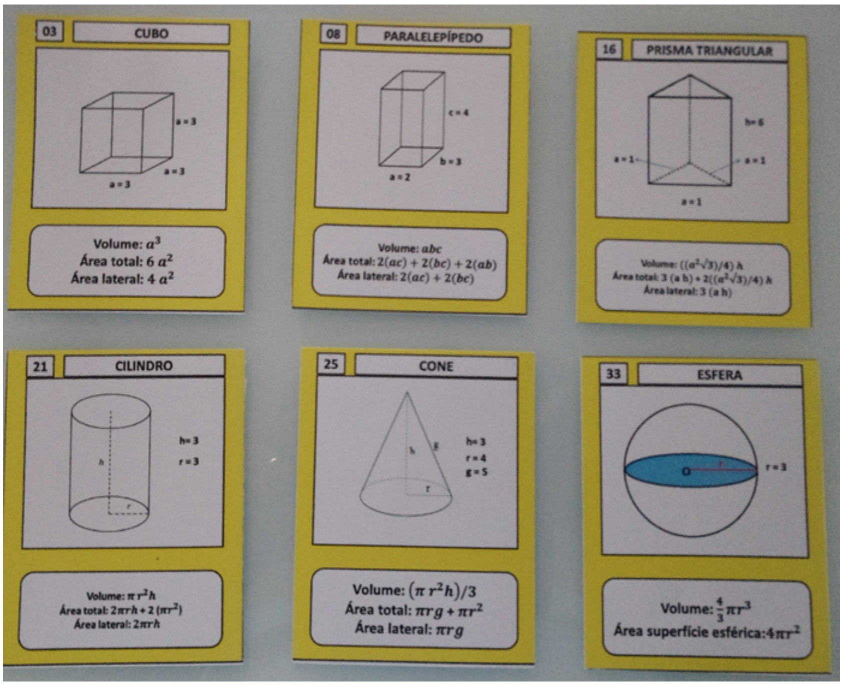
- As cartas são distribuídas para as duplas, que arrumam cada uma o seu monte;
- A cada rodada, as duplas alternam-se na escolha de uma característica comum (por exemplo, Volume), calculam o valor numérico dessa característica na primeira carta de cada monte e comparam;
- A dupla cujo valor numérico for maior fica com a carta da outra dupla. Ambas as cartas vão para o final do monte da dupla vencedora e abre-se nova rodada de comparação;
- O Super Trunfo ganha de todas as cartas, com exceção às identificadas com números que sejam múltiplos de 5;
- Ganha o jogo a dupla que conseguir ficar com todas as cartas.

Possibilidade de Variação:

- Pode ser adaptado para o Ensino Fundamental, trabalhando o número de faces, vértices e arestas de um poliedro.

Roteiro de Ação - Super Trunfo:

1) Para cada uma das cartas abaixo, encontre os valores das características apresentadas:



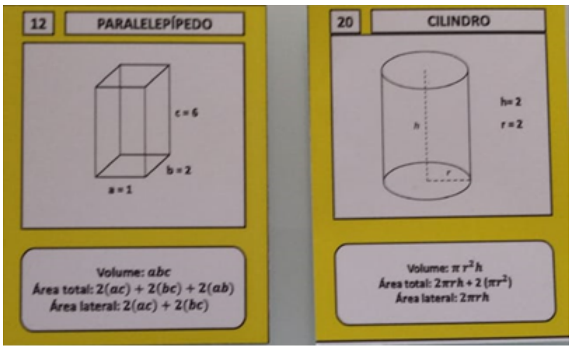
Cubo (03)		Paralelepípedo (08)		Prisma Triangular (16)	
Volume		Volume		Volume	
Área Lateral		Área Lateral		Área Lateral	
Área Total		Área Total		Área Total	

Cilindro (21)		Cone (25)		Esfera (33)	
Volume		Volume		Volume	
Área Lateral		Área Lateral			
Área Total		Área Total		Área Total	

2) Observe as cartas 12 (Paralelepípedo) e 20 (Cilindro):

a) Existe um único atributo no qual a carta 12 leva vantagem sobre a carta 20. Qual é? ____

____



b) Por que você acha que a carta 12 consegue vencer nesse atributo e não nos outros? ____

____

3) Da mesma forma, existe um único atributo em que a carta 27 (Cone) vence a carta 23 (Cilindro).

a) Qual é? ____

b) Por que você acha que a carta 12 consegue vencer nesse atributo e não nos outros? ____

____

4) Considere um cubo de aresta 6 com uma esfera de diâmetro 6.

a) Sem fazer os cálculos, que sólido você acredita que possui o maior volume? ____________________ Por quê? ____

____

b) Sem fazer os cálculos, que sólido você acredita que possui a maior área total? ____________________ Por quê? ____________________________________

____

c) Faça os cálculos e verifique se suas conjecturas anteriores estavam corretas. O que você concluiu? ____

____

5) O grupo receberá outro baralho, com alguns poliedros diversos, para a construção de um novo Super Trunfo, com os itens “faces, arestas e vértices”.

a) Preencha adequadamente as características de cada sólido e joguem uma partida com esse novo baralho.

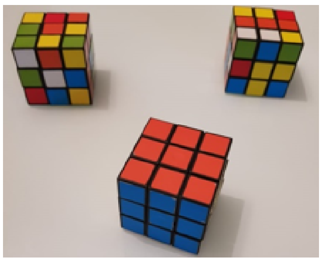
b) Qual a carta que perde em qualquer atributo que for selecionado? Justifique:

____

6) Escreva suas considerações sobre esta atividade e possibilidades de melhorias: ____

____

3.1.6 Estação 6: Cubo Mágico / Tetris 3D / Ligue 4




Conteúdos Desenvolvidos:

- Raciocínio Lógico;

- Sólidos Geométricos;
- Padrões e Sequências;
- Simetrias.

Escolaridade Indicada:

- A partir do 6º Ano do Ensino Fundamental.

Regras Cubo Mágico:

- Alinhar, ao mesmo tempo, todas as peças de mesma cor em uma mesma face do cubo.

Regras Tetris 3D:

- Os participantes são divididos em equipes;
- O objetivo é formar um cubo $4 \times 4 \times 4$, com as 16 peças dadas;
- Vence a equipe que formar o cubo em menos tempo.

Regras Ligue 4:

- Também é disputado por 2 jogadores;
- Todas as peças ficam disponíveis para serem jogadas, a cada rodada;
- O primeiro jogador escolhe uma peça e entrega ao adversário, para esse inserir no tabuleiro, na posição que desejar;
- Na próxima jogada, os papéis invertem-se: o jogador 2 é quem escolhe uma das peças para que o adversário insira no tabuleiro;
- Ganha o jogo, o partcipante que formar uma linha de 4 peças com os mesmos atributos (forma, tamanho, cor ou vista de cima), independentemente de quem jogou as outras 3 peças da linha vencedora.

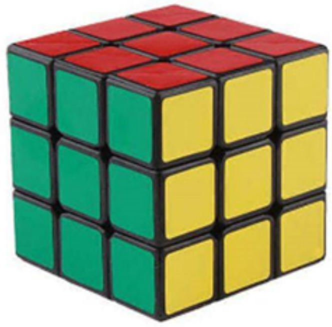
Curiosidade:

- Existem outros "Sólidos Mágicos", como por exemplo:




Roteiro de Ação - Cubo Mágico / Tetris 3D / Ligue 4:

1) Considerando um cubo maciço $3 \times 3 \times 3$, responda:



a) Quantos cubinhos há nesse cubo? ________
Justifique: ________________________________

b) Quantos têm 3 faces coloridas? ________
Justifique: ________________________________

c) Quantos têm 2 faces coloridas? ________
Justifique: ________________________________

d) Quantos têm 1 face colorida? ________
Justifique: ________________________________

e) Quantos têm 0 face colorida? ______________ Justifique: __________

2) Considerando um cubo maciço $4 \times 4 \times 4$, responda:

a) Quantos cubinhos há nesse cubo? ________
Justifique: ________________________________

