IV Simpósio Nacional
da Formação do Professor de Matemática

ÁLGEBRA: PROPOSTA DA UNIDADE TEMÁTICA NA BNCC E DESAFIOS POR SUA TRAJETÓRIA AO LONGO DOS NOVE ANOS DO ENSINO FUNDAMENTAL

Marcela Luciano Vilela de Souza
Sérgio Augusto Amaral Lopes
Kleber Gonçalves do Nascimento

ANPMat
Associação Nacional dos Professores
de Matemática na Educação Básica

Álgebra: Proposta da unidade temática na BNCC e desafios por sua trajetória ao longo dos nove anos do Ensino Fundamental

Álgebra: Proposta da unidade temática na BNCC e desafios por sua trajetória ao longo dos nove anos do Ensino Fundamental
Copyright © 2020 Marcela Luciano Vilela de Souza, Sérgio Augusto Amaral Lopes e Kleber Gonçalves do Nascimento
Direitos reservados pela Associação Nacional dos Professores de Matemática na Educação Básica
A reprodução não autorizada desta publicação, no todo ou em parte, constitui violação de direitos autorais. (Lei 9.610/98)

Associação Nacional dos Professores de Matemática na Educação Básica
Presidente: Raquel Bodart
Vice-Presidente: Priscilla Guez
Diretoras:
Ana Luiza de Freitas Kessler
Graziele Souza Mózer
Marcela Souza
Renata Magarinus

Comitê Científico
Antônio Cardoso do Amaral (Escola Augustinho Brandão – Cocal dos Alves/PI)
Cydara Cavedon Ripoll (UFRGS)
Etereldes Gonçalves Junior (UFES)
Fidelis Zanetti de Castro (IFES)
Hilário Alencar (UFAL)
Marcela Luciano Vilela de Souza (UFTM)
Marcelo Viana (IMPA)
Paolo Piccione (USP)
Raquel Oliveira Bodart (IFTM)
Vanderlei Horita (UNESP)
Victor Giraldo (UFRJ)

Comissão Organizadora
Ana Luiza de Freitas Kessler (CAP UFRGS)
Etereldes Gonçalves Junior (UFES)
Fábio Corrêa de Castro (UFES)
Fidelis Zanetti de Castro (IFES)
Graziele Souza Mózer (Colégio Pedro II)
Julia Schaetzle Wrobel (UFES)
Michel Guerra de Souza (IFES)
Moacir Rosado Filho (UFES)
Paulo Cezar Camargo Guedes (IFES)
Priscilla Guez Rabelo (Colégio Pedro II)
Renata Magarinus (IFSUL)
Rosa Elvira Quispe Ccoyllo (UFES)
Silvia Louzada (IFES)

Capa: Pablo Diego Regino
Projeto gráfico: Cinthya Maria Schneider Meneghetti

Distribuição
Associação Nacional dos Professores de Matemática na Educação Básica
https://www.anpmat.org.br / email: secretaria@anpmat.org.br

ISBN 978-65-88013-04-5

IV Simpósio Nacional
da Formação do Professor de Matemática

ÁLGEBRA: PROPOSTA DA UNIDADE TEMÁTICA NA BNCC E DESAFIOS POR SUA TRAJETÓRIA AO LONGO DOS NOVE ANOS DO ENSINO FUNDAMENTAL

Marcela Luciano Vilela de Souza
Sérgio Augusto Amaral Lopes
Kleber Gonçalves do Nascimento

1ª edição
2020
Rio de Janeiro

ANPMat

Dedicamos este *e-book* a todos os colegas professores de Matemática que dedicam a sua vida para estar em sala de aula e que acreditam que podemos investir na formação e compartilhar conhecimentos para melhorar a educação em nosso país.

mática - Vitória - ES / UFES - IV Simpósio Nacional da Formação do Professor de Matemática - Vitória - ES / UFES - IV Simpósio Nacional da For

Agradecimentos

Agradecemos à ANPMat e à Editora da SBM pela oportunidade de publicação de um *e-book* que possa colaborar com os professores da Educação Básica que estão sempre em busca da melhoria da educação. Agradecemos também a todos os participantes do minicurso ministrado durante o IV Simpósio Nacional da Formação do Professor de Matemática, pela colaboração e enriquecimento do material.

mática - Vitória - ES / UFES - IV Simpósio Nacional da Formação do Professor de Matemática - Vitória - ES / UFES - IV Simpósio Nacional da For

mática - Vitória - ES / UFES - IV Simpósio Nacional da Formação do Professor de Matemática - Vitória - ES / UFES - IV Simpósio Nacional da For

Prefácio

O objetivo principal deste trabalho é fazer uma análise crítica de como a Unidade Temática Álgebra é tratada na Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e sua trajetória ao longo dos nove anos do Ensino Fundamental. Para atingir esse objetivo faremos uso das habilidades propostas para a Álgebra na Base Nacional Comum Curricular (BNCC), com atividades propostas em livros didáticos aprovados pelo Plano Nacional do Livro Didático (PNLD), bem como atividades propostas em *sites* educacionais. E, por fim, apresentaremos o Método Pictórico para resolução de problemas, como uma estratégia que auxilia os professores do Ensino Fundamental ao trabalhar com essa unidade temática em sala de aula.

Este material foi desenvolvido para apoiar o minicurso **Álgebra: Proposta da Unidade Temática na BNCC e Desafios por sua Trajetória ao Longo dos Nove Anos do Ensino Fundamental**, que foi composto por duas aulas com duração total de 3 horas e 30 minutos, durante o IV Simpósio Nacional da Formação do Professor de Matemática, realizado na Ufes, em Vitória-ES, no período de 22 a 24 de novembro de 2019.

IV Simpósio Nacional da Formação do Professor de Matemática - Vitória - ES / UFES - IV Simpósio Nacional da Formação do Professor de Matemática - Vitória - ES / UFES - IV Simpósio Nacional da For

Sumário

mática - Vitória - ES / UFES - IV Simpósio Nacional da Formação do Professor de Matemática - Vitória - ES / UFES - IV Simpósio Nacional da For

Capítulo 1

Introdução

De acordo com a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), o conhecimento matemático é necessário para todos os alunos do Ensino Fundamental, pois tem uma grande aplicação na resolução de problemas e situações que aparecem na sociedade contemporânea e contribui para a formação de cidadãos críticos e conscientes de suas responsabilidades sociais. O principal compromisso da Matemática, de acordo com a BNCC, é o letramento matemático, que essencialmente tem o papel de estimular a investigação, de forma prazerosa, de soluções de problemas inerentes ao dia a dia dos alunos. Também através do letramento matemático deve-se assegurar aos alunos a capacidade de reconhecer a importância dos conhecimentos matemáticos para a atuação e compreensão no mundo contemporâneo, e favorecer o desenvolvimento lógico, dedutivo e crítico na resolução de problemas e situações pelas quais os alunos serão submetidos ao longo de suas vidas.

O currículo escolar afeta o trabalho dos gestores, especialistas, professores, alunos e a rotina da escola. É preciso que todos os envolvidos na educação compreendam a noção de Currículo e de Base Nacional Comum Curricular, para elaborar o Projeto Político-Pedagógico da escola em que atuam, e planos de aulas que gerem uma transformação da realidade de nossos estudantes.

A Base Nacional Comum Curricular - BNCC:

> *É um documento de caráter normativo que define o conjunto orgânico e progressivo de aprendizagens essenciais que todos os alunos devem desenvolver ao longo das etapas e modalidades da Educação Básica, de modo a que tenha assegurados seus direitos de aprendizagem e desenvolvimento, em conformidade com o que preceitua o Plano Nacional de Educação.*
>
> – PNE. *BRASIL, 2017*

Torna-se referência nacional para a formulação dos currículos dos sistemas e das redes escolares dos Estados, do Distrito Federal e dos Municípios, e das propostas pedagógicas das instituições escolares. (BRASIL, 2017).

mática - Vitória - ES / UFES - IV Simpósio Nacional da Formação do Professor de Matemática - Vitória - ES / UFES - IV Simpósio Nacional da For

A Matemática no Ensino Fundamental deve articular suas unidades temáticas: Números, Álgebra, Geometria, Grandezas e Medidas, e Probabilidade e Estatística, de modo a garantir aos alunos a capacidade de identificar situações em que o seu uso é importante para resolver problemas, aplicando conceitos e métodos para a obtenção de soluções, além de ser capaz de interpretar os resultados obtidos, validando ou não as informações encontradas.

Apesar de ser uma ciência que essencialmente trabalha com raciocínios hipotético-dedutivos, com demonstrações apoiadas sobre um conjunto de axiomas, postulados e teoremas, no Ensino Fundamental é importante o tratamento lúdico da disciplina que se utiliza de recursos concretos para que, através de experimentações, os alunos possam tirar conclusões e desenvolver as habilidades necessárias para resolver problemas inerentes ao seu cotidiano. Contudo, nos anos finais do Ensino Fundamental, espera-se que seja estimulada a dedução de algumas propriedades e a verificação de conjecturas a partir de outras, pois nessa fase o aluno já tem uma capacidade maior de entender raciocínios abstratos.

Mediante o quadro descrito acima, o professor é desafiado a criar e aplicar atividades que desenvolvam habilidades durante o processo ensino-aprendizagem dos alunos. Buscar abordagens com eficiência comprovada e divulgar experiências bem-sucedidas são caminhos para aquisição de habilidades e progresso no pensamento matemático nas salas de aula.

Desse modo, o Capítulo 3 traz a exposição de um método de resolução de problemas desenvolvido por professores de Singapura. Nesse país, o currículo de matemática foi organizado com ênfase no desenvolvimento de habilidades e atitudes nos alunos, a partir da metodologia de resolução de problemas. Desde as séries iniciais o aluno é apresentado ao Método Pictórico por meio do chamado Modelo de Barras, explicado e mostrado a partir de exercícios resolvidos e propostos.

As atividades apresentadas neste trabalho para ilustração do Modelo de Barras desenvolvido para o Método Pictórico, assim como os problemas propostos, foram elaboradas pelo autor Kleber Gonçalves do Nascimento e compõem parte de sua dissertação do Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (Profmat). Essas atividades e problemas foram elaborados a partir dos livros e manuais de professores de Singapura, Austrália, Estados Unidos, Inglaterra e Portugal. Não há pretensão de contemplar todos os exercícios aos quais o método pode ser aplicado. A diretriz é mostrar como o método é apresentado em grau de dificuldade dos problemas.

mática - Vitória - ES / UFES - IV Simpósio Nacional da Formação do Professor de Matemática - Vitória - ES / UFES - IV Simpósio Nacional da For

Capítulo 2

Unidade Temática: Álgebra

Nesta unidade temática, as ideias matemáticas fundamentais são: equivalência, variação, interdependência e proporcionalidade. A finalidade da Álgebra no Ensino Fundamental, de acordo com a BNCC, é desenvolver nos alunos um pensamento algébrico, ou seja, incentivar os alunos a criarem modelos matemáticos para compreender, representar e analisar as relações quantitativas e qualitativas entre grandezas, utilizando de estruturas matemáticas que fazem o uso de letras e símbolos.

No processo de desenvolvimento desse pensamento algébrico, é necessário que os alunos:

- Aprendam a identificar regularidade e padrões em sequências numéricas e não numéricas.

- Criem leis matemáticas que representam a relação de interdependência entre grandezas.

- Utilizem e interpretem as diversas representações gráficas e simbólicas, necessárias à resolução de problemas, que fazem uso de equações e inequações.

> *Em síntese, essa unidade temática deve enfatizar o desenvolvimento de uma linguagem, o estabelecimento de generalizações, a análise da interdependência de grandezas e a resolução de problemas por meio de equações ou inequações.*
>
> *– BNCC - p.268*

É evidente que para os professores ou professoras do Ensino Fundamental I, 1º ano ao 5º ano, essa unidade temática gera uma certa angústia, visto que muitos não sentem-se preparados para trabalhar com essa unidade. Isso se dá pelo fato de que a formação universitária da maioria dos profissionais dessa etapa é em Pedagogia, e, nesse caso, não possuem formação específica em Matemática. Quase todos os profissionais do Fundamental I, tiveram contato com a álgebra apenas no período em que estiveram na escola básica ou média. Também se deve levar em conta que

mática - Vitória - ES / UFES - IV Simpósio Nacional da Formação do Professor de Matemática - Vitória - ES / UFES - IV Simpósio Nacional da For

muitos desses profissionais não tiveram experiências muito produtivas e prazerosas com a Álgebra que estudaram em sua formação.

Contudo, é importante ressaltar que nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental não se propõe o uso de letras para expressar regularidade e interdependência entre grandezas, por mais simples que sejam essas regularidades. Nesta etapa, o que se espera é que os alunos sejam capazes de formular ideias de regularidades, generalizar padrões e entender propriedades de igualdade, fazendo uso de situações concretas e práticas à sua vivência cotidiana.

Com relação aos anos finais, 6º ano ao 9º ano, os estudos dessa unidade devem ser retomados e aprofundados de forma que os alunos possam compreender os diferentes significados das variáveis em uma expressão numérica, generalizar propriedades, investigar a regularidade em sequências numéricas, indicar um valor desconhecido em uma sentença algébrica e estabelecer a variação entre duas grandezas. Desse modo, os alunos devem criar conexões entre variável e função e entre incógnita e equação. As técnicas de resoluções de equações e inequações devem ser trabalhadas nessa fase, inclusive por meio da utilização do plano cartesiano, sempre apoiadas na metodologia de resolução de problemas.

Os professores e professoras dos anos finais precisam ficar atentos às mudanças no foco ensino de Álgebra proposto pela BNCC. Dentre as principais alterações destacamos: o estudo de sequências recursivas e não recursivas e a resolução das equações do 2º grau por meio de fatorações. É verdade que muitos estados ao criarem seus currículos ampliaram o número de habilidades para que esses contemplassem habilidades não mencionadas na BNCC, tais como Operações com Polinômios, Resolução de Equação do 2º Grau pela fórmula resolutiva, dentre outros. É, porém, fundamental lembrar que o foco não deve ser o estudo desses temas como objetos de estudo em si mesmos e sim aplicá-los na resolução de problemas.

Outro aspecto associado ao ensino de Álgebra e salientado na BNCC é o pensamento computacional, pois o uso de algoritmos e fluxogramas para representá-los permite aos alunos criarem outra habilidade relativa à álgebra, que diz respeito a escrever uma sequência finita de procedimentos que possibilitam resolver um determinado problema. A linguagem dos algoritmos está bem próxima à linguagem algébrica, principalmente ao conceito de variável e o estabelecimento de padrões para se criar generalizações.

