2º Simpósio de Formação do Professor de Matemática da Região Nordeste

PERÍMETRO E ÁREA

Maria Alice Gravina

Sérgio Augusto Amaral Lopes

SBM

SOCIEDADE BRASILEIRA DE MATEMÁTICA

Perímetro e Área

Perímetro e área

Capa: Pablo Diego Regino
Projeto gráfico: Cinthya Maria Schneider Meneghetti

ISBN: 978-85-8337-124-3

Distribuição e vendas
Sociedade Brasileira de Matemática
Estrada Dona Castorina, 110 Sala 109 - Jardim Botânico
22460-320 Rio de Janeiro RJ
Telefones: (21) 2529-5073
http://www.sbm.org.br / email:lojavirtual@sbm.org.br

2º Simpósio de Formação do Professor de Matemática da Região Nordeste

PERÍMETRO E ÁREA

Maria Alice Gravina
Sérgio Augusto Amaral Lopes

1ª edição
2016
Rio de Janeiro

SBM
SOCIEDADE BRASILEIRA DE MATEMÁTICA

Dedicamos esse e-book a todos os Professores de Matemática e Educadores em Geral que buscam novos métodos e novas formas de ensinar Matemática, para tornarem suas aulas mais atrativas e significativas para os estudantes do ensino Fundamental e Médio.

Sumário

Agradecimentos

Agradecemos a SBM e ANPMAT pela oportunidade e apoio dados à escrita e execução desta oficina.

Introdução

Perímetro e área são dois conceitos importantes no nosso quotidiano e muito se aprende de matemática ao estudá-los. Com diferentes graus de profundidade, eles podem ser trabalhados desde os primeiros anos do Ensino Fundamental até os últimos anos do Ensino Médio. De início, é pertinente fazer com os alunos atividades com muito material concreto, no contexto de números, aritmética e geometria elementar. São atividades tais como calcular perímetro e área de quadrados e retângulos formados com palitos e quadrados de papelão. Este material já propicia a formulação de questões que provocam raciocínios que podem sistematizar conhecimento - por exemplo, ordenar retângulos de mesmo perímetro usando a variação da área ou ordenar retângulos de mesma área usando a variação do perímetro. Depois, é com a linguagem da álgebra que se pode aprofundar os questionamentos. São os problemas que discutem questões de máximo e mínimo, tais como 'dentre todos os retângulos de mesmo perímetro, qual o de maior área?' ou 'dentre todos os retângulos de mesma área qual o de menor perímetro?'.

Na oficina, através de diferentes atividades vamos trabalhar com os conceitos de perímetro e área, em diferentes níveis de escolaridade. Na medida do possível, vamos tratar de integrar aritmética, álgebra e geometria. As atividades foram elaboradas pensando-se na provocação da investigação; diríamos que, com os alunos, mais importante do que 'vencer' muitos conteúdos e´ provocar atitudes que caracterizam o 'pensar matemáticamente' - testar casos particulares, fazer conjeturas, buscar regularidades e explicações. Vamos usar material concreto: palitos, cordão, quadrados de papelão e papel quadriculado. Usando o software GeoGebra, também vamos trabalhar com objetos concreto-abstratos.

Capítulo 1

Os conceitos básicos

Nas atividades vamos falar em perímetro e área. O foco não é em cálculos com unidades de medidas convencionais. Vamos trabalhar com estes conceitos de forma a explorar, de forma integrada, ideias matemáticas no campo da geometria, dos números e das operações, da álgebra.

O conceito de perímetro diz sobre aspecto unidimensional de um objeto; o conceito de área diz sobre aspecto bidimensional. Estes conceitos, de forma prática, estão muito presentes no nosso dia a dia. Por exemplo, se queremos estimar a quantidade de cerca para delimitar um terreno, estamos tratando de perímetro; se queremos estimar a quantidade de piso para pavimentar uma calçada, estamos tratando de área.

Figura 1.1: Exemplos práticos para perímetro e área

No que segue, para avaliar perímetro vamos sempre considerar um segmento U como unidade de comprimento. O quadrado com lado de medida igual a medida do segmento U vai ser a unidade para avaliar área. Na figura acima, tem-se a indicação destas três unidades de medida.

Os diferentes itens das Atividades 1 e 2 sugerem um gradativo aprofundamento matemático, à medida que o universo numérico do aluno se amplia bem como sua capacidade de abstração. É isto que vamos procurar discutir, no que segue. O próprio modo de usar o material concreto reflete o avanço nos diferentes campos numéricos - de início são os números naturais, depois os racionais e finalmente os números reais.

Capítulo 2

Atividade 1

2.1 Item $a)$

Usando palitos inteiros construa diferentes retângulos de mesmo perímetro. Calcule a área dos retângulos, organize os resultados e diga sobre o que você observa.

Perguntas:

1. Fixado o número de palitos p (perímetro do retângulo), como determinar todas as possibilidades de retângulos com lados de medidas inteiras? Quantos são os retângulos?

2. Por que nessa atividade o perímetro é sempre um número par?

3. Ao construir todas as possibilidades de retângulos de mesmo perímetro p, o que se pode observar quanto as áreas? É possível obter um quadrado de perímetro p?

4. Se diminuímos a restrição quanto ao uso do palito, permitindo que ele seja quebrado em metades, terços, quartos,etc ...

   (a) o que acontece com a coleção de retângulos de mesmo perímetro p? Nesta coleção tem-se o quadrado?

   (b) ordene os retângulos de acordo com a variação da área. É possível obter um retângulo com área menor do que 0,5? Menor do que 0,1? Nesta coleção, qual é o retângulo de maior área?