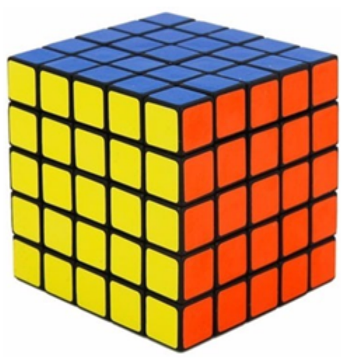
b) Quantos têm 3 faces coloridas? ________
Justifique: ________________________________

c) Quantos têm 2 faces coloridas? ________
Justifique: ________________________________

d) Quantos têm 1 face colorida? ________
Justifique: ________________________________

e) Quantos têm 0 face colorida? ______________ Justifique: __________

3) Considerando um cubo maciço $5 \times 5 \times 5$, responda:



a) Quantos cubinhos há nesse cubo? ________
Justifique: ________________________________

b) Quantos têm 3 faces coloridas? ________
Justifique: ________________________________

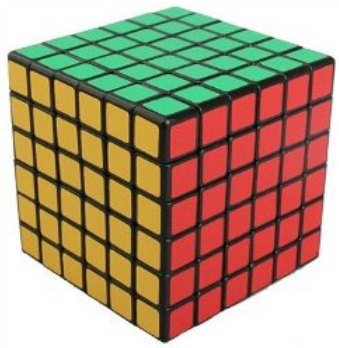
c) Quantos têm 2 faces coloridas? ________
Justifique: ________________________________

d) Quantos têm 1 face colorida? ________

Justifique: ____________________

e) Quantos têm 0 face colorida? ____________ Justifique: ________

4) Considerando um cubo maciço $6 \times 6 \times 6$, responda:



a) Quantos cubinhos há nesse cubo? ______
Justifique: ____________________

b) Quantos têm 3 faces coloridas? ______
Justifique: ____________________

c) Quantos têm 2 faces coloridas? ______
Justifique: ____________________

d) Quantos têm 1 face colorida? ______
Justifique: ____________________

e) Quantos têm 0 face colorida? ____________ Justifique: ________

5) Complete a tabela abaixo, de forma a generalizarmos a experiência:

Cubo	3 Faces Pintadas	2 Faces Pintadas	1 Face Pintada	0 Face Pintada	Total de Faces
$3 \times 3 \times 3$					
$4 \times 4 \times 4$					
$5 \times 5 \times 5$					
$6 \times 6 \times 6$					
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
$n \times n \times n$					

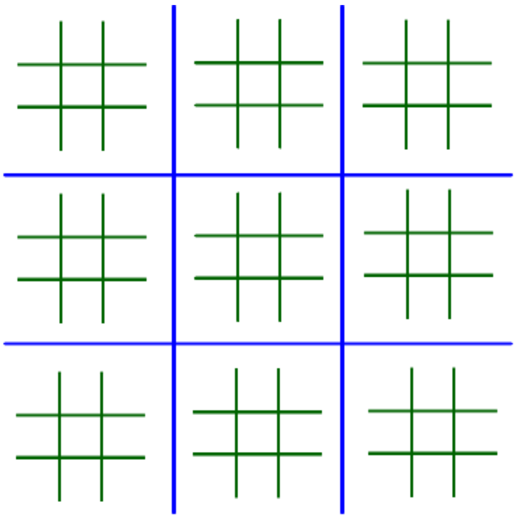
b) Mostre que a soma das expressões das quatro colunas da última linha é igual ao total de faces de um cubo $n \times n \times n$: ____________________
____

6) O "Ligue 4" faz parte dos chamados "Jogos de Estratégia". Que outros jogos, nesse estilo, você conhece? ____________________
____

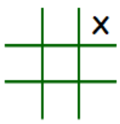
7) Em sua prática didática, já utilizou algum jogo de estratégia? ______
Em caso afirmativo, como foi a experiência?____________________

8) Você acredita que jogos como este, Xadrez, Damas e outros jogos de estratégia podem auxiliar no desenvolvimento lógico-matemático dos alunos? __________
Justifique: ____

9) Um jogo simples de aplicar em sala de aula, e que tem essa mesma dinâmica de estratégia, é o "Jogo da Velha Turbinado". Nele, há um Jogo da Velha principal e, em cada um dos quadrados, outro Jogo da Velha, como mostrado na imagem a seguir:



- Decide-se qual jogador começará a partida, e esse marca um X em qualquer posição, de qualquer dos tabuleiros;
- O próximo jogador fica obrigado a jogar no tabuleiro indicado pela posição da marcação do adversário. Por exemplo, digamos que o Jogador 1 tenha feito a marcação ao lado (em qualquer dos tabuleiros, já que ele iniciou a partida). Então, o Jogador 2 é obrigado a jogar no tabuleiro superior direito;

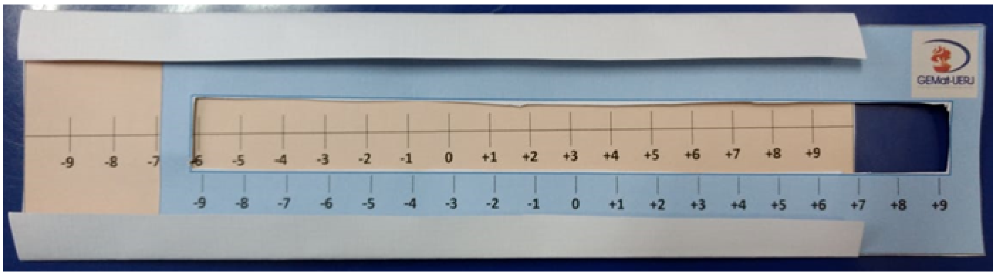


- Os adversários alternam as jogadas até que os tabuleiros sejam conquistados (uma linha de três). O objetivo do jogo é conquistar 3 tabuleiros alinhados, de forma a fechar o "Jogo da Velha".
- OBS: Se um jogador for obrigado a jogar em um tabuleiro já conquistado, ele poderá escolher qualquer lugar, de qualquer outro tabuleiro ainda disponível, para fazer sua jogada.

Utilize o tabuleiro desta página e jogue uma partida do "Jogo da Velha Turbinado" com um colega de grupo.

6) Escreva suas considerações sobre esta atividade e possibilidades de melhorias: ____
____
____

3.2 Sequência Didática - Números Relativos



Escolaridade Indicada:

- 7º Ano do Ensino Fundamental.

Recurso Didático para introdução dos conceitos iniciais:

- Régua de Referência.

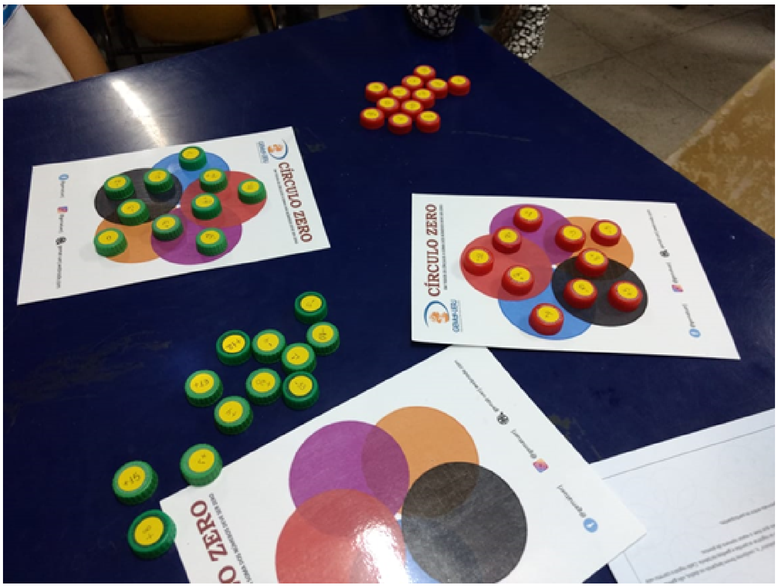
Jogos elaborados para desenvolvimento / aprofundamento:

- Círculo Zero;
- Banco Imobiliário;
- Quatro em Linha;
- Batalha dos Pinos.

Ordenação da Sequência Didática:

- Aula 1: Sistemas de Referência e Números Negativos;
- Aula 2: Soma e Subtração de Inteiros;
- Aula 3: Multiplicação de Inteiros;
- Aula 4: Divisão de Inteiros;
- Aula 5: Expressões Numéricas com Números Inteiros.

3.2.1 Jogo 1: Círculo Zero



Conteúdos Desenvolvidos:

- Soma de Inteiros (Aula 2).

Regras:

- Duas duplas de jogadores enfrentam-se a cada partida;
- Cada dupla receberá uma cartela e tampinhas de garrafa numeradas com valores inteiros;
- O objetivo do jogo é colocar os números nas regiões da cartela de forma que a soma em cada círculo seja sempre zero;
- Ganha a partida o grupo que terminar o desafio de forma correta primeiramente.

