Universidade Federal de Mato Grosso do Sul-UFMS

Anais do 2º Simpósio da Formação do Professor de Matemática da região Centro-Oeste

ANPMat
Associação Nacional dos Professores de Matemática na Educação Básica

Apoio

UFMS UNIVERSIDADE FEDERAL DE MATO GROSSO DO SUL

SBM SOCIEDADE BRASILEIRA DE MATEMÁTICA

PROFMAT

BULLETIN OF THE BRAZILIAN MATHEMATICAL SOCIETY Springer

livroaberto

SBMAC

Apresentação

O Simpósio ofereceu um programa diversificado de atividades voltadas para a formação e atualização do Professor de Matemática da Escola Básica, incluindo palestras, minicursos e comunicações. Ele propiciou, igualmente, um fórum para discussão ampla de todos os temas atuais e relevantes para a comunidade da Escola Básica, além de constituir um canal de comunicação com a comunidade universitária.

O **2º Simpósio da Formação do Professor de Matemática da Região Centro-Oeste** realizou-se, na modalidade *on-line*, de 19 a 21 de Novembro de 2021 na Universidade Federal do Mato Grosso do Sul (**UFMS),** Campo Grande – MS. O Simpósio da Formação do Professor de Matemática tem por objetivo possibilitar uma maior reflexão sobre a formação do profissional da área de Matemática, em especial do professor atuante na educação básica, debatendo propostas e possibilidades de melhorias na qualidade do ensino.

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
(Câmara Brasileira do Livro, SP, Brasil)

Simpósio da Formação do Professor de Matemática da região Centro-Oeste (2. : 2021 : Campo Grande, MS - online)
Anais do 2º Simpósio da formação do professor de matemática da região Centro-Oeste [livro eletrônico] / organização Sumaia Almeida Ramos ;coordenação Alex Ferreira Rossini. -- 1. ed. -- Campo Grande, MS : Ed. dos Autores, 2022.
PDF.

Vários autores.Bibliografia.
ISBN 978-65-00-45712-4

1. Educação básica 2. Matemática 3. Prática pedagógica 4. Professores - Formação profissional
I. Ramos, Sumaia Almeida. II. Rossini, Alex Ferreira.
III. Título.

22-111999 CDD-370.71

Índices para catálogo sistemático:

1. Professores : Formação contínua : Educação 370.71

Aline Graziele Benitez - Bibliotecária - CRB-1/3129

Comissões

Comissão organizadora

Alex Ferreira Rossini – UFMS
Ana Luiza de Freitas Kessler – CAP UFRGS
Claudemir Aniz – UFMS
Edson Rodrigues Carvalho – UFMS
Elen Viviani Pereira Spreafico – UFMS
Elisabete Sousa Freitas – UFMS
Fernando Pereira de Souza – UFMS
Gilmar Fava
Graziele Souza Mózer – Colégio Pedro II
Leandro Bezerra de Lima – UFMS
Raquel Bodart – IFTM
Renata Magarinus – IFRS – Campus Sertão
Rúbia Mara de Oliveira Santos – UFMS
Sérgio Augusto Amaral Lopes – Rede Estadual – MG
Sumaia Almeida Ramos – Rede Estadual – PE
Mateus Gianni Fonseca – IFB
Mustapha Rachidi – UFMS
Maria Botelho – Rede Estadual – MG
Marcela Luciano Vilela de Souza – UFTM
Lilian Milena Ramos Carvalho – UFMS

Comissão científica

Alex Ferreira Rossini – UFMS
Edilene Simões Costa dos Santos – UFMS
Marcela Luciano Vilela de Souza – UFTM
Sérgio Augusto Amaral Lopes – Rede Estadual e Particular – MG
Sumaia Almeida Ramos – Rede Estadual – PE
Willy Alves de Oliveira – UFMS

Sumário

2

APRESENTAÇÃO 2

COMISSÕES 4
COMISSÃO ORGANIZADORA 4

PROPOSTA SEQUENCIAL DE ENSINO: APLICAÇÕES DO TEOREMA DE MENELAUS COM AUXÍLIO DA METODOLOGIA DA SALA DE AULA INVERTIDA E À LUZ DA METODOLOGIA DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DE POLYA 6

A CRIPTOGRAFIA COMO RECURSO DIDÁTICO NO ENSINO MÉDIO 11

RELATO DE EXPERIÊNCIA - CONSTRUÇÃO DE SEQUÊNCIAS DIDÁTICAS PARA O ENSINO MÉDIO EM MATEMÁTICA E SUAS TECNOLOGIAS 18

EDUCAÇÃO FINANCEIRA VIABILIZADA PELA EXTENSÃO COM AMATEMÁTICA E OUTRAS ÁREAS DE CONHECIMENTO 23

NÚMEROS EQUILIBRADOS ARITMÉTICOS E GEOMÉTRICOS; UMA ABORDAGEM NO CAMPO DA METODOLOGÍA DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMA 28

