III SIMPÓSIO DA FORMAÇÃO
DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA
DA REGIÃO NORTE

AS CINCO PRÁTICAS DE MENTALIDADES MATEMÁTICAS

Elisa Fonseca Sena e Silva
José Fábio Boia Porto

ANPMat
Associação Nacional dos Professores de Matemática na Educação Básica

AS CINCO PRÁTICAS DE MENTALIDADES MATEMÁTICAS

As cinco práticas de mentalidades matemáticas.

Capa: Gabriel Brasil Nepomuceno
Projeto gráfico: Gabriel Brasil Nepomuceno
Diagramação e Assessoria Editorial: Yunelsy Nápoles Alvarez

ISBN: 978-65-88013-17-5

Distribuição
Associação Nacional dos Professores de Matemática na Educação Básica
http://www.anpmat.org.br / email: editoraanpmat@anpmat.org.br

III SIMPÓSIO DA FORMAÇÃO
DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA
DA REGIÃO NORTE

AS CINCO PRÁTICAS DE MENTALIDADES MATEMÁTICAS

Elisa Fonseca Sena e Silva
José Fábio Boia Porto

1ª edição

2021

Belém

ANPMat
Associação Nacional dos Professores
de Matemática na Educação Básica

Sobre os autores

Elisa Fonseca Sena e Silva
elisa.silva@im.ufal.br
https://sites.google.com/view/elisasena

Cursei Bacharelado e Mestrado em Matemática pela Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG). Tornei-me professora do Instituto de Matemática da Universidade Federal de Alagoas (Ufal), onde leciono até hoje. Cursei o Doutorado em Educação pela mesma universidade, com o intuito de contribuir melhor para a formação dos licenciandos em Matemática. Em 2020, encanteime pelas Mentalidades Matemáticas e por todas as potencialidades que percebi ao aplicá-las em sala de aula e ensiná-las para meus estudantes. Atualmente, tenho Mentalidades Matemáticas como um das minhas linhas de pesquisa.

Natural de Limoeiro de Anadia, AL, tem grande interesse em compreender e desenvolver métodos para o ensino e aprendizagem em matemática. Cursou a graduação em Licenciatura em matemática e mestrado em Matemática na Ufal, com dissertação aplicada à Computação gráfica. Aguçou seu interesse pela educação matemática quando, convidado –por seus ex-professores da graduação e agora colegas de trabalho– para ministrar cursos de formação continuada para professores de matemática. Mesmo com mais de uma dezena de textos e apostilas de sua autoria com temáticas associadas à educação matemática, só teve sua primeira publicação em 2019.

José Fábio Boia Porto
fabio@mat.ufal.br
https://sites.google.com/site/fabioboiaufal

Sumário

Lista de Figuras

Lista de Tabelas

Prefácio

O conteúdo deste *e-book* foi organizado a partir da abordagem do minicurso "Mentalidades Matemáticas: como usá-las para contribuir para a aprendizagem dos estudantes", apresentado no III Simpósio para a Formação de Professores de Matemática da Região Norte. A temática foi motivada a partir dos estudos dos livros e pesquisas de Jo Boaler, professora e pesquisadora da Universidade Americana de Stanford.

Os autores, Professora Elisa Sena e Professor Fábio Boia, da Universidade Federal de Alagoas, são membros da Rede Mentalidades Matemáticas, célula Alagoas, liderada pela Professora Elisa Sena. As atividades desse grupo são pautadas em estudos e discussões de pesquisas sobre mentalidades matemáticas, além do compartilhamento de ações de inserção das práticas das mentalidades matemáticas nas escolas de Alagoas.

O minicurso ministrado teve o objetivo de divulgar e compartilhar os ideais das mentalidades matemáticas com foco nas cinco práticas das mentalidades matemáticas indicadas por Jo Boaler.

As ideias, instruções e exemplos trazidos nesse *e-book* carregam a ideia, segundo os pesquisadores, de que o ensino de matemática pode ser trabalhado na escola de modo a garantir, à grande maioria dos alunos, uma aprendizagem mais fiel à natureza na matemática, desmistificando a crença de que a matemática é para poucos. Assim esperamos contribuir para essa evolução no ensino de matemática.

Agradecemos à ANPMat pela oportunidade de publicar este texto e, com isso, divulgar para mais pessoas a teoria das mentalidades matemáticas.

Belém, Agosto de 2021.

Elisa Sena e Fábio Boia

Agradecimentos

Agradecemos à ANPMat pela oportunidade e apoio dados à escrita deste trabalho e à oferta do minicurso homônimo. Agradecemos também a toda a equipe de pesquisadores de Mentalidades Matemáticas de Stanford e, em especial, a Jo Boaler, por todas as suas contribuições para uma matemática mais visual, criativa e equitativa. Além disso, agradecemos ao Instituto Sidarta pela tradução do material, pela rede Mentalidades Matemáticas e por tudo o que aprendemos desde que começamos a célula MM de Alagoas.

Introdução

A neurociência tem feito cada vez mais descobertas sobre o funcionamento cerebral e sobre como as pessoas aprendem. A compreensão sobre a plasticidade cerebral, ou seja, sobre a capacidade que temos de construir novos circuitos neurais, é fundamental para a educação. De fato, segundo Tieppo (2019, p. 47), aprender, ou seja, "[...] a capacidade de modificar e construir novos circuitos de neurônios para aprimorar respostas a partir dos resultados obtidos [...]" é uma das características fundamentais do sistema nervoso.

Sendo assim, não podemos continuar propagando a crença de que existe um 'cérebro matemático', isto é, um cérebro naturalmente propício a aprendizagem matemática. Se todos temos a capacidade de construir novos circuitos cerebrais, todos temos a capacidade de aprender matemática. Essa é uma das premissas da teoria das Mentalidades Matemáticas, que une neurociência e o ensino de matemática, preconizada por Jo Boaler (2018) e tema do nosso minicurso.

Para a autora, a forma como abordamos a matemática em sala de aula influencia muito na percepção dos estudantes acerca da disciplina. Ao fazer apenas perguntas curtas e priorizar questões algorítmicas estamos, enquanto professores, mantendo a crença de que a matemática é uma série de cálculos desprovidos de significados. No entanto, se mostrarmos a matemática como ampla, visual e criativa, os estudantes têm a oportunidade de mudar sua concepção sobre o conteúdo. Nas palavras de Jo Boaler (2018, p. 32, grifo nosso)

> Quando os estudantes encaram a matemática como uma ampla paisagem de enigmas inexplorados na qual eles podem perambular, fazendo perguntas e pensando sobre relações, eles compreendem que seu papel é pensar, dar sentido, crescer. Quanto os estudantes veem a matemática como um conjunto de ideias e relações e seu papel como o de pensar sobre as ideias, e dar um sentido para elas, eles desenvolvem uma **mentalidade matemática**.

Nesse sentido, este texto tem como objetivo principal discutir a teoria das Mentalidades Matemáticas e dar exemplos de como podemos usá-la em sala de aula. Para tanto, iremos perpassar as cinco práticas de Mentalidades Matemáticas [1] :

- Cultura da Mentalidade de Crescimento
- A Natureza da Matemática
- Desafio e Esforço
- Conexões e Colaborações
- Avaliação

A **Cultura da Mentalidade de Crescimento**, tema do primeiro capítulo, é um desdobramento das pesquisas da psicóloga Carol Dweck sobre como o que pensamos sobre nós mesmos afeta nossa capacidade de aprendizagem. Se acreditamos que nascemos com uma determinada capacidade e que isso não se altera ao longo da vida, temos o que a pesquisadora chama de mentalidade fixa, que tem como consequência uma relação mais difícil com erro e uma tendência a se arriscar menos para estudar temas desconhecidos, por medo do fracasso. Para Carol Dweck (2017, p. 14, grifo da autora),

> Acreditar que suas qualidades são imutáveis - o *midset fixo* - cria a necessidade constante de provar a si mesmo seu valor. Se você possui apenas uma quantidade limitada de inteligência [...] terá que provar a si mesmo que essas doses são saudáveis. Não lhe agradaria parecer ou sentir-se deficiente quanto a essas características fundamentais.

Por outro lado, indivíduos com mentalidade de crescimento são aqueles que acreditam que suas habilidades e capacidades podem evoluir com o tempo, através do esforço e do treinamento. Sendo

[1] As cinco práticas fazem parte do Guia de Ensino das Mentalidades Matemáticas, disponível em https://www.youcubed.org/wp-content/uploads/2020/05/Guia-Mentalidades-Matematicas-1.pdf Acesso em 29. abr. 2021.

assim, essas pessoas tendem a se arriscar mais, por entenderem o erro como parte do aprendizado é necessário para o crescimento. Nas palavras de Carol Dweck (2017, p. 15, grifo da autora):

> Esse *mindset* de crescimento baseia-se na crença de que você é capaz de cultivar suas qualidades básicas por meio de seus próprios esforços. [...] cada um de nós é capaz de se modificar e desenvolver por meio do esforço e da experiência.

Posto isso, é importante que os estudantes recebam mensagens que estimulem a mentalidade de crescimento e, com isso, superem a crença de que não são bons em matemática. Uma das estratégias para isso é elogiar o esforço e as ideias, ao invés de valorizar apenas a resposta correta.

Outra prática das Mentalidades Matemáticas diz respeito à **Natureza da Matemática**, abordada no capítulo dois, que é tratada como uma disciplina criativa, visual, investigativa, um conjunto de ideias e conexões. As atividades propostas aos estudantes são mais abertas, adaptam-se ao seu nível de entendimento, e possibilitam diferentes caminhos, muitos com representação visual. Na perspectiva de Jo Boaler (2018, p. 56), "quando não pedimos aos alunos que pensem visualmente, perdemos uma incrível oportunidade de aumentar sua compreensão." Valoriza-se a argumentação, a profundidade em detrimento da velocidade.

No terceiro capítulo, tratamos da prática **Desafio e Esforço**, que vem colaborar para que os erros não sejam vistos de forma negativa, mas sim como algo importante e essencial para a aprendizagem. É importante dizer aos estudantes que quando cometemos erros nosso cérebro cresce, faz novas sinapses, ou seja, sem erro, não há aprendizado. Nesse contexto, a dificuldade e a persistência são valorizadas por serem um dos caminhos que leva ao crescimento cerebral e à aprendizagem.

A quarta prática de Mentalidades Matemáticas, discutida no capítulo quatro, **Conexões e Colaborações**, ressalta a importância de trabalhar atividades que conectam diferentes conteúdos matemáticos, mostrando que a disciplina não é apenas um conjunto de informações soltas. Além disso, a discussão e a colaboração entre os estudantes são incentivadas, pelo entendimento de que a matemática é uma atividade social, visto que a maioria dos pesquisadores desenvolvem matemática em conjunto. No entanto, essa não é a realidade que costumamos vez, visto que "[...] muitas salas de aula de matemática são lugares onde os alunos completam folhas de atividade em silêncio." (BOALER, 2018, p. 28).

