



**7º Simpósio Nacional da
Formação do Professor
de Matemática**

MUSEU DA MATEMÁTICA UFMG

Jogos Aritméticos e Outros Divertimentos

Carmen Rosa Giraldo Vergara



ANPMat

Associação Nacional dos Professores
de Matemática na Educação Básica

MUSEU DA MATEMÁTICA UFMG

Jogos Aritméticos e Outros Divertimentos

Associação Nacional dos Professores de Matemática na Educação Básica

Presidente:

Marcela Luciano Vilela de Souza

Vice-Presidente:

Ana Luiza de Freitas Kessler

Diretores:

Aroldo Eduardo Athias Rodrigues

Raquel Bodart

Sumaia Almeida Ramos

Viviane de Oliveira Santos

7º Simpósio Nacional da Formação do Professor de Matemática

Comissão Organizadora:

Ana Luiza de Freitas Kessler

Anderson Yassuhiro Afuso

Aroldo Eduardo Athias Rodrigues

Carlos Eduardo de Oliveira

Cecília Pereira de Andrade

Elen Viviani Pereira Spreafico

Graziele Souza Mozer

Leonardo Barichello

Marcela Luciano Vilela de Souza

Marcelo Firer

Raquel Oliveira Bodart

Samuel Rocha de Oliveira

Sumaia Almeida Ramos

Viviane de Oliveira Santos

Comitê Científico:

Antonio Cardoso do Amaral

Ana Luiza de Freitas Kessler

Bernadete Angelina Gatti

Eliana Souza

Érika Botelho Guimarães Rijo Alves

Fábio Luiz Borges Simas

Gilberto Januário

João Frederico C.A. Meyer

Marcela Luciano Vilela de Souza

Marcelo Firer

Victor Augusto Giraldo

Viviane de Oliveira Santos

Walcy Santos

Yuriko Yakamoto Baldin

Comitê Editorial:

Alzenira da Silva Leão

Antônio Cardoso do Amaral

Aroldo Eduardo Athias Rodrigues

Evanilson Landim Alves

Gladson Octaviano Antunes

José Fernando Santos Rodrigues Junior

Josieli Fátima Tonin Pagliosa

Lino Marcos da Silva

Marcela Luciano Vilela de Souza

Michel Cambrainha de Paula

Nickson Deyvis da Silva Correia

Renata Magarinus

Rita Santos Guimarães

Roberto César Cucharero Peregrina

Vitor Gustavo de Amorim

Viviane de Oliveira Santos



**7º Simpósio Nacional da
Formação do Professor
de Matemática**

MUSEU DA MATEMÁTICA UFMG

Jogos Aritméticos e Outros Divertimentos

Carmen Rosa Giraldo Vergara

1ª edição

2026

Rio de Janeiro

Museu da Matemática UFMG: Jogos aritméticos e outros divertimentos

Copyright © 2026 Carmen Rosa Giraldo Vergara

Direitos reservados pela Associação Nacional dos Professores de Matemática na Educação Básica. A reprodução não autorizada desta publicação, no todo ou em parte, constitui violação de direitos autorais. (Lei 9.610/98)

Projeto gráfico: Gabriel Brasil Nepomuceno

Produção editorial: Editora Pi

www.editorapi.com.br | contato@editorapi.com.br | +55 21 97748-7208

Distribuição: Associação Nacional dos Professores de Matemática na Educação Básica

www.anpmat.org.br | editoraanpmat@anpmat.org.br

ISBN: 978-65-88013-46-5

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP) (Câmara Brasileira do Livro, SP, Brasil)

Simpósio Nacional da Formação do Professor de
Matemática
7º Simpósio Nacional da Formação do Professor de
Matemática [livro eletrônico] : museu da matemática
UFMG : jogos aritméticos e outros divertimentos /
[organização] Carmen Rosa Giraldo Vergara. --
1. ed. -- Rio de Janeiro : ANPMat, 2026. --
("Simpósio Nacional da Formação do Professor de
Matemática")
PDF

Bibliografia
ISBN 978-65-88013-46-5

1. Jogos educacionais 2. Matemática - Ensino
3. Matemática recreativa 4. Professores - Formação
I. Vergara, Carmen Rosa Giraldo. II. Título
III. Série.

26-398744.0

CDD-510.7

Índices para catálogo sistemático:

1. Matemática : Ensino 510.7

Maria Alice Ferreira - Bibliotecária - CRB-8/7964

Sumário



Prefácio	vii
Introdução	ix
Sobre os autores	xi
1 Museu da Matemática UFMG	1
1.1 Museu da Matemática UFMG: criando laços com o Ensino Básico	2
2 Aritmética com Dominós	4
2.2 Recobrimdo com Dominós	6
2.2.1 Proposta para Sala de Aula	7
2.2.2 Estratégias	8
2.3 Piramide de Dominós	10
2.3.1 Uma proposta para Sala de Aula	10
2.3.2 Estratégias	12
2.4 Dominando Somas	13
2.4.1 Uma proposta para Sala de Aula	14
2.4.2 Estratégias	14
2.5 Dominando Produtos	16
2.5.1 Uma proposta para sala de aula	16
2.6 Frações com o Dominó	17
2.6.1 Uma proposta para sala de aula	18
3 Tabelas Mágicas	19
3.1 A Tabela Mágica	20
3.2 Uma Proposta para Sala de Aula	24
4 Outros Divertimentos	26
4.1 Quadrados Latinos	28
4.2 Labirintos Lógicos	31
4.2.1 Labirinto de Frações	32
4.2.2 Labirinto Lógico-Numérico	32
4.2.3 Labirinto de Orientação	33
4.2.4 Uma proposta para Sala de Aula	34
Considerações Finais	38
Anexos	40
Referências	50

Lista de Figuras



1	Vista parcial do Museu da Matemática UFMG	2
2	Oficina e minicurso ofertados pelo Museu da Matemática UFMG	3
3	Material confeccionado pelo Museu da Matemática UFMG	3
4	Peças de Dominô <i>Double 6</i>	5
5	Atividade com dominós no evento UFMG Jovem	6
6	Tabuleiro 7×8	8
7	Busca ordenada	8
8	Preenchimento obrigatório	9
9	Preenchimento por contradição	9
10	Piramide de Dominós	10
11	Tentativa de preencher a Piramide	11
12	Uma solução da Piramide	12
13	Dominó trilha soma	14
14	Tentativas com soma 3	15
15	Posição com soma 6	15
16	Configuração Impossível	15
17	Dominós nas casas de produtos 12 e 15	16
18	Dominando Produtos	17
19	Soma de frações	18
20	Tabela Mágica	20
21	Escolhendo o 2	21
22	Escolhendo o 9	21
23	Escolhendo o 16	21
24	Escolhendo o 7	21
25	Outros números escolhidos	21
26	Números Geradores	22
27	Preenchendo a Tabela com os números geradores	22
28	Tabela com números de 1 a 16	22
29	Tabela Mágica 5×5	24
30	Tabela Mágica parcialmente preenchida	25
30	Acervo do MUMAT UFMG	27
31	Tabuleiro de aniversário e pavimentação de Penrose	28
32	Quadrado Greco-Latino do MUMAT UFMG	28
33	Quadrado Latino cíclico	29
34	Quadrado Latino	29
35	Quadrado com as primeiras duas linhas	30
36	Quadrado completo	30
37	Quadrado Greco-Latino	31
38	Labirinto de frações	33
39	Labirinto Lógico Numérico	33
40	Labirinto de Orientação	34
1	Peças de Dominó	40

2	Pirâmide de Dominós	41
3	Dominando Somas	42
4	Dominando Produtos	43
5	Recobrando com Dominós	44
6	Labirinto de Frações	45
7	Labirinto Lógico-Numérico	46
8	Labirinto de Orientação	47

Prefácio



Este *e-book* reúne o conteúdo e as atividades desenvolvidos no minicurso “Museu da Matemática UFMG: Jogos Aritméticos e Outros Divertimentos”, ministrado em 2024 durante o 7º Simpósio Nacional da Formação do Professor de Matemática, realizado na Universidade Estadual de Campinas (Unicamp). O minicurso foi idealizado com o propósito de oferecer aos professores dos Ensinos Fundamental e Médio recursos didáticos que promovem o interesse dos estudantes e favorecem à compreensão de conceitos matemáticos por meio de atividades lúdicas e interativas.

Criado em 2018, o Museu da Matemática UFMG tem como missão apresentar a Matemática de forma envolvente e acessível, despertando o interesse de professores, alunos e do público em geral. O museu tem se dedicado a promover uma abordagem mais positiva e atrativa do ensino da disciplina, aproximando a Matemática do cotidiano e da curiosidade natural de quem aprende.

O material aqui apresentado baseia-se em um kit didático desenvolvido pelo Museu da Matemática da Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG), que inclui jogos aritméticos e outros objetos matemáticos. Esses materiais permitem explorar conceitos como padrões, simetria, raciocínio espacial e resolução de problemas, de maneira visualmente instigante e interativa.

Este *e-book* busca contribuir para a formação de professores e futuros educadores em Matemática, oferecendo recursos que inspirem práticas mais criativas, investigativas e significativas em sala de aula. Ao adotar abordagens lúdicas e interativas, pretendemos mostrar que a Matemática pode ser uma experiência prazerosa, acessível e repleta de descobertas, tanto para quem ensina quanto para quem aprende.

Introdução



Nos últimos anos, a Matemática Recreativa tem se consolidado como uma abordagem pedagógica essencial, ao oferecer recursos inovadores para o ensino da Matemática por meio de atividades lúdicas e interativas. Essas práticas permitem que conceitos abstratos e complexos sejam apresentados de forma acessível e envolvente, estimulando a curiosidade e o pensamento crítico dos estudantes. Ao integrar jogos matemáticos e desafios no ambiente escolar, busca-se promover uma atitude positiva em relação à Matemática e melhorar o desempenho dos estudantes.

Com o objetivo de contribuir para a formação de professores de Matemática e aprimorar as práticas pedagógicas, o minicurso “Museu da Matemática UFMG: Jogos Aritméticos e Outros Divertimentos” foi desenvolvido no contexto do 7º Simpósio Nacional da Formação do Professor de Matemática, realizado em 2024 na Universidade Estadual de Campinas (Unicamp). Este *e-book* reúne o material produzido e as experiências vivenciadas durante o minicurso, baseando-se em atividades e recursos do Museu da Matemática UFMG, espaço dedicado à divulgação e ao ensino da Matemática em espaços de educação não formal.

O propósito deste *e-book* é inspirar e apoiar professores de Matemática na criação de experiências de aprendizagem mais significativas, criativas e interativas. Por meio de jogos e atividades que podem ser aplicados diretamente em sala de aula, busca-se promover a compreensão de conceitos aritméticos e lógicos de forma acessível e envolvente, estimulando o interesse e o pensamento crítico dos estudantes.

Especificamente, o *e-book* tem como objetivos:

1. apresentar atividades práticas que facilitem a compreensão de conceitos matemáticos por meio de jogos e desafios;
2. estimular o uso de materiais didáticos concretos para explorar temas como frações, sequências numéricas, lógica e cálculo combinatório; e
3. orientar os professores sobre a aplicação das atividades no contexto curricular, incentivando a reflexão sobre estratégias pedagógicas que favoreçam o aprendizado ativo.

A metodologia do minicurso baseia-se em atividades práticas e participativas, que utilizam materiais como jogos de dominó, labirintos lógicos e matrizes mágicas, projetados para estimular o raciocínio matemático de maneira criativa e envolvente. Além disso, são apresentadas orientações pedagógicas sobre como incorporar esses recursos ao cotidiano escolar.

Espera-se que, ao utilizar este material, os professores possam integrar essas atividades lúdicas ao seu planejamento pedagógico, proporcionando aos alunos uma aprendizagem mais dinâmica e significativa. Assim, busca-se criar um ambiente em que a Matemática seja vivenciada como uma experiência de descoberta, despertando o interesse e a autonomia intelectual dos estudantes.

Por fim, incentivamos nossos leitores a compartilhar sugestões, relatos de experiências e observações sobre a aplicação das atividades em sala de aula, destacando o que funcionou bem, os desafios encontrados e possíveis melhorias. Esses retornos serão valiosos para o aprimoramento deste material em futuras edições. Nosso email é: museudamatematicaufmg@gmail.com

Sobre os autores





**Carmen Rosa
Giraldo Vergara**
carmita@mat.ufmg.br

A autora é licenciada em Matemática pela Universidad Industrial de Santander (1994), mestre (1997) e doutora (2002) em Matemática pela Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ), além de especialista em Comunicação Pública da Ciência pela Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG) (2026).

Atualmente, é professora associada do Departamento de Matemática da UFMG. Desenvolveu pesquisas na área de Álgebra de Grupos e, nos últimos anos, tem direcionado sua atuação para a popularização da Matemática, promovendo iniciativas que aproximam esse conhecimento de diferentes públicos por meio da educação e da divulgação científica.

Juntamente com o professor Fabio Enrique Brochero, idealizou e criou o Museu da Matemática UFMG, um dos 26 espaços que integram a Rede de Museus e Espaços de Ciência da UFMG, contribuindo para a valorização da cultura científica e para a promoção da Matemática como parte do patrimônio intelectual e cultural da sociedade.

Museu da Matemática UFMG

O jogo e a beleza estão na origem de uma grande parte da Matemática. Se os matemáticos de todos os tempos passaram tão bem jogando e contemplando seu jogo e a sua ciência, porque não tratar de aprender e comunicar através do jogo e da beleza?