Opções de Variações:

- Distribuir duas cartelas para cada grupo, aumentando o nível de dificuldade;
- Criar cartelas com um número maior de círculos;
- Mudar o conjunto dos números disponíveis. Por exemplo, trabalhar com um *kit* de peças que variem entre -7 e $+7$.

Roteiro de Ação - Círculo Zero:

1) A chave para resolvermos o Desafio do Círculo Zero é utilizar a propriedade que números simétricos, quando somados, resultam em zero. A partir daí, responda:

a) Qual é o número que, somado com +7, dá zero? ____________

b) Qual é o número que, somado com -9, dá zero? ____________

c) Qual é o número que, somado com +13, dá zero? ____________

d) Qual é o número que, somado com -7, dá zero? ____________

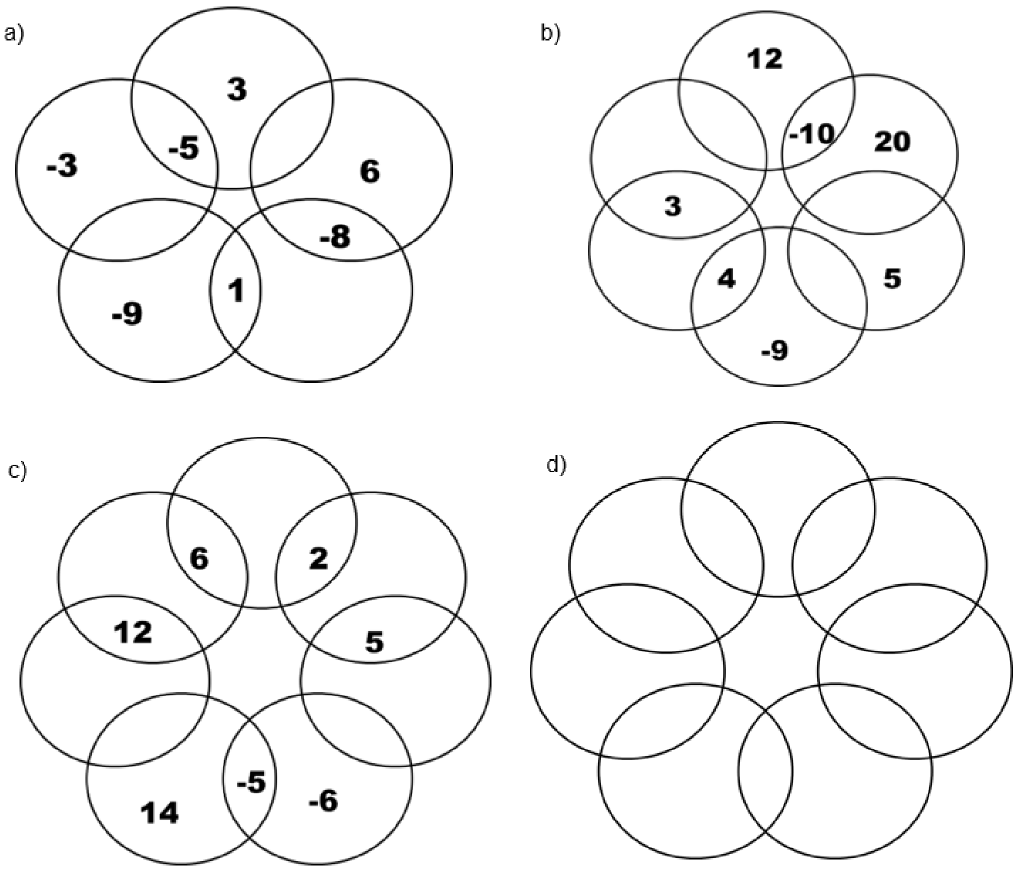
e) Qual é o número que, somado com +5 e +4, dá zero? ____________

f) Qual é o número que, somado com -3 e -1, dá zero? ____________

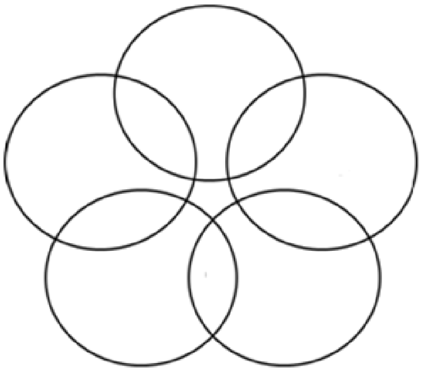
g) Qual é o número que, somado com +1 e -6, dá zero? ____________

h) Qual é o número que, somado com -9 e +5, dá zero? ____________

2) Complete os esquemas abaixo, com um número em cada região, de forma que a soma em cada círculo seja sempre zero:



3) No primeiro desafio, você recebeu 22 peças para tentar completar a cartela com 5 círculos. Reproduza, no esquema abaixo, sua solução:



a) Some os valores das 10 peças utilizadas na solução: ____________________

____

b) Some os valores das 5 peças utilizadas nas interseções dos círculos: ______

____

c) Agora, some os valores das regiões exclusivas de cada círculo, que chamaremos "cabeças": ____________________

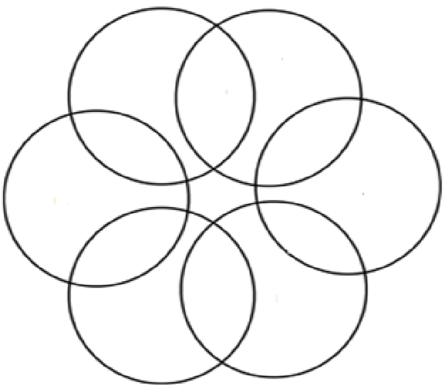
____

d) Qual é a relação entre os valores encontrados nos três itens anteriores? Justifique: ____________________

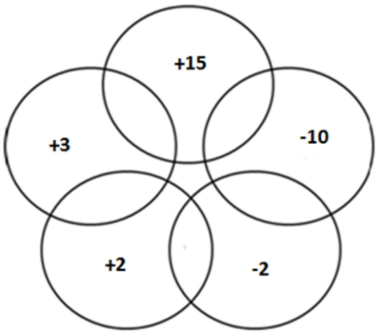
____

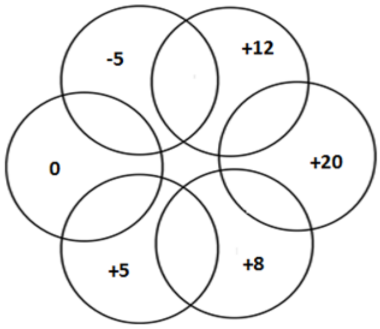
e) Utilize essa relação para conseguir uma solução para o desafio, dado outro conjunto com 10 peças.

4) Retome a solução encontrada no primeiro desafio (com as 22 peças disponíveis). É possível partir dessa solução para completar o desafio com a cartela maior, de 6 círculos? __________ Tente! Registre abaixo sua solução:



5) O objetivo do próximo desafio é resolver as duas cartelas simultaneamente, com as 22 peças disponibilizadas. Para isso, comece montando as cartelas com a configuração abaixo:





a) Quanto vale a soma dos números que aparecem na Cartela 1? ____________

b) Dessa forma, quanto valerá a soma dos números que entrarão nas interseções na Cartela 1? ____________

c) Quanto vale a soma dos números que aparecem na Cartela 2? ____________

d) Dessa forma, quanto valerá a soma dos números que entrarão nas interseções na Cartela 2? ____________

e) Use as informações dos itens anteriores e resolva o Desafio do Círculo Zero! Registre sua solução.

6) Escreva suas considerações sobre esta atividade e possibilidades de melhorias: ____________

3.2.2 Jogo 2: Banco Imobiliário

Conteúdos Desenvolvidos:

- Soma de Inteiros (Aula 2).

Regras:

- Cada partida é disputada por até 4 jogadores;
- Os jogadores começam com zero “dinheiro” e, conforme forem lançando o dado, vão ganhando ou perdendo quantias virtuais. Deve-se registrar as perdas e ganhos na tabela que acompanha o jogo;
- São os grupos quem definem as formas como vão fazer os registros de ganhos e perdas;
- Cada registro correto vale 10 pontos e ganha o jogo aquele que tiver o maior número de pontos ao final do número de rodadas definido no início da partida.
- Caso haja empate no número de registros corretos, vence a partida o jogador que tiver maior quantia virtual.