Nos próximos tópicos, apresentaremos atividades relacionadas às habilidades propostas na BNCC para os Anos Iniciais e Finais do Ensino Fundamental. Ressaltamos que os exemplos apresentados neste capítulo foram extraídos dos livros didáticos de coleções aprovadas pelo Plano Nacional do Livro Didático (PNLD) 2018-2019 e que já estão de acordo com a proposta da BNCC homologada em dezembro de 2017. As coleções utilizadas neste capítulo foram:

- *Meu Livro de Matemática* - AJS - 0251P19021 (ver [10])

- *Liga Mundo Matemática* - Saraiva - 0069P19021 (ver [8])

- *Matemática Realidade e Tecnologia* - FTD - 0386P20022 (ver [9])

mática - Vitória - ES / UFES - IV Simpósio Nacional da Formação do Professor de Matemática - Vitória - ES / UFES - IV Simpósio Nacional da For

2.1 Álgebra no Ensino Fundamental I

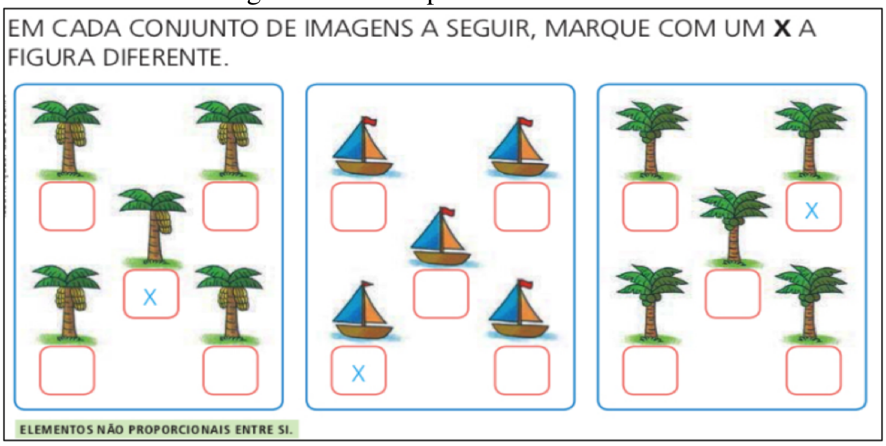
Apresentamos, nesta seção, atividades relacionadas às habilidades propostas para a Álgebra na Base Nacional Comum Curricular (BNCC), do 1º ao 5º Ano. Essas atividades foram propostas em livros didáticos de coleções aprovadas pelo Plano Nacional do Livro Didático (PNLD) 2018-2019 e já estão de acordo com a proposta da BNCC homologada em dezembro de 2017.

2.1.1 1º Ano

Objetos de Conhecimento	Habilidades
Padrões figurais e numéricos: investigação de regularidades ou padrões em sequências	(EF01MA09) Organizar e ordenar objetos familiares ou representações por figuras, por meio de atributos, tais como cor, forma e medida.
Sequências recursivas: observação de regras utilizadas em seriações numéricas (mais 1, mais 2, menos 1, menos 2, por exemplo)	(EF01MA10) Descrever, após o reconhecimento e a explicitação de um padrão (ou regularidade), os elementos ausentes em sequências recursivas de números naturais, objetos ou figuras.

Exemplo 01 - EF01MA09

Figura 2.1: Exemplo 01 - EF01MA09



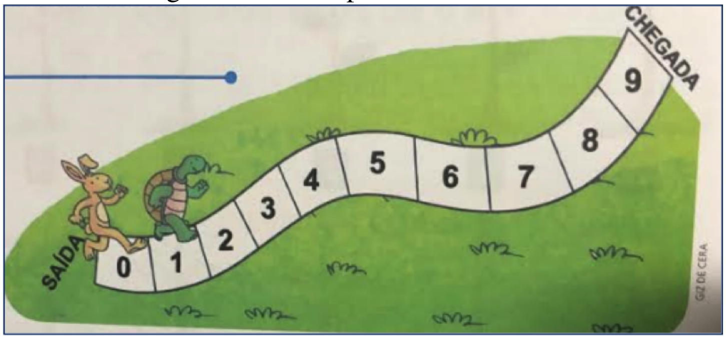
Fonte: *Meu Livro de Matemática* - AJS - 0251P19021

Exemplo 02 - EF01MA10

Observe a figura a seguir. O coelho e a tartaruga estão apostando uma corrida. O coelho saiu do número 0 e a tartaruga saiu do número 1. O coelho anda de 2 em 2 números e a tartaruga de 1 em 1. Quando o coelho chegar ao número 8, em que número estará a tartaruga?

mática - Vitória - ES / UFES - IV Simpósio Nacional da Formação do Professor de Matemática - Vitória - ES / UFES - IV Simpósio Nacional da For

Figura 2.2: Exemplo 02 - EF01MA10



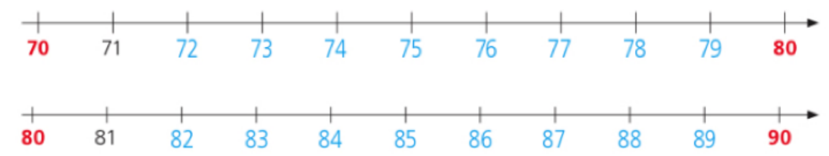
Fonte: *Meu Livro de Matemática* - AJS - 0251P19021

2.1.2 2º Ano

Objetos de Conhecimento	**Habilidades**
Construção de sequências repetitivas e de sequências recursivas	(EF02MA09) Construir sequências de números naturais em ordem crescente ou decrescente a partir de um número qualquer, utilizando uma regularidade estabelecida.
Identificação de regularidade de sequências e determinação de elementos ausentes na sequência	(EF02MA10) Descrever um padrão (ou regularidade) de sequências repetitivas e de sequências recursivas, por meio de palavras, símbolos ou desenhos. (EF02MA11) Descrever os elementos ausentes em sequências repetitivas e em sequências recursivas de números naturais, objetos ou figuras

Exemplo 01 - EF02MA09
Complete as sequências:

Figura 2.3: Exemplo 01 - EF02MA09

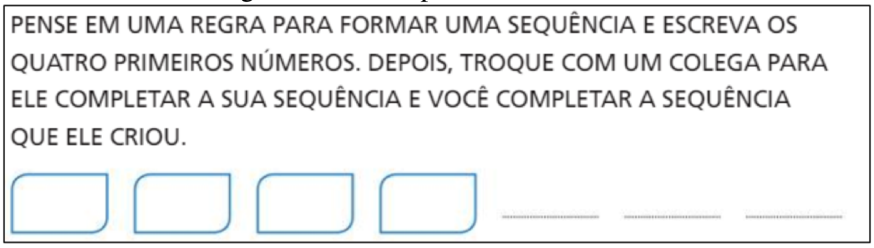


Fonte: *Meu Livro de Matemática* - AJS - 0251P19021

mática - Vitória - ES / UFES - IV Simpósio Nacional da Formação do Professor de Matemática - Vitória - ES / UFES - IV Simpósio Nacional da For

Exemplo 02 - EF02MA10

Figura 2.4: Exemplo 02 - EF02MA10

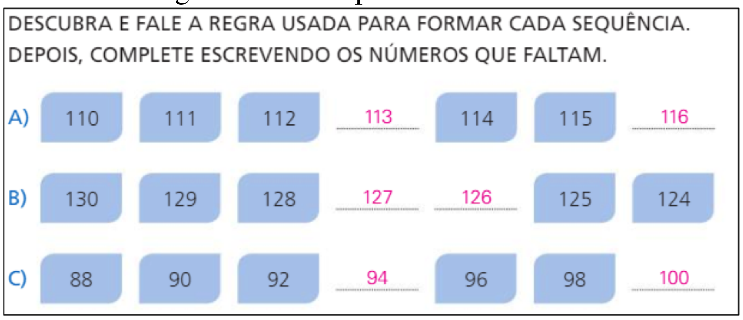


PENSE EM UMA REGRA PARA FORMAR UMA SEQUÊNCIA E ESCREVA OS QUATRO PRIMEIROS NÚMEROS. DEPOIS, TROQUE COM UM COLEGA PARA ELE COMPLETAR A SUA SEQUÊNCIA E VOCÊ COMPLETAR A SEQUÊNCIA QUE ELE CRIOU.

Fonte: *Liga Mundo Matemática* - Saraiva - 0069P19021

Exemplo 03 - EF02MA11

Figura 2.5: Exemplo 03 - EF02MA11



DESCUBRA E FALE A REGRA USADA PARA FORMAR CADA SEQUÊNCIA. DEPOIS, COMPLETE ESCREVENDO OS NÚMEROS QUE FALTAM.

A) 110 111 112 113 114 115 116

B) 130 129 128 127 126 125 124

C) 88 90 92 94 96 98 100

Fonte: *Liga Mundo Matemática* - Saraiva - 0069P19021

2.1.3 3º Ano

Objetos de Conhecimento	**Habilidades**
Identificação e descrição de regularidades em sequências numéricas recursivas	(EF03MA10) Identificar regularidades em sequências ordenadas de números naturais, resultantes da realização de adições ou subtrações sucessivas, por um mesmo número, descrever uma regra de formação da sequência e determinar elementos faltantes ou seguintes
Relação de igualdade	(EF03MA11) Compreender a ideia de igualdade para escrever diferentes sentenças de adições ou de subtrações de dois números naturais que resultem na mesma soma ou diferença.

mática - Vitória - ES / UFES - IV Simpósio Nacional da Formação do Professor de Matemática - Vitória - ES / UFES - IV Simpósio Nacional da For

Exemplo 01 - EF03MA10

Figura 2.6: Exemplo 01 - EF03MA10

Descubra a regra usada para escrever os números no quadro. Depois, complete o quadro do número **300** até o número **690**.

300	310	320	330	340	350	360	370	380	390
400	410	420	430	440	450	460	470	480	490
500	510	520	530	540	550	560	570	580	590
600	610	620	630	640	650	660	670	680	690

a) Descreva a regra que forma a sequência de números da coluna azul, de **300** até **600**. Os números aumentam de 100 em 100 unidades.

b) Descreva a regra que forma a sequência de números da coluna laranja, de **350** até **650**. Os números aumentam de 100 em 100 unidades.

Fonte: *Liga Mundo Matemática* - Saraiva - 0069P19021

Exemplo 02 - EF03MA11

Figura 2.7: Exemplo 02 - EF03MA11

Marque um **X** nas igualdades verdadeiras.

a) [X] 180 + 1 + 1 + 1 = 180 + 3

b) [X] 220 + 10 = 10 + 220

c) [ ] 10 + 40 + 100 = 100 + 40

d) [ ] 1 250 = 1 000 + 50 + 50

e) [X] 1 000 + 100 + 50 = 1 000 + 150

Fonte: *Liga Mundo Matemática* - Saraiva - 0069P19021

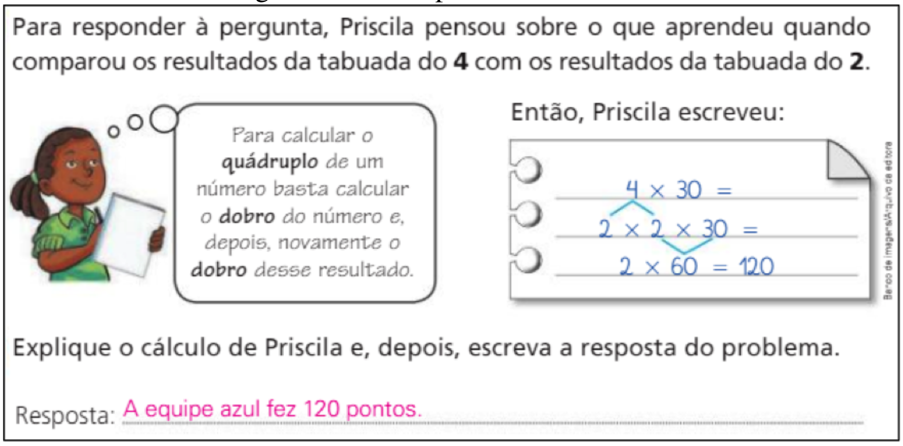
mática - Vitória - ES / UFES - IV Simpósio Nacional da Formação do Professor de Matemática - Vitória - ES / UFES - IV Simpósio Nacional da For

2.1.4 4º Ano

Objetos de Conhecimento	**Habilidades**
Sequência numérica recursiva formada por múltiplos de um número natural.	(EF04MA11) Identificar regularidades em sequências numéricas compostas por múltiplos de um número natural.
Sequência numérica recursiva formada por números que deixam o mesmo resto ao serem divididos por um mesmo número natural diferente de zero.	(EF04MA12) Reconhecer, por meio de investigações, que há grupos de números naturais para os quais as divisões por um determinado número resultam em restos iguais, identificando regularidades.
Relações entre adição e subtração e entre multiplicação e divisão	(EF04MA13) Reconhecer, por meio de investigações, utilizando a calculadora quando necessário, as relações inversas entre as operações de adição e de subtração e de multiplicação e de divisão, para aplicá-las na resolução de problemas.
Propriedades da igualdade	(EF04MA14) Reconhecer e mostrar, por meio de exemplos, que a relação de igualdade existente entre dois termos permanece quando se adiciona ou se subtrai um mesmo número a cada um desses termos. (EF04MA15) Determinar o número desconhecido que torna verdadeira uma igualdade que envolve as operações fundamentais com números naturais.

Exemplo 01 - EF04MA11

Figura 2.8: Exemplo 01 - EF04MA11



Para responder à pergunta, Priscila pensou sobre o que aprendeu quando comparou os resultados da tabuada do **4** com os resultados da tabuada do **2**.

Para calcular o **quádruplo** de um número basta calcular o **dobro** do número e, depois, novamente o **dobro** desse resultado.

Então, Priscila escreveu:

$4 \times 30 =$

$2 \times 2 \times 30 =$

$2 \times 60 = 120$

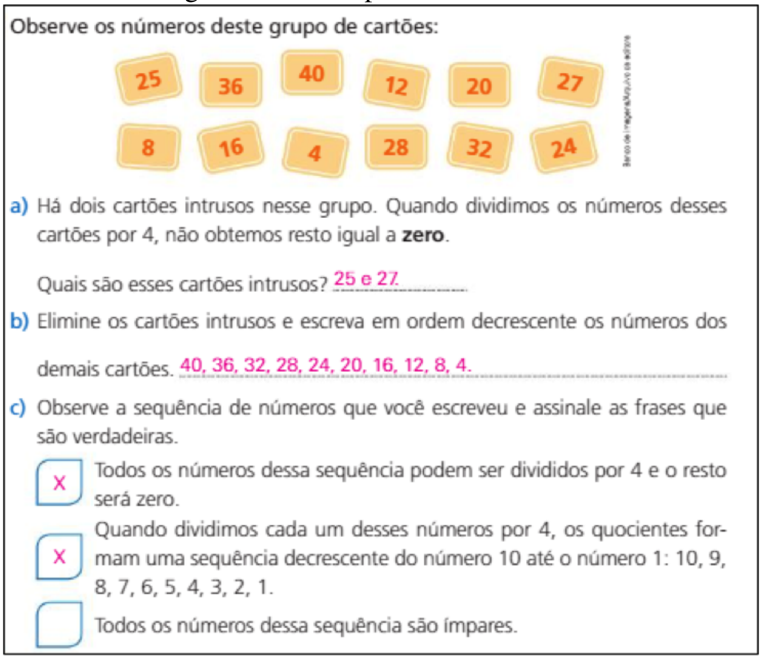
Explique o cálculo de Priscila e, depois, escreva a resposta do problema.

Resposta: A equipe azul fez 120 pontos.

Fonte: *Liga Mundo Matemática* - Saraiva - 0069P19021

Exemplo 02 - EF04MA12

Figura 2.9: Exemplo 02 - EF04MA12



Observe os números deste grupo de cartões:

25 36 40 12 20 27

8 16 4 28 32 24

a) Há dois cartões intrusos nesse grupo. Quando dividimos os números desses cartões por 4, não obtemos resto igual a **zero**.

Quais são esses cartões intrusos? 25 e 27.

b) Elimine os cartões intrusos e escreva em ordem decrescente os números dos demais cartões. 40, 36, 32, 28, 24, 20, 16, 12, 8, 4.

c) Observe a sequência de números que você escreveu e assinale as frases que são verdadeiras.

- [X] Todos os números dessa sequência podem ser divididos por 4 e o resto será zero.
- [X] Quando dividimos cada um desses números por 4, os quocientes formam uma sequência decrescente do número 10 até o número 1: 10, 9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1.
- [ ] Todos os números dessa sequência são ímpares.