Miguel de Guzmán

Contos com Contas. Gradiva

1.1 Museu da Matemática UFMG: criando laços com o Ensino Básico

O Departamento de Matemática da Universidade Federal de Minas Gerais - UFMG atua em diversos projetos de extensão com o objetivo de contribuir para a divulgação e popularização da Matemática. Nesse sentido, foi criado, em 2018, o Museu da Matemática UFMG que, em março de 2020, passou a fazer parte da Rede de Museus e Espaços de Ciência e Cultura da UFMG.



Figura 1: Vista parcial do Museu da Matemática UFMG

Foto: Museu da Matemática UFMG

Localizado na sala 4010 do Instituto de Ciências Exatas da Universidade Federal de Minas Gerais, o Museu tem como missão fomentar a produção e a divulgação do conhecimento matemático. Especificamente, busca difundir e explorar elementos da Matemática Recreativa enquanto prática pedagógica e, nesse contexto, despertar o interesse dos seus visitantes, estimulando uma percepção positiva da Matemática. Além disso, o Museu busca promover um espaço propício para estreitar a relação dos professores e alunos do curso de Matemática da UFMG com alunos e professores de Matemática da Escola Básica, bem como com o público em geral.

Para isso, desde sua criação, o Museu oferece uma gama de experiências lúdicas e interativas por meio de atividades e oficinas para o público em geral e, especialmente, para alunos do 6º ano do Ensino Fundamental ao 3º ano Ensino Médio, em sua grande maioria da rede pública de ensino.

Já para os professores, bem como alunos do ensino superior, o Museu procura se colocar como um centro de apoio por meio da realização de minicursos, oficinas e atividades de treinamento relacionadas ao seu acervo e às propostas pedagógicas.

Por outro lado, o desenvolvimento de materiais didáticos interativos é uma das ações centrais desta proposta, com o objetivo de transformar o aprendizado da Matemática em uma experiência mais envolvente, acessível e significativa para os alunos. Esses materiais são cuidadosamente projetados para despertar o interesse dos estudantes de maneira lúdica, utilizando a Matemática Recreativa como uma ferramenta poderosa para conectar conceitos abstratos com a realidade cotidiana. A proposta é integrar teorias matemáticas complexas. Por exemplo, a teoria dos grafos é uma área com aplicações práticas que fazem parte do cotidiano dos alunos, como nas telecomunicações e redes sociais. É possível, através de jogos interativos que exploram vértices, arestas e caminhos, que os alunos entendem conceitos avançados



Figura 2: Oficina e minicurso para professores, ofertados pelo Museu da Matemática UFMG

Foto: Museu da Matemática UFMG

dessa teoria de forma prática e divertida, desmistificando a Matemática e tornando-a mais próxima de suas experiências diárias. Dessa forma, buscamos promover o aprendizado ativo, estimular a curiosidade científica e aprofundar a compreensão dos conceitos matemáticos, conectando-os diretamente às tecnologias e desafios contemporâneos.

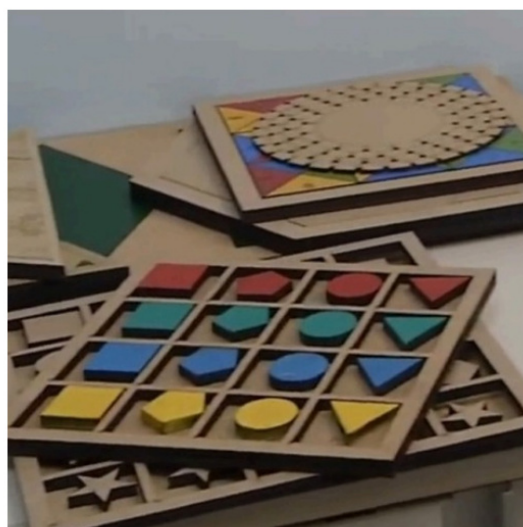
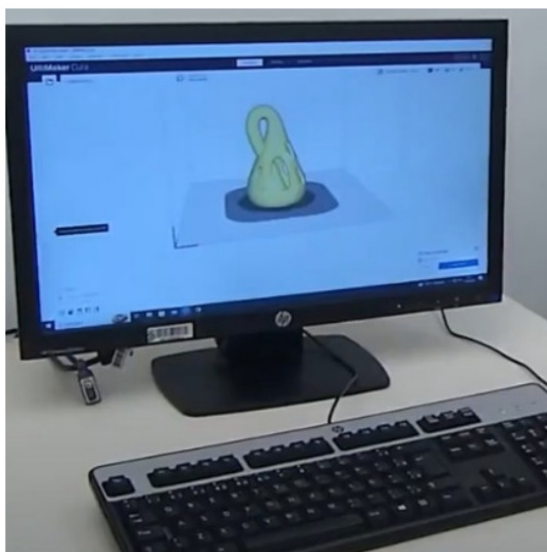


Figura 3: Material confeccionado pelo Museu da Matemática UFMG

Foto: Museu da Matemática UFMG

O Museu da Matemática UFMG também realiza atividades itinerantes, levando oficinas e exposições interativas sobre Matemática a diferentes municípios de Minas Gerais, especialmente àqueles distantes de centros universitários ou com menor oferta de iniciativas de divulgação científica. Essas ações buscam ampliar o acesso ao conhecimento científico, promovendo inclusão social e cultural por meio de eventos que aproximam a Matemática do cotidiano das comunidades e fortalecem o vínculo entre a universidade e a sociedade.

Aritmética com Dominós



Embora haja poucas referências sobre as origens do dominó na literatura, alguns estudiosos sugerem que o jogo tenha se originado na China, possivelmente como uma forma de entretenimento nas dinastias antigas. A primeira menção concreta do dominó no Ocidente data do século XVIII, quando as primeiras partidas documentadas foram jogadas na Itália e na França. A partir daí, o jogo se espalhou rapidamente por toda a Europa, especialmente na Inglaterra, onde se popularizou, tornando-se um passatempo predileto das classes altas e da realeza. Com o aumento do comércio internacional e da colonização, o dominó chegou à América, onde foi rapidamente adotado por diferentes culturas, que deram ao jogo novas formas e regras.

No Ocidente, a versão tradicional do dominó consiste em 28 peças retangulares, formadas por dois quadrados adjacentes, que contêm pontos representando todos os pares possíveis de dígitos de 0 a 6. Note que cada dígito aparece oito vezes no jogo.

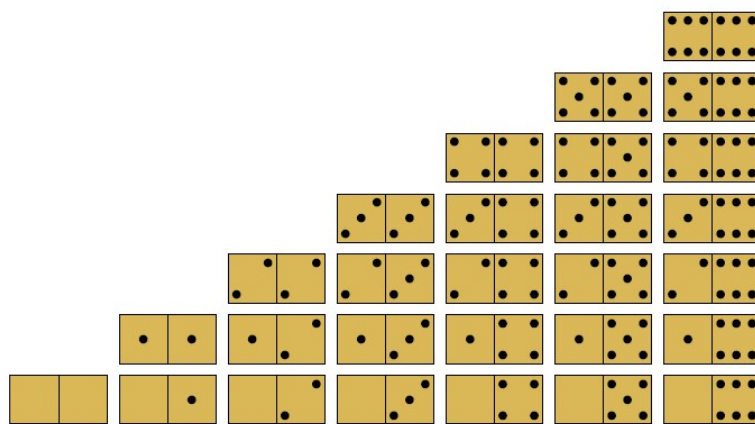


Figura 4: Peças de Dominó *Double 6*

Existem versões comerciais do dominó com os números de 0 a 9 (*Double 9*) com 55 peças, de 0 a 12 (*Double 12*) com 91 peças e de 0 a 15 (*Double 15*) com 132 peças. Como desafio para o leitor, propomos a tarefa de demonstrar que, para um dominó *Double n*, em que n é um número natural arbitrário, o número total de peças é dado pela fórmula $\frac{(n+1)(n+2)}{2}$ peças.

Ou seja, se n for 12, por exemplo, a quantidade de peças será $\frac{13 \times 14}{2} = 91$.

No dominó *Double 6*, o vencedor é o primeiro jogador que ficar sem peças. Nas versões *Double 9* e *Double 15*, no entanto, essa regra precisa ser ajustada. Com o aumento do número de peças, é possível que todos os jogadores ainda tenham peças na mão, mas nenhum consiga jogar, pois os valores necessários para dar sequência às jogadas podem não estar presentes nas mãos de ninguém.

Para lidar com essas situações, costumam-se adotar regras adaptadas:

- jogo bloqueado: quando ninguém consegue jogar, a rodada é encerrada. Cada jogador soma os valores das peças que ainda possui, e vence aquele com a menor soma; e
- reinício da rodada: em alguns casos, a partida é reiniciada com uma nova distribuição de peças, oferecendo uma chance mais equilibrada para todos.

Essas adaptações garantem que o jogo continue dinâmico, justo e divertido, mesmo quando se utiliza um conjunto maior de peças, permitindo que todos os participantes tenham uma experiência estratégica e agradável.

O dominó também adquiriu um status simbólico em diversas culturas, representando mais do que um simples passatempo. Em muitos lugares, ele simboliza estratégia, convivência social e tradição comunitária. Por exemplo, em Cuba, o dominó é tradicionalmente jogado em praças e cafés, funcionando como um ritual social que aproxima diferentes gerações, reforçando laços comunitários e promovendo interação cultural.

Cada atividade é planejada para integrar o jogo às aulas de Matemática, proporcionando uma experiência de aprendizagem ativa, criativa e conectada aos conceitos curriculares.

A seguir, apresentamos alguns desafios do acervo do Museu da Matemática UFMG, nos quais o dominó é utilizado como ferramenta para estimular o raciocínio lógico, a criatividade e a aprendizagem matemática de forma prática e envolvente como mostra a Figura 5.



Figura 5: Atividade com dominós no evento UFMG Jovem

Foto: Museu da Matemática UFMG

2.2 Recobrimo com Dominós

Podemos distribuir as peças do dominó de qualquer maneira, sem uma ordem específica, para formar um arranjo de 7×8 quadrados, e isso pode ser feito de inúmeras formas. Ao copiar, em cada quadrado do tabuleiro, o número de pontos correspondente a cada quadrado das peças do dominó, obtemos um arranjo de 56 números no tabuleiro 7×8 .

Agora, podemos pensar no processo inverso. Suponhamos que temos um tabuleiro composto por 7×8 casas quadradas, sendo que cada uma delas contém um número entre 0 e 6. O desafio consiste em colocar as 28 peças de dominó no tabuleiro de forma que:

1. cada peça ocupe duas casas adjacentes no tabuleiro, podendo ser disposta na horizontal ou na vertical;
2. os números nas casas ocupadas coincidam com os números de pontos nas peças de dominó. Ou seja, se uma peça tiver, por exemplo, os números 3 e 5, ela deve ser posicionada de maneira que as casas ocupadas no tabuleiro tenham exatamente esses números;
3. as peças não se sobreponham. Cada peça deve ocupar duas casas adjacentes sem que haja sobreposição entre elas, garantindo que o tabuleiro seja completamente preenchido;

4. o tabuleiro seja totalmente coberto. As 28 peças devem cobrir todo o tabuleiro, sem deixar nenhuma casa vazia. Não pode haver lacunas ou espaços não preenchidos entre as peças; e
5. as peças podem ser dispostas de maneira horizontal ou vertical, desde que respeitem a correspondência dos números e a regra de não sobreposição.

Esta atividade, apresentada por Martin Gardner ([Gardner, 1967](#)), em grande potencial pedagógico, pois permite trabalhar diversos conceitos matemáticos e desenvolver raciocínios importantes:

- raciocínio lógico: os alunos planejam como colocar as peças para atender a todas as regras, antecipando os efeitos de cada jogada;
- combinatória: explorar as diferentes formas possíveis de distribuir as peças e compreender como os elementos se combinam;
- padrões e sequências numéricas: ao observar os números no tabuleiro e nas peças, os alunos identificam padrões e relações entre os valores; e
- estratégia: desenvolver habilidades de tomada de decisão ao escolher onde colocar cada peça, considerando as implicações para as jogadas seguintes.

Este desafio estimula o pensamento crítico, a criatividade e o planejamento estratégico, integrando conceitos matemáticos de forma prática e envolvente, tornando-o uma excelente proposta para aplicação em sala de aula.

2.2.1 Proposta para Sala de Aula

Para desenvolver esta atividade em sala de aula, é necessário:

- reproduzir o tabuleiro do dominó da Figura 6 em uma folha de papel A4, conforme o modelo disponível no Anexo 5, preferencialmente uma cópia por aluno ou por dupla de alunos. Pode-se também incentivar os alunos a criar seu próprio tabuleiro, desenhando uma grade de 7×8 quadrados, de forma que o tamanho das células seja compatível com o de cada quadrado das peças de dominó. Em seguida, eles devem distribuir as peças do dominó sobre o tabuleiro e escrever em cada quadrado os números de pontos correspondentes aos quadrados das peças;
- reproduzir as peças do dominó em cartão, conforme disponível no Anexo 1. Caso prefira, pode-se utilizar as peças de dominó prontas; e
- com o tabuleiro e as peças já confeccionadas, os alunos devem posicionar as 28 peças no tabuleiro, de forma que os números nas casas ocupadas coincidam com os números de pontos nos quadrados das peças de dominó.