Opções de Variações:

- Organizar um minicampeonato entre os participantes;
- Colocar alguns participantes para percorrer o tabuleiro no sentido anti-horário;
- Pedir que os alunos criem seus próprios tabuleiros.

Roteiro de Ação - Banco Imobiliário:

OBS: Este jogo foi elaborado, originalmente, por um grupo de professores do CAp-Uerj, no Projeto Matemática Viva (2011). As questões deste roteiro foram retiradas da Apostila do 7º Ano.

1) No “Banco Imobiliário”, Pedro andou no sentido horário e tirou, no dado, os números 6, 3, 4, 1 e 2, nesta ordem. Guilherme andou no sentido anti-horário e obteve, no dado, os números 4, 6, 1, 2 e 3. Quem terminou a 5ª rodada com maior saldo? Complete a tabela abaixo para ajudá-lo a responder:

	Pedro				Guilherme		
	Dado	Casa	Total		Dado	Casa	Total
1ª Rodada							
2ª Rodada							
3ª Rodada							
4ª Rodada							
5ª Rodada							

2) Numa turma do 7º ano, após algumas rodadas do jogo Banco Imobiliário, os quatro integrantes de um grupo estavam na situação anotada na tabela abaixo:

Aline	Bianca	Cacau	Dani
Deve 50	Tem 70	Deve 10	Tem 80

Na rodada seguinte, cada um parou, respectivamente nas casas abaixo:

Aline	**Bianca**	**Cacau**	**Dani**
Loteria Ganha 100	Multa de Trânsito Perde 100	Conta de Luz Perde 80	Imposto de Renda Perde 50

a) Ao final dessa nova rodada, qual o saldo de cada um?
Aline: ________________ Cacau: ________________
Bianca: ________________ Dani: ________________
b) Quem está com maior saldo agora? ________________________________
c) Invente uma casa na qual Cacau deveria cair na próxima rodada, para ficar com R$100 de crédito.

d) Invente uma casa na qual Dani deveria cair na próxima rodada, para ficar com R$0 de saldo.

3) Olhando os registros do jogo Banco Imobiliário feitos por diferentes grupos encontrei:

Manuela			Paulo		Thayná	Thiago
Ganhos	Perdas	Total	s	200+	200	200 + 20 - 120 + 40 -
0) 200			1ª	10 +	- 100	190 + 10 =
1)	100	100c		210 +	+ 100	
2) 10		110c	2ª	70 –	+ 40	(200 + 20 + 40 + 10) -
3) 20		130c		140 +	+ 140	(120 + 190) =
4)	150	20d	3ª	150 –	- 160	
5) 5		(.......)		10 –	- 20	(.......) – (......) = (......)
6)		0	4ª	40 +	- 30	
7)		50d		(........)	- 50	
			5ª	70 +	+ 90	
				(.......)	(.......)	
			6ª	0	(.......)	
				(.......)	+ 100	

a) Preencha com atenção as falhas nos registros de Manuela, Paulo, Thayná e

Thiago, de acordo com o código que cada um criou, considerando todas as informações dadas.

b) Escreva o registro do jogo de Paulo, usando o código de Manuela.

c) Escreva o registro do jogo de Thiago, usando o código de Paulo.

d) Considere que os resultados apresentados referem-se a um mesmo jogo que os quatro alunos fizeram e que ganha quem tiver melhor situação financeira. Escreva em ordem de classificação no jogo:

1º: ______________________, Valor: ______________________
2º: ______________________, Valor: ______________________
3º: ______________________, Valor: ______________________
4º: ______________________, Valor: ______________________

4) Escreva suas considerações sobre esta atividade e possibilidades de melhorias: ____

____

3.2.3 Jogo 3: Quatro em Linha

0	-1	2	-3	4
-5	6	-7	8	9

-28	16	7	-24	-12	-10
35	-56	54	5	15	3
32	36	21	8	-9	25
-45	-27	-63	18	-42	-18
-6	81	-14	48	-20	0
-30	-8	12	-4	-2	72

Conteúdos Desenvolvidos:

- Multiplicação de Inteiros (Aula 3).

Regras:

- Cada partida é disputada por dois jogadores;
- Um tabuleiro e uma cartela com 10 números são disponibilizados para o jogo;
- Além disso, cada jogador recebe fichas com cores distintas;
- O objetivo do jogo é conseguir, sobre os números que estão no tabuleiro, uma linha de 4 fichas da mesma cor. Quem conseguir primeiro, vence a partida;
- Para colocar uma ficha no tabuleiro, os jogadores devem fazer uma multiplicação com os números da cartela, sendo que o adversário escolhe um dos números do produto;
- Por exemplo, se é a vez de o Jogador A colocar uma ficha, o Jogador B pode falar "-2" e, se o Jogador A falar "-7", ele deve colocar uma ficha da sua cor no número 14;
- Caso o adversário escolha um fator que já não tenha múltiplos no tabuleiro, então o jogador da vez poderá colocar sua ficha em qualquer posição à sua escolha.

Roteiro de Ação - Quatro em Linha:

1) Quatro em Linha é baseado na multiplicação de números inteiros. Para entendê-la, podemos percorrer o seguinte caminho:

a) A multiplicação de um número natural por um número negativo pode ser encarada como uma soma de parcelas iguais desse negativo. Complete a tabela abaixo, observando essa estratégia nas multiplicações que se seguem:

Produto	Estratégia	Resultado
$2 \cdot (-7)$	$(-7) + (-7)$	-14
$3 \cdot (-5)$	$(-5) + (-5) + (-5)$	
$4 \cdot (-2)$		
$6 \cdot (-1)$		
$8 \cdot (-6)$		

b) A multiplicação é comutativa, ou seja, a ordem dos fatores não altera o resultado. Essa propriedade também é válida no conjunto dos inteiros. Assim, multiplicações como $(-3) \cdot 4$ podem ser analisadas da mesma forma que no item anterior, quatro parcelas do número -3. Qual é, portanto, o resultado da multiplicação $(-3) \cdot 4$?____________ E quanto seria $(-7) \cdot 6$? ____________.

c) Pode-se concluir, dos itens anteriores, que a multiplicação de um número positivo por um número negativo será um número ________________ (negativo / positivo).

d) Podemos chegar à mesma conclusão se observarmos os padrões existentes nas tabuadas de multiplicação:

Tabuada do 2	Tabuada do 3	Tabuada do 5
$2 \cdot 3 = 6$	$3 \cdot 3 = 9$	$5 \cdot 3 = 15$
$2 \cdot 2 = 4$	$3 \cdot 2 = 6$	$5 \cdot 2 = 10$
$2 \cdot 1 = 2$	$3 \cdot 1 = 3$	$5 \cdot 1 = 5$
$2 \cdot 0 = 0$	$3 \cdot 0 = 0$	$5 \cdot 0 = 0$
$2 \cdot (-1) = -2$	$3 \cdot (-1) = -3$	$5 \cdot (-1) = -5$
$2 \cdot (-2) = -4$	$3 \cdot (-2) = -6$	$5 \cdot (-2) = -10$
$2 \cdot (-3) = -6$	$3 \cdot (-3) = -9$	$5 \cdot (-3) = -15$

- Observando os valores na tabuada de 2, o que acontece ao passarmos de uma linha para a linha imediatamente abaixo? ______________________________

- O que acontece na tabuada de 3? ______________________. E na de 5? ______________________.

- Qual é a relação existente entre linhas simétricas como por exemplo, os resultados de $3 \cdot 2$ e $3 \cdot (-2)$? ______________________________

e) Agora vamos observar os padrões análogos, nas tabuadas dos números negativos:

Tabuada do -2	Tabuada do -3	Tabuada do -5
$(-2) \cdot 3 = -6$	$(-3) \cdot 3 = -9$	$(-5) \cdot 3 = -15$
$(-2) \cdot 2 = -4$	$(-3) \cdot 2 = -6$	$(-5) \cdot 2 = -10$
$(-2) \cdot 1 = -2$	$(-3) \cdot 1 = -3$	$(-5) \cdot 1 = -5$
$(-2) \cdot 0 = 0$	$(-3) \cdot 0 = 0$	$(-5) \cdot 0 = 0$
$(-2) \cdot (-1) =$	$(-3) \cdot (-1) =$	$(-5) \cdot (-1) =$
$(-2) \cdot (-2) =$	$(-3) \cdot (-2) =$	$(-5) \cdot (-2) =$
$(-2) \cdot (-3) =$	$(-3) \cdot (-3) =$	$(-5) \cdot (-3) =$

- Observando os valores na tabuada do -2, o que acontece ao passarmos de uma linha para a linha imediatamente abaixo? ______________________________

- O que acontece na tabuada do -3? ______________________. E na do -5? ______________________.