2.1.1 Comentários

Algumas perguntas que podem aprofundar o trabalho e que exigem raciocínios generalizadores no campo dos números naturais (a serem colocadas de acordo com o nível de escolaridade dos alunos):

1. quantos são os diferentes retângulos de perímetro p ? Aqui é preciso identificar a sequência de pares de números inteiros (x, y) tal que $x + y = \frac{p}{2}$?

2. para que valores de p , tem-se o quadrado como um dos possíveis retângulos ? Aqui é preciso identificar a sequência dos múltiplos de 4.

Como trabalhar a atividade acima com o Geoplano Virtual (arquivo ggb)? O que muda em relação ao uso dos palitos?

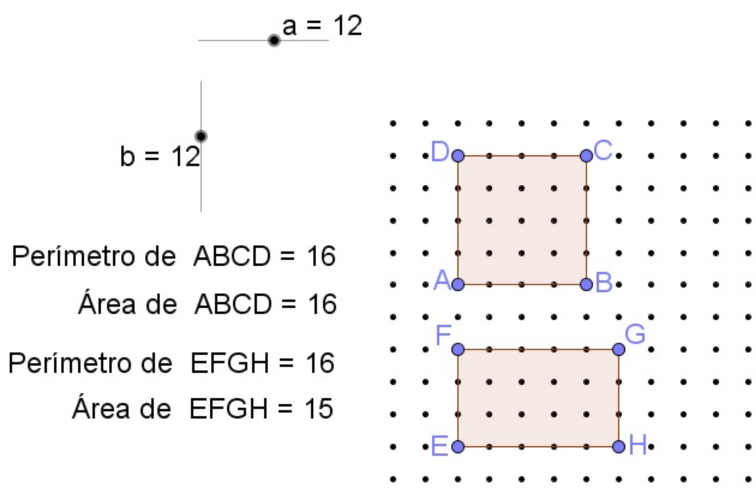


Figura 2.1: Atividade $1 - a)$

Com palitos quebrados pode-se construir retângulos com lados de medidas racionais e agora a coleção de retângulos é infinita. Outras perguntas que podem ser colocadas são: é possível ter-se um número ímpar como medida de perímetro? Existe um retângulo de área máxima? Existe um retângulo de área mínima ?

2.2 Item $b)$

Se em lugar de fixar o perímetro com um certo número de palitos, é usado um cordão para delimitar perímetro, como fica a coleção de retângulos? Fixada uma unidade de comprimento (pode ser o próprio palito), existe um retângulo com lado medindo 'raiz quadrada de 2'? Existe um retângulo de área máxima? Existe um retângulo de área mínima?

2.2.1 Comentários

Ao introduzir o trabalho com o material concreto 'cordão', estamos ampliando as possibilidades de medidas para os lados do retângulo. Agora estamos no campo dos números reais e os lados dos retângulos podem ter medidas irracionais.

O uso do papel quadriculado, nesta atividade, pode ajudar na análise da variação das áreas dos diferentes retângulos. Fixando-se um dos vértices em um dos pontos da malha quadriculada e usando-se a delimitação dada pelo cordão, obtém-se diferentes retângulos, com lados que não estão mais, necessariamente, sobre a malha quadriculada. Na figura tem-se uma sequência de retângulos de perímetro 18, ainda com lados sobre a malha quadriculada.

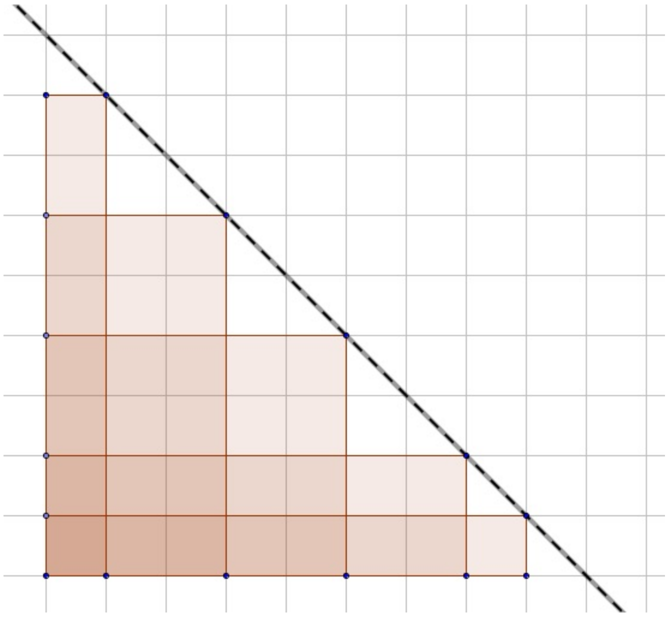


Figura 2.2: Atividade $1 - b$)

2.2.2 Perguntas

1. Como incluir na sequência um retângulo com lados com medidas racionais e não inteiras?

2. Como incluir na sequência um retângulo com um dos lados medindo 'raiz quadrada de dois'? O teorema de Pitágoras pode ajudar a encontrar segmento com tal medida de comprimento! E também outros segmentos com medidas irracionais!

   A espiral na figura 2.3 mostra como se pode construir, de forma concreta, todas as raízes quadradas de números naturais - e aqui tem-se uma coleção infinita de irracionais. A sequência é formada por sucessivos triângulos retângulos, sendo que o primeiro deles (o menor) tem catetos medindo 1 *e nos demais tem-se sempre um dos catetos também com medida* 1.