É recomendável, neste primeiro momento, incentivar os alunos a buscar uma estratégia para realizar a tarefa. Por exemplo, é importante ordenar as peças de dominó por exemplo como mostrado na Figura 4. Isso permite encontrar uma peça se forma rápida, da mesma forma nos permite verificar de forma ordenada se certa peça já foi colocada.

Após a execução, o professor pode promover uma discussão sobre as diferentes estratégias encontradas pelos alunos, como por exemplo:

4	5	5	1	1	5	2
4	5	5	0	4	2	3
4	1	2	2	6	3	3
0	3	0	5	1	0	1
2	2	5	6	3	4	6
2	0	4	6	3	6	6
6	0	4	3	0	1	0
6	3	5	2	1	1	4

Figura 6: Tabuleiro 7 × 8

2.2.2 Estratégias

- a) Busca ordenada de peças que podem ser encaixadas em um único lugar no tabuleiro. Por exemplo, as peças  e  têm uma única forma de ser encaixadas no tabuleiro.

4	5	5	1	1	5	2
4	5	5	0	4	2	3
4	1	2	2	6	3	3
0	3	0	5	1	0	1
2	2	5	6	3	4	6
2	0	4	6	3	6	6
6	0	4	3	0	1	0
6	3	5	2	1	1	4

Figura 7: Busca ordenada

- b) Preenchimento obrigatório de espaços. Por exemplo, após ser colocadas as peças  e , o canto inferior esquerdo do tabuleiro deve, obrigatoriamente, ser preenchido com a peça . O mesmo acontece com a peça .

4	5	5	1	1	5	2
4	5	5	0	4	2	3
4	1	2	2	6	3	3
0	3	0	5	1	0	1
2	2	5	6	3	4	6
2	0	4	6	3	6	6
6	0	4	3	0	1	0
6	3	5	2	1	1	4

Figura 8: Preenchimento obrigatório

c) Eliminação por contradição. Por exemplo, após posicionadas as peças dos itens anteriores, é impossível colocar a peça $\begin{smallmatrix} \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot \end{smallmatrix}$ no canto inferior direito do tabuleiro, uma vez que, se essa peça for colocada nessa posição, acima dela deverá ser colocada a peça $\begin{smallmatrix} \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \end{smallmatrix}$, o que é impossível, pois ela já está posicionada no tabuleiro. Isso implica que a peça $\begin{smallmatrix} \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot \end{smallmatrix}$ tem que ser colocada no canto inferior direito do tabuleiro. Pelo mesmo fato, a peça $\begin{smallmatrix} \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot \end{smallmatrix}$ também não pode ser colocada no canto inferior direito, o que obriga a colocar peça $\begin{smallmatrix} \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot \end{smallmatrix}$.

4	5	5	1	1	5	2
4	5	5	0	4	2	3
4	1	2	2	6	3	3
0	3	0	5	1	0	1
2	2	5	6	3	4	6
2	0	4	6	3	6	6
6	0	4	3	0	1	0
6	3	5	2	1	1	4

Figura 9: Preenchimento por contradição

Observemos a eliminação por contradição pode ser de análise complicada, mas muito poderosa. Desafiamos ao leitor verificar por contradição porque a peça $\begin{bmatrix} \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot \end{bmatrix}$ não pode ser colocada de forma vertical na parte inferior do tabuleiro. A dica é verificar que acontece, quando colocamos a peça dessa forma, com as peças $\begin{bmatrix} \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot \end{bmatrix}$ e $\begin{bmatrix} \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot \end{bmatrix}$.

- d) Repetir as estratégias a), b) e c) até conseguir colocar todas as peças. Por exemplo, na disposição mostrada na Figura 9, o dominó $\begin{bmatrix} \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot \end{bmatrix}$ só tem um lugar onde é possível colocar.

2.3 Pirâmide de Dominós

O jogo Pirâmide de Dominós (Figura 10) propõe um desafio que envolve raciocínio lógico e planejamento estratégico, permitindo que os alunos explorem conceitos matemáticos de forma prática e envolvente.

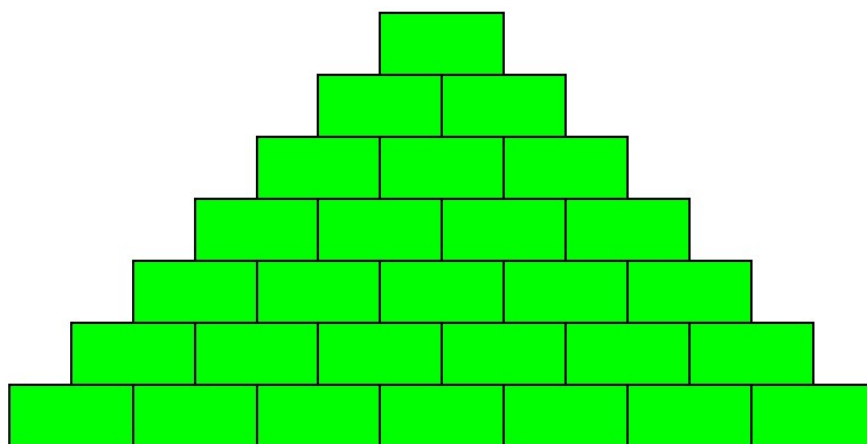


Figura 10: Pirâmide de Dominós

O objetivo do jogo é cobrir um tabuleiro com formato de pirâmide usando todas as peças de dominó de maneira que:

1. em cada linha da pirâmide cumpre-se a regra do dominó tradicional, isto é, em cada linha as peças de dominó apresentem o mesmo número de pontos nos quadrados que se tocam; e
2. a soma do número de pontos das peças do dominó em cada linha é um quadrado perfeito. Lembrando que os quadrados perfeitos são os números $0^2 = 0$, $1^2 = 1$, $2^2 = 4$, $3^2 = 9$, $4^2 = 16$, $5^2 = 25$, $6^2 = 36$, $7^2 = 49$, $8^2 = 81$, etc.

2.3.1 Uma proposta para Sala de Aula

Este tipo de problema matemático é ideal para estimular os alunos a pensar de maneira mais abstrata e a desenvolver habilidades de resolução de problemas. Vamos entender melhor as regras e o que pode ser trabalhado nesse contexto.

1. Mesma quantidade de pontos nas conexões: a primeira condição é que os dominós que se toquem em cada linha devem ter o mesmo número de pontos. Isso implica que o aluno precisa ser cuidadoso

ao escolher as peças e organizá-las de forma que, ao ser conectada uma peça a outra, o número em uma extremidade corresponda ao número da outra. Esse aspecto ajuda a desenvolver habilidades de planejamento e organização lógica.

2. Soma dos pontos como quadrado perfeito: a segunda condição do jogo é ainda mais interessante e desafiadora: a soma dos pontos de cada linha de dominós deve ser um quadrado perfeito. Um quadrado perfeito é um número que pode ser expresso como o quadrado de um número inteiro, como 0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, etc. Esse elemento do jogo oferece uma excelente oportunidade para os alunos se familiarizarem com propriedades de quadrados perfeitos.

Por exemplo, se a linha de dominós tem as peças (4, 6), (6, 5) e (5, 3), a soma dos pontos é $4 + 6 + 6 + 5 + 5 + 3 = 29$, que não é um quadrado perfeito. Isso levaria os alunos a reconsiderar as peças escolhidas e experimentar novas combinações até que a soma seja, por exemplo, 36 (que é 6^2). Eles podem usar esse conceito para explorar outras propriedades dos números e praticar suas habilidades com operações aritméticas.

O tabuleiro pode ser preenchido por tentativa e erro. A figura 11 mostra a pirâmide quase preenchida, agora observe que o número de pontos das linhas preenchidas são 1, 9, 16, 36, 36, 36 e as peças que faltam por colocar são $(1, 1)$, $(1, 3)$, $(1, 4)$, $(1, 6)$, $(2, 2)$, $(2, 3)$ e $(3, 4)$ que somam 34 e portanto não completam um quadrado perfeito,

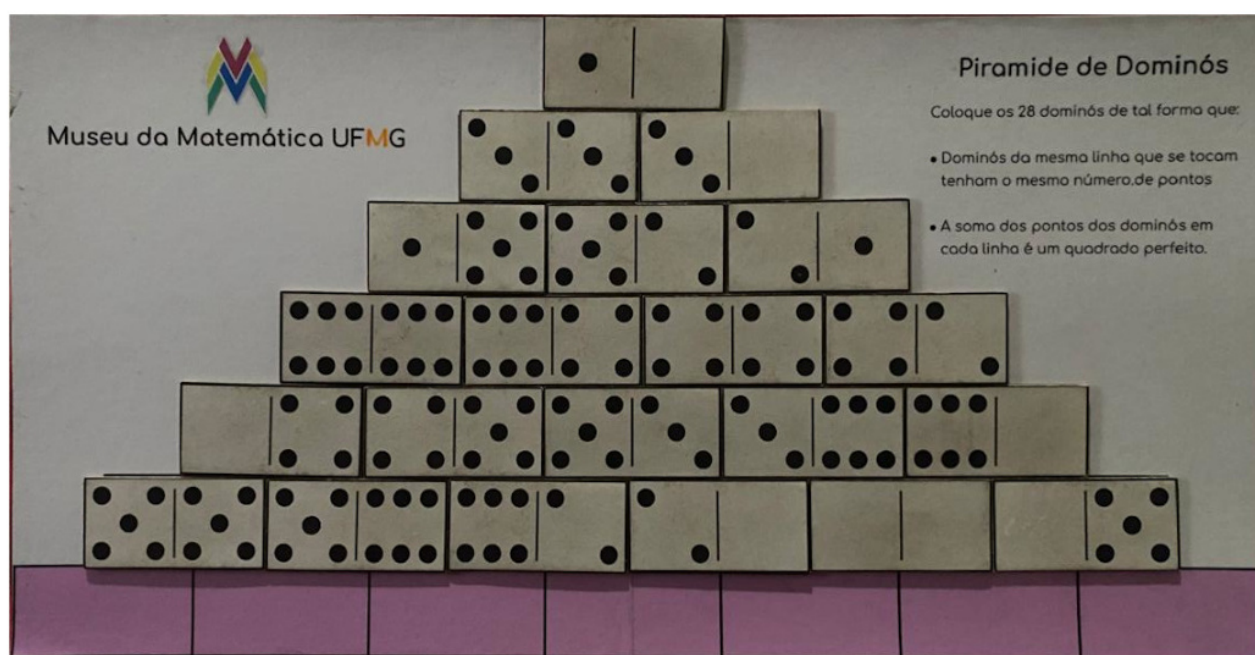


Figura 11: Tentativa de preencher a Piramide

A figura 12, mostra uma solução para o desafio:

Agora é com você. Mostre que esta solução não é única.

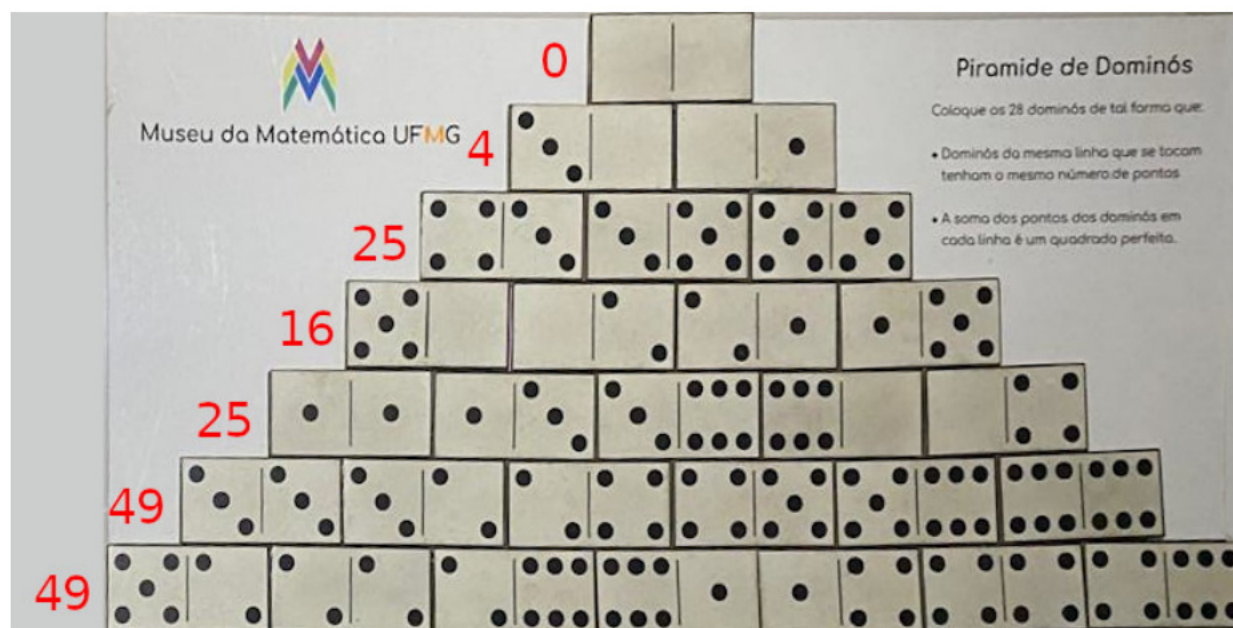


Figura 12: Uma solução da Pirâmide

2.3.2 Estratégias

A tentativa e erro pode não ser a melhor abordagem para resolver esse desafio. Para facilitar a resolução, vamos considerar algumas questões aritméticas que podem fornecer dicas importantes ao preencher o tabuleiro.