Por fim, o quinto e último capítulo refere-se à **Avaliação** e reforça a importância da devolutiva que o professor pode dar ao estudante. Ao responder uma avaliação formativa, voltada para a aprendizagem, os estudantes entendem melhor onde estão agora, onde deveriam estar e o professor auxilia a reduzir a lacuna entre esses dois parâmetros. O comentário do docente sobre a atividade do estudante é essencial para que ele acredite em si mesmo, aprenda com seus erros e sinta que suas ideias são valorizadas. Para Jo Boaler (2018, p. 142)

> Uma das maiores dádivas que um professor pode dar a seus alunos é seu conhecimento, suas ideias e um retorno sobre o desenvolvimento matemático deles, expressado de maneira positiva e com mensagens de crescimento.

As cinco práticas de Mentalidades Matemáticas foram abordadas neste texto por meio de discussão teórica e exemplos de aplicação em sala de aula. Esperamos, com isso, contribuir para que professores e futuros professores de matemática sintam-se confortáveis em colocar a teoria das Mentalidades Matemáticas em prática.

Capítulo 1

Cultura da Mentalidade de Crescimento

Você já parou, nem que tenha sido por um instante, para contemplar e vislumbrar fenômenos ou ações dirigidas pelo cérebro humano? Ou ainda, você já se questionou sobre: como o cérebro funciona, como as emoções são criadas, como pensamos e como o nosso cérebro comanda o corpo? Respostas a perguntas dessa natureza, além de aguçar a imaginação, sempre geraram grandes ambições na comunidade científica. O neurocientista Pedro Calabrez, sócio-diretor da NeuroVox, na série 'Como funciona o cérebro' [1], diz que o cérebro é capaz de contemplar as ideias mais complexas da filosofia e da ciência e que a quantidade de conexões possíveis entre neurônios de apenas um cérebro humano é maior que o número de átomos existentes em nossa galáxia.

Um dos mais importantes instrumentos que possibilitou resultados mais precisos sobre as funcionalidades do cérebro, em particular dos neurônios e suas sinapses, foram os *scanneres* cerebrais. O desenvolvimento de *scanners* cerebrais cada vez mais precisos e sofisticados possibilitou estudos mais finos da mente humana, desde quando submetida a situações mais brandas, como aquelas associadas ao relaxamento, até as de grande estresse. Esses estudos têm revelado resultados surpreendentes, a exemplo dos resultados associados a plasticidade cerebral. As novas descobertas de que o cérebro pode crescer, adaptar-se e mudar surpreenderam o mundo científico (BOALER, 2018, p. 3).

Um dos fatores relevantes e já confirmados é a concepção de que as diferenças cerebrais com que nascemos pouco influenciam no potencial de desenvolvimento inato que nosso cérebro possui.

Uma das áreas educacionais mais prejudicadas por mitos associados às suas dificuldades e elitismo é a matemática. Muitos acreditam, de modo leviano, que têm pouca capacidade de aprender matemática, ou até mesmo que são incapazes, enquanto outros são, naturalmente, aptos a aprender matemática. Essa ideia está enraizada na sociedade e cria obstáculos que são fortificados por mensagens diárias que induzem alunos, pais e professores a acreditarem que a matemática não é para todos, sendo esses os próprios disseminadores de tais mensagens.

1.1 O mito do Cérebro Matemático

O potencial do cérebro humano é muitas vezes comparado com computadores de altos desempenhos somente para ressaltar o quanto o cérebro humano é poderoso. Mesmo sendo do conhecimento do senso comum o extraordinário poder que o cérebro tem, não só na comunidade científica, muitas inverdades e falácias são disseminadas quanto ao processo de aprendizagem do cérebro humano, principalmente quando particularizamos a sua capacidade em matemática.

A cultura de disciplina difícil e inacessível que a maioria das pessoas tem para com a matemática é, em parte, responsável pelo insucesso e rejeição a essa disciplina na escola. Isso, porque essa maioria acredita que a matemática seja difícil e alguns poucos a aprendem por terem um cérebro com aptidões inatas para a matemática. Mas, como afirmado por Boaler (2018, p.5), não existe essa ideia de 'cérebro matemático' ou 'dom matemático', isso é mito.

E, assim, a ideia de que alguns alunos, a minoria mais precisamente, já nascem prontos para aprender matemática, enquanto outros, formada pela maior parte, nascem com limitações que os impossibilitam de aprender matemática. Em consequência, graves equívocos são cometidos na sociedade e no processo de ensino e aprendizagem de matemática na escola.

> Muitas evidencias científicas sugerem que a diferença entre o bem e o malsucedido não está no cérebro com que nasceram, mas na sua maneira de ver a vida, nas mensagens que receberam sobre seu potencial e nas oportunidades que tiveram de aprender (BOALER, 2018, p.5).

O mito de que apenas alguns alunos vão se sair bem em matemática é abordado, por Boaler (2021), no artigo 'Como despertar o potencial das crianças para a matemática: 5 resultados de pesquisa que transformam o aprendizado de matemática'. Os cinco resultados são descobertas recentes dos estudos sobre o cérebro e o aprendizado, e que contestam esse mito de frente, e tratam particularmente de que:

[1] A série "Como funciona o cérebro?" está disponível no canal `www.youtube.com/c/NeuroVox/videos`

1. todos os alunos podem se sair bem em níveis de alta complexidade;

2. o que os alunos pensam sobre suas habilidades determina as rotas de aprendizado e o desempenho em matemática;

3. erros e dificuldades são extremamente importantes para o aprendizado;

4. a matemática deve ser dissociada da velocidade;

5. o poderoso impacto das mensagens dos professores.

Tomados os cinco resultados, agora listados, como fatos comprovados cientificamente, quando articulados e combinados para a formulação de novos procedimentos, métodos e posturas nas salas de aulas de matemática, os resultados já coletados e publicados sobre a melhoria na aprendizagem e engajamento com a matemática são surpreendentes.

Ainda são recentes as descobertas e resultados mencionados anteriormente, e a comunidade, de modo geral, não os conhecem e retroalimentam uma das práticas que mais contribuem para os bloqueios na aprendizagem e gosto pela matemática: a rejeição incondicional à matemática. Importante frisar que essa prática afeta o ser humano não somente para com os estudos em matemática, mas estende-se muito além disso, bloqueando em vários aspectos seu desenvolvimento humano e social nas mais diferentes áreas.

Na escola, a maior parte dos alunos já possuem autodefinição de suas capacidades de aprendizagem criando uma barreira que os definem como talentosos ou não para os estudos em matemática, por exemplo. Pensamentos como esses afetam, diretamente, na aprendizagem do aluno, pois o que os alunos acreditam sobre seu modo e capacidade de aprender afeta diretamente em seu rendimento escolar. O professor precisar ter ciência e, habitualmente, divulgar entre os alunos que "as melhores oportunidades de aprender ocorrem quando [...] acreditam em si mesmo [...] as conversas precisam dizer que todos podem aprender matemática" (BOALER, 2018, p.5).

Então, como o professor pode evitar ou neutralizar pensamentos (ou mentalidades) tão nocivos nas aulas? Onde e como os alunos herdam ou criam esses pensamentos, essas mentalidades nocivas? Esses e outros questionamentos serão discutidos aqui neste texto.

1.2 Mentalidade fixa e Mentalidade de crescimento

É importante salientar que agora será considerado que o leitor entende que a ideia de alguns alunos serem bons em matemática na escola porque, simplesmente, possuem uma aptidão inata é mito, como relatado na seção anterior.

O texto segue com discussões sobre o desenvolvimento e a aprendizagem matemática de alunos a partir de suas mentalidades, ou seja, ao tipo de mentalidade que cada qual tenha para com a matemática.

Agora, imagine uma classificação dos seres humanos em grupos de acordo com o que pensam sobre si e sobre suas capacidades. De forma simplificada, a classificação poder ser feita em dois grupos, identificados como pessoas com Mentalidades fixas e pessoas com Mentalidades de crescimento.

As Mentalidades fixas e de Crescimento apresentam-se como desdobramentos das pesquisas da psicóloga Carol Dweck (2017) sobre como o que pensamos sobre nós mesmos afeta nossa capacidade de aprendizagem. Em síntese, pessoas com Mentalidade Fixa acreditam que suas capacidades não se alteram ao longo da vida, enquanto pessoas de Mentalidade de Crescimento acreditam que seus desempenhos sejam frutos de seus esforços contínuo e persistência. Mas como isso se aplica às realidades das aulas de matemática e suas complexidades?

Explanando o já dito para os estudos e aprendizagem em matemática, tem-se que o aluno com mentalidade fixa entende que sua capacidade de aprender matemática já esteja predefinida e não pode ser alterada, ou seja, ou ele é bom em matemática ou não é. Assim, para o aluno com mentalidade fixa, se tiver mau desempenho em matemática, acreditará, sempre, que isso esteja associado a sua capacidade natural, sem que haja nenhuma possibilidade de mudança e sem relação com o seu nível de envolvimento, esforços ou persistência com os estudos. Há, também, o aluno com momentos de bom desempenho em matemática, mas que expressam características de uma mentalidade fixa. Esse será classificado, por um período, como inteligente. Ele mesmo acredita que seu bom desempenho seja nato sem haver relação com estudos ou esforços, e suas habilidades, normalmente, estão associadas a rapidez e outras características que, no íntimo, não são próprias da natureza matemática. Elementos próprios da natureza matemática serão apresentados e discutidos no capítulo 2 como segunda prática das Mentalidades Matemáticas.

Uma característica facilmente identificável ao aluno que, mesmo com bom desempenho, tem uma mentalidade fixa é o fato de ele não querer arriscar em procedimentos, perguntas e caminhos ainda não apresentados pelo professor, por exemplo. Ele reproduz o que foi apresentado pelo professor e sua postura tende a não se expor, não se arriscar, evitando o erro. Ou seja, garantindo seu rótulo de bom aluno em matemática, de aluno inteligente. Para Carol Dweck (2017, p. 14, grifo da autora),

> acreditar que suas qualidades são imutáveis cria a necessidade constante de provar a si mesmo seu valor. Se você possui apenas uma quantidade limitada de inteligência [...] terá que provar a si mesmo que essas doses são saudáveis. Não lhe agradaria parecer ou sentir-se deficiente quanto a essas características fundamentais.

Ou ainda, "se acreditam que são inteligente, e depois sentem dificuldades com algum trabalho difícil, esse sentimento de dificuldade é devastador" (BOALER, 2020, p.9). Na contramão disso, o aluno com mentalidade de crescimento tende a melhor relacionar-se com seu aprendizado, e, por exemplo, o erro é encarado como parte do processo, significando, apenas, que ele (o aluno) precisa buscar outros caminhos, explorar mais as informações e possibilidades. Nesse sentido, as pesquisas com os *scanners* cerebrais mostram que "estudantes com mentalidades de crescimento apresentam mais atividades cerebrais positivas quando cometem erros" (BOALER, 2018, p.6), ou seja, o erro é bom e ajuda no aprendizado.