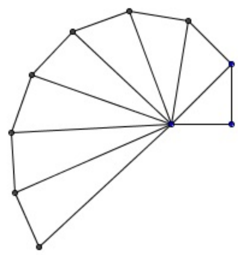


Figura 2.3: Espiral

3. Na malha acima com a coleção de retângulos de perímetro 18, vê-se que vértices dos retângulos estão alinhados. Isto é mesmo verdade? Se for o caso, como explicar esta propriedade?

4. Calcule a área da sequência de retângulos que está na malha e ordene os resultados. O que se observa? É possível incluir na sequencia um retângulo de área máxima ? e um de área mínima?

2.3 Item $c)$

Usando a linguagem da álgebra, encontrar a função que expressa a área dos retângulos. Faça o gráfico da função e localize seu ponto de máximo. Mostre que dentre todos os retângulos de perímetro constante p, o de maior área é o quadrado. Explique porque não existe o retângulo de área mínima?

2.3.1 Comentários

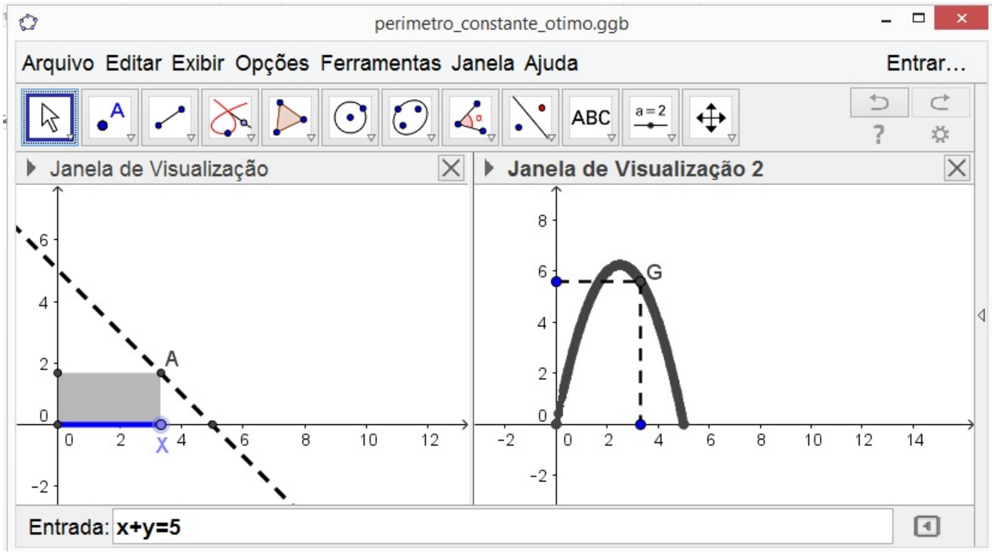
Neste item c) está se trabalhando com conteúdo que normalmente é abordado no Ensino Médio. Em lugar de iniciar a resolução encontrando a expressão da função, vamos mostrar como este item pode ser também explorado já no final do Ensino Fundamental, a partir de uma abordagem qualitativa que faz uso do software GeoGebra.

Como estamos considerando retângulos de perímetro constante P temos que as medidas x e y dos lados satisfazem a relação $x + y = \frac{p}{2}$. O procedimento no GeoGebra é:

- escreve-se na janela Entrada do GeoGebra a relação $x + y = 5$, tomando-se aqui $P = 10$ e assim obtém-se a curva a ser usada para construir retângulos de perímetro igual à 10.

  -se um ponto X sobre o eixo OX para determinar a base do retângulo; com reta perpendicular ao eixo OX determina-se o ponto A na reta pontilhada

$x+y=5$, este um dos vértices do retângulo; com reta perpendicular ao eixo OY determina-se mais um vértice do retângulo, conforme ilustra a primeira janela de visualização da figura 2.3.1.

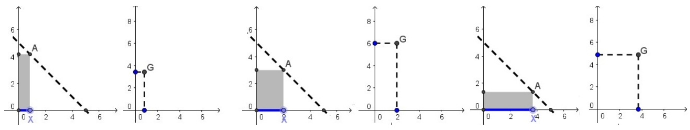


O Geogebra informa medidas e assim pode-se fazer o gráfico da função que expressa a variação da área em função da base do retângulo, sem que se tenha a sua expressão algébrica. Este gráfico está na segunda janela de visualização, na figura acima. O procedimento é:

- no eixo OX constrói-se o ponto com abcissa igual ao valor da medida da base do retângulo (a base está em destaque na primeira janela de visualização da figura acima)
- no eixo OY constrói-se o ponto com ordenada igual ao valor da área do retângulo
- com retas perpendiculares aos eixos constrói-se o ponto G do gráfico da função.

Manipulando o ponto X no eixo OX, na primeira janela de visualização, vê-se o retângulo mudar de área, sem que o perímetro se altere e é isto que registra o gráfico da função. Abaixo tem-se algumas possibilidades de retângulos e correspondentes pontos no gráfico.

Assim, com o GeoGebra pode-se fazer um estudo qualitativo de funções no contexto da geometria. Os alunos podem explorar relações de variabilidade, podem observar comportamento dos gráficos, sem que seja necessário maior uso de conhecimento que depende de desenvoltura com a linguagem algébrica. Para ver mais



sobre isto, consulte a dissertação de mestrado 'Matemática dinâmica : uma abordagem para o ensino de funções afim e quadrática a partir de situações geométricas' (Salin,E. 2014) disponível em http://www.lume.ufrgs.br/handle/10183/108425.