Um ponto crucial nesse processo de resolução é saber o número total de pontos que somam as peças. Para isso, observe que temos o seguinte.

1. Se escolhermos um número n entre 0 e 6, existem seis peças diferentes com este número em um dos lados e outro número (entre 0 e 6) no outro.

Podemos calcular a soma dos pontos de cada um desses 7 conjuntos de peças. Para um número n , temos as 7 quadrados com n pontos e 7 quadrados com os números de 0 a 6. Assim, a soma dos pontos dessas 7 peças é dada por:

$$7n + 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 = 7n + 21.$$

Como n pode tomar valores entre 0 e 6, a soma total de todos os conjuntos de dominós seria:

$$7 \cdot (1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6) + 21 \cdot 7 = 294.$$

Entretanto, esta não está correta, pois todos os dominós com 2 números diferentes estão sendo contados duas vezes. Para corrigir a contagem, podemos adicionar uma cópia dos dominós com números iguais e dividir por 2:

$$\frac{294 + 2 \cdot (1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6)}{2} = 168.$$

2. Agora precisamos escrever 168 como uma soma de sete quadrados, podendo repetir quadrados. Isso pode ser feito de múltiplas formas, mas temos algumas restrições que envolvem os dominós:

- Os quadrados 0 e 1 podem aparecer na soma somente uma vez, pois correspondem aos dominós (0,0) e (0,1).
- A maior soma de 7 dominós é dada por:

$$(6 + 6) + (6 + 5) + (6 + 4) + (5 + 5) + (5 + 4) + (6 + 3) + (5 + 3) = 69,$$

o que significa que todos os quadrados da soma devem ser menor ou igual a 64.

- Similarmente, a maior soma de $7 + 6 = 13$ dominós é 112, que é menor que $2 \times 64 = 128$. Pode-se ter no máximo um quadrado 64 na soma.
- Pelo mesmo fato, quando temos uma linha com a soma 64, nenhuma das outras linhas pode ter soma 49, pois como $112 - 64 = 48$.

Assim, se uma linha tem soma 64, os outros seis quadrados devem que somar 104 e ser menores ou iguais a 25.

Uma das formas de decompor 168 em sete quadrados cumprindo as restrições acima é mostrada a Figura 12, isto é

$$168 = 0 + 4 + 16 + 25 + 25 + 49 + 49.$$

Fica como exercício para o leitor encontrar uma decomposição que tenha como uma de suas parcelas o número 1.

3. Depois de encontrar as possíveis decomposições, podemos tentar colocar os dominós nas linhas para formar as somas adequadas. Como as somas maiores são mais complicadas de obter quando temos poucos dominós sobrando, o ideal é começar a preencher o tabuleiro pela linha de maior número.

2.4 Dominando Somas

Esta atividade tem como objetivo estimular o raciocínio lógico e a resolução de problemas entre os alunos, utilizando o jogo de dominó como ferramenta pedagógica. O desafio é preencher a trilha de dominós da Figura 13 de forma que o número em cada posição corresponda ao número total de pontos da peça de dominó colocada. Por exemplo, se um dominó possui 4 pontos em um quadrado e 5 pontos no outro, ele pode ser colocado sobre qualquer casa do tabuleiro que tenha o número 9, uma vez que $4 + 5 = 9$.

O desafio consiste em posicionar 18 das 28 peças do dominó no tabuleiro, respeitando as regras convencionais do jogo, mas com a condição extra de que a soma dos pontos de cada dominó deve ser igual ao número da casa onde ele é colocado.

Ao contrário de um jogo convencional, não há divisão de peças entre jogadores. A atividade pode ser realizada individualmente ou de forma colaborativa, permitindo que os alunos trabalhem de forma colaborativa, discutindo estratégias e soluções. Antes de iniciar, é importante que os alunos se familiarizem com o tabuleiro e as regras, garantindo que todos compreendam a lógica do desafio.

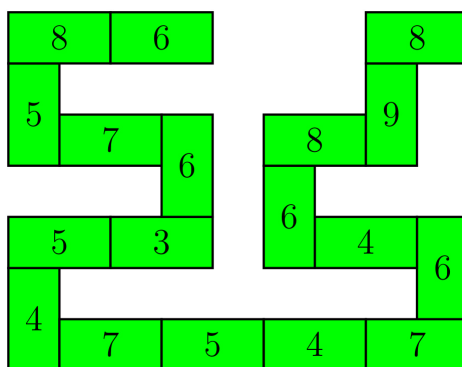


Figura 13: Dominó trilha soma

2.4.1 Uma proposta para Sala de Aula

Esta atividade é uma excelente ferramenta para ser utilizada em sala de aula, pois envolve diversas habilidades essenciais no ensino-aprendizagem da Matemática:

- desenvolvimento do raciocínio lógico: os alunos precisam analisar possibilidades e estratégias para posicionar corretamente as peças;
- aprendizado matemático: a atividade reforça os conceitos de soma e o reconhecimento de padrões numéricos; e
- trabalho em equipe: quando realizada em grupos, a atividade estimula a comunicação e o pensamento coletivo na resolução de problemas.

Antes de começar a atividade, é fundamental que os alunos se familiarizem com o tabuleiro e as regras, reforçando as seguintes orientações:

1. o jogo deve seguir a regra básica do dominó, onde cada peça colocada deve estar conectada a outra peça com pelo menos um valor igual de pontos em algum dos seus quadrado;
2. os jogadores devem posicionar 18 das 28 peças no tabuleiro;
3. a soma dos pontos de cada peça colocada deve corresponder ao número da casa onde ela está posicionada; e
4. o objetivo é preencher corretamente todas as casas do tabuleiro, respeitando essas condições.

2.4.2 Estratégias

Assim como na Pirâmide de Dominós, a tentativa e erro não é a melhor forma de resolver o desafio. Vejamos alguns pontos lógicos e aritméticos que podem fornecer dicas importantes na hora de preencher o tabuleiro.

1. Análise das casas com números pequenos: podemos começar preenchendo as casas que possuem números menores, pois elas têm menos combinações possíveis. Por exemplo, se uma casa tem o número 4, as únicas opções de dominós são $[0, 4]$, $[1, 3]$ ou $[2, 2]$.

2. Atenção às ligações: como as peças devem ser colocadas seguindo as regras tradicionais do dominó, é importante antecipar quais conexões serão ou não possíveis a medida que o jogo avança. Identifique os números (que correspondem às somas de pontos dos dominós) que aparecem com mais frequência no tabuleiro e comece a partir dessas casas.



Figura 14: Tentativas com soma 3

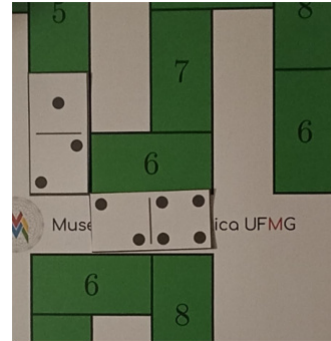


Figura 15: Posição com soma 6

3. Uso de tentativas e ajustes: se os alunos encontrarem dificuldades, incentive-os a testar diferentes combinações antes de fixar qualquer peça. É útil anotar possíveis combinações e verificar qual delas se encaixa melhor.
4. Estratégia de eliminação: se não houver peças que possam ser colocadas seguindo as regras do jogo, isso significa que podemos retroceder no processo e descartar a possibilidade de uma das peças colocadas. No exemplo abaixo, observe que a única maneira de alcançar o número 6, respeitando a regra tradicional do dominó seria usando o dominó $[5, 1]$, que já foi colocado. Nesse caso precisamos remover as últimas peças colocadas e tentar outras combinações.



Figura 16: Configuração Impossível

Este desafio pode ser realizado com outros tabuleiros e com diferentes operações aritméticas no lugar da soma, como a multiplicação. Na próxima seção, mostramos um segundo tabuleiro que deve ser completado aplicando a operação de multiplicação.

2.5 Dominando Produtos

O tabuleiro mostrado na Figura 18 deve ser preenchido com todas as 28 peças do dominó. Uma peça pode ser colocada sobre uma casa numerada se o produto dos pontos nos dois quadrados do dominó for igual ao número daquela casa. Por exemplo, se o dominó tem 2 pontos em um quadrado e 3 no outro, ele pode ser colocado em qualquer casa marcada com o número 6, pois $2 \times 3 = 6$. As casas sem números não têm essa restrição e podem ser preenchidas por qualquer peça de dominó.

Ao posicionar os dominós no tabuleiro, as regras tradicionais do dominó também devem ser seguidas: um lado de uma peça só pode tocar um lado mesmo número de pontos de outra peça. Ou seja, um lado com 3 pontos de um dominó só pode tocar um lado com 3 pontos de outro dominó, como mostrado na Figura 17.

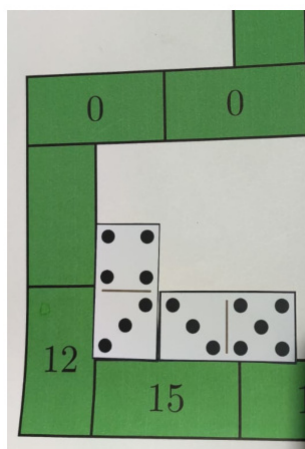


Figura 17: Dominós nas casas de produtos 12 e 15

O desafio continua até que todos os dominós sejam posicionados nas casas do tabuleiro, respeitando as regras descritas. É importante ressaltar que, para resolver o desafio, pode ser útil começar colocando os dominós em casas que exigem uma peça específica e, a partir daí, ajustar as demais posições. Por exemplo, há apenas uma casa com o número 30, que só pode ser coberta pelo dominó 5×6 .

Da mesma forma que, na atividade Dominando Somas, não há divisão de peças entre jogadores. A atividade pode ser realizada individualmente ou em grupos, permitindo que os alunos trabalhem de forma colaborativa, discutindo estratégias e soluções. Antes de iniciar, é importante que os alunos se familiarizem com o tabuleiro e as regras, garantindo que todos compreendam a lógica do desafio.

2.5.1 Uma proposta para sala de aula

Ao resolver este desafio, podemos explorar dois conceitos matemáticos interessantes.

- Como o número em cada posição do tabuleiro representa o produto dos números do dominó, é necessário encontrar as possíveis multiplicações que podem ser usadas, considerando apenas os produtos de números entre 0 e 6.

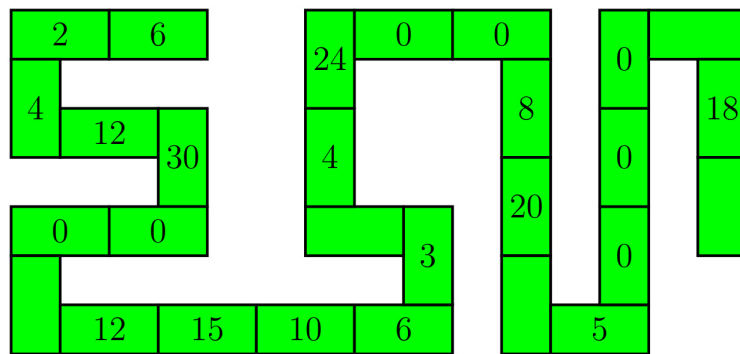


Figura 18: Dominando Produtos

- Como posições consecutivas têm dominós com números adjacentes iguais, o número adjacente deve ser um divisor do maior divisor comum (MDC) dos números representados nas duas posições consecutivas do dominó.

Por exemplo, para o número 12 temos as fatorações $12 = 1 \times 12 = 2 \times 6 = 3 \times 4$, mas não podemos considerar a primeira fatoração, pois 12 é maior que 6. Já para o número 15, temos apenas uma fatoração válida com dominós, $15 = 3 \times 5$. Se duas posições consecutivas têm os números 12 e 15, então elas se conectam por um número que é divisor do MDC de 12 e 15, que é 3. Como 1 não faz parte de uma fatoração válida de 12 e 15 com dominós, isso significa que as peças se tocam no número 3. Com isso, sabemos as posições das peças 4×3 e 3×5 , o que nos ajuda a encontrar as peças dos produtos 10, 6 e 3, que correspondem a 5×2 , 2×3 e 3×1 respectivamente. Usando este mesmo processo, podemos determinar o número de adjacência entre as peças que tem números 12 e 30, 4 e 24, e 8 e 20.

- Finalmente, podemos encontrar as posições faltantes usando a peças que ainda não foram usadas e respeitando a regra do dominó.

2.6 Frações com o Dominó

Em (Kordemsky, 1972, p. 28) é apresentado um desafio que utiliza peças de dominó e pode ser explorado em sala de aula como motivação para o estudo de frações, frações impróprias e soma de frações. A proposta combina o aspecto lúdico do jogo com a aplicação de conceitos matemáticos, incentivando a análise e o raciocínio lógico dos alunos.

Para realizar o desafio, o professor pode pedir aos alunos que:

- retirem, de um jogo completo de dominó, todas as peças que possuem quadrados sem pontos (valor zero) e todas as peças duplas, isto é, aquelas formadas por dois quadrados com o mesmo número de pontos.
- observem que as 15 peças restantes podem ser interpretadas como frações, em que o numerador representa o número de pontos de um dos quadrados e o denominador, o número de pontos do outro e que elas podem ser organizadas em três fileiras de cinco peças cada, de modo que a soma das frações representadas por cada fileira seja $\frac{25}{2}$, como mostrado na Figura 19.