Fonte: *Liga Mundo Matemática* - Saraiva - 0069P19021

mática - Vitória - ES / UFES - IV Simpósio Nacional da Formação do Professor de Matemática - Vitória - ES / UFES - IV Simpósio Nacional da For

mática - Vitória - ES / UFES - IV Simpósio Nacional da Formação do Professor de Matemática - Vitória - ES / UFES - IV Simpósio Nacional da For

Exemplo 03 - EF04MA13

Figura 2.10: Exemplo 03 - EF04MA13

Complete **os textos** com os números que você quiser. Depois, troque com um colega e brinque de **Pense em um número** com ele.

Pense em um número.

Acrescente .... unidades a esse número. Do resultado, retire a mesma quantidade que você acrescentou anteriormente.

O número que você encontrou é o mesmo em que você pensou.

Pense em um número.

Acrescente .... unidades a esse número.

Em seguida, acrescente .... unidades.

Para terminar, retire a mesma quantidade que você acrescentou anteriormente.

O número que você encontrou é o mesmo em que você pensou.

Fonte: *Liga Mundo Matemática* - Saraiva - 0069P19021

Exemplo 04 - EF04MA14

Figura 2.11: Exemplo 04 - EF04MA14

A balança está equilibrada. Veja o valor de cada uma das massas que estão nos pratos:

a) Escreva a igualdade de massas que representa a situação de equilíbrio da balança:

10 kg + 5 kg + 1 kg = 2 kg + 2 kg + 1 kg + 1 kg + 5 kg + 5 kg

b) Coloque um novo peso em cada prato, de tal forma que a balança permaneça em equilíbrio.

Resposta pessoal.

c) Retire dois pesos de um dos pratos e um peso de outro, de tal forma que a balança continue em equilíbrio.

Retira-se 2 pesos de 5 kg do prato da direita e 1 peso de 10 kg do prato da esquerda.

Fonte: *Meu Livro de Matemática* - AJS - 0251P19021

mática - Vitória - ES / UFES - IV Simpósio Nacional da Formação do Professor de Matemática - Vitória - ES / UFES - IV Simpósio Nacional da For

Exemplo 05 - EF04MA15

Figura 2.12: Exemplo 05 - EF04MA15

Complete o texto a seguir com um número que você quiser. Depois, troque seu livro com o livro de um colega e brinque com ele de **Pense em um número** com multiplicações e divisões.

> Pense em um número diferente de 0. Depois, multiplique esse número por ______. Em seguida, divida esse resultado pelo mesmo número que você multiplicou o número pensado. O resultado que você encontrou é o número em que você pensou.

Fonte: *Meu Livro de Matemática* - AJS - 0251P19021

2.1.5 5º Ano

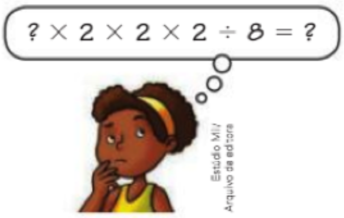
Objetos de Conhecimento	**Habilidades**
Propriedades da igualdade e noção de equivalência	(EF05MA10) Concluir, por meio de investigações, que a relação de igualdade existente entre dois membros permanece ao adicionar, subtrair, multiplicar ou dividir cada um desses membros por um mesmo número, para construir a noção de equivalência. (EF05MA11) Resolver e elaborar problemas cuja conversão em sentença matemática seja uma igualdade com uma operação em que um dos termos é desconhecido.
Grandezas diretamente proporcionais. Problemas envolvendo a partição de um todo em duas partes proporcionais	(EF05MA12) Resolver problemas que envolvam variação de proporcionalidade direta entre duas grandezas, para associar a quantidade de um produto ao valor a pagar, alterar as quantidades de ingredientes de receitas, ampliar ou reduzir escala em mapas, entre outros. (EF05MA13) Resolver problemas envolvendo a partilha de uma quantidade em duas partes desiguais, tais como dividir uma quantidade em duas partes, de modo que uma seja o dobro da outra, com compreensão da ideia de razão entre as partes e delas com o todo.

mática - Vitória - ES / UFES - IV Simpósio Nacional da Formação do Professor de Matemática - Vitória - ES / UFES - IV Simpósio Nacional da For

Exemplo 01 - EF05MA10

Figura 2.13: Exemplo 01 - EF05MA10

Fernando pediu a Lúcia que pensasse em um número diferente de zero e fizesse alguns cálculos.



a) Observe os cálculos que Lúcia fez e escreva o que Fernando pode ter dito a ela.

Possível resposta: Pense em um número diferente de zero e multiplique esse número por 2. Depois, multiplique o resultado obtido novamente por 2 e o resultado obtido por 2 novamente. Para terminar, divida o resultado por 8. O resultado final é o número em que você pensou.

b) Explique por que o resultado que Lúcia encontrou é o número em que ela pensou.

Fonte: *Liga Mundo Matemática* - Saraiva - 0069P19021

Exemplo 02 - EF05MA11

Figura 2.14: Exemplo 02 - EF05MA11

Tente fazer os cálculos de cabeça!

a) Pense em um número que seja diferente de zero. Multiplique esse número por 4. Agora, divida o resultado por 4. O número que você obteve é o número em que você pensou?

b) Pense em um número que seja diferente de zero e calcule o triplo desse número. Calcule o triplo do resultado. Para terminar, divida por 9 o número que você obteve. O resultado final é o número em que você pensou?

Explique por que você obteve o mesmo número em que você pensou em cada situação. Espera-se que os alunos tenham obtido como resultado o número no qual pensaram.

Fonte: *Liga Mundo Matemática* - Saraiva - 0069P19021

mática - Vitória - ES / UFES - IV Simpósio Nacional da Formação do Professor de Matemática - Vitória - ES / UFES - IV Simpósio Nacional da For

Exemplo 03 - EF05MA12

Figura 2.15: Exemplo 03 - EF05MA12

Em uma pizzaria, demoram 3 horas para fabricar 60 pizzas de um mesmo tipo. Quanto tempo eles vão demorar para fabricar 140 pizzas?

Número de horas	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Número de pizzas	20	40	60	80	100	120	140	160	180

A pizzaria irá demorar 7 horas para fabricar 140 pizzas.

Fonte: *Meu Livro de Matemática* - AJS - 0251P19021

Exemplo 04 - EF05MA13

Figura 2.16: Exemplo 04 - EF05MA13

No último mês, a mineradora de Lauro produziu 18,6 toneladas de minério de ferro. Essa produção foi dividida em duas partes para que pudesse ser transportada à cidade mais próxima. A primeira parte da produção foi transportada imediatamente. A segunda parte da produção foi transportada no mês seguinte e correspondeu ao dobro de toneladas de minério de ferro da primeira parte. Quantas toneladas da produção foram transportadas à cidade mais próxima em cada viagem?

Resposta: A primeira viagem transportou 6,2 toneladas da produção e a segunda, 12,4 toneladas.

Fonte: *Liga Mundo Matemática* - Saraiva - 0069P19021

2.2 Álgebra no Ensino Fundamental II

Apresentamos, nesta seção, atividades relacionadas às habilidades propostas para a Álgebra na Base Nacional Comum Curricular (BNCC), do 6º ao 9º Ano. Essas atividades foram propostas em livros didáticos de coleções aprovadas pelo Plano Nacional do Livro Didático (PNLD) 2018-2019, e já estão de acordo com a proposta da BNCC homologada em dezembro de 2017.

2.2.1 6º Ano

Objetos de Conhecimento	**Habilidades**
Propriedades da igualdade	(EF06MA14) Reconhecer que a relação de igualdade matemática não se altera ao adicionar, subtrair, multiplicar ou dividir os seus dois membros por um mesmo número e utilizar essa noção para determinar valores desconhecidos na resolução de problemas.
Problemas que tratam da partição de um todo em duas partes desiguais, envolvendo razões entre as partes e entre uma das partes e o todo	(EF06MA15) Resolver e elaborar problemas que envolvam a partilha de uma quantidade em duas partes desiguais, envolvendo relações aditivas e multiplicativas, bem como a razão entre as partes e entre uma das partes e o todo.

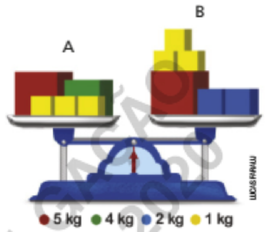
Exemplo 01 - EF06MA14

A balança a seguir está em equilíbrio, ou seja, as massas em cada prato são iguais. A legenda indica a massa de cada caixa, de acordo com a cor.

(a) Quantos quilogramas tem em cada prato da balança? 12 kg.

(b) Se retirarmos uma caixa verde do prato A, o que poderemos fazer no prato B para que a balança permaneça em equilíbrio?

Figura 2.17: Exemplo 01 - EF06MA14



Fonte: *Matemática Realidade e Tecnologia* - FTD - 0386P20022

Exemplo 02 - EF06MA15

Milena pratica atividade física todas as manhãs. Durante 90 minutos ela intercala corrida e caminhada de maneira que, para cada 4 minutos de corrida, ela caminha 6 minutos.

(a) Em cada manhã, quantos minutos Milena corre? E quantos minutos ela caminha?

mática - Vitória - ES / UFES - IV Simpósio Nacional da Formação do Professor de Matemática - Vitória - ES / UFES - IV Simpósio Nacional da For

mática - Vitória - ES / UFES - IV Simpósio Nacional da Formação do Professor de Matemática - Vitória - ES / UFES - IV Simpósio Nacional da For

(b) Durante uma semana, quantas horas, ao todo, Milena pratica atividade física?

Fonte: *Matemática Realidade e Tecnologia* - FTD - 0386P20022

2.2.2 7º Ano

Objetos de Conhecimento	**Habilidades**
Linguagem algébrica: variável e incógnita.	(EF07MA13) Compreender a ideia de variável, representada por letra ou símbolo, para expressar relação entre duas grandezas, diferenciando-a da ideia de incógnita. (EF07MA14) Classificar sequências em recursivas e não recursivas, reconhecendo que o conceito de recursão está presente não apenas na matemática, mas também nas artes e na literatura. (EF07MA15) Utilizar a simbologia algébrica para expressar regularidades encontradas em sequências numéricas
Equivalência de expressões algébricas: identificação da regularidade de uma sequência numérica	(EF07MA16) Reconhecer se duas expressões algébricas obtidas para descrever a regularidade de uma mesma sequência numérica são ou não equivalentes.
Problemas envolvendo grandezas diretamente proporcionais e grandezas inversamente proporcionais	(EF07MA17) Resolver e elaborar problemas que envolvam variação de proporcionalidade direta e de proporcionalidade inversa entre duas grandezas, utilizando sentença algébrica para expressar a relação entre elas.
Equações polinomiais do 1º grau	(EF07MA18) Resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações polinomiais de 1º grau, redutíveis à forma $ax + b = c$, fazendo uso das propriedades da igualdade.

Exemplo 01 - EF07MA13

A professora de Matemática do 7º ano usou uma planilha eletrônica para calcular a nota final do bimestre de cada aluno. Para a aluna Daiane, inseriu as notas das avaliações nas células B2, C2 e D2, e, na célula E2, uma expressão indicando cálculos. Observe.

mática - Vitória - ES / UFES - IV Simpósio Nacional da Formação do Professor de Matemática - Vitória - ES / UFES - IV Simpósio Nacional da For

Figura 2.18: Exemplo 01 - EF07MA13 - Tabela 1

Aluno	Nota da Avaliação 1	Nota da Avaliação 2	Nota da Avaliação 3	Nota final
Daiane	8	9,5	6,5	=(B2+C2+D2)/3

Fonte: *Matemática Realidade e Tecnologia* - FTD - 0386P20022

(a) Explique o cálculo indicado na expressão da célula E2.

(b) Qual é o valor que aparecerá na célula E2 ao realizar os cálculos?

(c) Com uma calculadora, obtenha a nota final bimestral de cada aluno indicado a seguir.

Figura 2.19: Exemplo 01 - EF07MA13 - Tabela 2

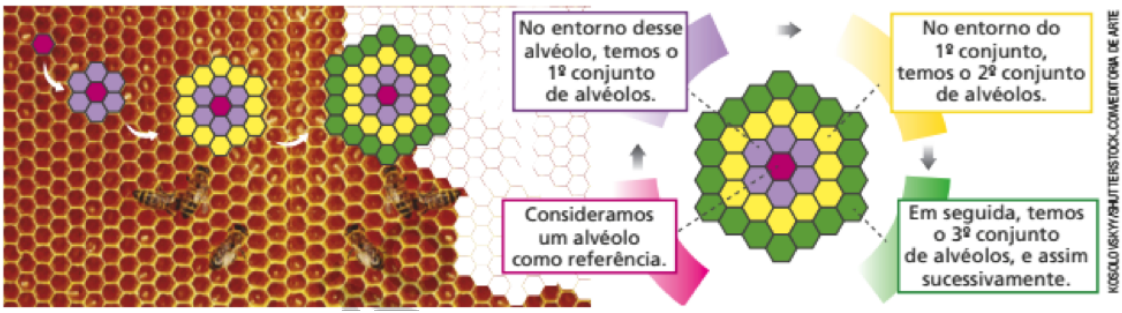
Aluno	Nota da Avaliação 1	Nota da Avaliação 2	Nota da Avaliação 3
Jean	6,5	7	4,5
Suzana	9	8,5	8,6

Fonte: *Matemática Realidade e Tecnologia* - FTD - 0386P20022

Exemplo 02 - EF07MA14

Na Unidade 3, estudamos o formato dos alvéolos nas colmeias das abelhas. Outro fato interessante nessas colmeias consiste na disposição desses alvéolos. Observe.

Figura 2.20: Exemplo 02 - EF07MA14



Fonte: *Matemática Realidade e Tecnologia* - FTD - 0386P20022

(a) Determine a quantidade de alvéolos que formam cada um dos três primeiros conjuntos indicados no esquema.

Vitória - ES / UFES - IV Simpósio Nacional da Formação do Professor de Matemática - Vitória - ES / UFES - IV Simpósio Nacional da For

(b) Desenhe no caderno a figura que representa o 4º conjunto de alvéolos. Quantos alvéolos tem esse conjunto?

(c) Qual das sequências definidas a seguir tem os termos correspondentes à quantidade de alvéolos de cada conjunto apresentado?

I. $a_1 = 6$ e $a_n = a_{n-1} + 6$
II. $a_1 = 6$ e $a_n = 2a_{n-1}$
III. $a_1 = 1$ e $a_n = a_{n-1} + 5$

Exemplo 03 - EF07MA15 e EF07MA16

Para representar a primeira figura de uma sequência, Vitor desenhou quatro círculos. A partir daí, para obter a próxima figura, desenhou dois círculos a mais que na figura anterior. Observe as primeiras figuras dessa sequência.

Figura 2.21: Exemplo 03 - EF07MA15 e EF07MA16

Fonte: *Matemática Realidade e Tecnologia* - FTD - 0386P20022

(a) Quantos círculos devem ser desenhados na próxima figura dessa sequência?

(b) Quais expressões a seguir são equivalentes e definem a sequência formada pela quantidade de círculos desenhados por Vitor em cada figura, a partir da Figura 1?

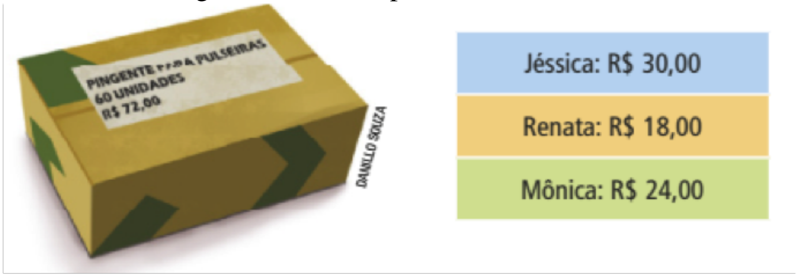
I. $a_n = 2(n + 1)$
II. $a_n = n + 2$
III. $a_n = 2n$
IV. $a_n = 2n + 2$

As expressões que você indicou definem a sequência de maneira recursiva? Justifique.