Já para o aluno de mentalidade fixa o erro é imperdoável, e isso lhe provoca frustrações e bloqueios, logo deve ser evitado. Assim, mesmo para o aluno que hoje apresenta bom desempenho, mas que tem mentalidade fixa, mais cedo ou mais tarde estará diante de uma situação desafiadora que o fará parar, que o bloqueará, pois ele não pode se expor e arriscar-se ao erro.

Uma aula de matemática enriquecida com mensagens e ações que provoquem mentalidades de crescimento irá promover resultados melhores. Os alunos dedicar-se-ão aos estudos entendendo seus aprendizados e desenvolvimentos como um processo natural fruto do esforço contínuo, sem prender-se a cobranças excessivas, demasiadas e desgastantes.

Entender melhor a matemática, não se frustrar na busca por uma estrutura lógica e independente, usar sua criatividade livremente, envolve aceitar e buscar estudar matemática a partir de aspectos vinculados a sua natureza. Tais aspectos podem ser descritos como: visuais, abertos, criativos, lógicos entre outros. No capítulo 2 são apresentados e discutidos alguns aspectos associados à natureza da matemática, que está no íntimo da segunda prática das mentalidades matemáticas.

1.3 A primeira prática na prática

Praticar a primeira prática apresentada envolve o trabalho de combater as mentalidades fixas enraizadas culturalmente nos estudos e percepção que alunos, professores e pais têm para com a matemática. Assim a primeira prática orienta ao hábito diário por mensagens que instiguem mentalidades de crescimento, que são benéficas aos estudos da matemática, principalmente quando associadas às mentalidades matemática.

As mensagens elitistas que segregam alunos, indicando aqueles que podem aprender matemática e outros que não podem, devem ser banidas de imediato pelo professor. No lugar disso, o professor deverá conscientizar o aluno de que ele pode aprender matemática, que é possível a todos aprenderem matemática. A ideia de que a matemática pode ser aprendida por todos deve ser trabalhada diariamente, veiculada por mensagens de crescimento que os instiguem a estudar e os façam acreditar que eles podem aprender matemática em altos níveis.

Boaler (2018, p.7) orienta que elogios não devem ser feitos aos alunos pelo que são ("Você é tão inteligente"), mas sim por suas ações, pelo que fizeram, pelo que aprenderam ("Você fez um trabalho incrível, que bom que aprendeu isso"). O elogio pelo que são contribui com a ideia de que suas capacidades são fixas e isso leva ao comodismo.

Ainda, Boaler (2018) relata um fato surpreendente de como uma singela frase melhorou, significativamente, o resultado dos alunos de uma turma em uma escola da Inglaterra. A frase foi "*Estou dando esta devolutiva a você porque acredito em você*". Tal frase foi dita aos alunos constantemente e sempre que conveniente. Depois dessa frase, já no ano seguinte, os alunos apresentavam resultados melhores. Em síntese, o professor deve acreditar em seus alunos e deixar isso claro a eles. Nesse sentido, abaixo, na Tabela 1.1, transcrevemos algumas sugestões de frases feitas por Jo Boaler (2018, p. 148).

Tabela 1.1: Frases que podem ser praticadas pelos professores nas aulas de matemática e até em outras disciplinas. (Fonte: BOALER (2018, p. 148))

Acredito em cada um de vocês, não existe essa coisa de cérebro matemático ou gene matemático e espero que todos alcancem os níveis mais altos.
Gosto muito de erros, toda vez que cometem um erro o cérebro de vocês cresce.
Dificuldades não significam que vocês não podem fazer matemática – esse é um dos aspectos mais importantes da matemática.
Não valorizo a rapidez no trabalho. Valorizo que vocês trabalhem em profundidade, criando rotas e representações interessantes.
Adoro as perguntas de vocês e vou colocá-las em cartazes afixados nas paredes, para que todos reflitam sobre elas.

Mas o que o professor deve fazer no lugar do elogio, ou melhor, o que ele deve falar, ou não deve mais elogiar o aluno? Para que isso fique mais claro, agora, serão apresentados na tabela 1.2 alguns elogios padrões próprios de mentalidades de fixas e, junto a eles, sugestões de elogios que ajudam na promoção de mentalidades de crescimento.

Tabela 1.2: Alternativas para substituir frases com a palavra inteligente. (Fonte: BOALER (2020, p. 9.))

Elogio Fixo	**Elogio de Crescimento**
Você sabe dividir frações? Puxa, como você é inteligente.	Você sabe dividir frações? Que ótimo que você aprendeu a fazer isso.
Você resolveu esse problema difícil assim? Isso é tão inteligente.	Adorei sua solução para o problema; é tão criativa.
Você tem doutorado? Você é um gênio.	Você tem doutorado? Você deve ter estudado muito.

É importante saber que as mensagens devem partir das crenças e posturas que o professor deve assumir em sala de aula. Ele precisa saber e acreditar que seus alunos, salvo exceções, podem aprender matemática em altos níveis, ele tem que tomar ciência disso para levar mensagens verdadeiras a seus alunos. O professor precisa saber que o que ele pensa sobre seus alunos afeta a aprendizagem deles diretamente.

Capítulo 2

A Natureza da Matemática

Se perguntarmos o que é Matemática tanto para nossos estudantes quanto para a população em geral, vamos obter respostas como 'números para calcular' ou 'fazer contas'. Esse tipo de concepção acaba afastando as pessoas da Matemática, por pensarem que seu papel nas aulas seja apenas produzir respostas curtas para uma série de perguntas desconectadas da realidade (BOALER, 2018). Para mudarmos essas crenças, precisamos refletir sobre a Natureza da Matemática, segunda prática da teoria das Mentalidades Matemáticas.

Neste capítulo abordaremos a importância de trabalharmos com **atividades abertas**, que possibilitam a participação de mais estudantes, as vantagens de abordar os conteúdos a partir de **múltiplas representações** e a relevância de se **pensar profundamente** em detrimento da rapidez.

2.1 Atividades Abertas

Em aulas de matemática é comum encontrarmos atividades em forma de listas de exercícios, muitas vezes extensas e repetitivas. Essa é uma forma bem tradicional e um tanto ultrapassada de se trabalhar o conteúdo, uma vez que limita a participação do estudante a reproduzir um método e a desempenhar tarefas bem específicas. Observe que, dessa forma, há pouco espaço para a criatividade e para a investigação.

Em seu TEDx *"Five Principles of Extraordinary Math Teaching"* ('Cinco princípios para ensinar matemática de forma extraordinária', tradução nossa)[1] , Dan Finkel, criador do projeto *Math for love*[2], sugere: comece com uma pergunta. A pergunta leva a uma investigação e incentiva a curiosidade. No entanto é importante se atentar ao tipo de pergunta: ela precisa ser aberta e ampla, possibilitando que todos participem e sugiram um caminho para resolução.

A natureza da pergunta faz muita diferença e vamos exemplificar isso a partir de uma atividade chamada "Formas em crescimento"[3] , retirada do site *Youcubed*. Nele, a pesquisadora Jo Boaler e equipe disponibilizam diversos materiais sobre a teoria das Mentalidades Matemáticas. Observe as formas da Figura 2.1, abaixo.

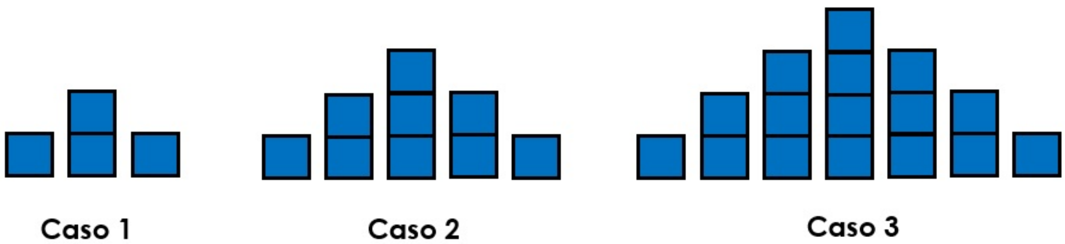

Figura 2.1: Formas em crescimento.(Fonte: Site *YouCubed*)

Em geral, quando temos esse tipo de atividade, a pergunta costuma ser "quantos quadradinhos terá o caso n?", mas a sugestão de Boaler (2018) é "como você vê as formas crescendo?". Dessa forma, temos uma pergunta ampla, sem uma única resposta correta, que possibilita a participação de mais estudantes e inicia uma discussão em sala de aula sobre qual seria o padrão de crescimento. Segundo Boaler (2018, p. 157), "[...] quando se pede que os alunos vejam a matemática como padrões, mais do que como métodos e regras, eles ficam entusiasmados com a disciplina". De fato, perguntas mais abertas dão aos estudantes mais espaço para que sejam criativos, façam conjecturas e investiguem nas aulas de matemáticas, vivenciando um pouco do trabalho dos matemáticos e das matemáticas.

Além disso, essa investigação pressupõe conversa, troca de informações entre os estudantes, o que contribui para o desenvolvimento de habilidades mais amplas do que a simples resolução de um cálculo.

[1]Disponível em: `https://youtu.be/ytVneQUA5-c`

[2]`https://mathforlove.com/`

[3]`https://www.youcubed.org/wp-content/uploads/2020/02/5o-dia-Formas-em-Crescimento.docx.pdf`

Não podemos nos esquecer de que a matemática também é uma atividade social: os matemáticos e as matemáticas costumam trabalhar em grupos, algo que muitas vezes é negligenciado nas aulas da disciplina, em que os estudantes, na maioria das vezes, fazem suas atividades sozinhos. Vamos abordar essa parte da colaboração com mais detalhes no capítulo quatro, no entanto esse caráter social é importante de ser lembrado e faz parte da natureza da matemática.

Para produzir atividades matemáticas mais produtivas, Boaler (2018) sugere algumas estratégias, dentre as quais destacamos: a transformação de uma tarefa em investigação, a proposição do problema antes de ensinar o método e a elaboração de atividades de 'piso baixo e teto alto'. Já vimos anteriormente as vantagens de se propor uma atividade de investigação, então vamos detalhar um pouco mais as outras duas estratégias.

Ao sugerir um problema cuja resolução necessita de um método que os estudantes ainda não conhecem, oferecemos uma oportunidade para que pensem intuitivamente no conteúdo e queiram entender o método que será ensinado. A intenção afeta o aprendizado e a construção dos circuitos neuronais, deixando-os mais fortes do que se os estudantes tivessem assistido de forma passiva à exposição do conteúdo. Nas palavras da neurocientista brasileira Carla Tieppo (2020), "quando você consegue vender a intenção, o processo de aprendizado é mais rápido".

A intuição também é uma habilidade que precisa ser desenvolvida, ainda que a princípio cause estranhamento a utilização dessa palavra para se referir a uma ciência tão exata como a matemática. No entanto, Artur Ávila, primeiro matemático brasileiro a ganhar a medalha Fields, deu a seguinte resposta quando questionado sobre o papel da intuição no trabalho do matemático:

> [...] Diante do desconhecido, não existe uma regra por definição para escolher a sua abordagem. A intuição é que vai tentar indicar por onde atacar o problema. Isso envolve um pouco de experiência, que ajuda muito a desenvolver a intuição sobre uma questão. (ÁVILA, 2014)

Logo, se propusermos um problema antes de ensinar o método, contribuiremos para que os estudantes tenham a oportunidade de procurar novos caminhos, pensados intuitivamente a partir de conhecimentos e saberes agregados anteriormente, e vivenciarem um pouco do que Artur Ávila menciona.