- Para manter a estrutura de cada tabuada, o que deve acontecer ao passarmos para as multiplicações de dois números negativos? ______________________________

- Complete as tabuadas com base na conclusão do item anterior.

f) Pode concluir, dos itens anteriores, que a multiplicação de um número positivo por um número negativo será um número ______________ (negativo / positivo).

2) Quatro em Linha é um jogo de estratégia. No começo da partida, quais devem ser as casas mais visadas? Justifique: ______________

____

3) Gabriela (peças vermelhas) e Bruna (peças brancas) disputam uma partida de Quatro em Linha e o jogo encontra-se com a seguinte configuração:

a) É a vez de Gabriela inserir uma ficha no tabuleiro. Dessa forma, que fatores Bruna não pode escolher, sob pena de perder o jogo? ______________
Justifique: ______________

____

b) Por outro lado, Bruna tem uma linha horizontal com três peças brancas já alinhadas e uma diagonal com três peças brancas alinhadas. Para não perder a possibilidade de ganhar o jogo com essas posições, que fatores ela também não deve escolher? ______________

c) Qual seria a melhor escolha para Bruna, portanto? ______________
Justifique: ______________

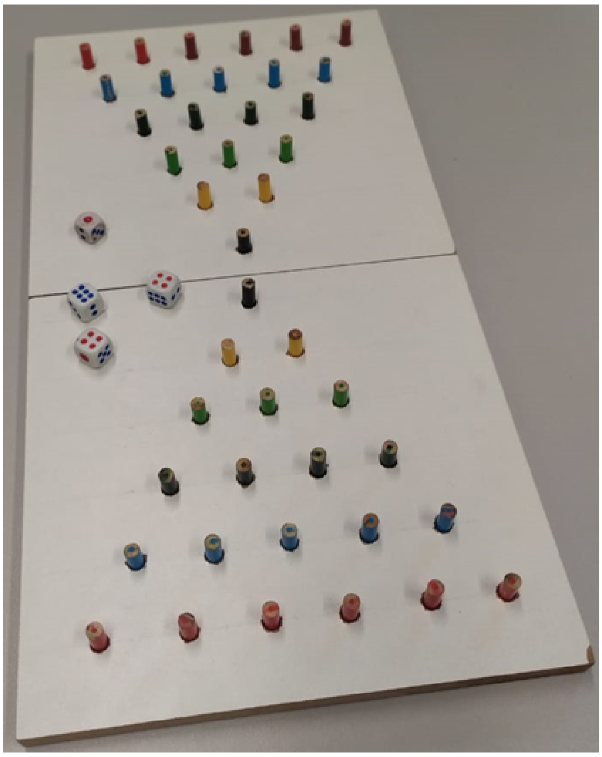
____

d) Digamos que Bruna tenha escolhido o fator 2. Nesse caso, quais seriam as melhores escolhas para Gabriela? ______________ Justifique: ______________

____

6) Escreva suas considerações sobre esta atividade e possibilidades de melhorias: ____
____
____

3.2.4 Jogo 4: Batalha dos Pinos



Conteúdos Desenvolvidos:

- Expressões Numéricas com Números Inteiros (Aula 5).

Regras:

- Cada partida é disputada por duas duplas;
- Cada dupla recebe um tabuleiro com 21 pinos coloridos, sendo 6 vermelhos, 5 azuis, 4 roxos, 3 verdes, 2 amarelos e 1 preto;
- Há ainda três dados iguais e um quarto dado, diferente dos outros 3 (usar um dado com fundo colorido, por exemplo);
- O objetivo é retirar, primeiro, todos os pinos do tabuleiro da equipe adversária;

- Uma das equipes começa lançando o dado diferente, para indicar a fileira em que os pinos serão retirados;

- Em seguida, os 3 dados iguais são lançados e, utilizando apenas operações básicas e os sinais de prioridade, os jogadores devem criar uma expressão numérica cujo resultado deverá ser um número negativo, que indicará o número de pinos retirados;

- Por exemplo, ao lançar o primeiro dado, saiu o número 4. Então, no máximo 4 pinos roxos serão eliminados naquela rodada. Lançam-se os três dados iguais, suponha que saíram 1, 2 e 6. Então, a dupla pode informar: $1 \cdot 2 - 6 = -4$ e, portanto, conseguem retirar 4 pinos.

Roteiro de Ação - Batalha dos Pinos:

1) Na Batalha dos Pinos, o objetivo é retirar o máximo de pinos em cada rodada, até que o tabuleiro fique vazio. Descreva três combinações diferentes, com o lançamento de três dados, para retirar 1, 2, 3, 4, 5 e 6 pinos:

Resultado	Expressão 1	Expressão 2	Expressão 3
-1			
-2			
-3			
-4			
-5			
-6			

2) Ao resolvermos uma expressão numérica, precisamos nos atentar para a prioridade da multiplicação e divisão em relação à adição e subtração. Dessa forma, complete a tabela abaixo com os resultados das expressões indicadas, dados os lançamentos descritos:

Lançamento			Expressão	Resultado
1	4	5	$4 - 5 - 1$	
2	4	6	$4 - 6 - 2$	
2	2	3	$2 - 2 \times 3$	
2	3	4	$4 - 2 \times 3$	
1	1	4	$1 - 1 \times 4$	
2	3	4	$3 - 4 \div 2$	
3	5	6	$6 \div 3 - 5$	
3	4	6	$6 - 3 \times 4$	

3) Ao escrevermos uma expressão numérica em linguagem matemática, precisamos nos atentar para os sinais de preferência: os parênteses têm prioridade na operação. Dessa forma, coloque os parênteses no lugar correto, de forma a obter o resultado indicado em cada item. Se a expressão já der o resultado adequado, não coloque nada:

Lançamento			Resultado	Expressão
5	5	6	-5	$5-6\times 5$
3	3	3	-6	$3-3\times 3$
4	4	4	-3	$4\div 4-4$
2	5	6	-1	$6-5-2$
3	5	6	-2	$6-5-3$
1	1	6	-4	$1-6-1$
1	3	4	-5	$1-4-2$

4) Para cada um dos lançamentos abaixo, descreva uma expressão numérica cujo resultado varie conforme os valores da segunda coluna:

Lançamento			Resultado	Expressão
2	3	6	-1	
1	4	5	-1	
2	3	4	-2	
3	4	5	-2	
1	1	5	-3	
3	4	5	-3	
2	2	4	-4	
2	3	5	-4	
2	2	5	-5	
2	2	6	-5	
4	5	6	-6	
2	6	6	-6	

5) Olhando apenas as situações em que os três números são iguais, é possível a retirada de quantos pinos? Complete a tabela abaixo indicando uma expressão numérica, caso seja possível, ou escreva “impossível”, caso não seja:

Resultado	Lançamentos					
	1, 1, 1	2, 2, 2	3, 3, 3	4, 4, 4	5, 5, 5	6, 6, 6
-1						
-2						
-3						
-4						
-5						
-6						

6) Escreva suas considerações sobre esta atividade e possibilidades de melhorias: ____
____
____

3.3 Sequência Didática - Equações do 2º Grau

Escolaridade Indicada:

- 9º Ano do Ensino Fundamental.

Jogos elaborados para desenvolvimento / aprofundamento:

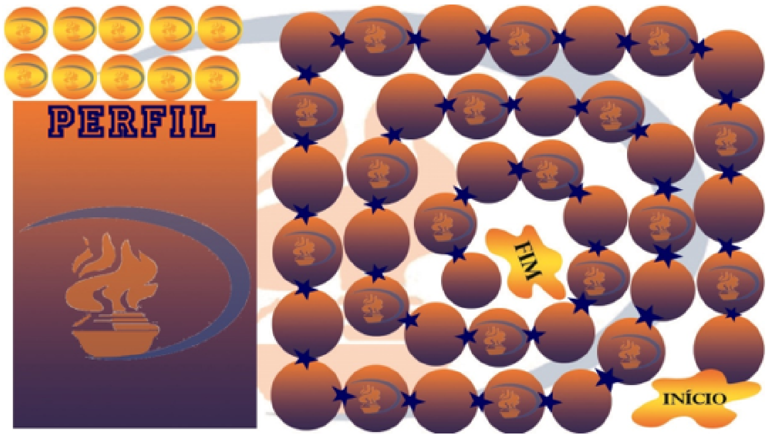
- Perfil;
- Pesca e Procura;
- Duelo das Equações;
- Bingo.