Agora vamos, finalmente, deduzir a expressão da função - é com este conhecimento que se resolve o problema colocado, na sua generalidade. Escolhida uma unidade de medida de comprimento, conforme muda a medida de uma das dimensões do retângulo, que vamos denotar x, a outra medida y se ajusta de forma a manter a relação $x + y = \dfrac{p}{2}$. Esta relação está dizendo que y é função de x , a saber:

$$y = \frac{p}{2} - x.$$

Assim a área do retângulo, dada por $A = x.y$, pode ser reescrita como:

$$A(x) = x.\left(\frac{p}{2} - x\right)$$

A variável independente x pertence ao conjunto dos números reais; mas se consideramos o contexto do problema , a variação de x é no intervalo $[0, \frac{p}{2}]$, pois ela é limitada pela medida da metade do cordão.

Aqui é importante observar que estamos usando a fórmula de área de um retângulo $A = x.y$ agora no universo dos números reais. No geral não se discute na escola porque a fórmula também é válida neste universo ampliado de medidas de lados. No livro *Medida e Forma*, de Elon Lages Lima, tem-se uma explica que valida a fórmula no conjunto das medidas dadas por números reais.

Voltando a função $A(x) = x.\left(\frac{p}{2} - x\right)$, ela é uma função quadrática e está escrita de forma a ter-se de imediato as duas raízes , a saber, 0 e $\frac{p}{2}$. Sabendo que o seu gráfico é uma parábola e que ela está voltada para baixo, tem-se que o ponto de área máxima acontece quando $x = P/4$. Este é valor médio das raízes e aqui a simetria da parábola é também um fato a ser considerado.

Assim, se no ponto de máximo da função a medida do lado do retângulo é $p/4$ isto significa que o quadrado é o retângulo de área máxima, dentre todos aqueles de perímetro P. Acabamos de responder a pergunta: dentre todos os retângulos de perímetro P, qual o de área máxima ?

Capítulo 3

Atividade 2

3.1 Item $a)$

Usando quadrados de papelão ou papel quadriculado, construa diferentes retângulos de mesma área. Calcule o perímetro dos retângulos, organize os resultados obtidos e diga sobre o se pode observar nos resultados obtidos.

3.1.1 Perguntas

1. Fixado o número de quadrados de papelão (área A do retângulo), como encontrar todas as possibilidades de retângulos com lados de medidas inteiras?

2. Como escolher o valor de A de modo a se obter muitos retângulos diferentes?

3. Tomando um certo número de quadrados fixos, é possível determinar usando argumentos de aritmética, quantos retângulos de área A, com lados de medidas inteiras, podemos construir?

4. Ao construir os retângulos com área fixa, o que se pode observar a respeito dos perímetros dos retângulos construídos?

5. Se diminuímos a restrição quanto ao uso do quadrado de papelão permitindo que ele seja particionado, em quadradinhos menores:

   - como particionar os quadrados de papelão de modo a obter retângulos que tenham lados com medidas racionais e não inteiras ?
   - o que acontece com a coleção de retângulos de mesma área A ? Nesta coleção tem-se o quadrado?
   - ordene os retângulos de acordo com a variação de perímetro. É possível obter um retângulo com área menor do que $0,5$? Menor do que $0,1$? Nesta coleção, qual é o retângulo de menor área?

3.1.2 Comentários

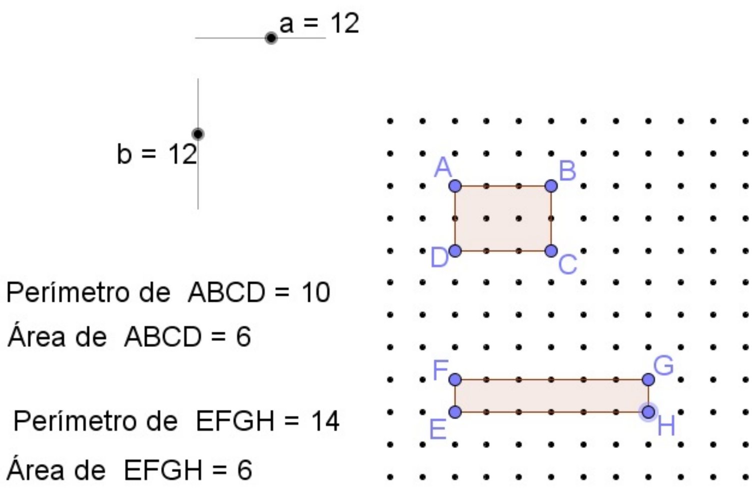
Para esgotar todas as possibilidades de retângulos que podem ser construídos com um certo número fixo de quadrados de papelão é preciso analisar as soluções inteiras de equação $x.y = A$, sendo x e y as medidas dos lados do retângulo e A = número de quadrados que foi fixado (aqui é momento para retomar a fatoração de números naturais).

O conjunto-solução de pares de coordenadas inteiras de uma tal equação é finito, o que significa que é finito o número de retângulos que podem ser obtidos com as restrições 'ter a mesma área' e ' ter lados com medidas inteiras' . Algumas perguntas que podem aprofundar o trabalho e que exigem raciocínios generalizadores, a serem colocadas de acordo com o nível de escolaridade dos alunos:

1. quantos são os diferentes retângulos de área A ? Aqui é preciso calcular o número de divisores de um número natural!
2. para que valores de A, tem-se o quadrado como um dos possíveis retângulos ? Aqui é preciso identificar números que são quadrados perfeitos (por ex., $2.2, 3.3, 4.4, ...$).

Como antes, as perguntas acima ajudam no trabalho com os números inteiros no campo da aritmética. Que outras perguntas poderíamos fazer?

Como trabalhar com o Geoplano Virtual (arquivo ggb)? Discutir possibilidades.