- organizem as 15 peças em 3 fileiras de 5 peças de tal forma que a soma das frações que representam as peças seja 10, podendo ser usadas frações impróprias, tais como $\frac{4}{2}$, $\frac{3}{1}$, $\frac{6}{4}$ para atingir o resultado esperado.

$$\begin{array}{c}
 \begin{array}{ccccc}
 \begin{array}{|c|} \hline \cdot \\ \hline \cdot \\ \hline \cdot \\ \hline \end{array} & + & \begin{array}{|c|} \hline \cdot \\ \hline \cdot \\ \hline \cdot \\ \hline \end{array} & + & \begin{array}{|c|} \hline \cdot \\ \hline \cdot \\ \hline \cdot \\ \hline \end{array} & + & \begin{array}{|c|} \hline \cdot \\ \hline \cdot \\ \hline \cdot \\ \hline \end{array} & + & \begin{array}{|c|} \hline \cdot \\ \hline \cdot \\ \hline \cdot \\ \hline \end{array} & = & \frac{5}{2} \\
 \end{array} \\
 \\
 \begin{array}{ccccc}
 \begin{array}{|c|} \hline \cdot \\ \hline \cdot \\ \hline \cdot \\ \hline \end{array} & + & \begin{array}{|c|} \hline \cdot \\ \hline \cdot \\ \hline \cdot \\ \hline \end{array} & + & \begin{array}{|c|} \hline \cdot \\ \hline \cdot \\ \hline \cdot \\ \hline \end{array} & + & \begin{array}{|c|} \hline \cdot \\ \hline \cdot \\ \hline \cdot \\ \hline \end{array} & + & \begin{array}{|c|} \hline \cdot \\ \hline \cdot \\ \hline \cdot \\ \hline \end{array} & = & \frac{5}{2} \\
 \end{array} \\
 \\
 \begin{array}{ccccc}
 \begin{array}{|c|} \hline \cdot \\ \hline \cdot \\ \hline \cdot \\ \hline \end{array} & + & \begin{array}{|c|} \hline \cdot \\ \hline \cdot \\ \hline \cdot \\ \hline \end{array} & + & \begin{array}{|c|} \hline \cdot \\ \hline \cdot \\ \hline \cdot \\ \hline \end{array} & + & \begin{array}{|c|} \hline \cdot \\ \hline \cdot \\ \hline \cdot \\ \hline \end{array} & + & \begin{array}{|c|} \hline \cdot \\ \hline \cdot \\ \hline \cdot \\ \hline \end{array} & = & \frac{5}{2} \\
 \end{array}
 \end{array}$$

Figura 19: Soma de frações

2.6.1 Uma proposta para sala de aula

Esta atividade oferece um excelente ponto de partida para o trabalho com operações envolvendo frações, pois permite que os alunos compreendam os significados dessas operações a partir de uma situação concreta e lúdica. Ao manipular as peças do dominó, os estudantes visualizam numeradores e denominadores de forma tangível, favorecendo a construção de significados e a superação de dificuldades comuns no estudo desse conteúdo.

A proposta também estimula o desenvolvimento do raciocínio lógico e da resolução de problemas, exigindo que os alunos planejem suas ações, testem hipóteses e ajustem estratégias para atingir a soma desejada. Quando realizada em grupos, a atividade incentiva a colaboração, o diálogo matemático e o compartilhamento de ideias, tornando o processo de aprendizagem mais interativo e reflexivo.

Ao final, o professor pode promover uma discussão coletiva sobre as estratégias utilizadas e as diferentes soluções encontradas, destacando o raciocínio empregado pelos alunos e reforçando a importância da argumentação na Matemática.

Assim como o desafio das frações, outras atividades com dominós podem ser adaptadas para explorar diversos conceitos matemáticos, como padrões numéricos, proporcionalidade e lógica combinatória.

Tabelas Mágicas



Na Matemática Recreativa, diversos problemas desafiantes e intrigantes são apresentados, estimulando nossa imaginação e nosso raciocínio lógico. Um desses problemas fascinantes foi proposto por Martin Gardner, um dos maiores divulgadores da Matemática, em seu livro *Ah, Apanhei-te!*. Gardner é amplamente reconhecido por sua habilidade em transformar questões matemáticas complexas em divertidos quebra-cabeças acessíveis a todos.

Um dos problemas descritos por Gardner em seu livro é o que ele chama de “Matriz Mágica”. Esse quebra-cabeça envolve a manipulação de uma tabela de somas geradas a partir de dois conjuntos de números. Ele não apenas desafia nossa compreensão das operações aritméticas, mas também exige uma abordagem estratégica para selecionar e eliminar números de uma tabela. O objetivo é utilizar uma série de moedas para cobrir certos números e, ao final, atingir uma soma específica, que, de forma surpreendente, é exatamente a soma dos números dos dois conjuntos geradores.

Este tipo de problema é, portanto, um exercício de combinação e eliminação, além de uma forma de exploração matemática, em que pequenas regras podem levar a resultados interessantes e inesperados. A solução exige uma reflexão cuidadosa sobre as interações entre as somas dos pares, as linhas e colunas da tabela, e a estratégia de seleção para alcançar o objetivo final.

Agora, com esse contexto em mente, vamos apresentar o problema que envolve dois conjuntos de números e uma tabela de soma, onde o objetivo é alcançar uma soma específica usando um processo de seleção estratégica.

3.1 A Tabela Mágica

Copie a tabela 4 × 4 abaixo num papel com os números de 1 a 16.

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16

Figura 20: Tabela Mágica

Marque com um círculo qualquer número de sua escolha. Na Figura 21, escolhemos o número 2, mas você pode optar por outro. Em seguida, trace uma linha vertical e uma linha horizontal passando pelo número escolhido, de modo a descartar os outros números presentes na mesma linha e coluna.

Repita esse processo escolhendo um segundo número entre os restantes (não descartados). Assim como antes, descarte os números da mesma linha e coluna, traçando as linhas correspondentes. Neste exemplo (Figura 22), escolhemos o número 9.

Em seguida, escolha um terceiro número e marque com o círculo da mesma forma, descartando os outros números da linha e coluna em que ele se encontra. Neste caso, escolhemos o número 16 (Figura 23).

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16

Figura 21: Escolhendo o 2

	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16

Figura 22: Escolhendo o 9

	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16

Figura 23: Escolhendo o 16

	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16

Figura 24: Escolhendo o 7

Finalmente, marque o único número que sobrar (Figura 24).
Agora, some os quatro números escolhidos. O resultado será 34.
Vamos repetir o processo, mas escolhendo outros números, como mostrado na Figura 25.

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16

Figura 25: Outros números escolhidos

Notemos que, novamente, a soma dos quatro números restantes é $14 + 4 + 11 + 5 = 34$. E ao escolher outros números, o resultado continuará sendo 34.
Mas por que, neste exemplo, a soma dos quatro números é sempre 34? O segredo é engenhoso e simples. Em primeiro lugar, atribua os números 1, 2, 3 e 4 a cada uma das colunas da tabela. À esquerda de cada uma das linhas, atribua os números 0, 4, 8 e 12. Esses oito números são chamados de geradores da “matriz mágica”.

	1	2	3	4
0				
4				
8				
12				

Figura 26: Números Geradores

Cada número dentro da tabela é o resultado da soma do gerador da linha correspondente com o gerador da coluna correspondente.

	1	2	3	4
0				
4				8
8			11	
12				

Figura 27: Preenchendo a Tabela com os números geradores

Após todos os espaços preenchidos, teremos uma nova tabela cujos elementos serão de 1 a 16.

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16

Figura 28: Tabela com números de 1 a 16

Quando assinalamos quatro números na tabela seguindo os procedimentos descritos, garantimos que dois valores escolhidos nunca estarão na mesma linha ou coluna. Isso ocorre porque cada número

resulta da soma de um único par de geradores. Portanto, a soma dos quatro números assinalados será necessariamente igual à soma dos oito geradores. Como a soma desses geradores é 34, a soma dos quatro números selecionados será igualmente 34.

O princípio subjacente ao truque agora é fácil de compreender. Cada número na tabela representa a soma de um par específico de números dos dois conjuntos geradores. Quando um número é escolhido, o par correspondente de geradores é eliminado. Esse processo garante que os números escolhidos se situem em linhas e colunas diferentes. Assim, os cinco números assinalados cobrem as somas de cinco pares distintos dos oito números geradores, o que equivale à soma de todos os oito números.

Note que a tabela 4×4 desse tipo pode ser vista como uma tabela de adição para os dois conjuntos de números $\{1, 2, 3, 4\}$ e $\{0, 4, 8, 12\}$. Essa tabela sempre forçará o número 34.

Martin Gardner, em seu livro *Divertimentos Matemáticos*, chama esse número de “número forçado”. Quanto uma tabela quadrada de n células de lado é preenchida de forma ordenada com os números consecutivos de 1 até n^2 , o número forçado será dado por:

$$\underbrace{(1 + 2 + \cdots + n)}_{\text{números geradores nas colunas}} + \underbrace{(0 + n + 2n + \cdots + (n-1)n)}_{\text{números geradores nas linhas}} = \frac{n(n+1)}{2} + \frac{n(n-1)}{2} \cdot n = \frac{n^3 + n}{2}.$$

Em particular, em quadrados com um número ímpar de células em cada lado, o número forçado preenchido de forma ordenada será igual ao produto de n e o número localizado na célula central.

Se começarmos com um número $a > 1$ e continuarmos preenchendo a tabela de forma serial, isto é com os números $a, a+1, a+2, \dots, a+n^2-1$, isso equivale pegar a tabela anterior e somar a cada uma das entradas o valor $a-1$, desta forma o número forçado será dado por:

$$\frac{n^3 + n}{2} + (a-1) \cdot n^2.$$

Essa fórmula do número forçado é útil para entender a estrutura e os padrões que emergem em quadrados mágicos e outros tipos de matrizes matemáticas. Ela também nos ajuda a ver como outros números específicos pode ser “forçado” pela combinação dos geradores e pela configuração do quadrado.

Ao explorar diferentes configurações e modificações na tabela, podemos verificar como a mudança de valores nos conjuntos geradores afeta o número forçado. Por exemplo, se alterarmos o valor de a ou modificarmos o conjunto dos geradores, o número forçado também mudará de acordo com a fórmula. Esse tipo de exploração nos permite aplicar a matemática de maneira dinâmica e descobrir padrões interessantes que, de outra forma, poderiam passar despercebidos.

Além disso, ao aplicarmos esses conceitos de maneira prática, como em jogos ou problemas de raciocínio lógico, conseguimos envolver mais profundamente o processo de aprendizagem, tornando a matemática não somente uma ciência exata, mas também uma fonte de diversão e desafios intrigantes. Isso ilustra como, por meio da Matemática Recreativa, podemos estimular a curiosidade e o pensamento crítico de maneira envolvente e acessível.

É possível construir tabelas desse tipo de qualquer tamanho e com qualquer combinação de números geradores que desejemos. Não importa quantas células a tabela tenha, nem quais números sejam usados para gerá-la. Eles podem ser positivos ou negativos, inteiros ou frações, racionais ou irracionais. Independentemente da configuração, a tabela resultante sempre manterá a propriedade mágica de “forçar” um número pelo procedimento descrito, e esse número será sempre a soma dos dois conjuntos de números que geram a tabela.

3.2 Uma Proposta para Sala de Aula

O objetivo desta atividade é explorar a soma de números de uma matriz gerada por dois conjuntos de números, entendendo as relações entre os números e suas combinações, por meio de um desafio interativo.

Para aplicar esse desafio em sala de aula, imprima ou peça aos alunos que desenhem um tabuleiro com uma grade de 5×5 , preenchendo as células com números conforme a Figura 29. Alternativamente, incentive-os a criar seu próprio tabuleiro, preenchendo as células com os números fornecidos. Serão necessários também moedas (ou tampinhas) e pedaços de papel de tamanho apropriado para cobrir as casas do tabuleiro.

9	4	5	12	3
6	1	2	9	0
8	3	4	11	2
10	5	6	13	4
7	2	3	10	1

Figura 29: Tabela Mágica 5×5

A seguir dê as seguintes instruções para os alunos.

1. Escolha um número qualquer na matriz e coloque uma moeda sobre ele. Após marcar o número, elimine todos os outros números da mesma linha e da mesma coluna do número escolhido, cobrindo-os com pedaços de papel. A ideia é “descartar” esses números da visualização, mantendo apenas os necessários para o próximo passo.
2. Escolha um segundo número entre os que ainda estão visíveis (os não cobertos). Coloque uma moeda sobre esse número e cubra, com pedaço de papel, todos os números da mesma linha e coluna. Repita este processo mais duas vezes, até que reste apenas uma célula descoberta, que deve receber a quinta moeda. Após colocar as cinco moedas sobre a matriz, some os números que estão sob as moedas. Para facilitar, pode-se marcar os números no tabuleiro e riscar os descartados, embora essa abordagem impeça a reutilização do tabuleiro posteriormente.

O objetivo é explorar a soma dos números que foram escolhidos e descobrir a relação entre os números na tabela e os conjuntos de geradores. Esta tabela mágica é uma tabela obtida a partir de somas dos conjuntos de números: $\{6, 1, 2, 9, 0\}$ e $\{3, 0, 2, 4, 1\}$. A soma desses números é 28.

Cada número na matriz representa a soma de um par de números dos dois conjuntos geradores. Quando uma moeda cobre um número, esse par específico é eliminado. Notemos que, como no processo descrito, as moedas sempre são colocadas em diferentes linhas e colunas. Dessa forma, as 5 moedas

cobrem as somas de cinco pares diferentes dos dez números geradores, o que resulta na soma total dos dez números.

