2º Simpósio da Formação do Professor de Matemática da Região Nordeste

A GEOMETRIA DA OBMEP SOB A ÓTICA DO GEOGEBRA

Ricardo de Castro Ribeiro Santos

SBM
SOCIEDADE BRASILEIRA DE MATEMÁTICA

A geometria da OBMEP sob a ótica do GeoGebra

ação do Professor de Matemática da Região Nordeste - IFPI - Campus Floriano - 2º Simpósio da Formação do Professor de Matemática da Região Nordest

A geometria da OBMEP sob a ótica do GeoGebra

Copyright © 2016 Ricardo de Castro Ribeiro Santos
Direitos reservados pela Sociedade Brasileira de Matemática
A reprodução não autorizada desta publicação, no todo ou em parte, constitui violação de direitos autorais. (Lei 9.610/98)

Sociedade Brasileira de Matemática
Presidente: Hilário Alencar
Vice- Presidente: Paolo Piccione
Diretores: João Xavier
José Espinar
Marcela de Souza
Walcy Santos

Editor Executivo
Hilário Alencar

Assessor Editorial
Tiago Costa Rocha

Comissão Organizadora
Cíntia Karla Alves Souza (IFBA)
Michel Guerra de Souza (IFES – ES)
Odimógenes Soares Lopes (IFPI) - Coordenador Geral
Priscilla Guez Rabelo (Colégio Pedro II – RJ/ANPMat)
Renata Magarinus (EE Raimundo Corrêa/ANPMat)
Wilbertt Jose de Oliveira Moura (IFPI)

Comissão Acadêmica
Antônio Cardoso do Amaral (EE Augustinho Brandão – PI/ANPMat)
Fábio Pinheiro Luz (IFPI)
João Xavier da Cruz Neto (UFPI)
Marcela Luciano de Souza (UFTM/SBM)
Odimógenes Soares Lopes (IFPI) - Coordenador Local
Raquel Oliveira Bodart (IFTM/ANPMat)
Severino Cirino de Lima Neto (NUPEMAT/UNIVASF)

Capa: Pablo Diego Regino
Projeto gráfico: Cinthya Maria Schneider Meneghetti

ISBN: 978-85-8337-115-1

Distribuição e vendas
Sociedade Brasileira de Matemática
Estrada Dona Castorina, 110 Sala 109 - Jardim Botânico
22460-320 Rio de Janeiro RJ
Telefones: (21) 2529-5073
http://www.sbm.org.br / email:lojavirtual@sbm.org.br

2º Simpósio da Formação do Professor de Matemática da Região Nordeste

A GEOMETRIA DA OBMEP SOB A ÓTICA DO GEOGEBRA

Ricardo de Castro Ribeiro Santos

1ª edição
2016
Rio de Janeiro

SBM
SOCIEDADE BRASILEIRA DE MATEMÁTICA

Professor de Matemática da Região Nordeste - IFPI - Campus Floriano - 2º Simpósio de Formação do Professor de Matemática da Região Nordeste

Sumário

1 Apresentação do software GeoGebra **5**
1.1 Introdução 5

2 Construções de figuras geométricas da OBMEP 2016 **7**
2.1 Questões do nível 1 7
2.1.1 Questão 13 – Descobrindo o ângulo 7
2.2 Questões do nível 2 8
2.2.1 Questão 4 – Tangentes no círculo 8
2.2.2 Questão 6 – Círculos tangentes 8
2.2.3 Questão 26 – Provando o Teorema de Viviani 9
2.3 Questões do nível 3 9
2.3.1 Questão 7 – Os ângulos congruentes 9
2.3.2 Questão 33 – Um hexágono inscritível 10

Prefácio

O presente minicurso destina-se aos alunos e docentes que atuam no Ensino Básico, Técnico e Tecnológico e tem por objetivos: a) utilizar uma metodologia alternativa de trabalho para o ensino e aprendizagem da Geometria; b) apresentar o software GeoGebra como forma de auxiliar o participante a integrar a teoria da sala de aula à prática nos Laboratórios; c) disseminar o uso da informática na sala de aula a fim de qualificar a educação e a modernizar a gestão escolar, possibilitando a inserção de novas tecnologias que contribuam para ressignificar conceitos científicos e contemplar ações interdisciplinares e; d) analisar questões de geometria da OBMEP sob a óptica do GeoGebra.