Ao diminuir a restrição quanto ao uso do quadrado de papelão, permitindo que ele seja particionado, em quadradinhos menores e iguais, os retângulos podem ter lados com medidas racionais e agora a coleção de retângulos é infinita. Tem-se agora a possibilidade de obter-se sequência de retângulos com perímetro cada vez maior e área sempre constante.

3.2 Item b)

Se em lugar de fixar a área com um certo número de quadrados de papelão, é usado simplesmente um número A positivo, como fica a coleção de retângulos de área A ? Existe um retângulo de perímetro mínimo? Existe um retângulo de perímetro máximo?

3.2.1 Comentários

Ao introduzir um número A para fixar a medida de área, em lugar dos quadrados de papelão, estamos ampliando as possibilidades de medidas para os lados do retângulo. Agora estamos no campo numérico dos reais e os lados dos retângulos podem ter medidas irracionais.

O uso do papel quadriculado, nesta atividade, pode ajudar na análise da variação do perímetro dos diferentes retângulos. Fixando-se um dos vértices em um dos pontos da malha quadriculada e usando-se a delimitação dada pelo valor A para área, obtém-se diferentes retângulos, com lados que não precisam mais, necessariamente, estar sobre a malha quadriculada.

Na figura abaixo tem-se uma coleção de retângulos com área igual a 12. São retângulos ainda com lados sobre a malha quadriculada.

3.2.2 Perguntas

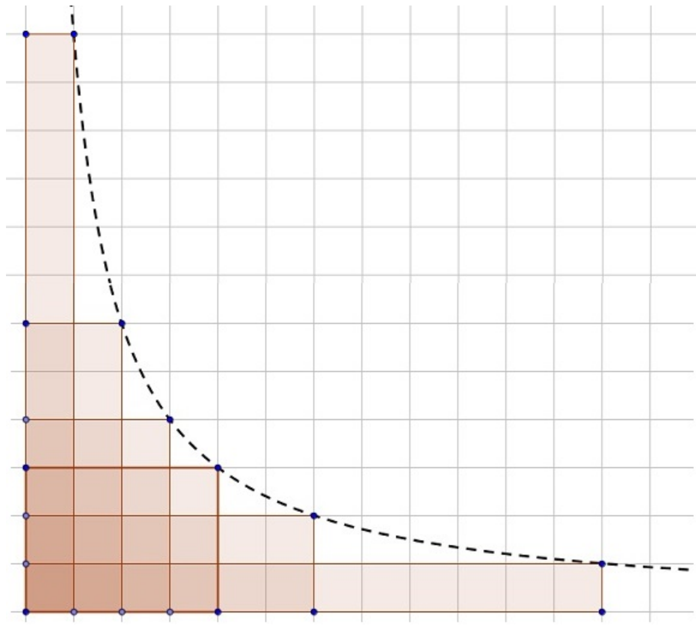
- como incluir na sequencia retângulos um que tenha lados com medidas racionais e área igual a 12? E com medidas irracionais e área igual a 12?

- na figura com a coleção de retângulos área igual a 12, vê-se que vértices dos retângulos estão sobre uma curva pontilhada. Isto é sempre verdade? Se for o caso, como explicar esta propriedade? Que curva é esta? Aqui tem-se uma situação de relação de proporcionalidade inversa que vale a pena discutir com os alunos.

- calcule o perímetro da sequência de retângulos que estão na malha quadriculada e ordene os resultados. O que se observa? É possível incluir na sequencia um retângulo de perímetro máximo? e um retângulo de perímetro mínimo?

3.3 Item c)

Use a linguagem da álgebra para encontrar a função que expressa o perímetro dos retângulos. Faça o gráfico da função e localize seu ponto de mínimo. Mostre que dentre todos os retângulos de área constante A, o de menor perímetro é quadrado.



3.3.1 Comentários

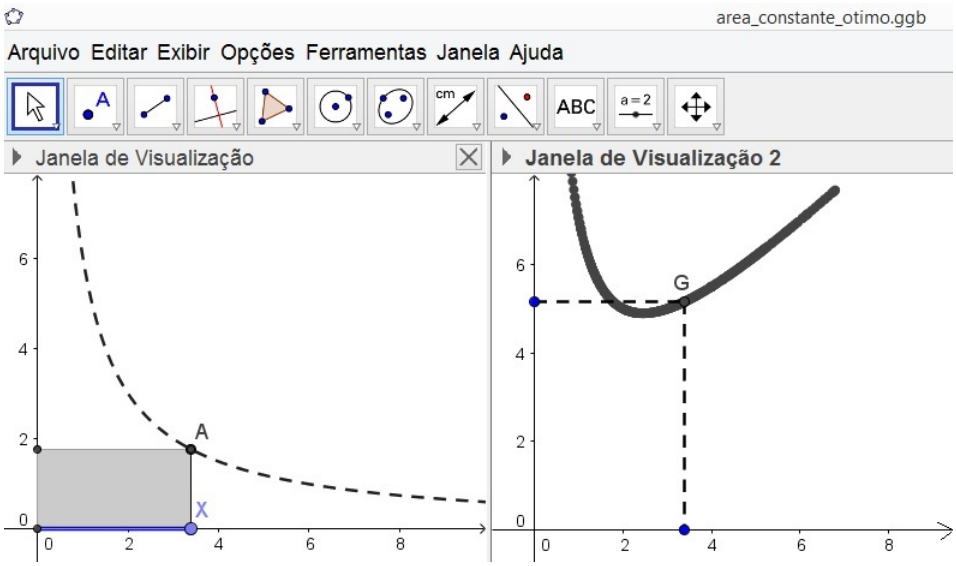
Neste item c) está se trabalhando com conteúdo que normalmente é abordado na universidade, quando com cálculo diferencial são resolvidos os problemas de máximo e mínimo. No que segue vamos mostra de que forma este problema pode ser trabalhado ainda na escola. Em lugar de iniciar a resolução encontrando a expressão da função, vamos mostrar como este item pode ser explorado já no final do Ensino Fundamental, a partir de uma abordagem qualitativa que faz uso do software GeoGebra.