Exemplo 04 - EF07MA17

Para comprar uma caixa de pingentes para pulseiras, três amigas juntaram as quantias que possuíam. Observe o preço dessa caixa e com quanto cada amiga contribuiu.

Figura 2.22: Exemplo 04 - EF07MA17



Fonte: *Matemática Realidade e Tecnologia* - FTD - 0386P20022

As amigas combinaram que vão distribuir os pingentes de maneira diretamente proporcional às quantias que cada uma contribuiu. Para calcular a quantidade de pingentes que Jéssica vai receber, podemos construir o seguinte esquema:

Quantidade de pingente (unidade)	**Preço (R$)**
60	72
x	30

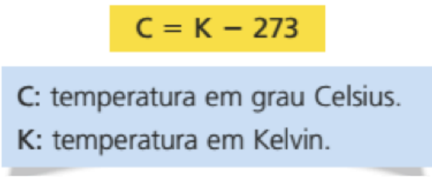
(a) Quantos pingentes Jéssica vai receber?

(b) Agora, calcule quantos pingentes cada uma das outras amigas vai receber.

Exemplo 05 - EF07MA18

Além das escalas de temperatura Celsius e Fahrenheit, estudadas anteriormente, temos a escala Kelvin (K), muito utilizada no meio científico. Podemos converter uma temperatura em Kelvin para grau Celsius utilizando a fórmula a seguir.

Figura 2.23: Exemplo 05 - EF07MA18



Fonte: *Matemática Realidade e Tecnologia* - FTD - 0386P20022

(a) A quantos graus Celsius correspondem 300 K? 27 °C.

(b) Em um experimento feito em laboratório, uma cientista aqueceu certo líquido até atingir 120 °C. Indique essa temperatura em Kelvin.

mática - Vitória - ES / UFES - IV Simpósio Nacional da Formação do Professor de Matemática - Vitória - ES / UFES - IV Simpósio Nacional da For

mática - Vitória - ES / UFES - IV Simpósio Nacional da Formação do Professor de Matemática - Vitória - ES / UFES - IV Simpósio Nacional da For

2.2.3 8º Ano

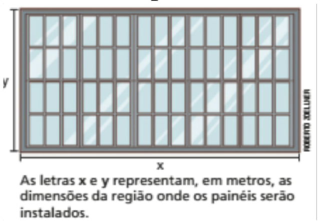
Objetos de Conhecimento	**Habilidades**
Valor numérico de expressões algébricas	(EF08MA06) Resolver e elaborar problemas que envolvam cálculo do valor numérico de expressões algébricas, utilizando as propriedades das operações.
Associação de uma equação linear de 1º grau a uma reta no plano cartesiano	(EF08MA07) Associar uma equação linear de 1º grau com duas incógnitas a uma reta no plano cartesiano.
Sistema de equações polinomiais de 1º grau: resolução algébrica e representação no plano cartesiano	(EF08MA08) Resolver e elaborar problemas relacionados ao seu contexto próximo, que possam ser representados por sistemas de equações de 1º grau com duas incógnitas e interpretá-los, utilizando, inclusive, o plano cartesiano como recurso.
Equação polinomial de 2º grau do tipo $ax^2 = b$	(EF08MA09) Resolver e elaborar, com e sem uso de tecnologias, problemas que possam ser representados por equações polinomiais de 2º grau do tipo $ax^2 = b$.
Sequências recursivas e não recursivas	(EF08MA10) Identificar a regularidade de uma sequência numérica ou figural não recursiva e construir um algoritmo por meio de um fluxograma que permita indicar os números ou as figuras seguintes. (EF08MA11) Identificar a regularidade de uma sequência numérica recursiva e construir um algoritmo por meio de um fluxograma que permita indicar os números seguintes.
Variação de grandezas: diretamente proporcionais, inversamente proporcionais ou não proporcionais	(EF08MA12) Identificar a natureza da variação de duas grandezas, diretamente, inversamente proporcionais ou não proporcionais, expressando a relação existente por meio de sentença algébrica, e representá-la no plano cartesiano. (EF08MA13) Resolver e elaborar problemas que envolvam grandezas diretamente ou inversamente proporcionais, por meio de estratégias variadas.

mática - Vitória - ES / UFES - IV Simpósio Nacional da Formação do Professor de Matemática - Vitória - ES / UFES - IV Simpósio Nacional da For

Exemplo 01 - EF08MA06

Certo fabricante de painéis solares indica que cada metro quadrado de painel gera 18 kWh de energia elétrica por mês, de acordo com algumas condições. No telhado da casa de Henrique serão instalados painéis desses, de maneira a cobrir uma região retangular, como mostra o esquema.

Figura 2.24: Exemplo 01 - EF08MA06



Fonte: *Matemática Realidade e Tecnologia* - FTD - 0386P20022

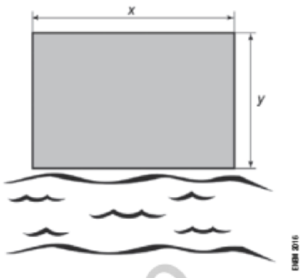
(a) Qual expressão algébrica a seguir representa a quantidade de energia elétrica que será gerada, em quilowatts-hora por mês, pelos painéis solares na casa de Henrique?

I. $18x + y$ II. $x + y + 18$ III. $18xy$ IV. $18(x + y)$

(b) Calcule quantos quilowatts-hora serão gerados por mês, na casa de Henrique, para $x = 6$ e $y = 4$.

Exemplo 02 - EF08MA07 (Enem-2016) Um terreno retangular cujas medidas, em metro, são x e y será cercado para a construção de um parque de diversões. Um dos lados do terreno encontra-se às margens de um rio. Observe a figura.

Figura 2.25: Exemplo 02 - EF08MA07



Fonte: *Matemática Realidade e Tecnologia* - FTD - 0386P20022

Para cercar todo o terreno, o proprietário gastará $R\$7500,00$. O material da cerca custa $R\$4,00$ por metro para os lados do terreno paralelos ao rio e $R\$2,00$ por metro para os demais lados. Nessas condições, as dimensões do terreno e o custo total do material podem ser relacionados pela equação:

(a) $4(2x + y) = 7500$

(b) $4(x + 2y) = 7500$

(c) $2(x + y) = 7500$

(d) $2(4x + y) = 7500$

(e) $2(2x + y) = 7500$

Exemplo 03 - EF08MA08

Junte-se a um colega para resolver essa atividade. Observem quanto dois alunos de uma escola pagaram por alguns produtos da cantina.

Figura 2.26: Exemplo 03 - EF08MA08

Fonte: *Matemática Realidade e Tecnologia* - FTD - 0386P20022

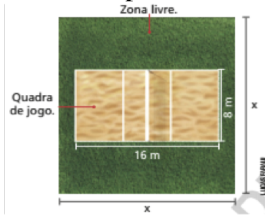
(a) Escrevam um sistema de equações para expressar essa situação. Nele, uma incógnita deve representar o preço do pão de queijo e, a outra, o preço do suco de laranja.

(b) Agora, resolvam esse sistema e determinem o preço de cada produto.

Exemplo 04 - EF08MA09

Leia o problema a seguir. No vôlei de praia, a Área de jogo é composta pela Quadra de jogo e circundada por uma Zona livre. No parque de certo município, está sendo projetado um espaço para a prática desse esporte. Observe.

Figura 2.27: Exemplo 04 - EF08MA09



Fonte: *Matemática Realidade e Tecnologia* - FTD - 0386P20022

Sabendo que a Zona livre terá 356 m^2, qual deve ser a medida do lado da Área de jogo?

(a) Entre as equações a seguir, qual representa esse problema?

I. $x^2 - 356 = 0$ II. $x^2 - 128 = 356$

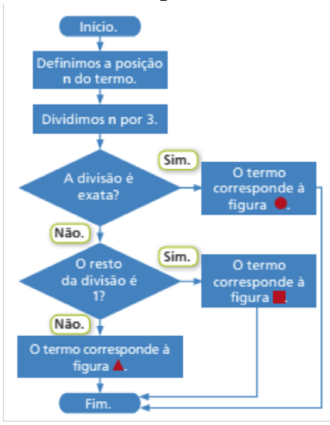
(b) Agora, resolva a equação que você indicou no item a.

(c) Responda à questão do problema.

Exemplo 05 - EF08MA10

Letícia elaborou um fluxograma para obter os termos de uma sequência de figuras. Observe.

Figura 2.28: Exemplo 05 - EF08MA10



Fonte: *Matemática Realidade e Tecnologia* - FTD - 0386P20022

Qual das sequências de figuras pode ser determinada por esse fluxograma?

Exemplo 06 - EF08MA11

Desenhe no caderno um fluxograma com o qual seja possível obter os termos da seguinte sequência de figuras:

Figura 2.29: Exemplo 06 - EF08MA11

Fonte: *Matemática Realidade e Tecnologia* - FTD - 0386P20022

Uma resposta possível:

mática - Vitória - ES / UFES - IV Simpósio Nacional da Formação do Professor de Matemática - Vitória - ES / UFES - IV Simpósio Nacional da Fo

Figura 2.30: Exemplo 06 - EF08MA11 - Resposta possível

Fonte: *Matemática Realidade e Tecnologia* - FTD - 0386P20022

Exemplo 07 - EF08MA12

No quadro a seguir, A e B representam grandezas diretamente proporcionais.

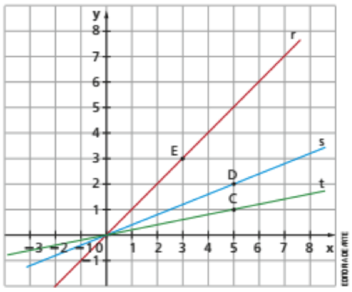
A	B
2	5
y	x

(a) Utilizando proporção, represente por meio de uma equação do 1º grau com duas incógnitas a relação entre as grandezas A e B.

(b) Escreva três soluções da equação que você representou no item a.

(c) No plano cartesiano a seguir, qual reta representa as soluções dessa equação?

Figura 2.31: Exemplo 07 - EF08MA12



Fonte: *Matemática Realidade e Tecnologia* - FTD - 0386P20022

Exemplo 08 - EF08MA13

(*Matemática Realidade e Tecnologia* - FTD - 0386P20022) As inundações em áreas urbanas são problemas recorrentes em diversas regiões do Brasil e causam prejuízos ambientais, sociais e econômicos. Em certo município, foram construídos reservatórios para captar a água da chuva que escoa pelas galerias pluviais,

mática - Vitória - ES / UFES - IV Simpósio Nacional da Formação do Professor de Matemática - Vitória - ES / UFES - IV Simpósio Nacional da For

mática - Vitória - ES / UFES - IV Simpósio Nacional da Formação do Professor de Matemática - Vitória - ES / UFES - IV Simpósio Nacional da For

diminuindo o risco de inundações. Para encher completamente um reservatório desses, com uma vazão de $18m^3$ de água por segundo, leva-se 20min. Qual é o tempo necessário para encher esse reservatório, com uma vazão de $30m^3$ por segundo?

2.2.4 9º Ano

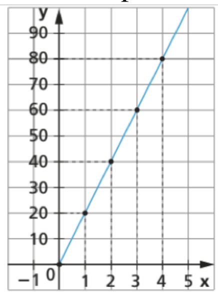
Objetos de Conhecimento	Habilidades
Funções: representações numérica, algébrica e gráfica	(EF09MA06) Compreender as funções como relações de dependência unívoca entre duas variáveis e suas representações numérica, algébrica e gráfica, e utilizar esse conceito para analisar situações que envolvam relações funcionais entre duas variáveis.
Razão entre grandezas de espécies diferentes	(EF09MA07) Resolver problemas que envolvam a razão entre duas grandezas de espécies diferentes, como velocidade e densidade demográfica.
Grandezas diretamente proporcionais e grandezas inversamente proporcionais	(EF09MA08) Resolver e elaborar problemas que envolvam relações de proporcionalidade direta e inversa entre duas ou mais grandezas, inclusive escalas, divisão em partes proporcionais e taxa de variação, em contextos socioculturais, ambientais e de outras áreas.
Expressões algébricas: fatoração e produtos notáveis. Resolução de equações polinomiais do 2º grau por meio de fatorações	(EF09MA09) Compreender os processos de fatoração de expressões algébricas, com base em suas relações com os produtos notáveis, para resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações polinomiais do 2º grau.

Exemplo 01 - EF09MA06

A geração de energia elétrica em residências por meio de sistema fotovoltaico é uma prática que, além de acarretar economia na fatura de energia elétrica, contribui com o meio ambiente. Nesse sistema, em que são utilizados painéis fotovoltaicos e que convertem a luz solar em energia elétrica, a capacidade de geração de energia em quilowatt-hora (kWh) por mês varia proporcionalmente à área dos painéis instalados. O gráfico a seguir representa a função que relaciona a capacidade $y = f(x)$ de geração de energia elétrica (kWh) por mês e a área x dos painéis fotovoltaicos instalados (m^2), de certo modelo.

mática - Vitória - ES / UFES - IV Simpósio Nacional da Formação do Professor de Matemática - Vitória - ES / UFES - IV Simpósio Nacional da For

Figura 2.32: Exemplo 01 - EF09MA06



Fontes dos dados: G1. **Geração solar fotovoltaica: dá pra ter em casa?**. Disponível em: <http://g1.globo.com/pernambuco/especial-publicitario/celpe/desligue-o-desperdicio/noticia/2016/05/geracao-solar-fotovoltaica-da-pra-ter-em-casa.html>.
INMETRO. **Programa Brasileiro de Etiquetagem**. Disponível em: <www.inmetro.gov.br/consumidor/pbe/tabela_fotovoltaico_modulo.pdf>. Acessos em: 12 out. 2018.

Fonte: *Matemática Realidade e Tecnologia* - FTD - 0386P20022

De acordo com o gráfico, resolva.

(a) Qual é a capacidade mensal de geração de energia elétrica de painéis fotovoltaicos com $3m^2$ de área?

(b) Qual deve ser a área ocupada pelos painéis fotovoltaicos instalados em uma residência, para que a capacidade mensal de geração de energia elétrica seja de $40kWh$?

(c) Escreva a lei de formação dessa função.

(d) Utilizando a lei de formação da função que você escreveu no item c, explique como pode ser obtida a capacidade mensal de geração de energia elétrica com $12m^2$ de painéis fotovoltaicos instalados.

Exemplo 02 - EF09MA07

Rafael é um atleta que pratica corrida. Para acompanhar seus treinos, ele utiliza um aplicativo no celular que registra a distância percorrida e o tempo gasto. Observe o resumo dos treinos de Rafael em alguns dias e resolva as questões

Figura 2.33: Exemplo 02 - EF09MA07

Data	Distância (m)	Tempo (min)
15/6	7 300	32
16/6	11 890	50
17/6	8 200	28
18/6	10 150	36

Fonte: *Matemática Realidade e Tecnologia* - FTD - 0386P20022

mática - Vitória - ES / UFES - IV Simpósio Nacional da Formação do Professor de Matemática - Vitória - ES / UFES - IV Simpósio Nacional da Fo

(a) Em qual dia Rafael percorreu a maior distância no treino? E a menor distância?

(b) O treino em que Rafael demorou menos tempo ocorreu em qual dia? E o que demorou mais tempo?

(c) Calcule a velocidade média aproximada do treino de Rafael em cada dia, em metros por minuto (m/min).

Exemplo 03 - EF09MA08

Ricardo fez uma viagem de carro e para avaliar sua despesa e o desempenho do seu carro anotou as seguintes informações

Figura 2.34: Exemplo 03 - EF09MA08

Preço por litro de combustível: R$ 4,60.
Gasto total com combustível: R$ 51,75.
Distância percorrida: 180 km.