A outra estratégia para fazer atividades mais produtivas de acordo com a teoria das Mentalidades Matemáticas é transformar a tarefa em 'piso baixo e teto alto'. Com isso, a autora Jo Bolaer (2018) quer dizer que a tarefa começa de uma questão bem simples e vai aprofundando no conteúdo até deixá-la em alto nível Assim, ao iniciar com um 'piso baixo', a pergunta simples e aberta (por exemplo, 'como você vê as formas crescendo?', ao se referir à Figura 2.1) possibilita que todos os estudantes participem e se sintam incluídos na atividade. À medida que o nível de dificuldade da pergunta aumenta, ou seja, encaminha-se para o 'teto alto', os estudantes são convidados a pensar mais profundamente e podemos fazer a atividade chegar a altos níveis. Dessa forma, há perguntas que são acessíveis para cada estudante, de acordo com seu conhecimento no conteúdo. Quando fazemos o contrário e já começamos com a pergunta mais difícil (por exemplo, 'quantos quadradinhos terá o caso n?' na Figura 2.1), os estudantes que não souberem responder vão se sentir desmotivados, o que pode reduzir sua participação na aula e sua aprendizagem do conteúdo. Sobre a atividade da Figura 2.1, Boaler (2018) afirma

> O 'piso é baixo' porque qualquer pessoa pode ver como a forma está crescendo, mas o 'teto é alto', pois a função que os meninos estavam explorando é uma função quadrática na qual o caso n pode ser representado por (n+1)2 blocos. Rebaixamos o 'piso' da tarefa convidando os alunos a pensar em âmbito visual sobre o caso. (BOALER, 2018, p. 55)

O engajamento dos estudantes é maior quando estão em uma aula em que podem ser criativos e têm liberdade para sugerirem métodos do que quando seu papel é apenas responder perguntas curtas e aplicar algoritmos para resolver cálculos.

Observamos que a aplicação de tais atividades podem trazer insegurança aos docentes, visto que fica mais difícil 'prever' o que irá acontecer na aula, que tipo de perguntas ou sugestões os estudantes irão fazer. No entanto, essa sensação de vulnerabilidade faz parte de todo aprendizado, inclusive do caminho do professor, e, para aplicarmos melhor as práticas de Mentalidades Matemáticas em sala de aula, precisamos ressignificar o erro não só para os estudantes como para nós mesmos, como abordaremos no capítulo três.

Ressaltamos também que não estamos dizendo que os estudantes não precisam aprender fatos matemáticos, estamos mostrando que há outras formas de fazê-lo, sem necessariamente pedir que resolvam vários exercícios repetitivos. Essa matemática maçante não é a mesma que encanta os matemáticos e as matemáticas profissionais.

> Quando observamos a matemática no mundo e a matemática usada pelos matemáticos, vemos uma disciplina criativa, visual, conectada e viva. Nas escolas, contudo, os alunos muitas vezes veem a matemática como uma matéria morta: centenas de métodos e procedimentos a memorizar que jamais usarão, centenas de respostas a perguntas que eles nunca fizeram (BOALER, 2018, p. 29)

Uma alternativa à memorização de fatos matemáticos é abordar o conteúdo por meio das suas múltiplas representações, tema da próxima seção, e, com isso, ativar mais conexões cerebrais.

2.2 Múltiplas Representações

De acordo com pesquisas recentes da neurociência, quando resolvemos um problema de matemática, utilizamos diferentes áreas do cérebro, duas das quais são essencialmente visuais (BOALER, CHEN, WILLIAMS, CORDERO, 2018). De fato, não só as fórmulas e símbolos matemáticos percorrem esse caminho. Segundo Damásio (2012, p. 110), as palavras que usamos existem na nossa consciência primeiro como imagens auditivas ou visuais: “Se não se tornassem imagens, por mais passageiras que fossem, não seriam nada que pudéssemos saber.” Sendo assim, parece coerente usar isso a nosso favor nas aulas de matemática.

A representação visual dos conteúdos tem o potencial de contribuir para que os estudantes entendam a matemática de forma mais profunda e conectada. Ao ensinar os conteúdos de forma separada, perdemos a oportunidade de mostrar como as ideias e conceitos matemáticos relacionam-se e como assuntos tidos como distantes estão na verdade associados. Se retomarmos a Figura 2.1, da seção anterior, percebemos que a partir daquela imagem podemos trabalhar a noção intuitiva de crescimento de função, por exemplo. Nas palavras de Jo Boaler (2018, p. 56)

> Quando não pedimos aos estudantes que pensem visualmente sobre o crescimento da figura, eles não têm acesso a um importante entendimento sobre o crescimento da função. Eles frequentemente não sabem dizer o que n significa ou representa, e a álgebra continua sendo um mistério para eles, um conjunto de letras abstratas que eles movimentam em uma página.

Assim sendo, as múltiplas representações fazem parte da natureza da matemática e é importante que as utilizemos nas nossas aulas. A partir de premissas simples, podemos abordar aspectos diferentes de temas que, a princípio, não pareciam estar relacionados. Um exemplo é a “Conversa de pontos” [4]. Para essa atividade, começamos avisando aos estudantes que vamos mostrar uma figura e queremos saber quantos pontos ela tem, mas que não podem contar um por um. Então mostramos a Figura 2.2 por poucos segundos.

[4] Atividade do YouCubed `https://www.youcubed.org/wp-content/uploads/2020/04/6-7.-Conversa-num%C3%A9rica-e-de-pontos.pdf`

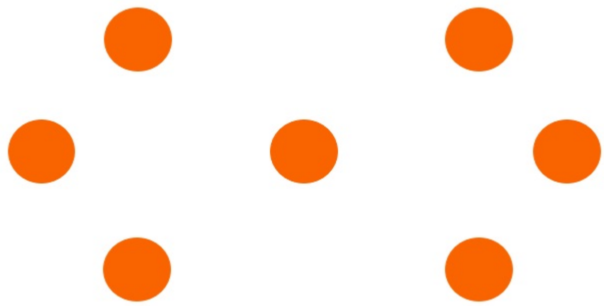

Figura 2.2: Conversa de Pontos.(Fonte: *Site YouCubed*)

Apesar de perguntarmos inicialmente a quantidade de pontos, esse não é o foco. O principal desta tarefa vem com a questão seguinte: de que forma você contou? A ideia é que cada pessoa possa dizer a maneira com que viu e qual estratégia utilizou, para que essas informações sejam representadas no quadro e todos possam ver as diferentes representações. Abaixo, na Figura 2.3 temos as respostas que obtivemos dos cursistas no simpósio.

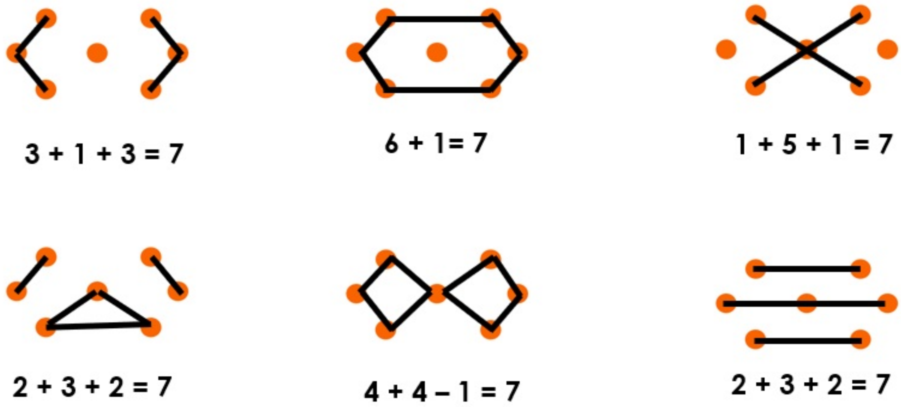

Figura 2.3: Algumas das possíveis respostas da conversa de pontos.(Fonte: Os autores, 2021.)

Observamos que, a partir de uma pergunta simples, foi possível promover uma discussão que passou por representações geométricas visuais e mostrou diversas formas de somarmos parcelas distintas, de modo que o resultado seja sete. Ao utilizarmos diferentes analogias e múltiplas representações, não só mostramos para os estudantes como a matemática é visual, criativa e bonita, como também contribuímos para o aprendizado da disciplina, já que fortalecemos os caminhos neurais. De fato, "a base neurobiológica da cognição matemática envolve uma comunicação complicada e dinâmica entre os sistemas cerebrais da memória, controle e detecção, e das regiões de processamento visual do cérebro." (BOALER, CHEN, WILLIAMS, CORDERO, 2018, p. 4)

Outro exemplo de atividade que utiliza a representação visual para um conceito que normalmente não é abordado dessa forma é o "*Prime Climb*" ('escalada dos primos', tradução nossa)[5] do projeto *Math for love*.

[5] https://mathforlove.com/wp-content/uploads/2020/03/Dan_Finkel_TEDx_Images.pdf

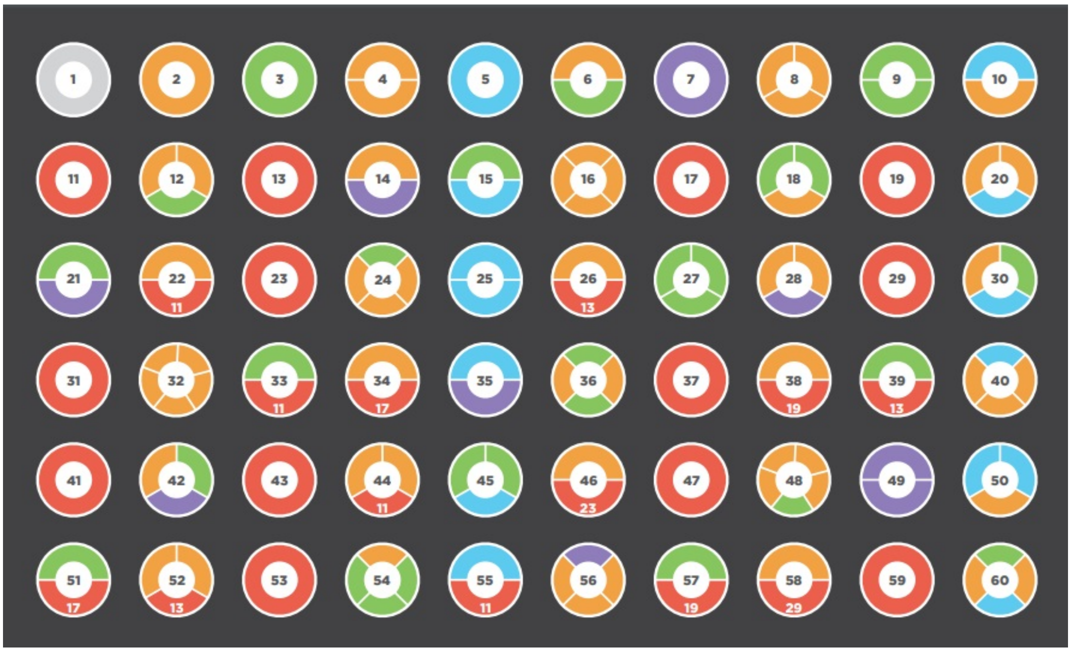

Figura 2.4: *Prime Climb*.(Fonte: Site *Math for love*.)