Como estamos considerando retângulos de área constante A, temos que as medidas x e y dos lados satisfazem a relação $x.y = A$. O procedimento no GeoGebra é:

- escreve-se na janela Entrada do GeoGebra a relação $x.y = 6$, tomando-se aqui $A = 6$ e assim obtém-se a curva a ser usada para construir retângulos de área igual à 6.

- marca-se um ponto X sobre o eixo OX para determinar a base do retângulo; com reta perpendicular ao eixo OX determina-se o ponto A na curva pontilhada $x.y = 6$, este um dos vértices do retângulo; com reta perpendicular ao eixo OY determina-se mais um vértice do retângulo, conforme ilustra a primeira janela de visualização da figura abaixo.

O Geogebra informa medidas e assim pode-se fazer o gráfico da função que expressa a variação do perímetro em função da medida da base do retângulo, sem



que se tenha a sua expressão algébrica. Este gráfico está na segunda janela de visualização, na figura acima. O procedimento é:

- no eixo OX constrói-se o ponto com abcissa igual ao valor da medida da base do retângulo (a base está em destaque na primeira janela de visualização da figura acima)
- no eixo OY constrói-se o ponto com ordenada igual ao valor do perímetro do retângulo
- com retas perpendiculares aos eixos constrói-se o ponto G do gráfico da função.

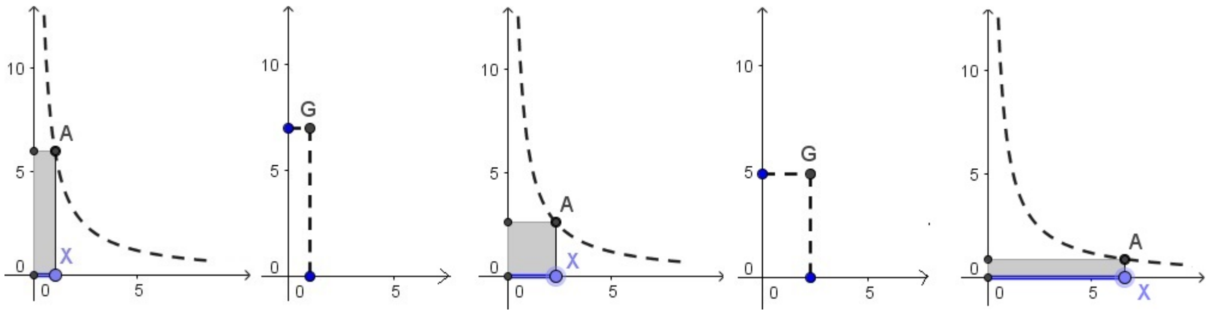
Manipulando o ponto X no eixo OX, na primeira janela de visualização, vê-se o retângulo mudar de perímetro, sem que a área se altere e é isto que registra o gráfico da função. Abaixo tem-se algumas possibilidades de retângulos e correspondentes pontos no gráfico.

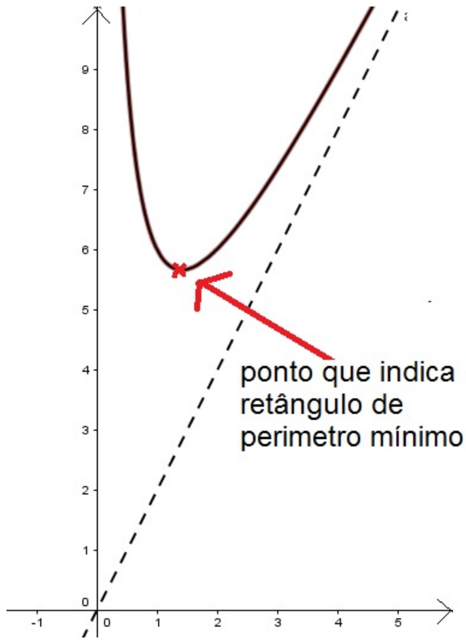
No gráfico da função vê-se que quando x se aproxima de zero, o gráfico se aproxima do eixo OX e quando x se torna arbitrariamente grande o gráfico se aproxima de uma reta; vê-se também que o gráfico da tem um ponto de mínimo. Este ponto de mínimo informa sobre as dimensões do retângulo perímetro mínimo, na coleção infinita de retângulos de área 6.

3.3.2 Pergunta

Quem é o retângulo de perímetro mínimo? Um palpite: o quadrado?

Para responder a pergunta é preciso deduzir a expressão da função. Escolhida uma unidade de medida de comprimento, conforme muda a medida de uma das





dimensões do retângulo, que vamos denotar x, a outra dimensão y se ajusta de forma a manter a relação $x.y = 6$. Esta relação está dizendo que y é função de x , a saber:

$$y = \frac{6}{x}.$$

Observamos que aqui tem-se uma relação de proporcionalidade inversa : se a medida x dobra então a medida y deve ser dividida por 2 para que o produto $x.y$ se mantenha constantemente igual a A.