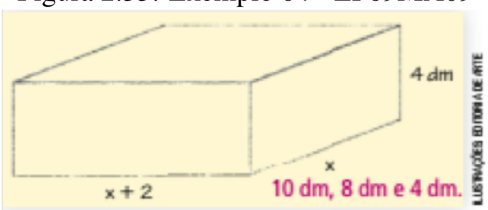
Fonte: *Matemática Realidade e Tecnologia* - FTD - 0386P20022

Considerando que o consumo médio de combustível do carro de Ricardo se mantenha, de quanto será o gasto com combustível, em reais, para realizar uma viagem de $320km$ e pagando $R\$4,20$ o litro do combustível?

Exemplo 04 - EF09MA09

Jorge quer construir um aquário com formato de bloco retangular com $320L$ de capacidade, medida da altura $4dm$ e do comprimento da base $2dm$ a mais do que a medida da largura. Observe o desenho que ele fez para representar esse aquário, e calcule as medidas de suas dimensões.

Figura 2.35: Exemplo 04 - EF09MA09



Fonte: *Matemática Realidade e Tecnologia* - FTD - 0386P20022

mática - Vitória - ES / UFES - IV Simpósio Nacional da Formação do Professor de Matemática - Vitória - ES / UFES - IV Simpósio Nacional da For

Capítulo 3

Método Pictórico

Desenvolver de maneira eficiente o pensamento algébrico nos alunos da educação básica é o desafio atual dos professores de matemática. A álgebra não é mais entendida como um conjunto de procedimentos que envolvem símbolos em forma de letras. Consolidou-se como uma ação de generalizar e representar relações matemáticas na forma de padrões e regras. (ver [3])

Nesse contexto, a Resolução de Problemas como estratégia de ensino desempenha papel importante para que o aluno desenvolva e exercite sua capacidade de abstração e generalização. Ao final da resolução de um problema é esperado que o resolvedor seja capaz de descrever, interpretar, testar ou revisar hipóteses e por fim modificar ou refinar conjuntos de conceitos. (ver [7])

Segundo [1] o Método Pictórico, inserido na Metodologia de Resolução de Problemas, é uma estratégia que auxilia a transição do pensamento aritmético para o abstrato, habilidade requerida na resolução de problemas da Álgebra.

O Método Pictórico é alinhado com a teoria de aprendizagem desenvolvida pelo psicólogo Jerome Bruner, década de 60, do século XX. A teoria propõe três modos de representação de ideias matemáticas, denominados modos enativo, icônico e simbólico.

- **ENATIVO**: aprender é fazer;

- **ICÔNICO**: ligado à aprendizagem pela descoberta, porém há interferência direta do professor pelo diagnóstico, incentivo e percepção de dificuldades;

- **SIMBÓLICO**: aprender por meio de palavras e números.

A teoria acima sugere que novos conceitos sejam ensinados primeiro através do uso de manipulação concreta (modo enativo). Em seguida, pela representação pictórica (modo icônico), que atua como uma ponte para a obtenção de ideias e formulações abstratas (modo simbólico).

Os estudos de Bruner resultaram na chamada abordagem Concreto - Pictórico - Abstrato (CPA) disseminada no currículo de Singapura. Segundo [5], o ensino da

mática - Vitória - ES / UFES - IV Simpósio Nacional da Formação do Professor de Matemática - Vitória - ES / UFES - IV Simpósio Nacional da Fo

matemática em Singapura coloca importância na aquisição e aplicação de conceitos e habilidades de matemática.

O conteúdo é aprofundado progressivamente por meio de uma abordagem em espiral. Os alunos devem aplicar habilidades matemáticas de resolução de problemas e raciocínio para enfrentar uma variedade de problemas, incluindo problemas abertos e do mundo real.

A figura a seguir, mostra a estrutura do currículo da matemática de Singapura.

Figura 3.1: Estruturação do Currículo de Matemática de Singapura

Fonte: Ministério da Educação de Singapura

Na década de 80 do século XX, a equipe curricular de Singapura, liderada pelo professor Kho Tek Hong, aplicou a abordagem de ensino chamada CPA (Concreto - Pictórico - Abstrato) para confecção dos livros didáticos para a implantação nas escolas de Singapura

Nesse período é desenvolvido com os professores e aplicado nas escolas o Modelo de Barras para resolução de problemas. Foram formadas oficinas para capacitar os professores, e os alunos foram submetidos a vários testes de desempenho.

3.1 Método Pictórico usando Modelo de Barras

O Modelo de Barras é pictórico e caraterizado por barras retangulares desenhadas para representar um cenário colocado em um problema de palavras. Esses

mática - Vitória - ES / UFES - IV Simpósio Nacional da Formação do Professor de Matemática - Vitória - ES / UFES - IV Simpósio Nacional da For

retângulos fornecem uma maneira para "ver"as etapas e as operações necessárias para resolver o problema. (ver [4])

A ideia básica é que toda quantidade em um problema é representada pelo comprimento de uma barra, e as barras são organizadas para mostrar as relações matemáticas entre as quantidades. (ver [5])

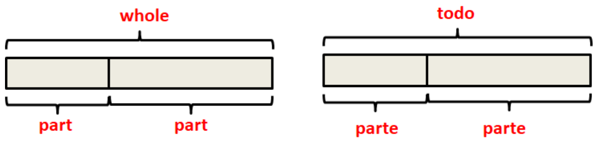
Para resolução de problemas são trabalhados com os alunos dois tipos de modelos de barras: Parte-Todo (Part-Whole Model) e Comparação (Comparison Model).

I - Modelo Parte-Todo (Part-Whole Model)

Este modelo é para problemas que envolvem um todo (isto é, uma quantidade) composto ou dividido em duas ou mais partes. Usamos o modelo parte-todo para encontrar uma parte, dada a totalidade e as outras partes, ou o todo, considerando as partes. Muitas vezes, algumas das partes são iguais.

A quantidade desconhecida pode ser encontrada usando as operações aritméticas de adição, subtração, multiplicação e divisão. (ver [5])

Figura 3.2: Ilustração do modelo parte-todo



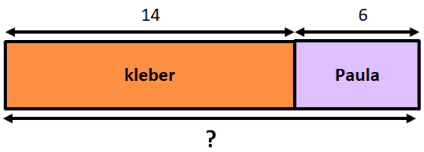
Fonte: Ministério da Educação de Singapura

Exemplos:

a) Kleber tem 14 lápis de cor em sua mochila enquanto Paula possui 6 lápis. Quantos lápis eles têm juntos para aula de artes?

Solução:

Figura 3.3: Exemplo do modelo parte-todo



Fonte: autor

O total de lápis é dado pela soma 14 + 6.

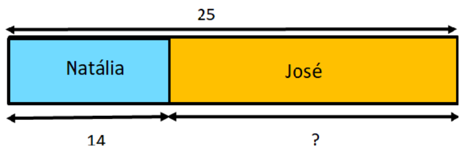
Kleber e Paula possuem juntos **20** lápis.

mática - Vitória - ES / UFES - IV Simpósio Nacional da Formação do Professor de Matemática - Vitória - ES / UFES - IV Simpósio Nacional da Fo

b) Natália e José possuem 25 balas. Se Natália tem 14 balas, quantas balas José possui?

Solução:

Figura 3.4: Exemplo do modelo parte-todo



Fonte: autor

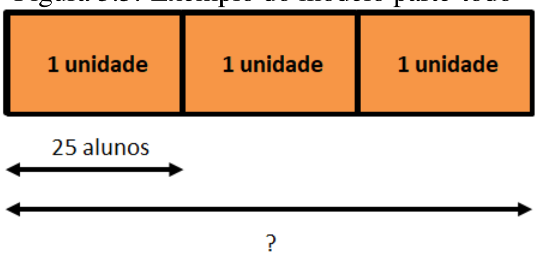
O número de balas de José é dado pela diferença 25-14.

José possui **11** balas.

c) No Ensino Fundamental de uma escola existem 3 turmas de primeiro ano. Cada turma possui 20 alunos. Quantos alunos estudam no primeiro ano?

Solução:

Figura 3.5: Exemplo do modelo parte-todo



Fonte: autor

Considere que 1 unidade equivale a 25 alunos.

Logo: 3 x 25 = 75.

Estudam no primeiro ano **75** alunos.

d) Luana comprou um pacote com 30 biscoitos. Ela deseja colocar 6 biscoitos por prato em alguns pratos, até que estejam todos estejam servidos.Quantos pratos de biscoitos existem?

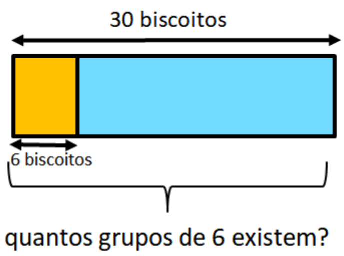
Solução:

O número de pratos é dado por $\frac{30}{6} = 5$.

O número de pratos que Luana usará é **5**.

mática - Vitória - ES / UFES - IV Simpósio Nacional da Formação do Professor de Matemática - Vitória - ES / UFES - IV Simpósio Nacional da For

Figura 3.6: Exemplo do modelo parte-todo



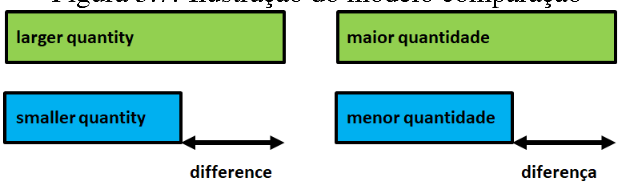
Fonte: autor

II - Modelo de Comparação (Comparison Model)

Este modelo é para problemas que envolvem a comparação entre duas ou mais quantidades, cada uma delas representada por uma barra. As barras horizontais são normalmente alinhadas verticalmente para mostrar claramente a diferença nas quantidades.

Os alunos calculam uma ou mais quantidades desconhecidas (ou diferenças entre quantidades), usando os dados que eles escreveram no modelo. (ver [5])

Figura 3.7: Ilustração do modelo comparação



Fonte: Ministério da Educação de Singapura

Exemplos:

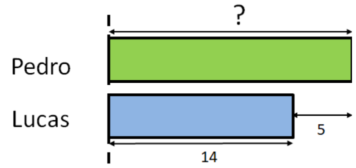
a) Lucas possui 14 canetas em seu estojo e Lucas possui 5 canetas a menos que Pedro. Quantas canetas Pedro possui?

Solução:

O total de canetas de Pedro é dado pela soma $14 + 5$.
Pedro possui **19** canetas.

mática - Vitória - ES / UFES - IV Simpósio Nacional da Formação do Professor de Matemática - Vitória - ES / UFES - IV Simpósio Nacional da For

Figura 3.8: Exemplo do modelo de comparação

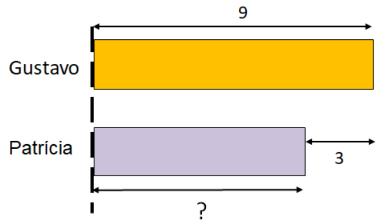


Fonte: autor

b) Gustavo tem 9 bolachas em sua lancheira. Sabe-se que Gustavo tem 3 bolachas a mais que Patrícia. Quantas bolachas Patrícia possui?

Solução:

Figura 3.9: Exemplo do modelo de comparação.



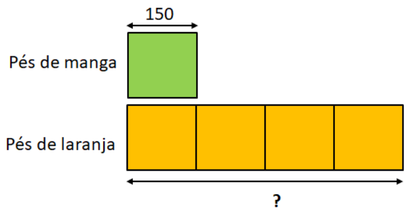
Fonte: autor

O número de bolachas é dado por 9 - 3.
Patrícia possui **6** bolachas.

c) No pomar de uma fazenda há 150 pés de manga. Sabe-se que o número de pés de laranja é quatro vezes maior do que os pés de manga. Quantos pés de laranja existem?

Solução:

Figura 3.10: Exemplo do modelo de comparação.



Fonte: autor

O número de pés de laranja é dado por 150 x 4.

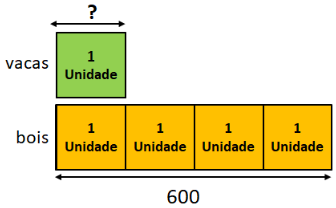
O pomar possui **600** pés de laranja.

mática - Vitória - ES / UFES - IV Simpósio Nacional da Formação do Professor de Matemática - Vitória - ES / UFES - IV Simpósio Nacional da For

d) Um fazendeiro comprou 600 bois no leilão. Sabe-se que ele comprou quatro vezes a mais bois que vacas; quantas vacas ele comprou?

Solução:

Figura 3.11: Exemplo do modelo de comparação.



Fonte: autor

Sabe-se que 4 unidades correspondem a 600 bois.

O valor de 1 unidade é dado por $\frac{600}{4} = 150$.

O fazendeiro comprou **150** vacas.

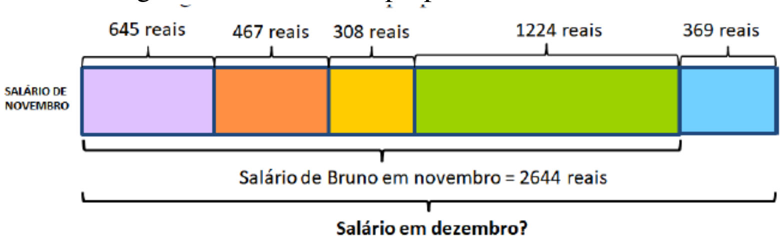
3.2 Atividades para ilustração do Método de Barras

As atividades foram organizadas para que o Método de Barras contemplasse os problemas para apresentação do método e aplicação em problemas de álgebra.

1) Bruno trabalha como porteiro de um prédio. Com seu salário de novembro, Bruno gastou 645 reais em alimentos, 308 reais em transporte, 467 reais em remédios e economizou 1224 reais. O salário de Bruno em dezembro foi aumentado de 369 reais, referentes a horas extras. Qual era o salário dele em dezembro?

Solução:

Figura 3.12: Atividade proposta no minicurso.



Fonte: autor

O salário é dado por 2644 + 369.

O salário de Bruno em dezembro é de **3013** reais.

mática - Vitória - ES / UFES - IV Simpósio Nacional da Formação do Professor de Matemática - Vitória - ES / UFES - IV Simpósio Nacional da For

2) Um cruzeiro transportou 2046 passageiros durante sua passagem pela costa brasileira. Depois da primeira parada em Santos restaram 1548 passageiros embarcados.Na segunda parada em Búzios restaram 985 passageiros no cruzeiro. Finalmente, 415 passageiros desembarcaram em Parati.

a) Quantos passageiros desembarcaram em Santos?

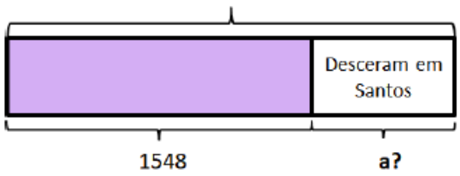
b) Quantos passageiros desembarcaram em Búzios?

c) Quantos passageiros estavam no cruzeiro depois que 415 passageiros desembarcaram em Parati?

Solução:

a)

Figura 3.13: Atividade proposta no minicurso.



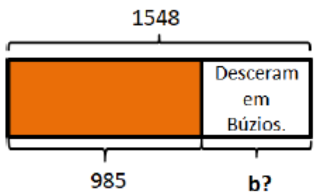
Fonte: autor

O número de passageiros é dado por 2046 - 1548 = 498.

Desceram 498 passageiros em Santos.

b)

Figura 3.14: Atividade proposta no minicurso.