Ordenação da Sequência Didática:

- Aula 1: Equações do 2º Grau - Conceitos Iniciais e Coeficientes;
- Aula 2: Testando Possibilidades de Raízes de uma Equação do 2º Grau;
- Aula 3: Equações Incompletas;
- Aula 4: Relações entre Coeficientes de uma Equação do 2º Grau e suas Raízes;
- Aula 5: Resolvendo Equações Completas pelo Processo de Completamento de Quadrados;

- Aula 6: O Parâmetro Delta e o Número de Raízes Reais;
- Aula 7: Fórmula de Bháskara.

3.3.1 Jogo 1: Perfil



Conteúdos Desenvolvidos:

- Coeficientes de uma Equação do 2º Grau (Aula 1).

Regras:

- O jogo é disputado por até 5 participantes;
- 10 fichas são colocadas sobre o tabuleiro, no espaço destinado para elas;
- A cada rodada, um jogador retira uma carta com uma Equação do 2º Grau e dicas sobre os seus coeficientes;
- Os adversários vão tentar, um de cada vez, descobrir qual é a equação, a partir das dicas: para cada dica, uma ficha é retirada do tabuleiro e dada ao jogador com as dicas;
- Quem acertar a equação anda o número de fichas que restaram no tabuleiro; da mesma forma, o jogador com as dicas anda o número de fichas que tem em suas mãos;
- Ganha a partida o jogador que atingir a casa "Fim" pela primeira vez.

Roteiro de Ação - Perfil:

1) Abaixo, encontram-se 4 cartas diferentes do Perfil. Para cada uma delas, determine o número mínimo de dicas tais que seja possível descobrir a equação com exatidão. Justifique suas respostas.

a)

$3x^2 - 7x + 4 = 0$
1. Dois dos meus coeficientes, em módulo, são números primos.
2. Meu terceiro termo é 4.
3. Avance um espaço.
4. Meu 1º termo é $3x^2$.
5. O coeficiente do meu 2º termo é a soma dos números -6 e -1.
6. Um dos meus coeficientes é um quadrado perfeito.
7. Sou uma equação completa do tipo $ax^2 + bx + c = 0$.
8. Dois dos meus coeficientes são ímpares.
9. A soma dos meus coeficientes é zero.
10. Perca a vez.

b)

$9x^2 - 12x + 4 = 0$
1. Meu primeiro membro é o quadrado de $(3x - 2)$.
2. Avance um espaço.
3. Perca a vez.
4. Sou uma equação completa do tipo $ax^2 + bx + c = 0$.
5. Dois dos meus coeficientes são quadrados perfeitos.
6. Escolha um adversário para avançar dois espaços.
7. O coeficiente do meu 2º termo é o oposto do número que representa uma dúzia.
8. Meu terceiro termo é -4
9. O coeficiente do meu 1° termo é o número da dica.
10. A soma dos meus coeficientes é 1.

c)

$5x^2 + 3x + 5 = 0$
1. Meu 1º termo é $5x^2$.
2. Todos os meus coeficientes são positivos.
3. Avance um espaço.
4. Sou uma equação completa do tipo $ax^2 + bx + c = 0$.
5. Meu terceiro termo é 5.
6. A soma dos meus coeficientes é 13.
7. Todos os meus coeficientes são números primos.
8. Perca a vez.
9. O coeficiente do meu 2º termo é metade de meia dúzia.
10. Os coeficientes a e c são iguais.

d)

$8x^2 + 72x - 64 = 0$
1. Meu terceiro termo é -64.
2. Meu coeficiente de x é 72.
3. Meu 1º termo é $8x^2$.
4. Perca sua vez.
5. Avance um espaço.
6. Sou uma equação completa do tipo $ax^2 + bx + c = 0$.
7. Todos os meus coeficientes são múltiplos de 8.
8. Apenas um dos meus coeficientes é negativo.
9. A soma dos meus coeficientes é 16.
10. Meus coeficientes são proporcionais a 1, 9 e -8, nessa ordem.

a) Número mínimo de dicas: __________ Justificativa: ____________________

____

b) Número mínimo de dicas: __________ Justificativa: ____________________

____

c) Número mínimo de dicas: __________ Justificativa: ____________________

____

d) Número mínimo de dicas: __________ Justificativa: ____________________

____

2) Monte duas cartas para o perfil, de acordo com o número mínimo de dicas

necessárias a descobrir a equação:

a) Número Mínimo de Dicas: 3

$6x^2 + x + 1 = 0$
1.
2.
3.
4.
5.
6.
7.
8.
9.
10.

b) Número Mínimo de Dicas: 2

$x^2 - x - 1 = 0$
1.
2.
3.
4.
5.
6.
7.
8.
9.
10.

Justificativa do item (a): ____

____

Justificativa do item (b): ____

____

3) Perfil é um jogo elaborado para discussão dos coeficientes de uma equação do 2^o grau. Com relação a esses elementos, responda:

a) Dados três números inteiros distintos, quantas possibilidades de equações do 2^o grau completas podemos escrever sem repetir quaisquer desses números? ____________ Escreva todas essas possibilidades para os inteiros -1, 3 e 5: ________

____

____

____

b) Dados três números inteiros distintos, quantas possibilidades de equações do 2^o grau incompletas podemos escrever sem repetir quaisquer desses números? ____________ Escreva todas essas possibilidades para os inteiros -1, 3 e 5:________

____

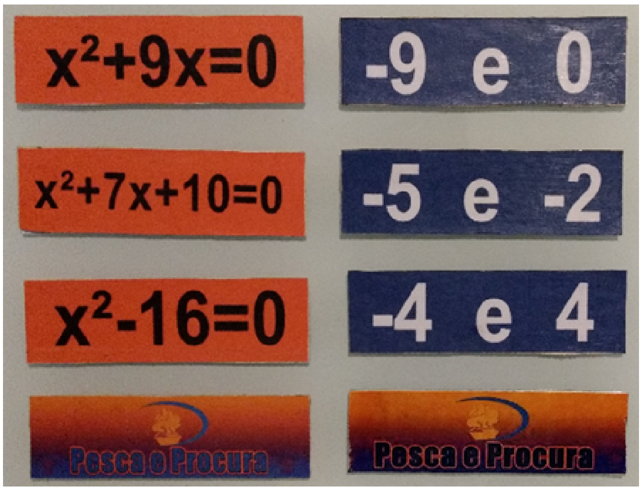
____

4) Escreva suas considerações sobre esta atividade e possibilidades de melhorias: ____

____

____

3.3.2 Jogo 2: Pesca e Procura



Conteúdos Desenvolvidos:

- Equações Incompletas (Aula 3) e Relações entre Raízes e Coeficientes (Aula 4).

Regras:

- Cada partida é disputada por até 4 jogadores;
- Cada participante recebe 3 equações (cartas laranjas) e 4 cartas azuis com duas raízes;
- Antes de começarem efetivamente as rodadas, os participantes devem verificar se as raízes recebidas formam par com alguma das equações recebidas: se isso acontece, ele descarta aquele par de cartas da mão;
- Após todos os descartes, começam as rodadas: o primeiro participante tenta "pescar" uma carta com raízes do seu vizinho. Para isso ele pergunta aos adversários se algum tem a carta que ele deseja. Se a resposta for sim, ele poderá tentar pescar a carta, para descartar o par. Do contrário, ele terá que procurar uma nova carta no monte das raízes;
- O procedimento segue com o próximo jogador;
- Ganha o jogo aquele que conseguir descartar, primeiramente, as três equações recebidas.