Temos aqui uma atividade que instiga os estudantes a procurarem entender o que está acontecendo com as cores e qual padrão escondido por trás delas. Observe que é uma atividade aberta, investigativa e que traz uma representação visual de um conceito que é usualmente trabalhado apenas de forma numérica: a decomposição em fatores primos. Além disso, esse tipo de atividade propicia que os estudantes argumentem, discutam, mostrem seus pontos de vista. A argumentação é inerente à natureza da matemática, e quando os estudantes justificam seu raciocínio e criticam o argumento do colega estão desempenhando atividades próprias de um matemático ou de uma matemática (BOALER, 2018).

Ao possibilitar múltiplas representações de conteúdos matemáticos, contribuiremos para que nossos estudantes façam diferentes conexões cerebrais; afinal, "dois neurônios que são ativados ao mesmo tempo tendem a se conectar" (TIEPPO, 2020). E, ao incentivar a argumentação e a discussão, viabilizamos que os estudantes exercitem habilidades próprias de quem pesquisa matemática. Ao procurar entender diversos caminhos, os estudantes não ficam limitados a aplicar regras, mas pensam sobre os conceitos de matemática de forma profunda, aspecto muito importante da natureza da matemática que discutiremos a seguir.

2.3 Profundidade *versus* velocidade

Há uma crença, bastante limitante e incorreta, de que ser bom em matemática significa fazer cálculos de forma rápida. No entanto, o que percebemos ao observar matemáticos e matemáticas trabalhando é que, para resolver os problemas, o mais importante é pensar profundamente sobre eles. Fica realmente difícil perceber padrões e estabelecer relações com um cronômetro ao nosso lado.

De fato, se estamos em situações de estresse, quando, por exemplo, temos que responder muito rapidamente a uma questão e nos sentimos pressionados, nosso cérebro e corpo entram no estado de 'luta ou fuga', e a área cerebral responsável pela resolução de problemas complexos e pensamento racional e crítico é bloqueada (TIEPPO, 2019). É nessa hora que os estudantes acham que esqueceram o que estudaram, mas na verdade estão física e quimicamente impedidos de acessar essa parte do cérebro. Dessa forma, fazer uma conjectura ou pensar em como resolver um problema torna-se uma tarefa muito árdua.

Para que os estudantes possam fazer suas próprias conjecturas, é necessário que tenham, em sala de aula, a oportunidade de aprofundar suas ideias. Assim, por meio de discussões, críticas e argumentações, poderão encontrar seu próprio caminho de resolução, formulando respostas criativas e sugerindo modelos diferentes. Essa capacidade de encontrar soluções inovadoras (e, talvez, melhores) para problemas antigos é, de acordo com Tieppo, uma característica que só nós seres humanos temos. Segundo a autora,

> Essa é a base de toda criação e inovação. Mesmo que já existam soluções para o problema em questão, podemos viver uma inquietude de encontrarmos nossa própria solução. (TIEPPO, 2019, p. 191)

A matemática foi criada por pessoas que tentaram resolver de forma diferente problemas já existentes e, para isso, criaram conceitos e pensaram em conjecturas que, com o tempo e pensando profundamente, provaram válidas ou não. No entanto, muitas vezes a matemática é apresentada como um conjunto de métodos utilizados para responder o máximo de perguntas curtas que você conseguir em um dado tempo: "Mas o aprendizado de matemática não é uma corrida, é a profundidade matemática que inspira os alunos e os mantêm envolvidos e aprendendo bem, preparando-os para a aprendizagem de alto nível no futuro" (BOALER, 2018, p. 164-165)

Para que os estudantes possam apreciar a beleza da matemática e utilizar toda sua criatividade para resolver os problemas, é preciso que tenham tempo para isso. Em seu livro *Mente sem barreiras: as chaves para destravar seu potencial ilimitado de aprendizagem*, Jo Boaler (2020, p. 106) afirma que não podemos usar velocidade de pensamento como se fosse uma forma de avaliar a habilidade, uma vez que "a aprendizagem é otimizada quando abordamos ideias e a vida, com criatividade e flexibilidade." Portanto, para que os estudantes compreendam melhor a natureza da matemática, precisam de tempo e oportunidades para pensar profundamente.

2.4 A segunda prática na prática

Uma atividade muito interessante que trabalha as múltiplas representações de um problema é o papel diamante[6], desenvolvido por Cathy Williams, cofundadora e diretora do *YouCubed*. O papel diamante (Figura 2.5) é formado por cinco partes (seções): tem um losango central e quatro quadrantes. No losango fica a questão a ser trabalhada e nos quadrantes o estudante a representa de diferentes formas: escrevendo uma história, usando algoritmos e fazendo duas soluções visuais.

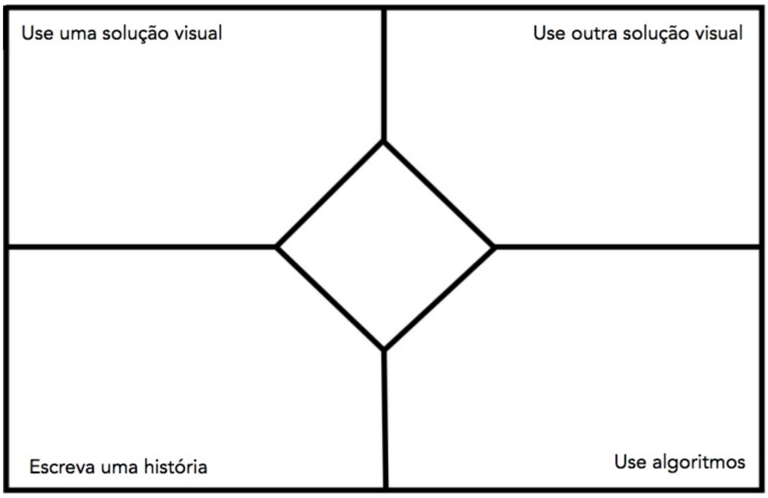

Figura 2.5: Papel Diamante.(Fonte: *Site Mentalidades Matemáticas*.)

Outra atividade boa para trabalhar as diferentes representações e a flexibilidade numérica é perguntar aos estudantes de que forma calculam mentalmente 18 x 5. Assim como fizemos no exemplo da

[6]Disponível em: https://mentalidadesmatematicas.org.br/papel-diamante-conheca-o-recurso-que-ajuda-os-alunos-a-aprenderem-matematica-de-forma-visual/

conversa de pontos anteriormente, o foco está nas diferentes estratégias e procedimentos que os estudantes utilizam para calcular esse produto. Além de explorar temas como a propriedade distributiva e a fatoração, é possível também fazer a representação visual, representando o produto como o cálculo da área de diferentes retângulos. Para saber mais informações sobre isso, sugerimos a leitura do texto "Recursos visuais melhoram o desempenho em matemática" do *site YouCubed*[7].

[7]https://www.youcubed.org/pt-br/resources/recursos-visuais-melhoram-o-desempenho-em-matematica/

Capítulo 3

Desafio e esforço

Nesse momento, o leitor já deve suspeitar que o ensino de matemática, na forma apresentada na escola, carrega alguns mitos que causam desgosto por essa disciplina. Um deles, apresentado no capítulo 1, é a crença do cérebro matemático, ou seja, a ideia de que algumas pessoas já nascem com o cérebro apto a matemática, enquanto outras não. Mas será possível identificar outros mitos? Supondo não ser o único, então quais outros mitos associados à capacidade de uma pessoa estudar e/ou compreender a matemática colaboram com a rejeição dessa disciplina na escola?

Uma das ideias associadas ao bom aluno de matemática na escola está atrelada a rapidez com as respostas e com as soluções apressadas de equações e problemas matemáticos sem significância para o aluno. Ou seja, a ideia de que o aluno com respostas rápidas e que consegue responder as atividades e avaliações em curto tempo é rotulado como o bom aluno em matemática. Mas, quanto à velocidade, ela é de fato importante para uma boa aprendizagem matemática?

As respostas científicas a essa pergunta revelam mais um mito sobre a aprendizagem em matemática.

3.1 O mito da Velocidade

Já foi discutido no capítulo anterior que a facilidade e a compreensão da matemática estão associados, também, à interpretação da matemática segundo sua natureza. E ela, a natureza matemática, não se fundamenta na velocidade. Segundo Boaler (2018) é imprescindível que seja dissipado o mito de que a matemática envolve rapidez.

O mito da velocidade agrava ainda mais a rejeição à matemática e exclui, de forma bem particular, meninas com bom desempenho matemático, pois elas tendem a desenvolver trabalhos com mais profundidade, o que demanda mais tempo. Um excelente contraexemplo do fato de a rapidez estar associada à boa aprendizagem matemática é o caso do matemático Laurent Schwartz (Premiado com a medalha Fields). Como relatado por Boaler (2018), Schwarz foi um dos maiores matemáticos de seu tempo, mas, também, foi um dos alunos mais lentos de sua turma. E, devido à sua lentidão, ele mesmo mencionou em sua biografia suas incertezas quanto a sua capacidade intelectual.

Um outro fato que intrinsecamente trabalha e exercita a velocidade do aluno para respostas e apresentação de soluções são os exercícios de repetição. Assim, os exercícios de repetição estão associados à velocidade, logo também merecem atenção nesta sessão. E isso será dirigido pelas perguntas: i) os exercícios de repetição de procedimento e cálculos são necessários aos estudos de matemática? ii) eles incentivam os estudos de matemática, ou provocam mais rejeição?

3.2 A conscientização e trabalho do desafio e esforço na sala de aula

Tradicionalmente, as aulas de matemática são ministradas por métodos que simplificam as formas de entender e praticar a matemática. O trabalho a partir das mentalidades matemáticas envolve a matemática em profundidade, considerando aspectos de sua natureza e até mesmo ações da prática profissional de um matemático, que envolve, além dos cálculos, "fazer boas perguntas, propor ideias, conectar diferentes métodos, usar muitas representações diferentes, raciocinar por meio de rotas distintas e muitos outros atos matemáticos" (BOALER, 2018, p. 106).

Fazer os alunos compreenderem e se conscientizarem da natureza e multidimensionamento da matemática pode ajudar para o comprometimento com profundidade nas atividades de aprendizagem de matemática, que são desafiadoras e requerem esforço e comprometimento do aluno.