Fonte: autor

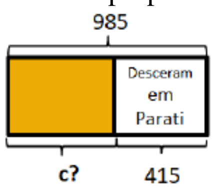
O número de passageiros é dado por 1548 - 985 = 563.

Desceram 563 passageiros em Búzios.

mática - Vitória - ES / UFES - IV Simpósio Nacional da Formação do Professor de Matemática - Vitória - ES / UFES - IV Simpósio Nacional da For

c)

Figura 3.15: Atividade proposta no minicurso.



Fonte: autor

O número de passageiros é dado por 985 - 415 = 570.

Permaneceram 570 passageiros no cruzeiro.

3) Um jardineiro vendeu 2760 tulipas e 2944 rosas para 8 floricultores. Cada floricultor comprou o mesmo número de tulipas e o mesmo número de rosas. Uma das floricultoras, Fernanda, organizou algumas tulipas e algumas rosas em cada vaso. Havia 15 tulipas em cada vaso. Cada vaso também tinha um número igual de rosas.

a) Quantos tulipas cada floricultor comprou?

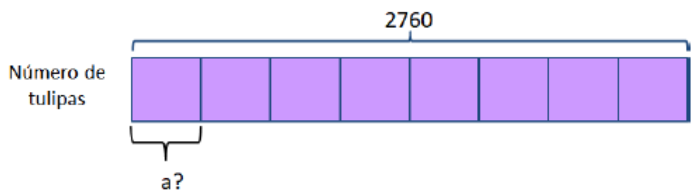
b) Quantos vasos havia?

c) Quantas rosas Fernanda colocou em cada vaso?

Solução:

a)

Figura 3.16: Atividade proposta no minicurso.



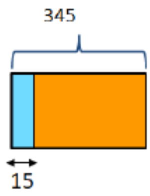
Fonte: autor

O número de tulipas é dado por $\frac{2762}{8} = 345$.

Cada floricultor comprou 345 tulipas.

b)

Figura 3.17: Atividade proposta no minicurso.



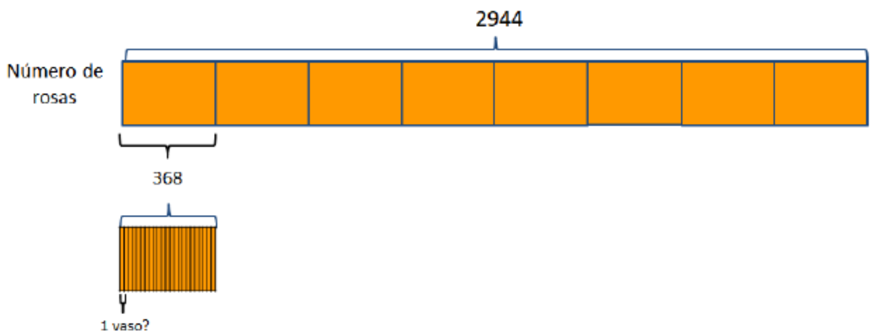
Fonte: autor

O número de vasos é dado por $\frac{345}{15}$ = 23.

Havia 23 vasos de tulipas.

c)

Figura 3.18: Atividade proposta no minicurso.



Fonte: autor

O número de rosas é dado por $\frac{368}{23}$=16.

Fernanda colocou 16 rosas em cada vaso.

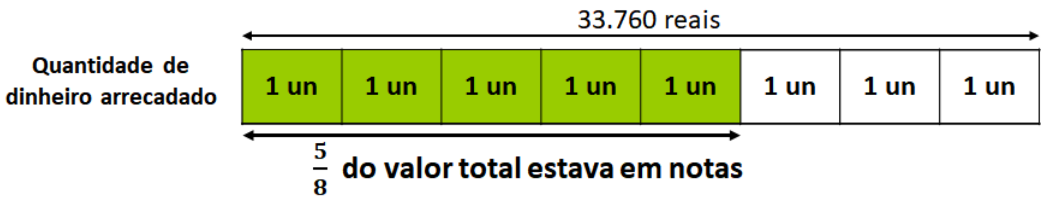
4) A bilheteria da Estação Central do metrô arrecadou 33.760 reais na segunda-feira. Cinco oitavos do total arrecadado estavam em notas. O resto estava em moedas. Quanto dinheiro coletado pela máquina havia em notas?

Solução:

mática - Vitória - ES / UFES - IV Simpósio Nacional da Formação do Professor de Matemática - Vitória - ES / UFES - IV Simpósio Nacional da For

mática - Vitória - ES / UFES - IV Simpósio Nacional da Formação do Professor de Matemática - Vitória - ES / UFES - IV Simpósio Nacional da Fo

Figura 3.19: Atividade proposta no minicurso.



Fonte: autor

Considere $\frac{1}{8}$ da quantia total de dinheiro como 1 unidade.

Temos que 8 unidades equivalem a 33760 reais.

O valor de 1 unidade é dado por $\frac{33760}{8} = 4220$ reais.

O valor de 5 unidades é dado por 4220 x 5 = 21110.

Havia 21.110 reais em notas.

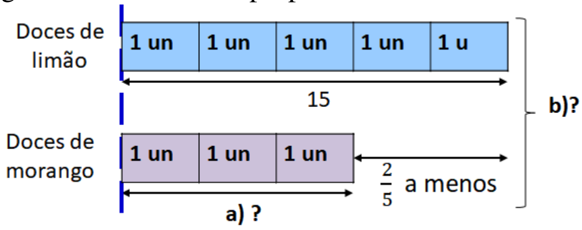
5) Juliana comprou 15 doces de limão e comprou 2/5 de doces de morango a menos do que de limão.

a) Quantos doces de morango Juliana comprou?

b) Quantos doces de limão e morango Juliana comprou no total?

Solução:

Figura 3.20: Atividade proposta no minicurso.



Fonte: autor

a) Considere que 5 unidades equivalem a 15 doces.

Temos que o valor de 1 unidade é dado por $\frac{15}{5} = 3$.

O valor de 3 unidades é dado por 3 x 3 = 9.

Juliana comprou 9 doces de morango.

b) O total de doces é dado por 15 + 9 = 24.

Juliana comprou 24 doces de limão e morango no total.

Vitória - ES / UFES - IV Simpósio Nacional da Formação do Professor de Matemática - Vitória - ES / UFES - IV Simpósio Nacional da For

6) Uma fazenda possui vacas nelores, guzerá e angus no seu rebanho. Raul contou 300 vacas nelore na fazenda e observou que há 3/10 vacas angus a menos do que vacas nelore na fazenda.Sabendo que há 1/3 de vacas guzerá a mais do que vacas angus no rebanho, responda:

a) Quantas vacas angus existem na fazenda?

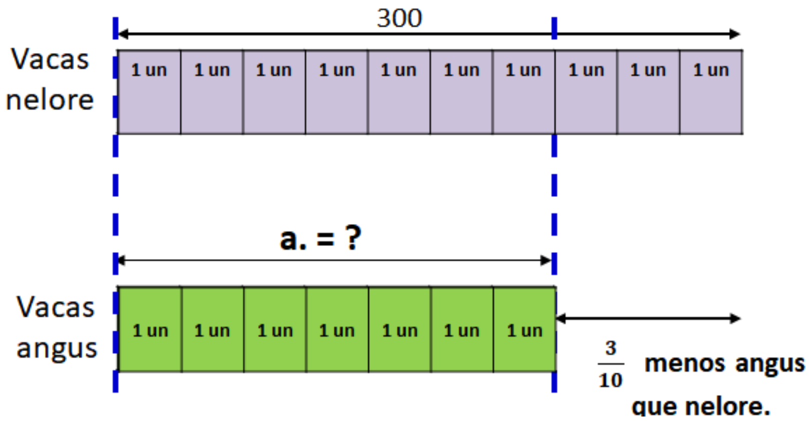
b) Quantas vacas guzerá existem na fazenda?

c) Qual é o número total de vacas nelore, guzerá e angus na fazenda?

Solução:

a)

Figura 3.21: Atividade proposta no minicurso.



Fonte: autor

Considere que 10 unidades correspondem a 300 vacas nelore.

O valor de uma unidade é dado por $\frac{300}{10} = 30$.

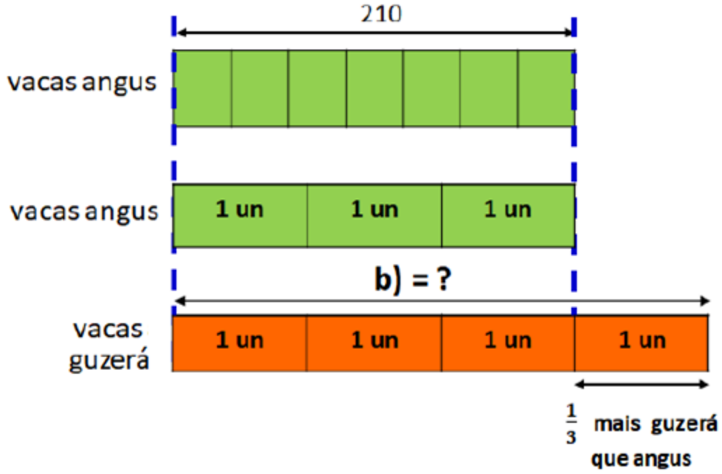
O valor de 7 unidades é dado por 7 x 30 = 210.

Existem 210 vacas angus na fazenda.

IV Simpósio Nacional da Formação do Professor de Matemática - Vitória - ES / UFES - IV Simpósio Nacional da Formação do Professor de Matemática - Vitória - ES / UFES - IV Simpósio Nacional da For

b)

Figura 3.22: Atividade proposta no minicurso.



Fonte: autor

Considere que 3 unidades correspondem a 210 vacas angus.

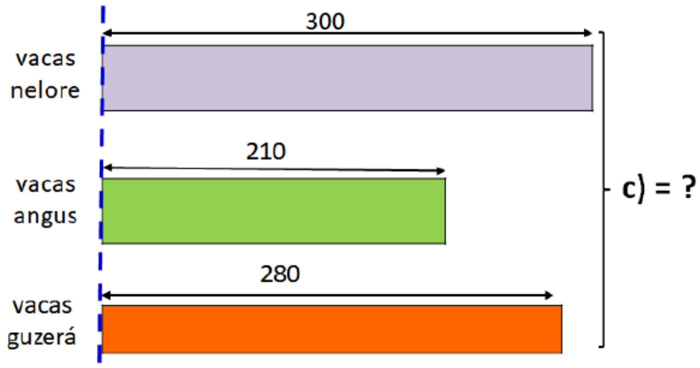
O valor de 1 unidade é dado por $\frac{210}{3} = 70$.

O valor de 4 unidades é dado por 4 x 70 = 280.

Existem 280 vacas guzerá na fazenda.

c)

Figura 3.23: Atividade proposta no minicurso.



Fonte: autor

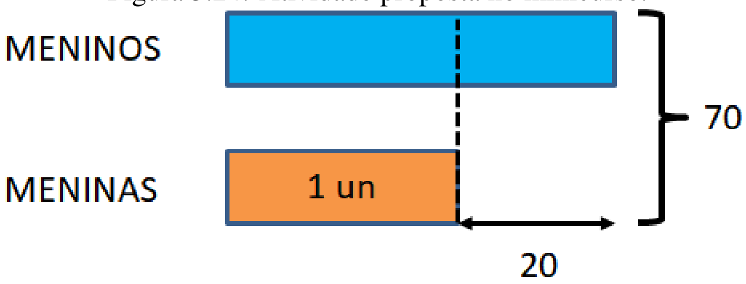
O total de vacas é dado por 300 + 210 + 280 = 790. Existem 790 vacas na fazenda entre nelore, angus e guzerá.

IV Simpósio Nacional da Formação do Professor de Matemática - Vitória - ES / UFES - IV Simpósio Nacional da Formação do Professor de Matemática - Vitória - ES / UFES

7) Há 70 crianças num grupo de dança. Se o número de meninos excede em 20 o número de meninas, quantas meninas pertencem ao grupo de dança?

Solução:

Figura 3.24: Atividade proposta no minicurso.



Fonte: autor

I) Resolução pelo Método Pictórico:

Considere o número de meninas como 1 unidade.

O valor de 2 unidades é dado por 70 - 20 = 50.

O valor de 1 unidade é dado por $\frac{50}{2}$ = 25.

O número de meninas é 25.

II) Resolução pelo Método Algébrico:

Considere o número de meninas igual a x.

Considere o número de meninos igual a x + 20.

Assim temos que x + x + 20 = 70.

Logo o valor de x é 25.

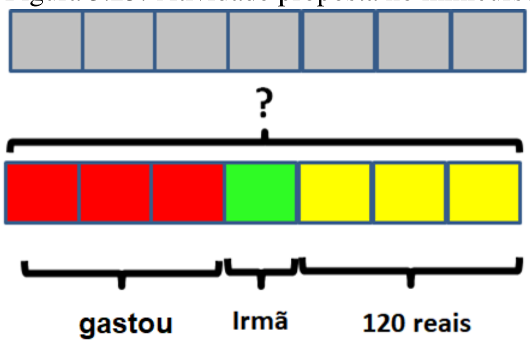
O número de meninas é 25.

Vitória - ES / UFES - IV Simpósio Nacional da Formação do Professor de Matemática - Vitória - ES / UFES - IV Simpósio Nacional da For

8) Pedro gastou 3/7 da sua mesada com alimentação, deu 1/4 do restante para sua irmã e ainda restou 120 reais. Quanto dinheiro Pedro recebeu de mesada?

Solução:

Figura 3.25: Atividade proposta no minicurso.



Fonte: autor

I) Resolução pelo Método Pictórico:

Considere que 3 unidades correspondem a 120 reais.

O valor de 1 unidade é dado por $\frac{120}{3}$ = 40.

O valor de 70 unidades é dado por 7 x 40 = 280 reais.

O valor da mesada de Pedro é 280 reais.

II) Resolução pelo Método Algébrico:

Considere o valor da mesada igual a m.

Temos a equação:

$$\frac{3m}{7} + \frac{1}{4}.\frac{4m}{7} + 120 = m$$

$$\frac{3m}{7} + \frac{m}{7} + 120 = m$$

$$\frac{3m}{7} = 120$$

$$m = 280$$

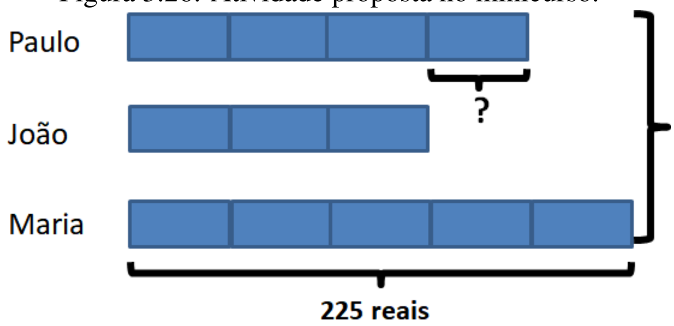
O valor da mesada de Pedro é 280 reais.

mática - Vitória - ES / UFES - IV Simpósio Nacional da Formação do Professor de Matemática - Vitória - ES / UFES - IV Simpósio Nacional da For

9) Um prêmio em dinheiro foi dividido entre Paulo, João e Maria na proporção de 4 : 3 : 5, respectivamente. Sabe-se que Maria recebeu 225 reais. Quanto Paulo recebeu a mais do que João ?

Solução:

Figura 3.26: Atividade proposta no minicurso.



Fonte: autor

I) Resolução pelo Método Pictórico:

Considere que 5 unidades correspondem a 225 reais.

O valor de 1 unidade é dado por $\frac{225}{5} = 45$.

O valor de 3 unidades é dado por 3 x 45 = 135 reais.

Paulo recebeu a mais que João a quantia de 45 reais (corresponde a 1 unidade).