Roteiro de Ação - Pesca e Procura:

1) Pesca e Procura é um jogo que discute a relação entre coeficientes de equações do 2º grau e suas raízes:

a) Encontre as raízes das equações abaixo, depois calcule a soma e o produto em cada uma delas:

$x^2 - 4 = 0$	$x^2 - 9 = 0$	$x^2 - 16 = 0$
Raízes: ______ e _______	Raízes: ______ e _______	Raízes: ______ e _______
Soma das Raízes: _______	Soma das Raízes: _______	Soma das Raízes: _______
Produto das Raízes: _______	Produto das Raízes: _______	Produto das Raízes: _______

b) Tente estabelecer uma relação entre a soma e o produto das raízes e os coeficientes das equações resolvidas (caso $b = 0$): ______________________________

____

____

c) Encontre as raízes das equações abaixo, depois calcule a soma e o produto em cada uma delas:

$x^2 - 4x = 0$	$x^2 - 9x = 0$	$x^2 - 16x = 0$
Raízes: ______ e _______	Raízes: ______ e _______	Raízes: ______ e _______
Soma das Raízes: _______	Soma das Raízes: _______	Soma das Raízes: _______
Produto das Raízes: _______	Produto das Raízes: _______	Produto das Raízes: _______

d) É possível estabelecer a mesma relação vista no item (b) para essas equações (caso $c = 0$)? ___________ Justifique: ______________________________

____

____

e) Dados dois inteiros x_1 e x_2, raízes de uma equação do 2º grau, podemos escrever a relação $(x - x_1) \cdot (x - x_2) = 0$:

- Explique por que essa é uma equação do 2º grau: ______________________
- Explique por que os inteiros x_1 e x_2 são as raízes dessa equação: __________

- Efetue a multiplicação dos binômios e relacione as raízes x_1 e x_2 aos coeficientes da equação do 2º grau correspondente. O que você descobriu? ______

2) Monte as equações dadas as raízes:

a) $x_1 = 0$ e $x_2 = 5$
Soma das Raízes: ____________
Produto das Raízes: ____________
Equação: ________________________

b) $x_1 = -7$ e $x_2 = 7$
Soma das Raízes: ____________
Produto das Raízes: ____________
Equação: ________________________

c) $x_1 = 3$ e $x_2 = 8$
Soma das Raízes: ____________
Produto das Raízes: ____________
Equação: ________________________

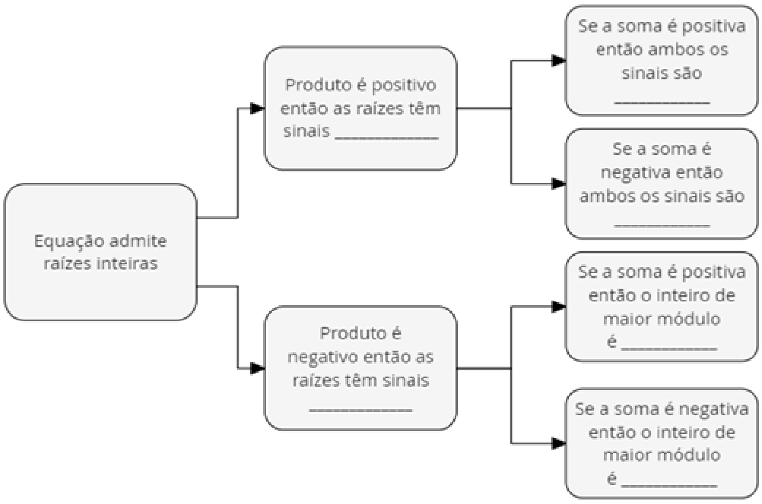
d) $x_1 = -3$ e $x_2 = -8$
Soma das Raízes: ____________
Produto das Raízes: ____________
Equação: ________________________

e) $x_1 = 3$ e $x_2 = -8$
Soma das Raízes: ____________
Produto das Raízes: ____________
Equação: ________________________

f) $x_1 = -3$ e $x_2 = 8$
Soma das Raízes: ____________
Produto das Raízes: ____________
Equação: ________________________

3) Baseado no que foi visto nos exercícios anteriores, podemos investigar possíveis soluções inteiras para equações do 2º grau do tipo $x^2 - Sx + P = 0$.

a) Complete adequadamente o esquema abaixo:



b) Resolva as equações abaixo, empregando a técnica analisada no item (a):

$x^2 - 9x + 8 = 0$
Produto das Raízes: ____________
Soma das Raízes: ____________
Raízes: ____________ e ____________

$x^2 - 3x - 10 = 0$
Produto das Raízes: ____________
Soma das Raízes: ____________
Raízes: ____________ e ____________

$x^2 + x - 30 = 0$
Produto das Raízes: __________
Soma das Raízes: __________
Raízes: __________ e __________

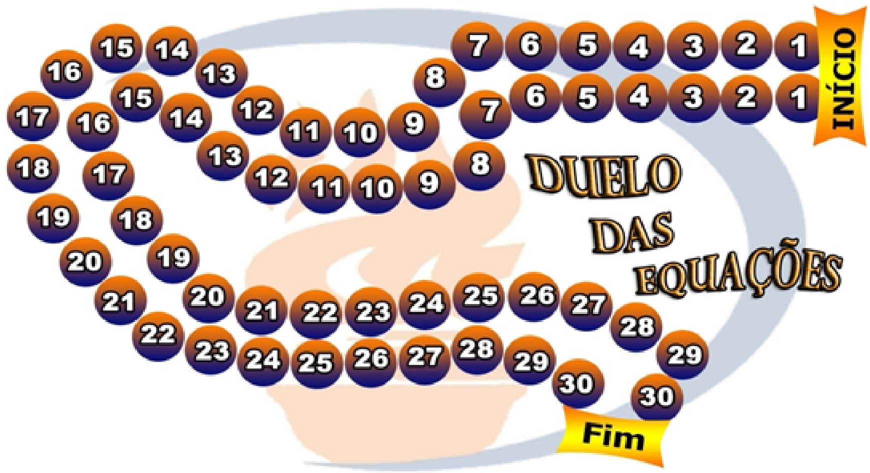
$x^2 + 8x + 12 = 0$
Produto das Raízes: __________
Soma das Raízes: __________
Raízes: __________ e __________

4) Escreva suas considerações sobre esta atividade e possibilidades de melhorias: ____

____

____

3.3.3 Jogo 3: Duelo das Equações



Conteúdos Desenvolvidos:

- Resolução de Equações do 2º Grau pelo Completamento do Quadrado (Aula 5);
- Resolução de Equações do 2º Grau pela Fórmula de Bháskara (Aula 7);

Regras:

- Cada partida é disputada por duas equipes com 4 jogadores cada;
- A cada rodada, as equipes terão uma mesma equação à disposição para resolver: uma utilizará o método do Completamento do Quadrado, enquanto a outra utilizará a Fórmula de Bháskara;
- As resoluções são feitas em 4 partes (uma por cada jogador) e, a cada parte, a equipe deve verificar os cálculos com o monitor;

- A equipe que resolverá com o completamento do quadrado deverá proceder com os seguintes passos (um por jogador):

  1. Passar o termo c para o 2º membro e multiplicar a equação por 4a;
  2. Somar b^2 dos dois lados da equação;
  3. Fatorar o 1º membro e extrair a raiz quadrada em ambos os lados;
  4. Encontrar as duas raízes da equação.

- A equipe que resolverá com a Fórmula de Bháskara deverá proceder com os seguintes passos (lembrando que cada passo é realizado por um jogador diferente):

  1. Encontrar os coeficientes a, b e c da equação;
  2. Calcular o parâmetro delta;
  3. Simplificar a 2ª parte da fórmula;
  4. Encontrar as duas raízes da equação.

- Caso a equipe consiga acertar as 4 passagens, andará 4 casas no tabuleiro do jogo. Se acertar apenas 3, anda 3 e assim por diante;

- Vence o jogo a equipe que chegar, primeiramente, no final do tabuleiro.