Algumas atividades podem ajudar o professor com a disseminação com a natureza matemática e o engajamento dos alunos. Assim, aquelas atividades cronometradas e que estão pautadas em fatos matemáticos fragmentados devem ser substituídas. Em vez delas, o professor deve levar para aulas atividades envolventes, onde os alunos possam usar suas ideias, suas intuições e elaborar seus próprios métodos de contagem, ou seja, levar atividades abertas onde os alunos possam explanar e criar conhecimentos.

Além das atividades abertas, é importante que o professor instigue a observação e busca por padrões. Boaler (2018) relata que a representação visual de padrões matemáticos mostra-se importante para engajamento com as atividades. Ele, por sua vez, simplifica a busca e relação e busca por padrões matemáticos.

3.3 O erro ajuda na aprendizagem

A cultura de desenvolvimento protege-nos do erro e isso, também, é passado à escola com a ideia de que o erro está na contra mão da aprendizagem, mas isso é um equívoco, "se você aprende sem errar, você deu sorte"(TIEPPO, 2020).

A aprendizagem pelo erro é fortalecida pelo simples fato de que, ao errar, o ser humano, naturalmente, amplia sua área de atividade cerebral, ativando mais neurônios e estabelecendo mais conexões. Isso porque o erro remete a reflexão, observação de mais possibilidades e identificação de outros elementos.

Não deixe o aluno esquecer que ele aprende com o erro. "Quando ensinamos aos alunos que erros são positivos, isso tem um efeito incrivelmente libertador para eles" (BOALER, 2018, p 15).

3.4 A terceira prática na prática

O desafio e o esforço devem ser implementados nas aulas de matemática como prática cotidiana nas atividades. O trabalho do professor para o melhoramento do desafio e esforço podem ser orientados e dirigidos sob três frentes: a) Erros; b) Dificuldades e persistência; c) Questionamentos.

O quadro da figura 3.1, disponível no *YouCubed*, traz instruções para instigar o aluno ao desafio e esforço nas aulas de matemática. Elas estão organizadas sob as perspectivas: iniciando, desenvolvendo e expandindo. As orientações da coluna iniciando identifica ações equivocadas e indesejadas, mas com fortes chances de estarem presentes nas aulas de matemática. Estas, se observadas no primeiro estágio, deve ser tomada como ponto de partida pelo professor. Assim, deve orientar seu trabalhar a passar ao segundo estágio, que é desenvolvendo. Por fim, o trabalho deve ser expandido para fortalecer e garantir o novo processo didático que o professor deve adotar para as aulas de matemática.

	INICIANDO	**DESENVOLVENDO**	**EXPANDINDO**
ERROS	O trabalho completo ganha destaque. Os erros são desencorajados	Os erros são aceitáveis, mas não são explorados.	Os erros são valorizados, os alunos se sentem à vontade para mostrar seus resultados, mesmo que não estejam seguros de suas respostas.
DIFICULDADES E PERSISTÊNCIA	Ao sentirem dificuldades os alunos esperam ajuda do professor e dependem de seu apoio.	Algumas vezes as dificuldades são comemoradas, em outras os alunos são conduzidos a uma solução.	As dificuldades são valorizadas. Por exemplo: "este é o melhor momento para o cérebro crescer". Os alunos persistem por mais tempo.
QUESTIONAMENTOS	As perguntas são pouco abrangentes e pouco desafiadoras	Às vezes, usam-se perguntas que estimulam o raciocínio. Perguntas que estimulam a profundidade, são usadas esporadicamente.	As perguntas são abertas, estimulam vários métodos, pontos de vistas e raciocínios.

Figura 3.1: Instruções para desenvolver e expandir a prática do desafio e esforço nas aulas de matemática.(Fonte: *Site YouCubed*.)

Por exemplo, na célula da linha dois (Dificuldades e persistência) e coluna 1 (Iniciando), está escrito:

"Ao sentirem dificuldades, os alunos esperam a ajuda do professor e dependem de seu apoio". Isso deve ser entendido como o momento e a situação presentes nas aulas de matemática. E, seguindo as linhas, são descritas orientações sobre a ação e postura do professor ao se depararem com a situação. Na última coluna, é indicado o ponto ideal ao bom desenvolvimento da aprendizagem matemática.

Assim, se o professor depara-se com a situação da célula linha 2, coluna 1, deve, objetivando, o desenvolvimento, o professor deve tomar a postura de *"algumas vezes, comemorar as dificuldades, em outras, conduzir os alunos a uma solução"*.

O erro deve ser trabalhado com empenho e persistência pelo professor, mas como fazer isso? O texto segue com uma orientação a uma atividade que pode ser facilmente desenvolvida pelo professor em sala de aula.

A atividade deve ser executada a partir de uma avaliação ou um trabalho produzido pelo aluno. A partir desse o professor deve buscar e destacar seus erros conceituais favoritos. Lembrando que a esses erros não devem ser associadas mensagens de punição e sim de exaltação. Ou seja, o professor deve celebrar o erro, associando a promoções e não a punições.

Para a consulta de mais atividades e sugestões de como transformar atividades matemática para aumentar seu potencial para a aprendizagem fundamentadas nas mentalidades matemáticas sugerimos Boaler (2018).

Capítulo 4

Conexões e Colaborações

A quarta prática das Mentalidades Matemáticas diz respeito às conexões que são intrínsecas à matemática, bem como à sua construção colaborativa. Os conteúdos matemáticos, muitas vezes ensinados de maneira separada, estão muito conectados entre si, o que contribui para que a matemática seja multidimensional. Além disso, a matemática é fruto de colaboração entre pares, de discussões e pesquisas feitas e validadas em grupos, sendo, portanto, também uma atividade social. É nesse sentido a discussão deste capítulo.

4.1 Conexões

A matemática, em muitas salas de aula, é ensinada como uma lista de conteúdos e temas não relacionados. Os assuntos, separados em capítulos nos livros didáticos, parecem estar cada um dentro de sua caixinha, de tal forma que não podemos usar as ferramentas de uma caixinha para resolver problemas das outras. Essa característica não é apenas da matemática, mas de outras áreas, consequência da separação entre as disciplinas. Muito se fala sobre trabalharmos de forma interdisciplinar, vinculando assuntos de disciplinas distintas. No entanto, precisamos fazer isso também internamente na matemática, e mostrar que ela é repleta de conexões entre diferentes temas: as frações, por exemplo, estão intimamente relacionadas às semelhanças de triângulos; a multiplicação e o cálculo de áreas de retângulos caminham lado a lado, como mostramos no capítulo 2. Concordamos, portanto, com Boaler, Munson e Williams (2020, p. 1), quando afirmam que "A matemática é uma bela matéria. Pergunte a matemáticos, e outros, o que os faz amá-la, e eles falarão sobre as conexões incríveis que perpassam esse campo, unificando diferentes ideias."

Posto isso, fica mais clara a importância de atividades que mostrem que as ideias matemáticas estão interligadas e que é mais fácil aprender profundamente uma ideia quando se tem o mesmo nível de compreensão de outra. A matemática é fruto da cultura em que o conjunto de ideias e conexões foram desenvolvidas para contribuir para que as pessoas compreendam o mundo (BOALER, 2018). Então, o entendimento das relações entre as ideias matemáticas é fundamental para a percepção que os estudantes têm sobre sua realidade e para o desenvolvimento de sua autonomia.

A conexão entre diferentes temas também pode ser usada para ensinar novos conteúdos para os estudantes: uma opção sugerida por Boaler, Munson e Williams em seu texto "O que é beleza matemática: ensinando por meio de grandes ideias e conexões" [1] (2020) é fazer um mapeamento de quais são as 'grandes ideias' a serem ensinadas em cada ano ou em cada assunto. Por exemplo, no *site* do *YouCubed* podemos encontrar o seguinte diagrama da Figura 4.1, que retrata o entendimento dos pesquisadores sobre quais seriam as grandes ideias da Álgebra.

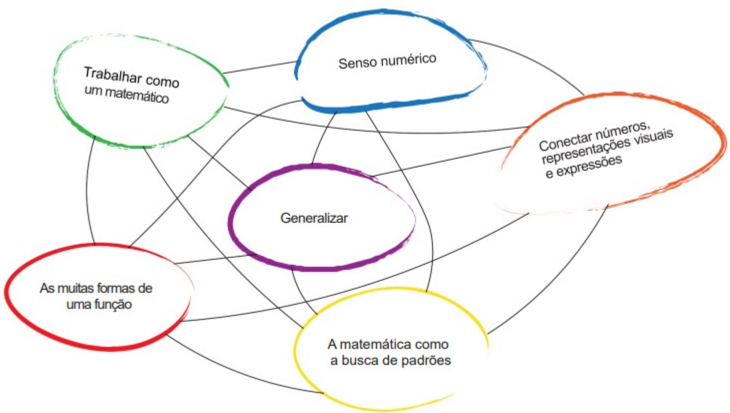

Figura 4.1: Grandes Ideias da Álgebra.(Fonte: Site *YouCubed*.)

[1] Disponível em: https://www.youcubed.org/wp-content/uploads/2020/04/As-Grandes-Ideias-da-%C3%81lgebra-1.pdf

Observando o diagrama, vemos que o senso numérico está relacionado com a generalização, as muitas formas de uma função, a busca por padrões e a conexão entre números, representações visuais e expressões. Assim como os pesquisadores do *YouCubed* propuseram essas seis grandes ideias para a álgebra, é possível fazer um levantamento das grandes ideias de cada ano letivo e trabalhar nesse sentido.

Ao trabalhar por meio de grandes ideias conectadas, as ideias menores vão sendo aprendidas ao longo do caminho, por meio da discussão de atividades abertas e sem respostas únicas, como as abordadas no capítulo 2. De acordo com suas pesquisas, Boaler, Munson e Williams (2020, p. 4) indicam que

> Os alunos podem aprender por meio de atividades focadas em grandes ideias e, quando topam com a necessidade de um novo método, eles o aprendem dentro da atividade. Quando fazem isso, seus cérebros estão preparados para aprender o novo método, pois eles estão curiosos e precisam dele.

Sabemos, pelo que discutimos anteriormente, que o desejo de aprender faz com que os circuitos neuronais fiquem mais robustos. Portanto, ensinar matemática mostrando-a como um conjunto de grandes ideias conectadas tem o potencial de trazer muitos benefícios para a aprendizagem dos estudantes.

4.2 Colaborações

A construção da matemática é uma atividade social: os matemáticos discutem e colaboram entre si, investigam em grupo e têm seus resultados validados por meio do convencimento dos seus pares. A matemática é, portanto, uma construção coletiva, algo que não costuma ser vivenciado pelos estudantes em sala de aula. Pelo contrário: a maioria das atividades é feita de forma individual e silenciosa, o que acaba contribuindo para que seja uma disciplina tida como própria apenas para alguns escolhidos. Ora, se nem os matemáticos estão demonstrando teoremas sozinhos, como esperamos que os estudantes resolvam todos os problemas de forma solitária? Além disso, sem a discussão em grupo, onde está, na sala de aula, o caráter social intrínseco à matemática?