Agora, vamos apresentar outro desafio. Considere o tabuleiro 5×5 parcialmente preenchido, conforme mostrado na figura 30.

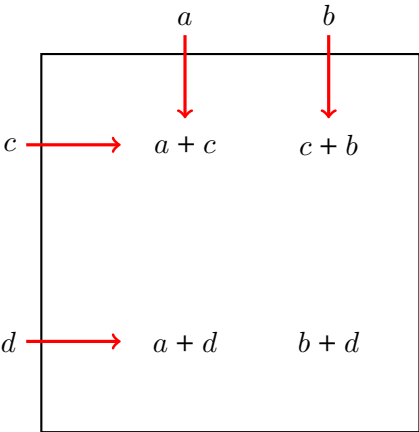
	13	15		
				4
17		20		
	8		6	9
22				

Figura 30: Tabela Mágica parcialmente preenchida

O objetivo é preencher as células restantes tal forma que seja uma matriz mágica.

Para isso, consideremos dois geradores a e b em duas colunas quaisquer e dois geradores c e d em duas linhas quaisquer. Esses quatro geradores determinarão quatro números dentro da matriz mágica da seguinte maneira:

- o número na posição da matriz correspondente à intersecção da linha c e da coluna a será dado por $a + c$.
- o número na posição correspondente à intersecção da linha c e da coluna b será dado por $b + c$.
- o número na posição correspondente à intersecção da linha d e da coluna a será dado por $a + d$.
- o número na posição correspondente à intersecção da linha d e da coluna b será dado por $b + d$.



Neste ponto a observação importante é que se são conhecidos três destes números o quarto é facilmente calculável.

Outros Divertimentos



O Museu da Matemática da UFMG dispõe de um Espaço Maker, onde materiais didáticos interativos são desenvolvidos e adaptados. Esse espaço foi pensado para aproximar a Matemática das experiências práticas dos estudantes, com o objetivo de tornar o aprendizado mais envolvente e dinâmico.

O acervo de quebra-cabeças do Museu é um exemplo claro dessa abordagem, incentivando a prática e a interação. Ele é bastante diversificado e permite explorar uma variedade de conceitos matemáticos, como simetrias, padrões, o teorema de Pitágoras, sólidos platônicos e arquimedianos, dissecções de polígonos, entre outros. Grande parte desse material é produzido pela própria equipe no Espaço Maker do Museu, garantindo uma integração contínua entre a teoria e a prática.



Figura 30: Acervo do MUMAT UFMG

Foto: Museu da Matemática UFMG

A simplicidade das características dos itens do Museu possibilita que eles sejam facilmente reproduzidos por professores em suas escolas, utilizando materiais acessíveis e recicláveis, como papelão, cartolina e tampinhas de garrafas. Isso permite que todos os estudantes participem simultaneamente das atividades, sem a necessidade de equipamentos caros ou de difícil acesso. Todos os materiais necessários para as oficinas, minicursos de formação continuada de professores e atividades em sala de aula estão disponíveis para os docentes interessados. Além disso, parte desse material pode ser encontrada em cartilhas no site do Museu, e os moldes e instruções para reprodução também estão acessíveis, garantindo que a Matemática se torne uma experiência prática e inclusiva.

Acreditamos que atividades práticas e criativas, como as propostas pelo Museu, são uma maneira eficaz de introduzir o pensamento matemático de forma informal, despertando o entusiasmo dos alunos pela formalização dos conceitos. Crianças e jovens têm uma tendência natural para o raciocínio lógico e a exploração de padrões, o que torna o aprendizado da Matemática ainda mais envolvente. Ao tornar a Matemática visível e acessível por meio da construção de objetos visualmente atraentes, queremos destacar a beleza e o potencial dessa área do conhecimento.

Entre os itens do acervo do Museu, podemos destacar: Tri-Diamonds, Cubo Soma, Sólidos Platônicos e Arquimedianos, Jogos de Tabuleiro, Xadrez Quebrado de Sam Loyd, Quadrado Duplo, Dissecções de Sam Loyd, Dudeney e Moroñ, Quebra-cabeça 4T's, Tetraedro de Sierpinski, Teorema de Pitágoras, Monótil Aperiódico, Triângulos Amigos, Quadrados Mágicos, Poliminós, entre outros. Cada um desses quebra-cabeças foi cuidadosamente elaborado para desafiar os estudantes a pensar de maneira criativa, lógica e estratégica, enquanto exploram conceitos matemáticos fundamentais de forma envolvente e prática.

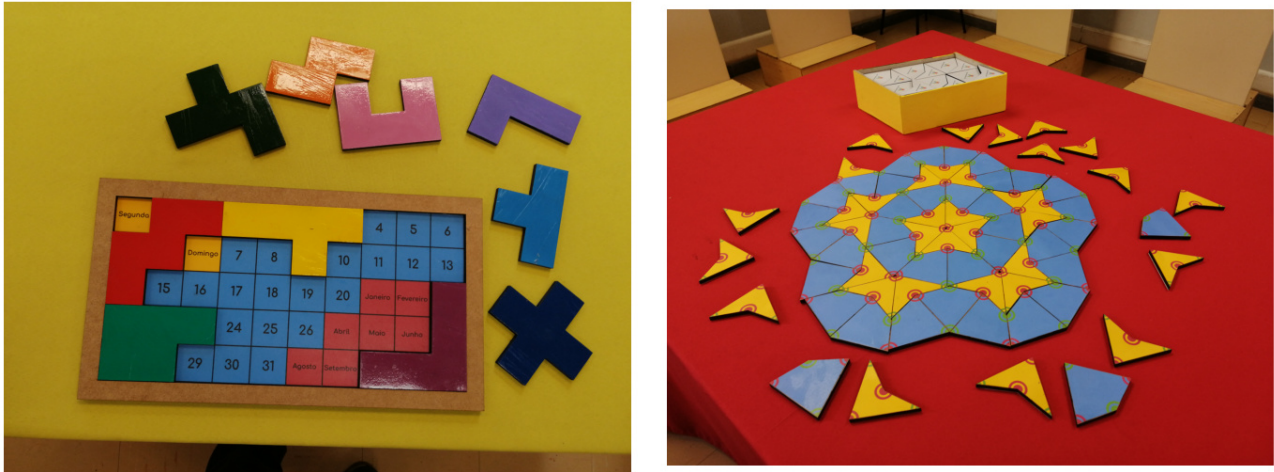


Figura 31: Tabuleiro de aniversário e pavimentação de Penrose

Foto: Museu da Matemática UFMG

4.1 Quadrados Latinos

Uma questão intrigante, que tem desafiado a engenhosidade de muitas pessoas ao longo do tempo, é conhecida como o problema dos 36 oficiais, proposto por Leonhard Euler em 1779. O enunciado trata de organizar 36 oficiais, sorteados de 6 regimentos diferentes e com 6 patentes distintas, de maneira que sejam dispostos em um quadrado 6×6 , de forma que, em cada linha e coluna, haja exatamente um oficial de cada patente e de cada regimento

Essa foi a inspiração para o Tabuleiro Greco-Latino, presente no Museu. O tabuleiro consiste em uma matriz quadrada formada por 16 células (dispostas em 4 linhas e 4 colunas), com 16 peças distintas, compostas por 4 formas diferentes (círculo, triângulo, quadrado e pentágono) e 4 cores distintas (amarelo, azul, verde e vermelho). O objetivo é organizar as peças no tabuleiro de maneira que, em cada linha e coluna, as figuras e cores sejam diferentes. Um desafio similar, mas com um tabuleiro de 5×5 , também está disponível no museu.

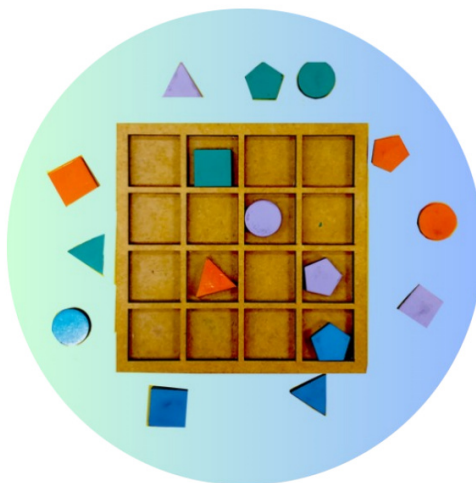


Figura 32: Quadrado Greco-Latino do MUMAT UFMG

Para resolver esse desafio, vamos dividir o problema em duas partes: uma considerando as cores das peças e outra considerando os formatos. Denotemos por A, B, C e D as cores das peças, o que implica que temos 4 peças de cada tipo. Já os formatos são representados por α , β , γ e δ . O objetivo é preencher o tabuleiro de forma que não haja repetição das cores nem dos formatos na mesma linha ou coluna. Um quadrado desse tipo é conhecido como *Quadrado Latino*.

Uma maneira simples de resolver esse problema é, primeiro, organizar as cores A, B, C e D na primeira linha. Em seguida, nas linhas subsequentes, podemos deslocando-as uma posição para a direita, de modo a preencher o tabuleiro de maneira que as cores não se repitam nas linhas e colunas, formando um quadrado latino, como mostrado na Figura 33. Esse método pode ser facilmente aplicado, pois a rotação cíclica garante que a regra do quadrado latino seja mantida. Para os formatos das peças, um raciocínio semelhante pode ser utilizado, garantindo que tanto as cores quanto os formatos respeitem as restrições do problema.

A	B	C	D
D	A	B	C
C	D	A	B
B	C	D	A

Figura 33: Quadrado Latino cíclico

Desafortunadamente, com este quadrado latino, não é possível construir um quadrado Greco-Latino, pois não seria possível criar outro quadrado latino com as letras α , β , γ e δ de tal forma que, ao sobrepormos os dois quadrados latinos, obtivéssemos um quadrado com 16 combinações distintas. Isso ocorre porque, ao tentarmos sobrepor dois quadrados latinos de maneira que cada célula tenha uma combinação única de elementos, algumas combinações inevitavelmente se repetiriam, o que viola a definição de um quadrado Greco-Latino, que exige que todas as combinações entre a cor e o formato sejam distintas.

Outra tentativa de quadrado latino é a mostrada na Figura 34.

A	B	C	D
B	A	D	C
C	D	A	B
D	C	B	A

Figura 34: Quadrado Latino

Agora, precisamos construir um quadrado latino com as letras α , β , γ e δ . Vamos começar a preencher esse quadrado latino passo a passo, iniciando da seguinte forma:

Observe que, na terceira linha, a letra α não pode estar nem na primeira nem na terceira coluna, pois isso violaria a regra de um quadrado latino (não pode haver repetições na mesma linha ou coluna). Além disso, α também não pode ocupar a segunda coluna, pois nesse caso a combinação $D\alpha$ seria repetida. Portanto, α deve ser posicionada na quarta coluna.

α	β	γ	δ
γ	δ	α	β

Figura 35: Quadrado com as primeiras duas linhas

De maneira análoga, a letra β não pode estar na segunda nem na quarta coluna para garantir que o quadrado continue sendo latino. Também não pode ocupar a primeira coluna, pois isso resultaria na repetição da combinação $C\beta$. Assim, β deve necessariamente ser colocada na terceira coluna.

De igual forma β não pode estar na segunda e quarta coluna para formar um quadrado latino, e também não pode estar na primeira coluna para não ter a combinação $C\beta$ repetida.

Seguindo essa lógica, conseguimos preencher o quadrado latino, respeitando as regras e evitando repetições, conforme ilustrado na Figura 36.

α	β	γ	δ
γ	δ	α	β
δ	γ	β	α
β	α	δ	γ

Figura 36: Quadrado completo

Ao sobrepor esses dois quadrados latinos, obtemos o quadrado greco-latino. Nesse novo quadrado, cada célula contém uma combinação única de elementos de ambos os quadrados, ou seja, um símbolo de cada conjunto (cores e formas), garantindo que não haja repetições em nenhuma linha ou coluna. Essa combinação resulta em um quadrado em que cada par de elementos (uma cor e uma forma) aparece apenas uma vez, seguindo as propriedades características de um quadrado greco-latino.

$A\alpha$	$B\beta$	$C\gamma$	$D\delta$
$B\gamma$	$A\delta$	$D\alpha$	$C\beta$
$C\delta$	$D\gamma$	$A\beta$	$B\alpha$
$D\beta$	$C\alpha$	$B\delta$	$A\gamma$

Figura 37: Quadrado Greco-Latino

Agora, o desafio é construir Quadrados Greco-Latinos de tamanho 5×5 . A dica para resolver esse problema é utilizar o processo de rotações cíclicas. A primeira rotação consiste em transladar os elementos uma posição à direita, enquanto a segunda rotação envolve transladar os elementos duas posições à direita. Essas duas rotações geram dois quadrados latinos distintos, que, quando sobrepostos, formam um Quadrado Greco-Latino.

Essa técnica aproveita a propriedade das rotações cíclicas para garantir que os elementos em cada linha e coluna dos dois quadrados latinos sejam distintos, permitindo que, ao combiná-los, cada célula do Quadrado Greco-Latino contenha uma combinação única de elementos, sem repetições. Esse método é uma forma eficiente de construir Quadrados Greco-Latinos maiores, como o caso de 5×5 , respeitando as propriedades dessa estrutura. Este mesmo processo de rotação cíclica também vai funcionar para o caso de quadrados 7×7 .