Sendo o perímetro do retângulo dada por $P = 2x + 2y$, usando a relação entre x e y , sua a expressão pode ser reescrita como:

$$P(x) = 2x + 2.\left(\frac{6}{x}\right)$$

A variável independente x pertence ao conjunto dos números reais; mas no contexto do problema tem-se a restrição x>0. A função é um quociente de dois polinômios, normalmente uma função que não é estudada na escola. Mas é interessante observar que se pode fazer um estudo qualitativo da sua variação:

- quando a medida x do lado do retângulo é muito próxima de zero, a primeira parcela da expressão de $P(x)$ também fica próxima de zero e a segunda parcela fica arbitrariamente grande. Ou seja, quando x se aproxima de zero no eixo OX , $P(x)$ assume valores arbitrariamente grandes e assim os pontos $(x, P(x))$ do gráfico se aproximam,mais e mais, do eixo OY

- por outro lado, quando a medida x do lado do retângulo aumenta mais e mais de valor (e isto é possível), a primeira parcela da expressão de P(x) fica arbitrariamente grande e a segunda parcela fica arbitrariamente. Ou seja quando x tende ao infinito (no eixo OX), novamente P(x) assume valores arbitrariamente grandes e assim os pontos (x,P(x)) do gráfico se aproximam, mais e mais, da reta y= 2. x (atenção: é a expressão de P(x) que informa porque o seu valor fica cada vez mais próximos de 2x, conforme x se torna arbitrariamente grande)

Para testar a conjetura feita é preciso mostrar que vale, para qualquer valor de x, a desigualdade:

$$P(x) geq P(medidadoladodoquadradodeáreaA)$$

, ou seja,

$$2.x + 2.\frac{A}{x} = \frac{(2.x.x + 2.A)}{x} \geq P(\sqrt{A})$$

Com algumas manipulações algébricas se pode encontrar a resposta para a conjetura formulada.

Observação: as Atividades 1 e 2 trataram da independência das grandezas 'perímetro' e ' área' . De forma similar, pode-se discutir a questão da independência das grandezas 'área' e 'volume', a saber :

- dado um número fixo de pequenos cubos, quantos paralelepípedos se pode montar e como é a variação da área destes paralelepípedos? (Por exemplo, com 64 pequenos cubos)

- dado um número fixo de quadradinhos, quantas planificações de paralelepípedos se pode montar e como é a variação do volumes destes paralelepípedos? (Por exemplo com 36 quadradinhos)

Referências Bibliográficas

[1] BURGER, M.; HACKL, B.; RING, W. Incorporating topological derivatives into level set methods. *Journal of Computational Physics*, v. 194, n. 1, p. 344-362, 2004.

[2] LITTLE, R. W. *Elasticity*. New Jersey: Prentice-Hall, 1973.

COLEÇÃO DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA

- *Logaritmos* - E. L. Lima
- *Análise Combinatória e Probabilidade com as soluções dos exercícios* - A. C. Morgado, J. B. Pitombeira, P. C. P. Carvalho e P. Fernandez
- *Medida e Forma em Geometria (Comprimento, Área, Volume e Semelhança)* - E. L. Lima
- *Meu Professor de Matemática e outras Histórias* - E. L. Lima
- *Coordenadas no Plano as soluções dos exercícios* - E. L. Lima com a colaboração de P. C. P. Carvalho
- *Trigonometria, Números Complexos* - M. P. do Carmo, A. C. Morgado e E. Wagner, Notas Históricas de J. B. Pitombeira
- *Coordenadas no Espaço* - E. L. Lima
- *Progressões e Matemática Financeira* - A. C. Morgado, E. Wagner e S. C. Zani
- *Construções Geométricas* - E. Wagner com a colaboração de J. P. Q. Carneiro
- *Introdução à Geometria Espacial* - P. C. P. Carvalho
- *Geometria Euclidiana Plana* - J. L. M. Barbosa
- *Isometrias* - E. L. Lima
- *A Matemática do Ensino Médio Vol. 1* - E. L. Lima, P. C. P. Carvalho, E. Wagner e A. C. Morgado
- *A Matemática do Ensino Médio Vol. 2* - E. L. Lima, P. C. P. Carvalho, E. Wagner e A. C. Morgado
- *A Matemática do Ensino Médio Vol. 3* - E. L. Lima, P. C. P. Carvalho, E. Wagner e A. C. Morgado
- *Matemática e Ensino* - E. L. Lima
- *Temas e Problemas* - E. L. Lima, P. C. P. Carvalho, E. Wagner e A. C. Morgado
- *Episódios da História Antiga da Matemática* - A. Aaboe
- *Exame de Textos: Análise de livros de Matemática* - E. L. Lima
- *A Matemática do Ensino Medio Vol. 4 - Exercicios e Soluções* - E. L. Lima, P. C. P. Carvalho, E. Wagner e A. C. Morgado
- *Construções Geométricas: Exercícios e Soluções* - S. Lima Netto
- *Um Convite à Matemática* - D.C de Morais Filho
- *Tópicos de Matemática Elementar* - Volume 1 - Números Reais - A. Caminha
- *Tópicos de Matemática Elementar* - Volume 2 - Geometria Euclidiana Plana - A. Caminha
- *Tópicos de Matemática Elementar* - Volume 3 - Introdução à Análise - A. Caminha
- *Tópicos de Matemática Elementar* - Volume 4 - Combinatória - A. Caminha
- *Tópicos de Matemática Elementar* - Volume 5 - Teoria dos Números - A. Caminha
- *Tópicos de Matemática Elementar* - Volume 6 - Polinômios - A. Caminha
- *Treze Viagens pelo Mundo da Matemática* - C. Correia de Sa e J. Rocha (editores)
- *Como Resolver Problemas Matemáticos* - T. Tao
- *Geometria em Sala de Aula* - A. C. P. Hellmeister (Comitê Editorial da RPM)
- *Números Primos, amigos que causam problemas* - P. Ribenboim
- *Manual de Redação Matemática* - D.C de Morais Filho