As atividades colaborativas, com trocas de ideias entre colegas são importantes não só para os estudantes vivenciarem esse caráter social da matemática, como também para desenvolverem outras habilidades essenciais para a aprendizagem de matemática em altos níveis: defender seu ponto de vista por meio de uma argumentação lógica e ser capaz de acompanhar e analisar o raciocínio do outro. Nas palavras de Boaler (2018, p. 28)

> As discussões em grupo ou da classe inteira são muito importantes. Além de serem o maior auxílio à compreensão – pois os estudantes raramente compreendem ideias sem discuti-las – e de darem vida à matéria e envolverem os alunos, as discussões em grupo também são encontros em que os alunos aprendem a raciocinar e a criticar o raciocínio uns dos outros, ambos fundamentais nas empresas de alta tecnologia na atualidade.

Uma forma de desenvolver essas e outras habilidades é a instrução complexa (veja Figura 4.2), em que os professores abordam a multidimensionalidade da matemática e podem avaliar os estudantes em relação a esses diferentes aspectos (BOALER, 2018).

De acordo com Boaler (2018), a instrução complexa tem quatro aspectos: a multidimensionalidade, os papéis a serem desempenhados, a atribuição de competência a e a responsabilidade dos estudantes.

A multidimensionalidade diz respeito aos diferentes aspectos do ser matemático: fazer boas perguntas, argumentar, propor ideias, conectar diferentes métodos, dentre outros. A ideia é trabalhar em grupos (a autora sugere grupos de 4 estudantes)[2] em que cada um tem um papel específico a desempenhar, de acordo com a figura 4.3.

[2]Disponível em: `https://www.youcubed.org/wp-content/uploads/2019/09/COD39_Group-Work-Fun%C3%A7%C3%B5es-do-Grupo_PORTUGUESE.pdf`

Figura 4.2: Instrução Complexa.(Fonte: BOALER (2018, p. 105))

A atribuição de competência é utilizada pelo professor para elevar o *status* de algum estudante por meio de um elogio público, intelectual, específico e relevante à tarefa que estejam desenvolvendo (BOALER, 2018). Essa estratégia pode ser colocada em prática quando vemos que há estudantes que estão sugerindo boas ideias, mas não estão sendo escutados pelos colegas. E por falar em colegas, o último aspecto da instrução complexa diz respeito às responsabilidades dos estudantes: uma das ideias centrais é ensinar os estudantes que também são encarregados pela aprendizagem uns dos outros. Então, precisam estar atentos às necessidades dos colegas e se sentir responsáveis por ajudá-los para que todos alcancem o objetivo da atividade (COHEN, LOTAN, 2017). Vale ressaltar que, a cada atividade, há um rodízio entre os papéis, para que todos os estudantes tenham chance de desempenhar todas as opções e aprender as suas características e funções.

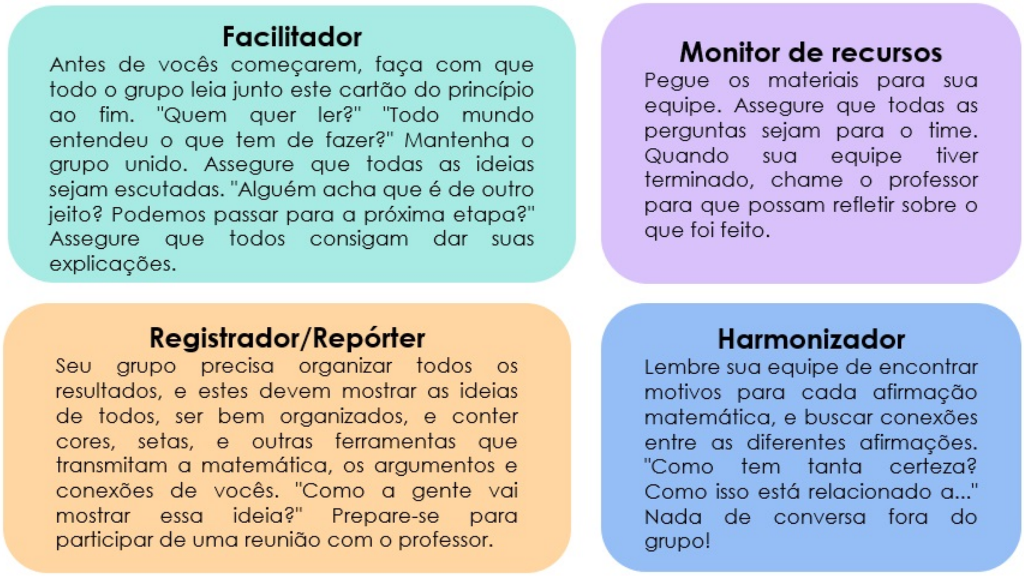

Figura 4.3: Papéis a serem desempenhados.(Fonte: Site *YouCubed*)

A escolha de atribuir papéis a cada estudante vem com o intuito de colaborar para que o grupo trabalhe em harmonia. Para Cohen e Lotan (2017, p. 107),

> A utilização de papéis minimiza problemas de não participação ou de domínio por um único membro. Os papéis, como as regras de cooperação, contribuem para o funcionamento tranquilo dos grupos, permitindo desse modo que os professores observem, forneçam *feedback* e estimulem os alunos a pensar, colocando questões desafiadoras.

Vemos assim que a instrução complexa desenvolve várias habilidades nos estudantes, seja em aspectos do aprendizado matemático, seja do aspecto do aprendizado de convivência social. De acordo com Boaler (2018, p. 119), após atividades de instrução complexa, "Os estudantes também desenvolveram percepções mais amplas do valor dos diferentes alunos, e eles começaram a perceber que todos tinham algo a oferecer na resolução de problemas." Portanto, é uma estratégia de trabalho em grupo que pode favorecer vários aprendizados dos estudantes.

4.3 A quarta prática na prática

Para trabalhar a prática das conexões, sugerimos que o professor comece discutindo com seus pares quais as grandes ideias de cada ano letivo ou de cada assunto matemático específico, pois, de acordo com Boaler, Munson e Williams (2020, p. 5)

> Quando os professores buscam identificar e discutir grandes ideias, sintonizam-se com a matemática que é mais importante e que pode ser vista nas tarefas, e também passam a perceber melhor as conexões que existem entre as tarefas e as ideias.

Além disso, sugerimos a seguinte atividade (tabela 4.1), retirada do livro *Mentalidades Matemáticas* de Jo Boaler (2018, p. 159).

Tabela 4.1: Exemplo de atividade de conexões matemáticas. (Fonte: BOALER (2018, p. 159)).

Represente as frações $\frac{3}{4}$, $\frac{6}{8}$ e $\frac{12}{16}$ em um gráfico.
Mostre as frações como triângulos semelhantes.
Em que aspectos as representações de fração - como números, um gráfico e triângulos - são semelhantes e diferentes? Você pode codificar com cores as características de cada representação para que elas apareçam na mesma cor nas diferentes representações?

Para trabalhar a prática das colaborações, uma das recomendações de Cohen e Lotan (2017) para o desenvolvimento de atividades em pequenos grupos é que os estudantes entendam os objetivos do professor e que estejam cientes da importância das habilidades de trabalho em grupo. Pode ficar parecendo que o professor quer que eles sejam amigos dos colegas de grupo, mas não é esse o foco e sim aprender a trabalhar em equipe, algo essencial para a vida profissional de todos. Além disso, as autoras fazem as seguintes indicações:

Tabela 4.2: Recomendações para a atribuição de papéis. (Fonte: COHEN, LOTAN (2017, P. 114))

Torne pública a atribuição de uma tarefa para um membro específico do grupo. Os outro membros reconhecerão que você deu a essa pessoa a autoridade para atuar como facilitador, relator ou gerenciador de materiais.
Faça um rodízio de papéis de modo que todos os membros do grupo ao final venham a desempenhar todos os papéis.
Especifique detalhadamente o que cada pessoa que desempenha o papel deve fazer e quais são as suas responsabilidades.
Certifique-se de que todos os membros do grupo saibam quais são as responsabilidades de cada papel.

Para mais informações sobre esses temas, recomendamos os textos de Boaler (2018) e Cohen, Lotan (2017).

Capítulo 5

Avaliação

5.1 A mentalidade da avaliação

Na cultura do conhecimento e aprendizagem escolar em que vivemos, a nota é algo bastante valorizado, principalmente em uma disciplina como a matemática. É comum falarmos para nossos estudantes que eles são 'nota 10', como uma forma de elogio. No entanto, essa associação do estudante a uma nota especifica, seja ela alta ou baixa, é algo que acaba prejudicando o seu processo de aprendizagem. Atrelar o estudante a um rótulo, seja bom ou ruim, contribui para que ele desenvolva uma mentalidade fixa, algo que limita o seu desenvolvimento, como já discutimos no primeiro capítulo.

Estamos cientes de que, no nosso sistema educacional, a nota faz-se necessária, mas podemos abordá-la de diversas formas. Para Boaler (2018, p. 124),

> Quando os alunos recebem uma porcentagem de acertos ou nota, eles pouco podem fazer além de compará-la com as dos outros à sua volta, e a metade ou mais acaba decidindo que eles não são tão bons quanto os outros. Isso é conhecido como '*feedback* do ego', uma forma de devolutiva que prejudica a aprendizagem.

Se consideramos a nota como uma medida de aptidão, estamos limitando a representação das múltiplas capacidades de nossos estudantes a um número. Segundo Luckesi (2011), as notas costumavam ser um meio de registro que, com o tempo, começaram a ser associadas a uma forma de examinar a qualidade da aprendizagem. O autor completa que "essa situação é revelada pelo fato de que, muitas vezes, até de forma inconsciente, nós, educadores, propomos aos nossos estudantes uma atividade de estudo para que 'melhorem a nota' e não para que 'melhorem a aprendizagem'." (p. 407). Nesse sentido, a autora Jo Boaler (2018) sugere que os estudantes tenham a oportunidade de serem reavaliados, ou seja, que possam reapresentar trabalhos ou provas, para reforçarmos que o foco é a aprendizagem e não a *performance*, o que é uma poderosa mensagem de mentalidade de crescimento.

Com isso, os estudantes recebem com frequência mensagens de mentalidade fixa que interferem, inclusive, na sua motivação para estudar. Ao ter como único objetivo tirar uma nota boa na prova, a motivação vem de um fator externo, ou seja, é extrínseca ao estudante. Ao passo que se a pessoa estuda porque tem curiosidade, porque quer entender melhor aquele tema, a motivação vem de fatores internos, ou seja, é intrínseca. A intenção de aprender acaba por fortalecer os circuitos neuronais, o que contribui para a aprendizagem, como já mencionamos no capítulo 2. No entanto, como a matemática costuma ser ensinada como uma disciplina de desempenho, em que ser bom é necessariamente ter notas altas, os estudantes mais motivados costumam ser os que têm mais motivação extrínseca, o que não é útil a longo prazo. De acordo com Boaler (2018, p. 129),

> Estudos sucessivos demonstram que os alunos que desenvolvem motivação intrínseca desempenham em níveis mais altos do que aqueles que desenvolvem motivação extrínseca, e que a motivação intrínseca estimula os alunos a perseguir níveis mais avançados, metas mais altas e a permanecer nas disciplinas em vez de abandoná-las.