II) Resolução pelo Método Algébrico:

Considere que:

P = valor que Paulo recebeu.

J = valor que João recebeu.

M = valor que Maria recebeu.

Temos a proporção:

$$\frac{P}{4} = \frac{J}{3} = \frac{M}{5} = k$$

$$\frac{P}{4} = \frac{J}{3} = \frac{225}{5} = k$$

O valor de k é 45.

Os valores recebidos por Paulo e João são determinados pelas equações:

mática - Vitória - ES / UFES - IV Simpósio Nacional da Formação do Professor de Matemática - Vitória - ES / UFES - IV Simpósio Nacional da For

$$\frac{P}{4} = 45$$

e

$$\frac{J}{3} = 45$$

Os valores recebidos por Paulo e João são 180 reais e 135 reais, respectivamente.

Paulo recebeu a mais que João a quantia de 45 reais.

A próxima atividade contempla a seguinte habilidade prevista na BNCC:

(EF07MA18) Resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações polinomiais de 1º grau, redutíveis à forma ax + b = c, fazendo uso das propriedades da igualdade.

10) Sabe-se que dois lápis e três canetas custam 18,80 reais, enquanto que seis lápis e seis canetas custam 45 reais.

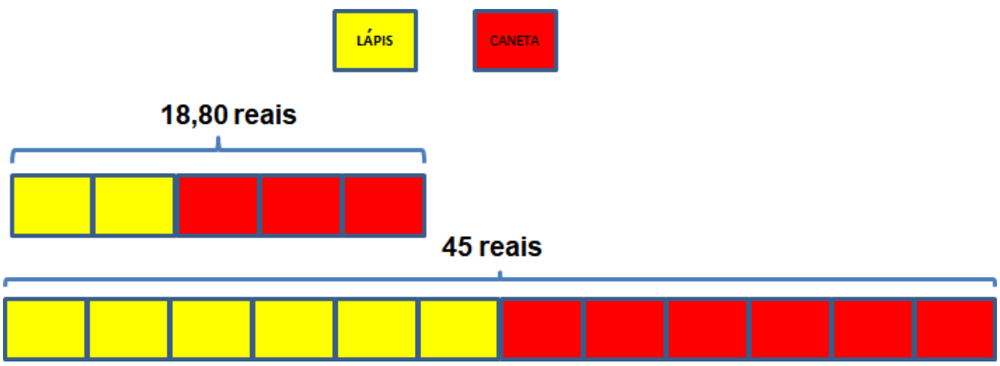
a) Quanto custa cada caneta?

b) Quanto custa a mais uma caneta do que um lápis?

Solução:

I) Resolução pelo Método Pictórico:
Ilustração do enunciado.

Figura 3.27: Atividade proposta no minicurso.

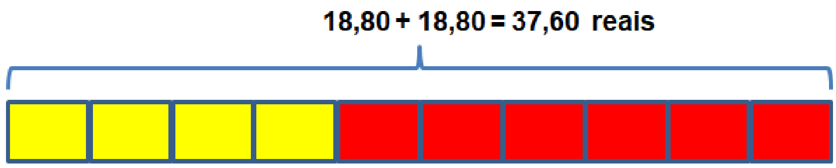


Fonte: autor

mática - Vitória - ES / UFES - IV Simpósio Nacional da Formação do Professor de Matemática - Vitória - ES / UFES - IV Simpósio Nacional da Fo

Sabe-se que 2 lápis e 3 canetas custam 18,80 reais. Logo, 4 lápis e 6 canetas custam 37,60 reais:

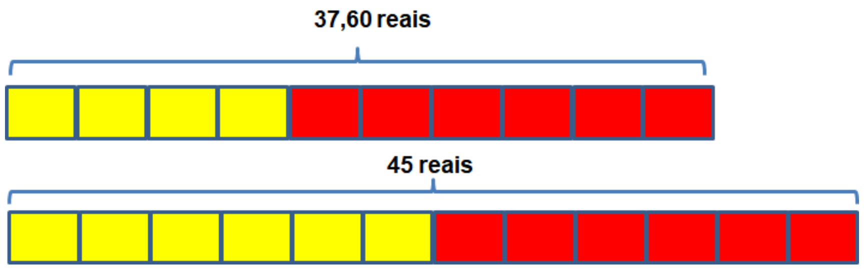
Figura 3.28: Atividade proposta no minicurso.



Fonte: autor

Então, temos que 4 lápis e 6 canetas custam 37,60 reais, e 6 lápis e 6 canetas custam 45 reais. Veja a ilustração.

Figura 3.29: Atividade proposta no minicurso.



Fonte: autor

O valor de 2 lápis é dado por 45 - 37,60 = 7,40 reais.

Do fato de que dois lápis e três canetas custam 18,80 reais, ao fazer a subtração 18,80 - 7,40 encontramos que três canetas custam 11,40 reais.

O valor de um lápis é dado por $\frac{7{,}40}{2}$ = 3,70 reais.

O valor de uma caneta é dado por $\frac{11{,}40}{3}$ = 3,80 reais.

a) O valor de 1 caneta é 3,80 reais.

b) A caneta custa 0,10 real a mais do que o lápis.

II) Resolução pelo Método Algébrico:

Chamamos de x a incógnita que determina o valor de cada lápis, e de y a incógnita que determina o valor de cada caneta.

A solução do sistema de equações do primeiro grau

$$\begin{cases} 2x + 3y = 18,8 \\ 6x + 6y = 45 \end{cases}$$

mática - Vitória - ES / UFES - IV Simpósio Nacional da Formação do Professor de Matemática - Vitória - ES / UFES - IV Simpósio Nacional da For

determina o valor de cada lápis e cada caneta.

Para resolver o sistema de equações do primeiro grau, usaremos o método da adição que consiste em multiplicar a primeira equação pelo número (-2), e, em seguida, somar com a segunda equação. Assim, obtemos:

$$\begin{cases} -4x - 6y = -37,6 \\ 6x + 6y = 45 \end{cases}$$

$$2x = 7,40$$

$$x = 3,70$$

Agora, substituindo o valor de x em uma das duas equações, por exemplo na segunda, obtemos:

$$22,20 + 6y = 45;$$

logo,

$$y = 3,80$$

a) O valor de 1 caneta é 3,80 reais.

b) A caneta custa 0,10 real a mais do que o lápis.

mática - Vitória - ES / UFES - IV Simpósio Nacional da Formação do Professor de Matemática - Vitória - ES / UFES - IV Simpósio Nacional da For

3.3 Problemas Propostos

1) Patrícia possuía 134 reais, enquanto que Roberto possuía 180 reais. Depois que os dois gastaram uma quantidade igual de dinheiro comprando objetos no *shopping*, Roberto teve três vezes mais dinheiro do que Patrícia. Quanto cada um deles gastou no *shopping*?

2) Um vendedor de informática ganha 80 reais por cada computador que vende. Ele ganha 250 reais adicionais por cada 10 computadores que vende por mês. Quantos computadores ele precisa vender para ganhar 2.340 reais em um mês?

3) A professora Mônica comprou uma mesa e 6 cadeiras por 980 reais. Sabe-se que a mesa custa 524 reais. Qual é o custo de 2 mesas e 8 cadeiras?

4) Duas xícaras, dois pratos e uma panela custam 10,20 reais no bazar de itens usados. Sabe-se que uma xícara custa o dobro do valor de um prato, e a panela custa 3 reais a mais do que o valor de uma xícara. Quanto custa a panela?

5) O valor de uma estante, quatro cadeiras e duas mesas numa loja é 825 reais. Sabe-se que a estante custa três vezes mais do que uma cadeira, enquanto que a mesa custa 120 reais a mais do que uma cadeira. Qual é o valor da estante?

6) Eduardo tinha 16 selos a mais do que Caio. Sabe-se que a metade da quantidade dos selos de Caio era igual à quarta parte da quantidade dos selos de Eduardo.

a) Quantos selos Eduardo tinha?

b) Depois que Eduardo deu alguns selos, ele teve 3/8 do mesmo número que Caio. Quantos selos Eduardo deu?

7) A proporção de pontos marcados por 3 alunos em um teste de matemática foi de $7 : 10 : 12$. Se a soma de suas pontuações for 232, qual é a pontuação mais alta?

8) João, Maria e Roberto dividiram um prêmio de 490 reais na proporção 2: 5: 7. Quanto Roberto conseguiu receber a mais do que João?

9) A razão entre a idade de Luísa e a idade de seu irmão Pedro é de $4 : 9$. Sabe-se que Luísa é 10 anos mais nova que seu irmão. Quantos anos tem Luísa?

10) Na padaria Sabor Infinito a razão do número de bolos de chocolate e o número de bolos de morango é de $8 : 5$. Sabe-se também que a razão do número de bolos de morango e o número de bolos de cenoura é de $4 : 3$. Se foram assados 210 bolos de cenoura, quantos bolos de chocolate foram assados a mais do que os bolos de cenoura?

mática - Vitória - ES / UFES - IV Simpósio Nacional da Formação do Professor de Matemática - Vitória - ES / UFES - IV Simpósio Nacional da For

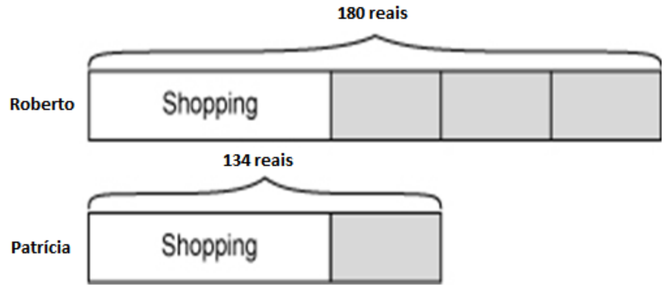
11) Osmar dispunha de 93 reais para comprar 3 CDs e 4 livros. No entanto, ele comprou apenas 2 CDs e 3 livros, e ainda tinha 27 reais. Qual foi o valor de cada CD?

12) A professora Mônica comprou 3 *jeans* e 5 camisas por 441 reais. Se cada par de *jeans* custar 2/3 do valor de cada camisa, qual foi o preço de cada par de *jeans* e de cada camisa?

3.4 Respostas dos Problemas Propostos

1) Solução:

Figura 3.30: Resolução comentada pelo Método Pictórico.



Fonte: autor

I) Resolução pelo Método Pictórico:

A diferença 180 - 134 = 46 determina o valor de duas unidades.

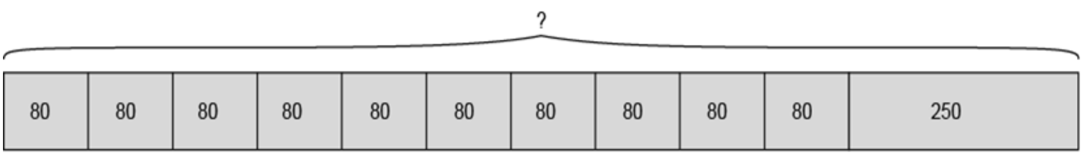
O valor de 1 unidade é dado por $\frac{43}{2}$ = 23 reais.

O valor gasto no *shopping* é dado por 134 - 23 = 111 reais.

O gasto de cada um no *shopping* foi de 111 reais.

2) Solução:

Figura 3.31: Resolução comentada pelo Método Pictórico.



Fonte: autor

I) Resolução pelo Método Pictórico:

Temos que 80 x 10 = 800 reais, acrescido de 250 reais, determina o valor ganho pela venda de 10 computadores em 1 mês.

Logo, 1050 x 2 =2100 reais determina o valor ganho na venda de 20 computadores em 1 mês.

A diferença 2340 - 2100 = 240 reais determina o valor de $\frac{240}{80}$ = 3 computadores.

mática - Vitória - ES / UFES - IV Simpósio Nacional da Formação do Professor de Matemática - Vitória - ES / UFES - IV Simpósio Nacional da For

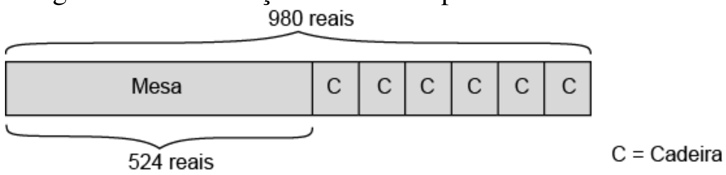
mática - Vitória - ES / UFES - IV Simpósio Nacional da Formação do Professor de Matemática - Vitória - ES / UFES - IV Simpósio Nacional da For

O número de computadores vendidos é dado por 20 + 3 = 23.

É necessário vender 23 computadores.

3) Solução:

Figura 3.32: Resolução comentada pelo Método Pictórico.



Fonte: autor

I) Resolução pelo Método Pictórico:

A diferença 980 - 524 = 456 reais determina o valor de 6 cadeiras.

O valor de 1 cadeira é dado por $\frac{456}{6}$ = 76 reais. O valor 8 cadeiras é dado por 76 x 8 = 608 reais.

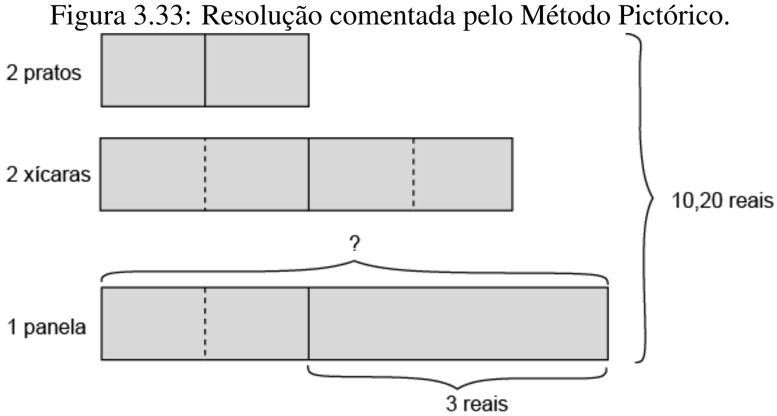
O valor de duas mesas é dado por 524 x 2 = 1048 reais.

A soma 608 + 1048 = 1656 reais determina o valor de 8 cadeiras e 2 mesas.

O custo de 2 mesas e 8 cadeiras foi de 1.656 reais.

4) Solução:

Figura 3.33: Resolução comentada pelo Método Pictórico.



Fonte: autor

I) Resolução pelo Método Pictórico:

Considere o valor do prato como 1 unidade desconhecida.

Vitória - ES / UFES - IV Simpósio Nacional da Formação do Professor de Matemática - Vitória - ES / UFES - IV Simpósio Nacional da For

A diferença 10,20 - 3 = 7,20 determina o valor de 8 unidades.

O valor de cada unidade é dado por $\frac{7{,}20}{8}$ = 0,90 reais.

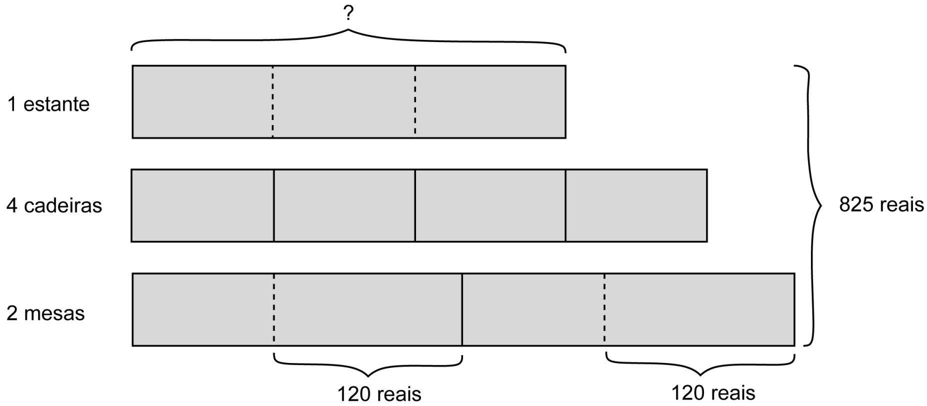
O valor de 1 xícara é dado por 0,90 x 2 = 1,80 reais.