Professor de Matemática da Região Nordeste - IFPI - Campus Floriano - 2º Simpósio de Formação do Professor de Matemática da Região Nordeste

Agradecimentos

Agradeço aos diversos grupos de estudo de Matemática do Ensino Médio do Colégio Técnico de Floriano que aceitaram o desafio de dedicar horas de seu tempo livre para estudar matemática de uma forma diferenciada.

Capítulo 1

Apresentação do software GeoGebra

1.1 Introdução

Neste capítulo conheceremos a interface do software GeoGebra e estudaremos seus principais comandos e funções como: Linhas retas; Perpendicular, paralela, mediatriz, bissetriz e mediana; Objetos e suas propriedades; Polígonos; Isometrias no plano; Funções; Comandos; Comando sequência; Círculo, arco e setor; Parábola, elipse e hipérbole; Lugar Geométrico.

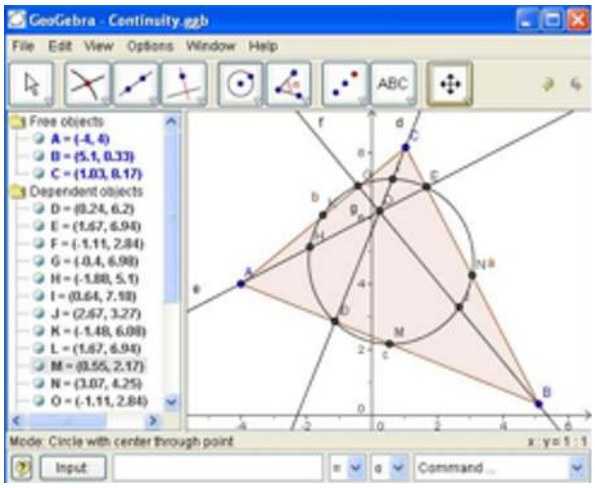

Figura 1.1: Interface do programa GeoGebra.

Professor de Matemática da Região Nordeste - IFPI - Campus Floriano - 2º Simpósio de Formação do Professor de Matemática da Região Nordeste

Capítulo 2

Construções de figuras geométricas da OBMEP 2016

2.1 Questões do nível 1

Neste capítulo, daremos início às construções e análises de figuras geométricas obtidas do banco de questões da OBMEP 2016. Vale ressaltar que o objetivo aqui não é resolver a questão algebricamente e sim, utilizar a geometria dinâmica do GeoGebra para determinar a solução através da construção das figuras e objetos necessários à sua interpretação. Para tando, foram selecionadas questões dos três níveis do banco de questões da OBMEP 2016, a fim de graduar os níveis de construções.

2.1.1 Questão 13 – Descobrindo o ângulo

No desenho abaixo, C é o ponto de interseção de AE e BF, AB = BC e CE = CF. Se $\angle CEF = 50^{\text{o}}$, determine o ângulo $\angle ABC$.

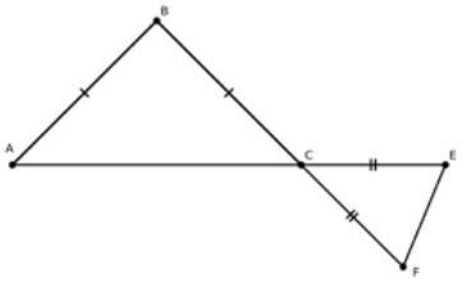

Figura 2.1: representação da questão 13.

Professor de Matemática da Região Nordeste - IFPI - Campus Floriano - 2º Simpósio de Formação do Professor de Matemática da Região Nordeste

2.2 Questões do nível 2

2.2.1 Questão 4 – Tangentes no círculo

Duas tangentes são desenhadas de um ponto A a um círculo de centro O, tocando-o em B e C. Seja H o ortocentro do triângulo △ABC, sabendo que ∠BAC = 40º, encontre o valor do ângulo ∠HCO.

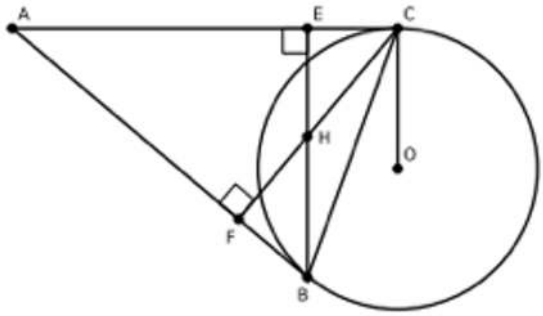

Figura 2.2: representação geométrica da questão 4.