Para impulsionar a mentalidade de crescimento nos nossos estudantes, precisamos repensar nossa maneira de avaliação, para que não seja uma forma de punição ou simples verificação. Nesse sentido, Celso Vasconcellos (2020) afirma que "para ter uma outra forma de avaliação, temos que ter uma mudança de conceitos, de ideias, de concepção, mas também uma mudança de procedimentos e hábitos". Para o autor, um caminho é pensar que a avaliação é um jeito de oferecer um momento de aprendizagem e não uma forma de obter notas. E essa aprendizagem passa pela ação do professor, pela sua devolutiva para o estudante, como discutiremos a seguir.

5.2 Avaliação para a aprendizagem

A proposta da teoria das Mentalidades Matemáticas é uma avaliação para a aprendizagem, ou seja, para que a aprendizagem aconteça. A ideia não é simplesmente 'medir', numa escala de 0 a 10, até onde o estudante chegou, e sim procurar entender o que foi aprendido e o que ainda falta aprender para, então, contribuir para a redução entre esses dois aspectos. Concordamos com Luckesi (2011) quando afirma que a avaliação é uma forma de investigação: coletamos e analisamos dados para, em seguida, agir a partir dessas informações. Ainda que o autor use o termo 'avaliação da aprendizagem', o sentido em que emprega é similar, uma vez que consideramos que "[...] a avaliação é diagnóstica, ou seja, subsidia uma intervenção construtiva e criativa." (p. 197).

Essa intervenção é, portanto, papel do professor. De posse das informações coletadas na atividade avaliativa, é o docente quem mostra ao estudante como preencher as lacunas na aprendizagem por meio da sua devolutiva. De fato, para Boaler (2018, p. 142), "Uma das maiores dádivas que um professor pode dar a seus alunos é seu conhecimento, suas ideias e um retorno sobre o desenvolvimento matemático deles, expressado de maneira positiva e com mensagens de crescimento". A autora acrescenta ainda que, para contribuir com o desenvolvimento do estudante, a devolutiva não precisa ser feita com frequência, pode ser feita de forma eventual, em situações que o professor considera importantes.

Um dos pilares da avaliação para a aprendizagem da teoria das Mentalidades Matemáticas é a utilização de vários instrumentos avaliativos (veja mais sobre isso no *Guia de Ensino de Mentalidades Matemáticas*). Dessa forma, o foco da avaliação sai das respostas certas e erradas para as evidências de aprendizado que podem ser percebidas quando atividades abertas são aplicadas, permitindo múltiplas respostas e representações. Cada estudante pode, então, conectar os conteúdos de diversas formas para mostrar o que aprendeu, ao invés de apenas marcar uma alternativa em uma questão de múltipla escolha.

Em seu livro *Mentalidades Matemáticas: estimulando o potencial dos estudantes por meio da matemática criativa, das mensagens inspiradoras e do ensino inovador*, Jo Boaler (2018) traz vários exemplos de instrumentos avaliativos (veja a próxima seção) que mostram onde os estudantes estão agora e onde precisam estar, de forma que isso seja compreendido não apenas pelos professores, mas também pelos próprios estudantes. Nesse sentido, concordamos com Luckesi (2011, p. 423, grifo do autor) quando afirma que "A avaliação da aprendizagem que opera sobre o processo de ensinar e aprender tem por função investigar, segundo determinado critério, a qualidade do que está sendo aprendido, relevando tanto o que foi aprendido como o que ainda falta aprender". Essa revelação precisa ser feita, portanto, de forma que as informações fiquem compreensíveis também para os estudantes.

A falta de clareza sobre o que deveriam estar aprendendo tira dos estudantes a oportunidade de desenvolver a autorreflexão, um recurso muito importante para a aprendizagem. Para a Boaler (2018, p. 131), "uma importante falha das aulas de matemática tradicionais é que os estudantes raramente têm noção do que estão aprendendo ou onde estão no cenário de aprendizagem mais amplo". Quando incentivamos a percepção sobre o que estão aprendendo e seu papel nesse processo, os estudantes desenvolvem mais responsabilidade e autoconsciência, o que irá contribuir não só para o seu aprendizado na escola como fora dela.

A seguir, reproduzimos alguns instrumentos avaliativos sugeridos por Boaler (2018), que vão desde autoavaliações até avaliações entre pares.

5.3 A quinta prática na prática

O primeiro exemplo (Figura 5.1) que daremos é uma autoavaliação com declarações claras sobre os conteúdos que os estudantes estão trabalhando, indicando três níveis (que estão nas colunas) para cada tema (que estão nas linhas): um quando o estudante ainda está com dificuldades, outro quando sabe fazer o que foi pedido, mas não sabe justificá-lo e o último quando sabe fazer e sabe justificar.

	Sei fazer isso de maneira independente e explicar como pensei ao meu colega ou professor	Sei fazer isso de maneira independente	Preciso de mais tempo. Preciso ver um exemplo que me ajude
Desenhar retas e segmentos de reta com medições fornecidas			
Desenhar retas e segmentos de reta paralelos			
Criar um polígono com um determinado perímetro			
Criar um quadrado ou retângulo com uma determinada área			

Figura 5.1: Exemplo de Autoavaliação.(Fonte: BOALER (2018, p. 133).)

As autoavaliações desse tipo indicam claramente para o estudante onde ele está e onde ele precisaria estar, características da avaliação para a aprendizagem. Segundo Boaler (2018), pesquisas indicam que os estudantes são bem precisos para avaliarem sua própria compreensão, então esse tipo de atividade avaliativa traz vários benefícios. Outro exemplo de avaliação para a aprendizagem sugerida pela autora é a avaliação entre pares (Figura 5.2), em que os estudantes dizem duas coisas boas sobre o trabalho dos colegas (duas estrelas) e indica algo que poderia ser melhorado (um pedido).

Figura 5.2: Exemplo de avaliação entre pares.(Fonte: BOALER (2018, p. 137).)

O terceiro e último exemplo é uma estratégia de autoanálise (Figura 5.3) em que, após a aula ou no momento que o professor achar adequado, o estudante escreve três coisas que aprendeu, duas coisas que achou interessantes e uma dúvida que ainda tem. Essa avaliação também pode ser feita usando formulários digitais, como o *Google Forms*.

Três coisas que aprendi hoje	Duas coisas que achei interessante	Uma dúvida que tenho

Figura 5.3: Exemplo de estratégia de autoanálise.(Fonte: BOALER (2018, p. 414).)

Você pode encontrar mais formas de avaliação para a aprendizagem no *link*: https://www.youcubed.org/wp-content/uploads/2016/03/COD32_Assessment_for_learning_PORTUGUESE-1-1.pdf

Considerações Finais

Com este *e-book* esperamos ter contribuído para que professores e licenciandos em Matemática conheçam um pouco mais da teoria das Mentalidades Matemáticas e sintam-se motivados para levar as cinco práticas para as suas salas de aula. Essa é uma teoria cuja pesquisa ainda está começando no nosso país, e encorajamos os docentes a compartilharem com toda a comunidade acadêmica os relatos de suas experiências.

Ao aplicarmos essas atividades com nossos estudantes, percebemos muitos benefícios, o que nos motivou a inscrever o minicurso para o III Simpósio para a Formação de Professores de Matemática da Região Norte e, posteriormente, escrever este texto para que essa teoria seja de conhecimento de mais e mais pessoas.

Referências Bibliográficas

[1] Artur Ávila: o homem que calcula. *Revista Pesquisa Fapesp*, 2014. Disponível em: https://revistapesquisa.fapesp.br/o-homem-que-calcula/.
Acesso em: 10 de agosto de 2021.

[2] BOALER, J. Como despertar o potencial das crianças para aprender. YouCubed, 2017. Disponível em: https://www.youcubed.org/wp-content/uploads/2017/03/COD29_Unlocking-Children%C2%B4s-Math-Potential_PORTUGUESEv2GA-_1_.pdf.
Acesso em: 20 de maio de 2021.

[3] BOALER, J. Fluência sem medo. YouCubed, 2018. Disponível em: https://www.youcubed.org/wp-content/uploads/2018/05/COD5_Fluence_Without_Fear_PORTUGUESE_Wordv3GAYJ.pdf.
Acesso em: 20 de maio de 2021.

[4] BOALER, J. *Mentalidades Matemáticas: estimulando o potencial dos estudantes por meio da matemática criativa, das mensagens inspiradoras e do ensino inovador*. Porto Alegre: Penso 2018.

[5] BOALER, J. *Mente sem barreiras: as chaves para destravar seu potencial ilimitado de aprendizagem*. Porto Alegre: Penso, 2020.

[6] BOALER, J.; MUNSON, J.; WILLIAMS, C. O que é beleza matemática? Ensinando por meio de grandes ideias e conexões. YouCubed, 2020. Disponível em:https://www.youcubed.org/wp-content/uploads/2020/01/O-que-%C3%A9-a-Beleza-Matem%C3%A1tica.pdf
Acesso em: 10 de agosto de 2021.

[7] BOALER, J; CHEN, L; WILLIAMS, C; CORDERO, M. Ver para aprender. YouCubed, 2018. Disponível em: https://www.youcubed.org/wp-content/uploads/2018/05/Ver-para-Entender.pdf.
Acesso em: 20 de maio de 2021.

[8] CALABREZ, P. Como funciona o Cérebro (Parte 1) Disponível em: https://www.youtube.com/results?search_query=Como+funciona+o+c%C3%A9rebro
Acesso em 13 de julho de 2021.

[9] COHEN, E.; LOTAN, R. Planejando o trabalho em grupo: estratégias para salas de aula heterogêneas. Porto Alegre: Penso, 2017.

[10] DAMÁSIO, A. O erro de Descartes: emoção, razão e o cérebro humano. São Paulo: Companhia das Letras, 2012.

[11] DWECK, C.. Mindset: a nova psicologia do sucesso. São Paulo: Objetiva, 2017.

[12] Guia de ensino de mentalidades matemáticas. YouCubed. Disponível em: https://www.youcubed.org/pt-br/guia-de-ensino-das-mentalidades-matematicas-video-de-aula-e-outros-recursos/.
Acesso em: 10 de agosto de 2021.

[13] LUCKESI, C. Avaliação da aprendizagem: componente do ato pedagógico. São Paulo: Cortez, 2011.

[14] TIEPPO, Carla. Como as pessoas aprendem? – Disciplina da Pós "A Moderna Educação", PUCRS, 2020.

[15] TIEPPO, Carla. *Uma viagem pelo cérebro: a via rápida para entender neurociência*. São Paulo: Conectomus, 2019.

[16] VASCONCELLOS, Celso. Afinal, por que avaliar? - Disciplina da Pós "A Moderna Educação", PUCRS, 2020.

III SIMPÓSIO DA FORMAÇÃO
DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA
DA REGIÃO NORTE

Realização e Organização

ANPMat
Associação Nacional dos Professores
de Matemática na Educação Básica

ISBN: 978-65-88013-17-5

9 786588 013175