<u>Roteiro de Ação - Duelo das Equações:</u>

1) Duelo das Equações é um jogo que coloca em oposição duas estratégias de resolução de uma equação do 2º grau completa. Acima, podemos ver o passo-a-passo em cada solução e um exemplo, com relação à equação $6x^2 - x - 2 = 0$:

<u>Fórmula de Bháskara</u>

$$a = 6 \qquad b = -1 \qquad c = -2$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$\Delta = -4 \cdot 6 \cdot (-2) = 1 + 48 = 49$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-1) \pm \sqrt{49}}{2 \cdot 6} = \frac{1 \pm 7}{12}$$

$$x_1 = \frac{1+7}{12} = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$$

$$x_2 = \frac{1-7}{12} = \frac{-6}{12} = -\frac{1}{2}$$

<u>Completamento do Quadrado</u>

$$6x^2 - x = 2 \qquad (\cdot 24)$$

$$144x^2 - 24x = 48 \qquad (+1)$$

$$144x^2 - 24x + 1 = 49 \qquad \text{(fatora)}$$

$$(12x - 1)^2 = 49$$

$$12x - 1 = \pm 7$$

$$x = \frac{1 \pm 7}{12}$$

$$x_1 = \frac{2}{3} \qquad x_2 = -\frac{1}{2}$$

a) As duas soluções apresentadas têm múltiplas interseções. Quais você identifica? ____

____

b) Resolva as equações abaixo, utilizando simultaneamente os dois métodos:

$2x^2 + 11x + 5 = 0$	
Fórmula de Bháskara	Completamento do Quadrado

$3x^2 - 7x + 2 = 0$	
Fórmula de Bháskara	Completamento do Quadrado

$15x^2 + x - 2 = 0$	
Fórmula de Bháskara	Completamento do Quadrado

2) a) Aplique o método do completamento do quadrado na equação geral $ax^2 + bx + c = 0$:

- Passe c para o segundo membro e multiplique a equação toda por 4a: ______
- Some b^2 dos dois lados da equação: ______________________________
- Fatore o 1^o membro e extraia a raiz quadrada em ambos os lados: ________
- Encontre as duas raízes da equação: ______________________________

b) O que você encontrou ao final desta solução? ______________________

c) O que se pode concluir desta atividade? ______________________

3) Com relação ao parâmetro $\Delta = b^2 - 4ac$, como ele se relaciona com o número de raízes reais de uma equação do 2º grau?

$\Delta > 0 \rightarrow$ a equação tem __________ (0 / 1 / 2) raízes (raiz) real (reais);

$\Delta = 0 \rightarrow$ a equação tem __________ (0 / 1 / 2) raízes (raiz) real (reais);

$\Delta < 0 \rightarrow$ a equação tem __________ (0 / 1 / 2) raízes (raiz) real (reais).

Justifique suas escolhas, com base no que foi visto ao longo desse roteiro:____

____

4) Resolva a equação $x^4 - 5x^2 + 6 = 0$ pelo método do Completamento do Quadrado:______________________________________

____

5) Escreva suas considerações sobre esta atividade e possibilidades de melhorias: ______________________________________

____

3.3.4 Jogo 4: Bingo

$$\boldsymbol{x^2 + 5x + 4 = 0}$$

Coeficiente "a" igual a 1	**Raízes -1 e -4**	**Raízes Iguais**
A equação não possui raízes reais	$3x^2 - 7x + 2 = 0$	$x^2 + 9 = 4x$
Dois coeficientes iguais	$x^2 - 4x + 4 = 0$	$2x^2 - 8x - 8 = 0$

Conteúdos Desenvolvidos:

- Revisa todos os conceitos relacionados ao tema central.

Regras:

- Cada partida é disputada por até seis jogadores;
- Cada jogador recebe uma cartela com 9 posições para as marcações;
- Escolhe-se um jogador para fazer o sorteio das cartas;
- As cartas sorteadas podem ser equações, raízes ou informações sobre as equações, como o sinal do discriminante (positivo, negativo ou nulo), o número de raízes reais ou mesmo dados sobre os coeficientes;
- A cada carta sorteada, os jogadores analisam se suas cartelas têm posições que combinam com a carta sorteada: em caso positivo, marcam aquela posição com uma tampinha;
- Ganha a partida o jogador que completar corretamente sua cartela primeiro.

Sugestão:

- Para facilitar o cálculo das raízes das equações, pode-se utilizar o aplicativo do Gemat-Uerj, disponível no *blog* criado para o evento (clique aqui).

Roteiro de Ação - Bingo:

1) No roteiro do Pesca e Procura, vimos que podemos montar uma equação do 2º grau do tipo $x^2 - Sx + P = 0$, a partir da soma e do produto dadas duas raízes inteiras.

a) Mostre que esse processo pode ser aplicado para duas raízes racionais quaisquer e que é sempre possível encontrar uma equação com coeficientes inteiros: ___

b) Encontre uma equação do 2º grau com coeficientes inteiros e cujas raízes sejam $\frac{1}{3}$ e $-\frac{1}{2}$: ___

c) Mostre que esse processo pode ser aplicado para duas raízes irracionais conjugadas e que, nesses casos, é possível encontrar uma equação com coeficientes inteiros: ___

d) Encontre uma equação do 2º grau com coeficientes inteiros e cujas raízes sejam $\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$ e $\dfrac{1-\sqrt{5}}{2}$:

2) Abaixo encontram-se duas das fichas do bingo:

Raiz Dupla 1,333...	**Raízes $4,8284\ldots$ e $-0,8284\ldots$**

a) As reticências ao final de cada número têm o mesmo significado? Justifique:

b) Calculando a soma e o produto das raízes, encontre as equações que formam par com essas fichas.

c) Resolva a equação associada à ficha da direita e encontre os números irracionais, escritos com radicais, que correspondem aos números descritos na ficha.

3) Observe a cartela abaixo:

$-x^2+6x-5=0$	$9x^2-24x+16=0$	**Raiz Dupla Igual a -3**
Raízes 0 e 5	**A equação não possui raízes reais**	**Raízes 2 e -4**
Raízes Negativas	**Coeficiente "c" igual a 0**	$6x^2+x-1=0$

a) Dê exemplo de uma equação que, caso seja sorteada, permite que seja marcado o maior número de casas na cartela: __________ Justificativa: __________

____

____

b) Quais são as raízes das três equações vistas nesta cartela? Resolva-as por qualquer método:

$-x^2 + 6x - 5 = 0$	$9x^2 - 24x + 16 = 0$	$6x^2 + x - 1 = 0$

c) Dê exemplo de uma equação que não possua raízes reais (célula do meio da cartela): ____

d) Se fixarmos o produto das duas raízes igual a 7, qual é o intervalo definido para a soma, de forma que a equação não tenha raízes reais? Justifique: ________

____

____

4) Escreva suas considerações sobre esta atividade e possibilidades de melhorias: ____

____

____

Capítulo 4

Conclusões

Esta Oficina é, para nós do Gemat, uma oportunidade de compartilhar com nossos colegas professores de Matemática, nosso trabalho na linha de pesquisa referente à Matemática Lúdica. Além disso, esperamos um retorno dos colegas com propostas de melhorias e novas atividades.

Na primeira sessão, apresentaremos seis estações com jogos diversos que podem ser utilizados tanto em turmas do Ensino Fundamental quanto do Ensino Médio. A depender da proposta, o mesmo jogo pode ser utilizado tanto em um quanto em outro nível de escolaridade, com as devidas adaptações. Esperamos contribuir efetivamente – através dos Roteiros de Ação – no que julgamos ser a maior dificuldade na utilização de Jogos nas salas de aula: a passagem do lúdico para o teórico. Esta é uma discussão fundamental, em nossa opinião, nos cursos de formação (e formação continuada) de professores.

Na segunda sessão, apresentaremos duas grandes estações, com 4 jogos em cada, para desenvolvimento dos conceitos relacionados aos Números Relativos e às Equações do 2º Grau. O objetivo é mostrar, na prática, que os jogos servem não apenas para utilização esporádica, mas sim como recursos que, utilizados de forma contínua, podem ajudar bastante no desenvolvimento dos conceitos estudados.

Ao final da Oficina, pretendemos que os participantes saiam com mais confiança para abraçar a proposta de levar uma Matemática mais lúdica para suas salas de aula.

Referências Bibliográficas

[1] BRIÃO, G. F.; NUNES, F. S.; DOMINGUES, R. L. L.; NASCIMENTO, C. A. F.; SILVA, D. M. V. O Grupo de Educação Matemática da Uerj e algumas de suas contribuições para a extensão. *Interagir (Uerj)*, v. 21, pp. 145-154, 2016.

[2] MACHADO, L. e BOUCINHAS, G. Jogo do Cano (ASMD). *Revista do Clube dos Matemáticos*, 3ª edição, pp. 111-120, 2019. Disponível em https://drive.google.com/file/d/14FxUW6jNYXJLVgvYJMHNmpbmqYA5r6SK/view, último acesso em 05/12/2019.

[3] RAMALHO, P. Sem medo dos números negativos. *Revista Nova Escola*. Jun/2000. Disponível em https://novaescola.org.br/conteudo/2717/sem-medo-dos-numeros-negativos, último acesso em 05/12/2019.

[4] SKOVSMOSE, O. Cenários Para Investigação *Bolema*, número 14, pp. 66-91, 2000.

REALIZAÇÃO

ANPMat

Associação Nacional dos Professores de Matemática na Educação Básica

ORGANIZAÇÃO

SBM

SOCIEDADE BRASILEIRA DE MATEMÁTICA

ISBN 978-65-88013-05-2