2.2.2 Questão 6 – Círculos tangentes

Na figura a seguir, o círculo de centro B é tangente ao círculo de centro A em X. O círculo de centro C é tangente ao círculo de centro A em Y. Além disto, os círculos de centros B e C também são tangentes. Se AB = 6, AC = 5 e BC = 9, quanto mede AX?

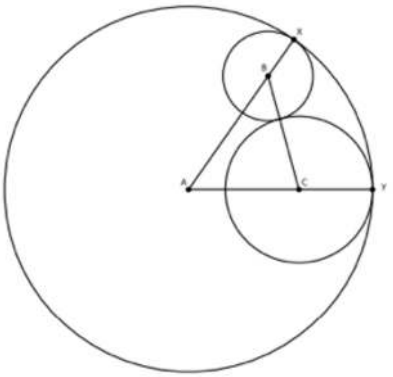

Figura 2.3: representação geométrica da questão 6.

Professor de Matemática da Região Nordeste - IFPI - Campus Floriano - 2º Simpósio de Formação do Professor de Matemática da Região Nordeste

2.2.3 Questão 26 – Provando o Teorema de Viviani

O Teorema de Viviani afirma que a soma das distâncias de um ponto no interior de um triângulo equilátero aos três lados é igual à altura do triângulo. Em outras palavras, seja ABC um triângulo equilátero e P um ponto no seu interior como mostrado na figura a seguir. Prove que x + y + z = h.

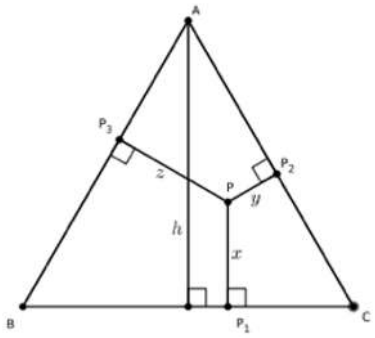

Figura 2.4: representação geométrica da questão 26.

2.3 Questões do nível 3

2.3.1 Questão 7 – Os ângulos congruentes

Os pontos M, N e P são escolhidos sobre os lados BC, CA e AB do triângulo ABC de modo que BM = BP e CM = CN. A perpendicular baixada de B à MP e a perpendicular baixada de C à MN se intersectam em I. Prove que os ângulos ∠IPA e ∠INC são congruentes.

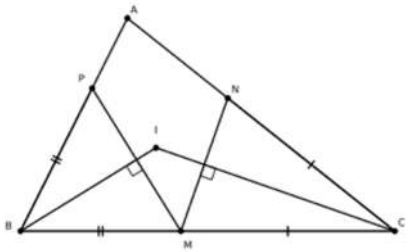

Figura 2.5: representação geométrica da questão 7.

Simpósio de Formação do Professor de Matemática da Região Nordeste - IFPI - Campus Floriano - 2º Simpósio de Formação do Professor de Matemática da Região Nordeste

2.3.2 Questão 33 – Um hexágono inscritível

A figura a seguir mostra um triângulo ABC com lados AB = 13cm, BC = 14cm e CA = 15cm. A circunferência de centro I tangencia os lados AB, BC e CA nos pontos F, D e E, respectivamente. Os pontos R, S, T, U, V e X são marcados nos prolongamentos dos lados do triângulo ABC tal que AR=AS=14cm, BT=BU=15cm e CV=CX=13cm.

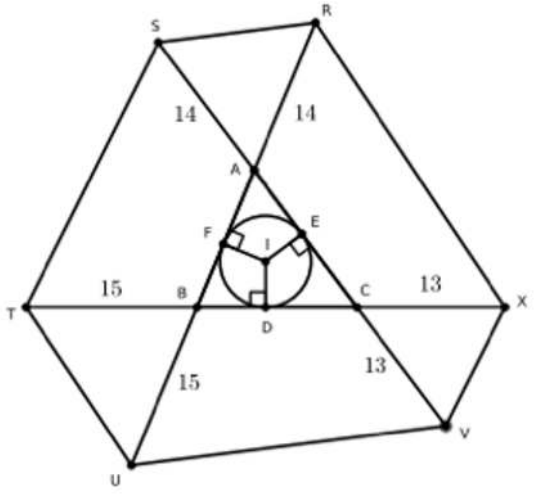

Figura 2.6: representação geométrica da questão 33.

Referências Bibliográficas

[1] BARBOSA, R.; FEITOSA, S. *Banco de Questões 2016*. IMPA/OBMEP. Rio de Janeiro, IMPA, 2016. 182 páginas. ISBN 978-85-244-0417-7.