Observe que pulamos propositalmente o desafio para um tabuleiro 6×6 que é exatamente o problema dos 36 oficiais do Euler. De fato, Euler conjecturou que este problema era impossível para os números $2, 6, 10, 14, 18, \dots$, e mostrou métodos para construir Quadrados Greco-Latinos dos outros tamanhos. Este problema teve um avanço no século XIX, com os trabalhos dos matemáticos Thomas Kirkman e Gaston Tarry. Em 1901, Tarry demonstrou, usando o que na atualidade em computação chamamos de *força bruta*, que não existe Quadrado Greco-Latino de ordem 6. Somente no século XX foi mostrado que existem Quadrados Greco-Latinos para todos os tamanhos excepto para 2 e 6.

4.2 Labirintos Lógicos

A atividade Labirintos foi realizada em diversas edições do Festival de Matemática da UFMG, em Belo Horizonte, e também em alguns municípios de Minas Gerais. Inspirada na proposta Labirintos Lógicos do projeto europeu Mathematics in the Making (MIMA), essa atividade pode ser adaptada para alunos de várias idades e níveis escolares, funcionando como um recurso pedagógico que rompe com a rotina tradicional focada apenas na exposição de conteúdos.

Os labirintos oferecem a oportunidade de explorar conceitos de lógica, sequências numéricas, contagem, e frações, ao mesmo tempo em que estimulam a coordenação motora, a orientação espacial e a resolução de problemas. Por exemplo, após o ensino de frações, o uso do Labirinto de Frações possibilita aos alunos compreender, de maneira prática e lúdica, as equivalências entre diferentes representações de frações.

Os labirintos podem ser impressos em papel A4 e trabalhados individualmente sobre a mesa, ou ampliados e reproduzidos em lonas quadradas de aproximadamente dois metros de lado, permitindo que os alunos participem fisicamente, movimentando-se sobre o percurso. Essa versão ampliada pode ser utilizada durante o recreio, em oficinas de Matemática ou como parte de feiras e festivais escolares. Além disso, o professor pode incentivar os alunos a criar seus próprios labirintos, promovendo a criatividade e o desenvolvimento do raciocínio lógico.

Atualmente, o Museu oferece três tipos principais de labirintos:

- Labirinto de Frações
- Labirintos Lógico-Numéricos
- Labirinto de Orientação

Cada um deles possui regras específicas de movimentação, mas compartilham o mesmo objetivo: encontrar a saída por meio do raciocínio lógico e da análise de padrões matemáticos.

4.2.1 Labirinto de Frações

Neste labirinto (ver Anexo 6), cada casa contém uma representação de fração, que pode aparecer em diferentes formas: números fracionários, decimais, percentuais ou figuras geométricas divididas em partes coloridas como mostrado na Figura 38.

O jogador inicia na casa marcada com “INÍCIO” e deve se deslocar passo a passo para uma casa vizinha: à direita, à esquerda, acima ou abaixo, nunca na diagonal. A regra fundamental é que a casa escolhida represente uma fração equivalente à da casa anterior.

Por exemplo, se o jogador está sobre uma casa marcada com $\frac{1}{2}$, ele poderá se mover apenas para casas equivalentes, como 0,5, 50%, $\frac{2}{4}$ ou uma figura que represente metade do todo. O percurso segue até que o jogador chegue à casa “FIM”, mantendo sempre a coerência das equivalências. Caso escolha uma casa com valor não equivalente, deve retornar à posição anterior e tentar um novo caminho.

Esse desafio pode ser realizado de forma individual ou em grupos, estimulando o raciocínio lógico, a observação e a capacidade de identificar equivalências entre frações, decimais e percentuais.

4.2.2 Labirinto Lógico-Numérico

O Labirinto Lógico-Numérico (ver Anexo 7) é uma proposta que estimula o raciocínio lógico, a contagem, o reconhecimento de padrões e a percepção visual, podendo ser explorada tanto de forma individual quanto em grupos. Cada casa do labirinto é representada por um quadrado colorido, sendo utilizadas quatro cores distintas (Figura 39).

O objetivo do desafio é sair do ponto de entrada e alcançar a saída, seguindo regras específicas de movimentação. O participante deve se deslocar passo a passo para uma casa vizinha: à direita, à esquerda, acima ou abaixo, mas nunca na diagonal. A regra principal consiste em permanecer exatamente três passos consecutivos na mesma cor, e em seguida mudar de cor para continuar o percurso. Essa alternância entre cores deve ser mantida até que se chegue à saída do labirinto.

Durante a atividade, os alunos precisam observar atentamente as cores e planejar o trajeto, antecipando as consequências de cada movimento. Esse processo estimula habilidades como planejamento,



Figura 38: Labirinto de Frações

Foto: Museu da Matemática UFMG

previsão, tomada de decisão e atenção concentrada, além de reforçar conceitos matemáticos como sequências e contagem.



Figura 39: Labirinto Lógico Numérico

Foto: Museu da Matemática UFMG.

4.2.3 Labirinto de Orientação

Este labirinto (ver Anexo 8) é formado por trilhas retilíneas, cujas intersecções formam ângulos retos. O objetivo é percorrer o caminho da entrada até a saída, obedecendo às regras de movimentação estabelecidas. O jogador pode seguir em frente ou virar à esquerda, mas não pode voltar nem virar à direita. Essa restrição faz com que o participante precise planejar cuidadosamente cada movimento, prevendo as consequências de suas escolhas e antecipando os próximos passos como mostra a Figura 40.

Além do aspecto lúdico, a atividade estimula habilidades espaciais, raciocínio lógico e pensamento estratégico, exigindo que os alunos visualizem trajetórias, analisem possibilidades e tomem decisões com base em condições pré-estabelecidas.



Figura 40: Labirinto de Orientação

Foto: Museu da Matemática UFMG

4.2.4 Uma proposta para Sala de Aula

Os Labirintos Lógicos podem ser explorados em sala de aula como uma atividade interdisciplinar que une raciocínio lógico, criatividade e conceitos matemáticos de forma lúdica e envolvente. Adaptáveis a diferentes faixas etárias e níveis de ensino, os labirintos favorecem o trabalho em grupo, a comunicação entre os alunos e o desenvolvimento de estratégias para a resolução de problemas.

Para iniciar a atividade, o professor pode propor uma breve conversa sobre o que é um labirinto e quais são as possíveis estratégias para encontrar uma saída. Em seguida, os alunos são convidados a explorar um dos tipos de labirintos disponíveis (o Labirinto de Frações, o Labirinto Lógico-Numérico ou o Labirinto de Orientação) observando atentamente as regras específicas de cada um.

Durante a realização, o professor pode incentivar os estudantes a explicar seus raciocínios e escolhas, promovendo a reflexão coletiva sobre os caminhos percorridos e as dificuldades encontradas. É interessante que os alunos sejam estimulados a testar hipóteses, planejar o percurso antes de começar e discutir as consequências de cada movimento. Essa abordagem valoriza o erro como parte do processo de aprendizagem, reforçando a importância da persistência e da revisão de estratégias.

Após a conclusão do desafio, o professor pode propor uma discussão sobre os conceitos matemáticos envolvidos como frações equivalentes, contagem, sequência lógica e orientação espacial e sobre as atitudes cognitivas desenvolvidas, como atenção, concentração, previsão e tomada de decisão.

Uma etapa complementar consiste em convidar os alunos a criar seus próprios labirintos, definindo regras, cores e trajetos possíveis. Essa prática amplia o caráter investigativo da atividade e promove o protagonismo estudantil, permitindo que os alunos transformem o jogo em um processo de autoria e construção de conhecimento.

Os Labirintos Lógicos podem, assim, tornar-se um recurso permanente na sala de aula, sendo utilizados tanto como instrumento de revisão de conteúdos quanto como atividade introdutória ou de recreação matemática, promovendo uma aprendizagem ativa, significativa e divertida.

Considerações Finais



O Museu da Matemática UFMG, como espaço de divulgação da ciência, tem buscado também despertar a curiosidade de alunos e professores do Ensino Básico, mediante a oferta de atividades lúdicas para promover uma percepção positiva da Matemática. Consideramos que a difusão da Matemática Recreativa, enquanto prática pedagógica, contribui para o processo de ensino aprendizagem da Matemática e promove uma articulação estreita entre alunos e professores de matemática da Escola Básica com professores e alunos do curso de Matemática da UFMG. Nesse sentido, o Museu desenvolve atividades de formação de professores, mediante a oferta da disciplina “Matemática Recreativa: uma proposta para sala de aula” para os alunos do Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal de Minas Gerais, e atividades de formação continuada de professores.

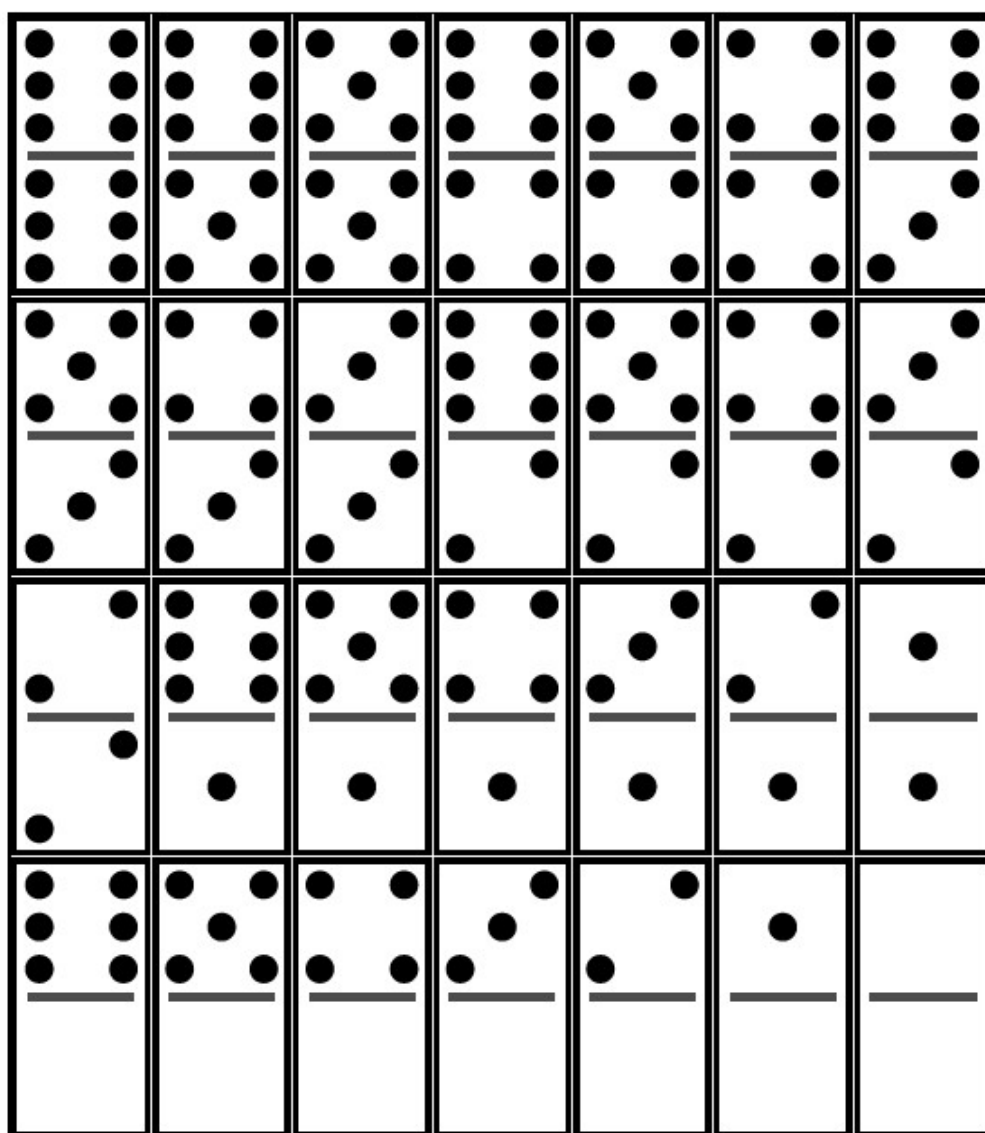
Com a oferta do minicurso conseguimos difundir os princípios, interações, reflexões e descobertas que a Matemática Recreativa tem a oferecer. De fato, a interação com material concreto, dada a atividade mental que estimulam, são um bom ponto de partida para ensinar a Matemática. Assim, a utilização de jogos e a organização de atividades de caráter lúdico ao redor da Matemática constitui um elemento educativo importante que pode incidir na visão que os alunos se formam da matemática, chegando a considerar a mesma com uma ciência que pode provocar prazer e diversão.

O Museu da Matemática UFMG, ao longo de seus 5 anos de funcionamento, tem se tornado um espaço de democratização, divulgação e popularização do conhecimento matemático, que busca, mediante suas atividades, criar condições favoráveis para uma mudança de comportamento em relação ao ensino-aprendizagem a Matemática. Acreditamos que atividades práticas criativas podem apresentar informalmente aos alunos pensamento matemático e deixá-los entusiasmados com a formalização de conceitos matemático. Crianças e jovens têm uma curiosidade inerente e uma vontade de explorar e é característica do fazer científico.