O valor da panela é dado pela soma 1,80 + 3 = 4,80 reais.

O custo da panela é de 4,80 reais.

5) Solução:

Figura 3.34: Resolução comentada pelo Método Pictórico.



Fonte: autor

I) Resolução pelo Método Pictórico:

Considere o valor da cadeira como 1 unidade desconhecida.

120 x 2 = 240 reais é o valor de 2 mesas.

A diferença 825 - 240 = 585 determina o valor de 9 unidades.

O valor de cada unidade é dado por $\frac{585}{9}$= 65 reais.

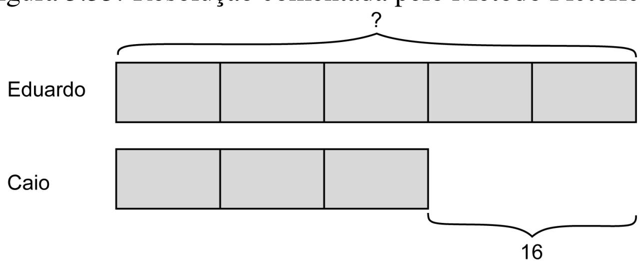
O valor de 1 estante é dado por 65 x 3 = 195 reais.

O custo da estante é de 195 reais.

mática - Vitória - ES / UFES - IV Simpósio Nacional da Formação do Professor de Matemática - Vitória - ES / UFES - IV Simpósio Nacional da For

6) Solução:

Figura 3.35: Resolução comentada pelo Método Pictórico.



Fonte: autor

I) Resolução pelo Método Pictórico:

a) Duas unidades correspondem a 16 selos.

O valor de 4 unidades é dado por 16 x 2 = 32 selos.

O número de selos de Eduardo é 32.

b) Caio tinha 16 selos.

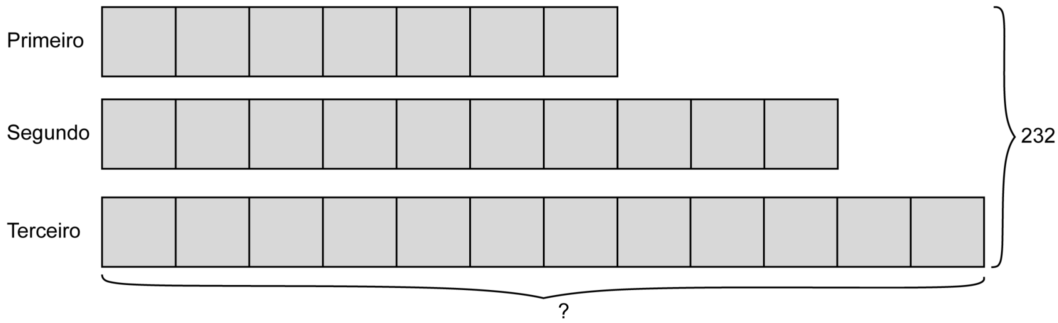
O resultado da multiplicação $\frac{3}{8}.16 = 6$ determina o números de selos de Eduardo após dar alguns dos seus selos.

Os selos dados por Eduardo é dado pela diferença 32 - 6 = 26. Eduardo deu 26 selos.

mática - Vitória - ES / UFES - IV Simpósio Nacional da Formação do Professor de Matemática - Vitória - ES / UFES - IV Simpósio Nacional da For

7) Solução:

Figura 3.36: Resolução comentada pelo Método Pictórico.



Fonte: autor

I) Resolução pelo Método Pictórico:

A soma 7 + 10 + 12 = 29 determina o número de unidades iguais.

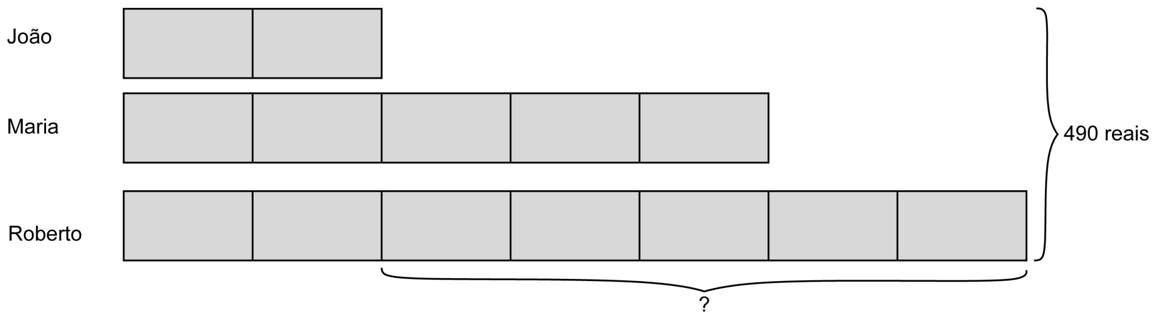
O valor de uma 1 unidade é dado por $\frac{232}{29}$ = 8 pontos.

O valor de 12 unidades é dado por 12 x 8 = 96.

A maior pontuação é 96.

8) Solução:

Figura 3.37: Resolução comentada pelo Método Pictórico.



Fonte: autor

I) Resolução pelo Método Pictórico:

A soma 2 + 5 + 7 = 14 determina o número de unidades iguais.

O valor de uma 1 unidade é dado por $\frac{490}{14}$ = 35 reais.

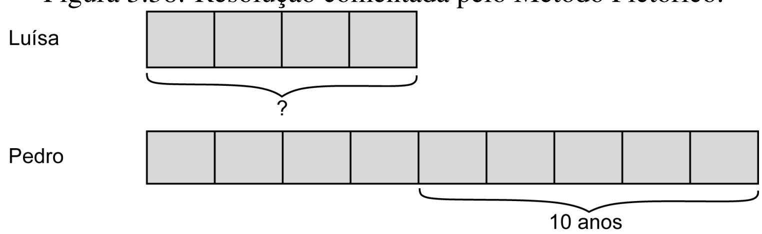
mática - Vitória - ES / UFES - IV Simpósio Nacional da Formação do Professor de Matemática - Vitória - ES / UFES - IV Simpósio Nacional da For

O valor de 5 unidades é dado por 5 x 35 = 175.

Roberto recebeu 175 reais a mais do que João.

9) Solução:

Figura 3.38: Resolução comentada pelo Método Pictórico.



Fonte: autor

I) Resolução pelo Método Pictórico:

Considere que 5 unidades correspondam a 10 anos.

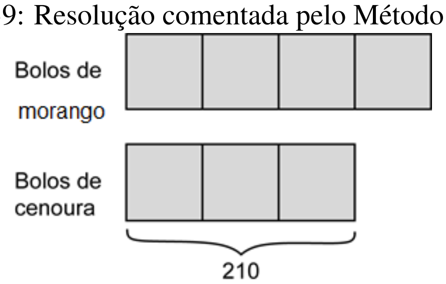
O valor de 1 unidade é dado por $\frac{10}{5}$ = 2 anos.

O valor de 4 unidades é dado por 4 x 2 = 8.

Luísa tem 8 anos agora.

10) Solução:

Figura 3.39: Resolução comentada pelo Método Pictórico.



Fonte: autor

I) Resolução pelo Método Pictórico:

Considere que 3 unidades correspondam a 210 bolos.

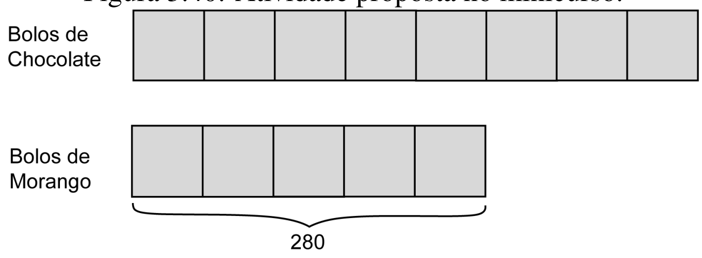
O valor de 1 unidade é dado por $\frac{210}{3}$ = 70 bolos.

O valor de 4 unidades é dado por 4 x 70 = 280 bolos de morango.

Foram assados 280 bolos de morango.

mática - Vitória - ES / UFES - IV Simpósio Nacional da Formação do Professor de Matemática - Vitória - ES / UFES - IV Simpósio Nacional da For

Figura 3.40: Atividade proposta no minicurso.



Fonte: autor

Considere que 5 unidades correspondam a 280 bolos.

O valor de 1 unidade é dado por $\frac{280}{5}$ = 56 bolos.

O valor de 8 unidades é dado por 8 x 56 = 448 bolos.

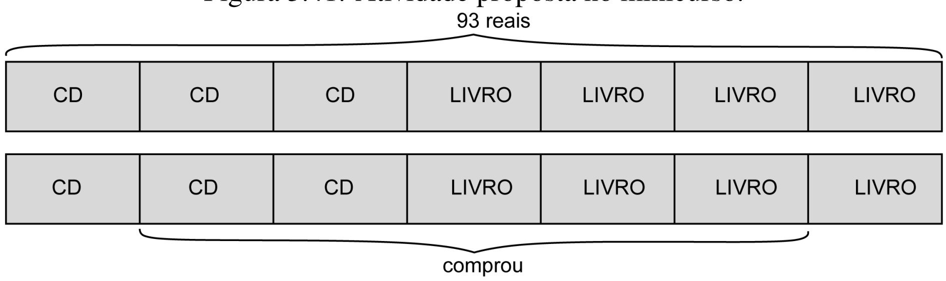
Foram assados 448 bolos de chocolate.

A diferença 448 - 210 = 238 determina o número de bolos de chocolates assados a mais do que bolos de cenoura.

Foram assados 238 bolos de chocolate a mais do que bolos de cenoura.

11) Solução:

Figura 3.41: Atividade proposta no minicurso.



Fonte: autor

I) Resolução pelo Método Pictórico:

A diferença 93 - 27 = 66 reais determina o valor de 2 CDs e 3 livros.

Nota-se que 1 CD e 1 livro valem 27 reais.

Tem-se que 2 CDs e 2 livros valem 54 reais.

A diferença 66 - 54 = 12 reais determina o valor de 1 livro.

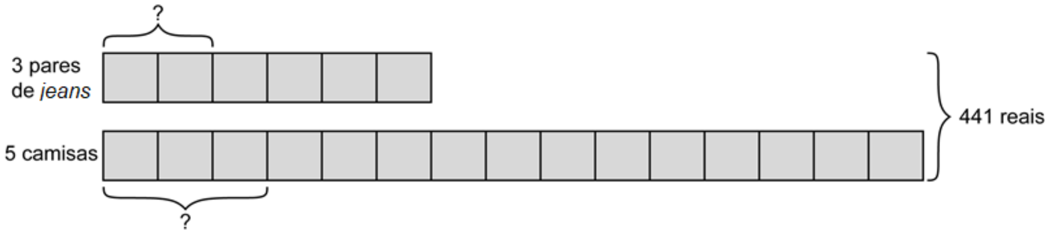
A diferença 27 - 12 = 15 reais determina o valor de 1 CD.

O valor de 1 CD é 15 reais e de 1 livro 12 reais.

IV Simpósio Nacional da Formação do Professor de Matemática - Vitória - ES / UFES - IV Simpósio Nacional da Formação do Professor de Matemática - Vitória - ES / UFES - IV Simpósio Nacional da For

12) Solução:

Figura 3.42: Atividade proposta no minicurso.



Fonte: autor

I) Resolução pelo Método Pictórico:

Considere que 6 + 15 = 21 unidades correspondam a 441 reais.

O valor de uma unidade é dado por $\frac{441}{21}$ = 21 reais.

a) O valor de um par de *jeans* corresponde a duas unidades. O preço de cada par de *jeans* é 2 x 21 = 42 reais.

b) O valor de uma camisa corresponde a 3 unidades.
O preço de cada camisa é 3 x 21 = 63 reais.

IV Simpósio Nacional da Formação do Professor de Matemática - Vitória - ES / UFES - IV Simpósio Nacional da Formação do Professor de Matemática - Vitória - ES / UFES - IV Simpósio Nacional da For

Capítulo 4

Considerações Finais

O eixo temático Álgebra proposto pela BNCC causou muita angústia e gerou bastante dúvidas entre os profesores do Ensino Fundamental, sobretudo para os professores do 1º ao 5º ano. Também, os professores do 6º ao 9º ano, criticaram a retirada de alguns conteúdos e a mudança no foco de aprendizagem de outros. Neste sentido, na elaboração dos currículos estaduais, podemos perceber um aumento nas habilidades propostas pela BNCC. Contudo, o documento que deve nortear os trabalhos das redes de ensino é a BNCC, e é de fundamental importância que os professores conheçam as orientações desse documento.

Especificamente, a Álgebra precisa ser estudada e analisada com bastante critério pelos professores do Ensino Fundamental para que as habilidades propostas sejam contempladas. É muito importante que os professores conheçam a BNCC e as propostas dos currículos regionais, para adequar as metodologias de ensino às necessidades de seus alunos.

Neste contexto, esperamos que o minicurso contribua para que os professores conheçam essas habilidades, o que está proposto nos novos livros didáticos, PNLD 2019, e usem o Método Pictórico como sugestão de uma metodologia que contribua para a resolução de problemas e o desenvolvimento de suas aulas.

mática - Vitória - ES / UFES - IV Simpósio Nacional da Formação do Professor de Matemática - Vitória - ES / UFES - IV Simpósio Nacional da For

Referências Bibliográficas

[1] BALDIN, Y.; SILVA, A. F. *Resolução de problemas na sala de aula:* uma proposta da OBMEP para capacitação de professores em estratégias de ensino da matemática. Rio de Janeiro: Impa, v.1, pp.54-55, 2017.

[2] BRASIL. Ministério da Educação. *Base Nacional Comum Curricular*. Educação é a Base. Brasília, 2018.

[3] CANAVARRO, A. P. *O pensamento algébrico na aprendizagem da Matemática nos primeiros anos*. Évora: Quadrante, 2007.

[4] HAR, Y. B. *Bar modeling*: a problem-solving tool from research to practice an effective Singapore Math Strategy. Singapore. Singapore: Marshall Cavendish Education, 2010. (Teacing to Mastery Mathematics).

[5] HONG, K.T.; MEI, Y.S.; LIM, J. *The Singapore Model Method for Learning Mathematics*. Singapore: Marshall Cavendish, 2009.

[6] MEI, L. Y.; LI, S.V. Mathematical problem solving: *the Bar Model Method*: a professional learning workbook on the key problem solving strategy used by global top performer, Singapore. Singapore: Scholastic Education International, 2014. (PRIME Professional Learning).

[7] ONUCHIC, L. R.; LEAL JUNIOR, L. C.; PIRONEL, M; (Orgs.). *Perspectivas para Resolução de Problemas*. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2017.

[8] REAME, E. *Ligamundo*: matemática 4° ano. 1^a ed. São Paulo: Saraiva, 2017.

[9] SOUZA, J. R. de. *Matemática realidade e tecnologia: 8° ano*. 1^a ed. São Paulo: FTD, 2018.

[10] YOUSSEF, A. N.; GUELLI, O. A. *Meu livro de matemática, 1° ano*. São Paulo: Editora AJS, 2017.

REALIZAÇÃO

ANPMat

Associação Nacional dos Professores de Matemática na Educação Básica

ORGANIZAÇÃO

SBM

SOCIEDADE BRASILEIRA DE MATEMÁTICA

ISBN 978-65-88013-04-5