[2] ARAÚJO, L. C. L.; NÓBRIGA, J. C. C.*Aprendendo Matemática com o GeoGebra*. São Paulo: Editora Exato, 2010.

SBM

COLEÇÃO DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA

- *Logaritmos* - E. L. Lima
- *Análise Combinatória e Probabilidade com as soluções dos exercícios* - A. C. Morgado, J. B. Pitombeira, P. C. P. Carvalho e P. Fernandez
- *Medida e Forma em Geometria (Comprimento, Área, Volume e Semelhança)* - E. L. Lima
- *Meu Professor de Matemática e outras Histórias* - E. L. Lima
- *Coordenadas no Plano as soluções dos exercícios* - E. L. Lima com a colaboração de P. C. P. Carvalho
- *Trigonometria, Números Complexos* - M. P. do Carmo, A. C. Morgado e E. Wagner, Notas Históricas de J. B. Pitombeira
- *Coordenadas no Espaço* - E. L. Lima
- *Progressões e Matemática Financeira* - A. C. Morgado, E. Wagner e S. C. Zani
- *Construções Geométricas* - E. Wagner com a colaboração de J. P. Q. Carneiro
- *Introdução à Geometria Espacial* - P. C. P. Carvalho
- *Geometria Euclidiana Plana* - J. L. M. Barbosa
- *Isometrias* - E. L. Lima
- *A Matemática do Ensino Médio Vol. 1* - E. L. Lima, P. C. P. Carvalho, E. Wagner e A. C. Morgado
- *A Matemática do Ensino Médio Vol. 2* - E. L. Lima, P. C. P. Carvalho, E. Wagner e A. C. Morgado
- *A Matemática do Ensino Médio Vol. 3* - E. L. Lima, P. C. P. Carvalho, E. Wagner e A. C. Morgado
- *Matemática e Ensino* - E. L. Lima
- *Temas e Problemas* - E. L. Lima, P. C. P. Carvalho, E. Wagner e A. C. Morgado
- *Episódios da História Antiga da Matemática* - A. Aaboe
- *Exame de Textos: Análise de livros de Matemática* - E. L. Lima
- *A Matemática do Ensino Medio Vol. 4 - Exercicios e Soluções* - E. L. Lima, P. C. P. Carvalho, E. Wagner e A. C. Morgado
- *Construções Geométricas: Exercícios e Soluções* - S. Lima Netto
- *Um Convite à Matemática* - D.C de Morais Filho
- *Tópicos de Matemática Elementar* - Volume 1 - Números Reais - A. Caminha
- *Tópicos de Matemática Elementar* - Volume 2 - Geometria Euclidiana Plana - A. Caminha
- *Tópicos de Matemática Elementar* - Volume 3 - Introdução à Análise - A. Caminha
- *Tópicos de Matemática Elementar* - Volume 4 - Combinatória - A. Caminha
- *Tópicos de Matemática Elementar* - Volume 5 - Teoria dos Números - A. Caminha
- *Tópicos de Matemática Elementar* - Volume 6 - Polinômios - A. Caminha
- *Treze Viagens pelo Mundo da Matemática* - C. Correia de Sa e J. Rocha (editores)
- *Como Resolver Problemas Matemáticos* - T. Tao
- *Geometria em Sala de Aula* - A. C. P. Hellmeister (Comitê Editorial da RPM)
- *Números Primos, amigos que causam problemas* - P. Ribenboim
- *Manual de Redação Matemática* - D.C de Morais Filho

COLEÇÃO PROFMAT

- *Introdução à Álgebra Linear* - A. Hefez e C.S. Fernandez
- *Tópicos de Teoria dos Números* - C. G. Moreira , F. E Brochero e N. C. Saldanha
- *Polinômios e Equações Algébricas* - A. Hefez e M.L. Villela
- *Tópicos de Historia de Matemática* - T. Roque e J. Bosco Pitombeira
- *Recursos Computacionais no Ensino de Matemática* - V. Giraldo, P. Caetano e F. Matto*s*
- *Temas e Problemas Elementares* - E. L. Lima, P. C. P. Carvalho, E. Wagner e A. C. Morgado
- *Números e Funções Reais* - E. L. Lima
- *Aritmética* - A. Hefez
- *Geometria* - A. Caminha
- *Avaliação Educacional* - M. Rabelo
- *Geometria Analítica* - J. Delgado, K. Frensel e L. Crissaff
- *Matemática Discreta* - A. Morgado e P. C. P. Carvalho
- *Matemática e Atualidade - Volume 1* - C. Rousseau e Y. Saint-Aubin
- *Fundamentos de Cálculo* - A. C. Muniz Neto
- *Matemática e Atualidade - Volume 2* - C. Rousseau e Y. Saint-Aubin
- *Exercícios Resolvidos de Álgebra Linear* - A. Hefez e C. de Souza Fernandez
- *Exercícios Resolvidos de Aritmética* - A. Hefez