SBM

COLEÇÃO PROFMAT

- *Introdução à Álgebra Linear* - A. Hefez e C.S. Fernandez
- *Tópicos de Teoria dos Números* - C. G. Moreira , F. E Brochero e N. C. Saldanha
- *Polinômios e Equações Algébricas* - A. Hefez e M.L. Villela
- *Tópicos de Historia de Matemática* - T. Roque e J. Bosco Pitombeira
- *Recursos Computacionais no Ensino de Matemática* - V. Giraldo, P. Caetano e F. Matto*s*
- *Temas e Problemas Elementares* - E. L. Lima, P. C. P. Carvalho, E. Wagner e A. C. Morgado
- *Números e Funções Reais* - E. L. Lima
- *Aritmética* - A. Hefez
- *Geometria* - A. Caminha
- *Avaliação Educacional* - M. Rabelo
- *Geometria Analítica* - J. Delgado, K. Frensel e L. Crissaff
- *Matemática Discreta* - A. Morgado e P. C. P. Carvalho
- *Matemática e Atualidade - Volume 1* - C. Rousseau e Y. Saint-Aubin
- *Fundamentos de Cálculo* - A. C. Muniz Neto
- *Matemática e Atualidade - Volume 2* - C. Rousseau e Y. Saint-Aubin
- *Exercícios Resolvidos de Álgebra Linear* - A. Hefez e C. de Souza Fernandez
- *Exercícios Resolvidos de Aritmética* - A. Hefez

COLEÇÃO INICIAÇÃO CIENTÍFICA

- *Números Irracionais e Transcendentes* - D. G. de Figueiredo
- *Números Racionais e Irracionais* - I. Niven
- *Tópicos Especiais em Álgebra* - J. F. S. Andrade

COLEÇÃO TEXTOS UNIVERSITÁRIOS

- *Introdução à Computação Algébrica com o Maple* - L. N. de Andrade
- *Elementos de Aritmética* - A. Hefez
- *Métodos Matemáticos para a Engenharia* - E. C. de Oliveira e M. Tygel
- *Geometria Diferencial de Curvas e Superfícies* - M. P. do Carmo
- *Matemática Discreta* - L. Lovász, J. Pelikán e K. Vesztergombi
- *Álgebra Linear: Um segundo Curso* - H. P. Bueno
- *Introdução às Funções de uma Variável Complexa* - C. S. Fernandez e N. C. Bernardes Jr.
- *Elementos de Topologia Geral* - E. L. Lima
- *A Construção dos Números* - J. Ferreira
- *Introdução à Geometria Projetiva* - A. Barros e P. Andrade
- *Análise Vetorial Clássica* - F. Acker
- *Funções, Limites e Continuidade* - P. Ribenboim
- *Fundamentos de Análise Funcional* - G. Botelho, D. Pellegrino e E. Teixeira
- *Teoria dos Números Transcendentes* - D. Marques
- *Introdução à Geometria Hiperbólica - O modelo de Poincaré* - P. Andrade
- *Álgebra Linear: Teoria e Aplicações* - T. P. de Araújo
- *Introdução à Análise Matemática na Reta* - C. I. Doering

- *Topologia e Análise no Espaço Rn* - R. Freire de Lima
- *Equações Ordinárias e Aplicações* - B. Scárdua

COLEÇÃO MATEMÁTICA APLICADA

- *Introdução à Inferência Estatística* - H. Bolfarine e M. Sandoval
- *Discretização de Equações Diferenciais Parciais* - J. Cuminato e M. Meneguette
- *Fenômenos de Transferência – com Aplicações às Ciências Físicas e à Engenharia volume 1: Fundamentos* - J. Pontes e N. Mangiavacchi

COLEÇÃO OLIMPÍADAS DE MATEMÁTICA

- *Olimpíadas Brasileiras de Matemática, 1ª a 8ª* - E. Mega e R. Watanabe
- *Olimpíadas Brasileiras de Matemática, 9ª a 16ª* - C. Moreira e E. Motta, E. Tengan, L. Amâncio, N. C. Saldanha e P. Rodrigues
- *21 Aulas de Matemática Olímpica* - C. Y. Sh
- *Iniciação à Matemática: Um Curso com Problemas e Soluções* - K. I. M. Oliveira e A. J. C. Fernández
- *Olimpíadas Cearenses de Matemática 1981-2005 Nível Fundamental* - E. Carneiro, O. Campos e M.Paiva
- *Olimpíadas Cearenses de Matemática 1981-2005 Nível Médio* - E. Carneiro, O. Campos e M.Paiva
- *Olimpíadas Brasileiras de Matemática - 17ª a 24ª* - C. G. T. de A. Moreira, C. Y. Shine, E. L. R. Motta, E. Tengan e N. C. Saldanha
- *10 matemáticos 100 problemas* - E. Wagner (Organização)

COLEÇÃO FRONTEIRAS DA MATEMÁTICA

- *Fundamentos da Teoria Ergódica* - M.Viana e K. Oliveira
- *Tópicos de Geometria Diferencial* - A. C. Muniz Neto
- *Formas Diferenciais e Aplicações* - M. Perdigão do Carmo

COLEÇÃO MATEMÁTICA PARA O ENSINO

- *Livro do Professor de Matemática na Educação Básica Volume I Números Naturais* - C. Ripoll, L. Rangel e V. Giraldo
- *Livro do Professor de Matemática na Educação Básica Volume II Números Inteiros* - C. Ripoll, L. Rangel e V. Giraldo

APOIO:

ANPMat

INSTITUTO
FEDERAL
Piauí
Campus
Floriano

ISBN 978-85-8337-124-3

9 788583 371243 >