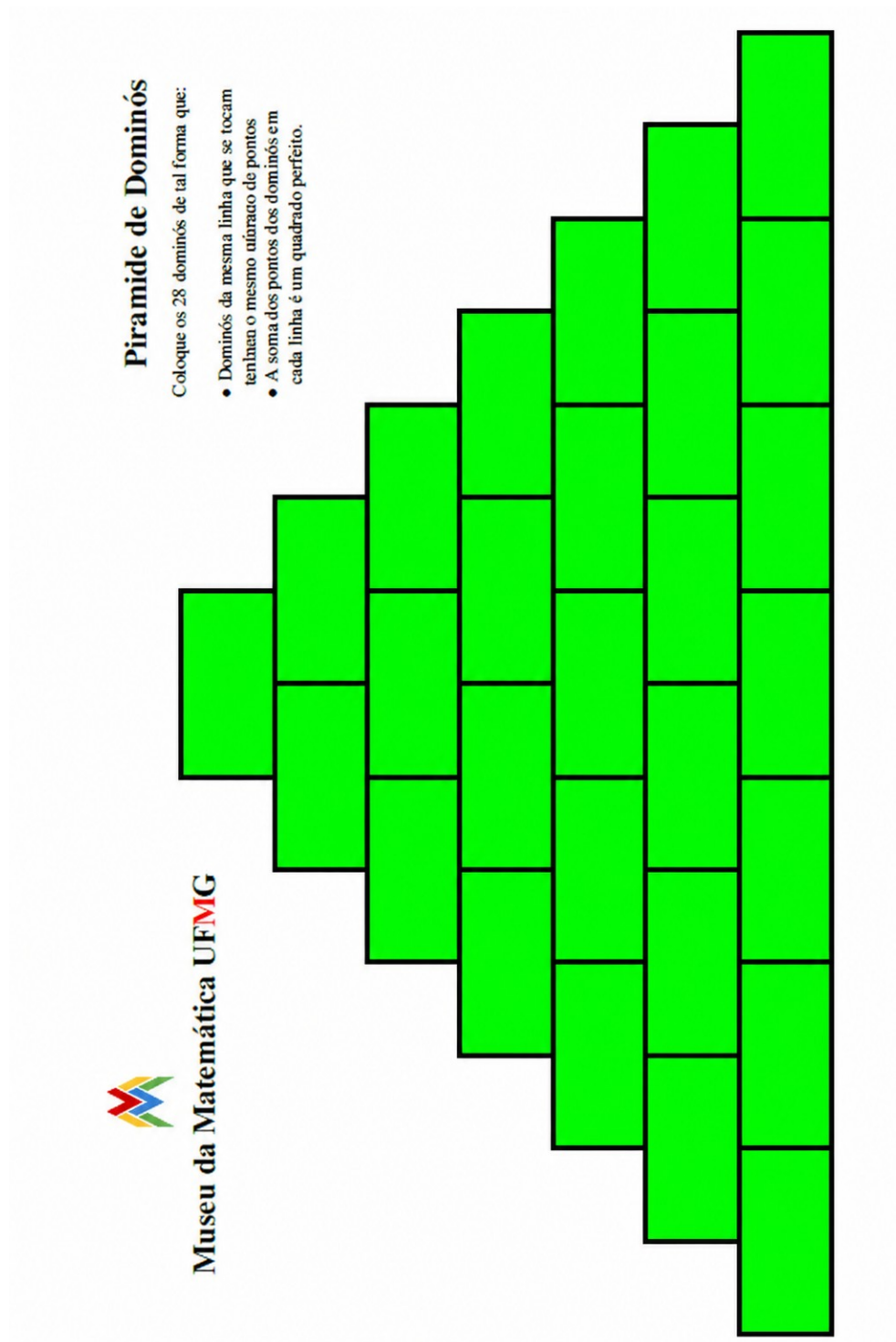
Agradecemos o apoio da Pró-Reitoria de Extensão da UFMG, da Rede de Museus da UFMG e do Departamento de Matemática da UFMG.

Anexos





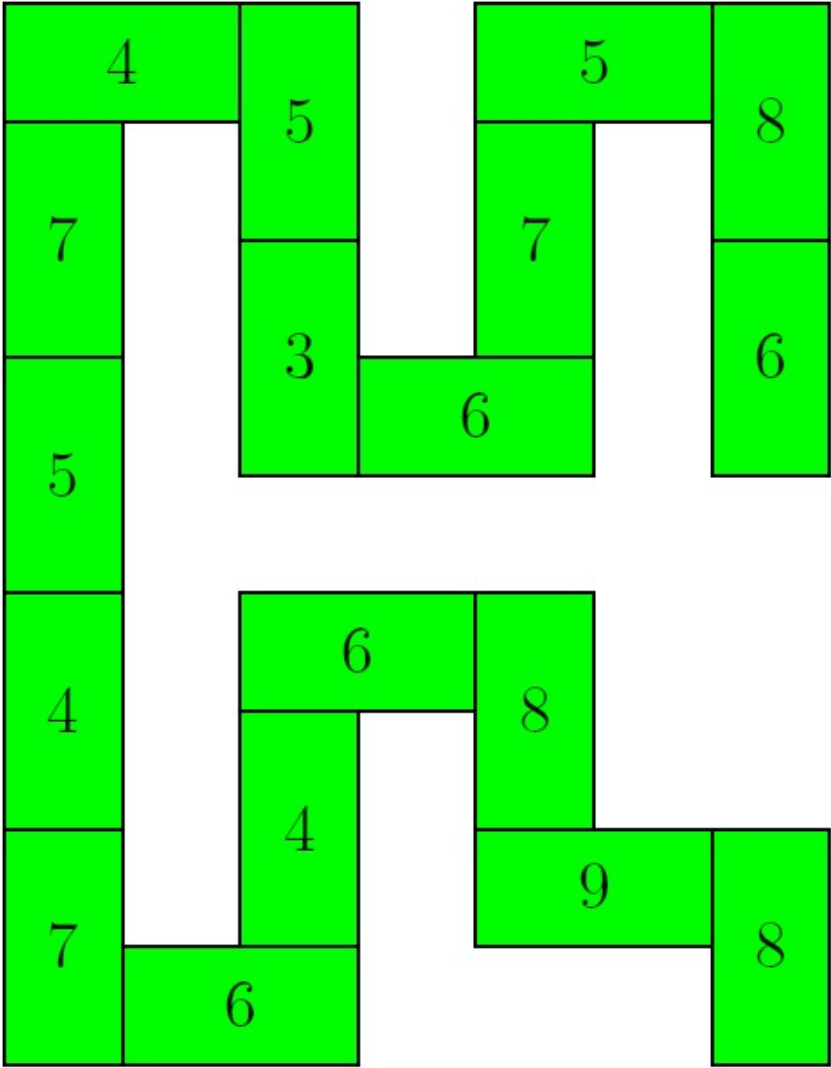
Anexo 1: Peças de Dominó



Anexo 2: Pirâmide de Dominós

Museu da Matemática UFMG

Posicione 18 dos 28 dominós no tabuleiro seguindo as regras normais do jogo do dominó, mas com a regra adicional de que a soma dos pontos em cada dominó tem que ser igual ao número nas casas que cada dominó cobre.



Anexo 3: Dominando Somas

2

6

4

12

30

0

0

24

0

0

4

20

8

5

0

0

3

0

18

12

15

10

6

0

0

18

0

0

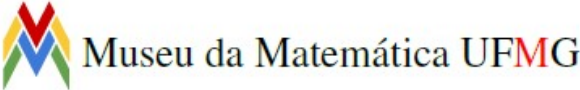
Museu da Matemática UFMG

Coloque os 28 dominós no tabuleiro como no jogo normal.

Com a regra extra: O produto dos números de pontos nos "dois lados do dominó" deve ser igual ao número impresso nas casas que ele cobre.

Nas casas sem número, basta obedecer às regras normais do dominó.

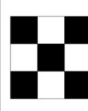
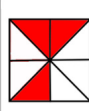
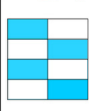
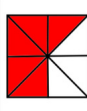
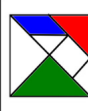
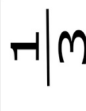
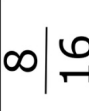
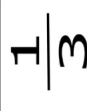
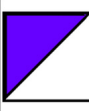
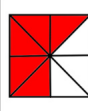
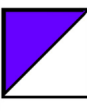
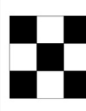
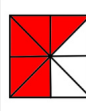
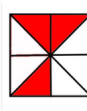
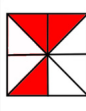
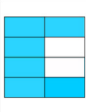
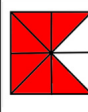
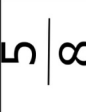
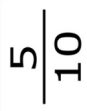
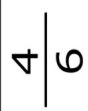
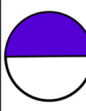
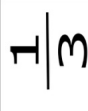
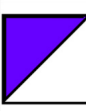
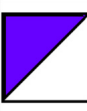
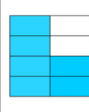
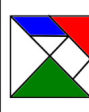
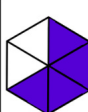
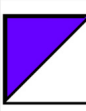
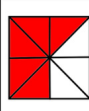
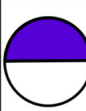
Anexo 4: Dominando Produtos



4	5	5	1	1	5	2
4	5	5	0	4	2	3
4	1	2	2	6	3	3
0	3	0	5	1	0	1
2	2	5	6	3	4	6
2	0	4	6	3	6	6
6	0	4	3	0	1	0
6	3	5	2	1	1	4

Posicione os 28 dominós no tabuleiro de tal forma que os números no tabuleiro coincidam com os números de pontos de cada dominó.

Anexo 5: Recobrindo com Dominós

									
CINQUENTA CENTÉSIMOS	$\frac{50}{100}$	$\frac{4}{4}$	$\frac{1}{3}$	CINCO DÉCIMOS	$\frac{8}{16}$	$\frac{1}{2}$	50%	$\frac{1}{3}$	50%
									
CINQUENTA CENTÉSIMOS	$\frac{50}{100}$	$\frac{4}{4}$	$\frac{1}{3}$	CINCO DÉCIMOS	$\frac{8}{16}$	$\frac{1}{2}$	50%	$\frac{1}{3}$	50%
									
CINQUENTA CENTÉSIMOS	$\frac{50}{100}$	$\frac{4}{4}$	$\frac{1}{3}$	CINCO DÉCIMOS	$\frac{8}{16}$	$\frac{1}{2}$	50%	$\frac{1}{3}$	50%
									
CINQUENTA CENTÉSIMOS	$\frac{50}{100}$	$\frac{4}{4}$	$\frac{1}{3}$	CINCO DÉCIMOS	$\frac{8}{16}$	$\frac{1}{2}$	50%	$\frac{1}{3}$	50%
									
CINQUENTA CENTÉSIMOS	$\frac{50}{100}$	$\frac{4}{4}$	$\frac{1}{3}$	CINCO DÉCIMOS	$\frac{8}{16}$	$\frac{1}{2}$	50%	$\frac{1}{3}$	50%
									
CINQUENTA CENTÉSIMOS	$\frac{50}{100}$	$\frac{4}{4}$	$\frac{1}{3}$	CINCO DÉCIMOS	$\frac{8}{16}$	$\frac{1}{2}$	50%	$\frac{1}{3}$	50%
									
CINQUENTA CENTÉSIMOS	$\frac{50}{100}$	$\frac{4}{4}$	$\frac{1}{3}$	CINCO DÉCIMOS	$\frac{8}{16}$	$\frac{1}{2}$	50%	$\frac{1}{3}$	50%
									
CINQUENTA CENTÉSIMOS	$\frac{50}{100}$	$\frac{4}{4}$	$\frac{1}{3}$	CINCO DÉCIMOS	$\frac{8}{16}$	$\frac{1}{2}$	50%	$\frac{1}{3}$	50%
									
CINQUENTA CENTÉSIMOS	$\frac{50}{100}$	$\frac{4}{4}$	$\frac{1}{3}$	CINCO DÉCIMOS	$\frac{8}{16}$	$\frac{1}{2}$	50%	$\frac{1}{3}$	50%
									
CINQUENTA CENTÉSIMOS	$\frac{50}{100}$	$\frac{4}{4}$	$\frac{1}{3}$	CINCO DÉCIMOS	$\frac{8}{16}$	$\frac{1}{2}$	50%	$\frac{1}{3}$	50%



Anexo 6: Labirinto de Frações



**Pulando de pedra em pedra,
para chegar à saída você tem de
dar 3 passos numa cor e em seguida mudar de cor.**

Anexo 7: Labirinto Lógico-Numérico



Anexo 8: Labirinto de Orientação

Referências



- BROCHERO, F.; GIRALDO, C. **Manual de Atividades I - Museu da Matemática UFMG**. 2019. Disponível em: <http://www.mat.ufmg.br/museu/wp-content/uploads/2019/08/ManualEBook.pdf>.
- BROCHERO, F.; GIRALDO, C. **Manual de Atividades II - Museu da Matemática UFMG**. Disponível em: <https://www.mat.ufmg.br/museu/wp-content/uploads/2020/05/Cartilha2pagina.pdf>.
- FREDERICKSON, G. **Dissections: Plane & Fancy**. [S. l.]: Cambridge University Press, 1997.
- GARDNER, M. **Divertimentos Matemáticos**. [S. l.]: Ibrasa, 1967.
- GARDNER, M. **Ah, Apanhei-te**. [S. l.]: Editec, 1993.
- GARDNER, M. **Nuevos pasatiempos matemáticos**. [S. l.]: Editora Alianza, 2018.
- KORDEMSKY, B. **The Moscow Puzzles**. [S. l.]: Dover Publications, 1972.



7º Simpósio Nacional da Formação do Professor de Matemática

Realização e Organização



Associação Nacional dos Professores
de Matemática na Educação Básica

Distribuição