COLEÇÃO INICIAÇÃO CIENTÍFICA

- *Números Irracionais e Transcendentes* - D. G. de Figueiredo
- *Números Racionais e Irracionais* - I. Niven
- *Tópicos Especiais em Álgebra* - J. F. S. Andrade

COLEÇÃO TEXTOS UNIVERSITÁRIOS

- *Introdução à Computação Algébrica com o Maple* - L. N. de Andrade
- *Elementos de Aritmética* - A. Hefez
- *Métodos Matemáticos para a Engenharia* - E. C. de Oliveira e M. Tygel
- *Geometria Diferencial de Curvas e Superfícies* - M. P. do Carmo
- *Matemática Discreta* - L. Lovász, J. Pelikán e K. Vesztergombi
- *Álgebra Linear: Um segundo Curso* - H. P. Bueno
- *Introdução às Funções de uma Variável Complexa* - C. S. Fernandez e N. C. Bernardes Jr.
- *Elementos de Topologia Geral* - E. L. Lima
- *A Construção dos Números* - J. Ferreira
- *Introdução à Geometria Projetiva* - A. Barros e P. Andrade
- *Análise Vetorial Clássica* - F. Acker
- *Funções, Limites e Continuidade* - P. Ribenboim
- *Fundamentos de Análise Funcional* - G. Botelho, D. Pellegrino e E. Teixeira
- *Teoria dos Números Transcendentes* - D. Marques
- *Introdução à Geometria Hiperbólica - O modelo de Poincaré* - P. Andrade
- *Álgebra Linear: Teoria e Aplicações* - T. P. de Araújo
- *Introdução à Análise Matemática na Reta* - C. I. Doering

- *Topologia e Análise no Espaço Rn* - R. Freire de Lima
- *Equações Ordinárias e Aplicações* - B. Scárdua

COLEÇÃO MATEMÁTICA APLICADA

- *Introdução à Inferência Estatística* - H. Bolfarine e M. Sandoval
- *Discretização de Equações Diferenciais Parciais* - J. Cuminato e M. Meneguette
- *Fenômenos de Transferência – com Aplicações às Ciências Físicas e à Engenharia volume 1: Fundamentos* - J. Pontes e N. Mangiavacchi

COLEÇÃO OLIMPÍADAS DE MATEMÁTICA

- *Olimpíadas Brasileiras de Matemática, 1ª a 8ª* - E. Mega e R. Watanabe
- *Olimpíadas Brasileiras de Matemática, 9ª a 16ª* - C. Moreira e E. Motta, E. Tengan, L. Amâncio, N. C. Saldanha e P. Rodrigues
- *21 Aulas de Matemática Olímpica* - C. Y. Sh
- *Iniciação à Matemática: Um Curso com Problemas e Soluções* - K. I. M. Oliveira e A. J. C. Fernández
- *Olimpíadas Cearenses de Matemática 1981-2005 Nível Fundamental* - E. Carneiro, O. Campos e M.Paiva
- *Olimpíadas Cearenses de Matemática 1981-2005 Nível Médio* - E. Carneiro, O. Campos e M.Paiva
- *Olimpíadas Brasileiras de Matemática - 17ª a 24ª* - C. G. T. de A. Moreira, C. Y. Shine, E. L. R. Motta, E. Tengan e N. C. Saldanha

COLEÇÃO FRONTEIRAS DA MATEMÁTICA

- *Fundamentos da Teoria Ergódica* - M.Viana e K. Oliveira
- *Tópicos de Geometria Diferencial* - A. C. Muniz Neto
- *Formas Diferenciais e Aplicações* - M. Perdigão do Carmo

COLEÇÃO MATEMÁTICA PARA O ENSINO

- *Livro do Professor de Matemática na Educação Básica Volume I Números Naturais* - C. Ripoll, L. Rangel e V. Giraldo
- *Livro do Professor de Matemática na Educação Básica Volume II Números Inteiros* - C. Ripoll, L. Rangel e V. Giraldo

Simpósio de Formação do Professor de Matemática da Região Nordeste - IFPI - Campus Floriano - 2

APOIO:





ISBN 978-85-8337-115-1