APLICAÇÃO DAS MATRIZES NA BIOLOGIACOM O USO DO SOFTWARE MAXIMA 32

ENSINO DE MATEMÁTICA E A OLIMPÍADA BRASILEIRA DE MATEMÁTICA DAS ESCOLAS PÚBLICAS: UM BREVE PANORAMA 38

APLICAÇÃO DE INTERPOLAÇÃO POLINOMIAL PELO MÉTODO DE LAGRANGE NO REGISTRO DA MÉDIA MÓVEL DE CASOS DE COVID-19 USANDO O SOFTWARE SCILAB 42

APLICAÇÃO DAS MATRIZES NA ECONOMIACOM O USO DO SOFTWARE MAXIMA 47

A APRENDIZAGEM DE NÚMEROS COMPLEXOS NA 3ª SÉRIE DO ENSINO MÉDIO UTILIZANDO A METODOLOGIA DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DE GEORGE POLYA 52

PROPOSTAS E ANÁLISE DE SEQUÊNCIAS DIDÁTICAS PARA O ENSINO DE ÁREAS E VOLUMES DE FIGURAS

SEMELHANTES. 57

FRAÇÕES E ETNOMATEMÁTICA: UMA PROPOSTA PARA ALUNOS MATRICULADOS NA MODALIDADE DE ENSINO EJA - EDUCAÇÃO DE JOVENS E ADULTOS. 63

MODELAGEM MATEMÁTICA NA CONSTRUÇÃO DE SAIAS GODÊ 67

A PRESENTIFICAÇÃO DAS TDIC E A FORMAÇÃO CONTINUADA DE PROFESSORES 72

APRENDENDO A ENSINAR ESTATÍSTICA POR MEIO DE UM PERCURSO DE ESTUDO E PESQUISA 76

O USO DEMETODOLOGIA ATIVA NO ESTUDO DA MATEMÁTICA FINANCEIRA.....81

SEM MAIS NEM MENOS ON-LINE: "ALGORITMO E FLUXOGRAMA: A MATEMÁTICA NA RECEITA DO BOLO" 85

APLICAÇÃO DA SEQUÊNCIA DE FIBONACCI EMANÁLISE TÉCNICA DE GRÁFICOS DE AÇÕES 90

QUANTA SORTE É SORTE DEMAIS? UMA APLICAÇÃO DEPROBABILIDADE NO JOGO MINECRAFT 93

SEM MAIS NEM MENOS ON-LINE: "HORTA NO PAPEL: A GEOMETRIA DO CROQUI" 99

UMA PROPOSTA PARA O ENSINO DE FUNÇÕES EXPONENCIAIS E LOGARÍTMICAS USANDO A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS MEDIADA PELO GEOGEBRA 104

A COLEÇÃO COMPUTAÇÃO DESPLUGADA E A MATEMÁTICA DA EDUCAÇÃO BÁSICA.....108

SEM MAIS NEM MENOS ON-LINE: "FILTRO DOS SONHOS: O DESENHO GEOMÉTRICO DO AMULETO INDÍGENA" 113

SEM MAIS NEM MENOS ON-LINE: "SHISIMA: O JOGO AFRICANO E A GEOMETRIA".....118

USO DO SCRATCH PARA INVESTIGAÇÃO MATEMÁTICA E OS NÚMEROS MÁGICOS DE BALL.....123

GAMIFICAÇÃO NO ENSINO DE MATEMÁTICA: O JOGO DIGITAL NAS AULAS COMO MOTIVADOR DA APRENDIZAGEM 126

PROBLEMAS GEOMÉTRICOS ABORDADOS NA MESOPOTÂMIA E ANTIGO EGITO 131

A HISTÓRIA DA MATEMÁTICA COMO FONTE DE SENTIDOS 136

OS NÚMEROS RACIONAIS NO ENSINO FUNDAMENTAL 140

PROPOSTA SEQUENCIAL DE ENSINO: APLICAÇÕES DO TEOREMA DE MENELAUS COM AUXÍLIO DA METODOLOGIA DA SALA DE AULA INVERTIDA E À LUZ DA METODOLOGIA DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DE POLYA

CARVALHO JÚNIOR, Augusto Lacerda Lopes de, augusto.lacerda@ifpa.edu.br[1]
MADEIRA, Emily da Costa, emilycosta33@gmail.com[2]

[1]Professor E.B.T.T. de Matemática do IFPA Campus Castanhal
[2]Graduanda em Licenciatura em Matemática pela Universidade do Estado do Pará, Campus X

Resumo: *O presente trabalho é fruto de estudos realizados no projeto de Extensão "OBMEP como perspectiva na formação de estudantes de licenciatura em matemática para ensino e aprendizagem na educação básica" - UFPA, juntamente a estudos desenvolvidos no grupo de pesquisa "Matemática, Física e Informática do Instituto Federal do Pará" – IFPA Campus Paragominas. O trabalho objetiva elaborar uma proposta sistemática de ensino que enfatiza o ensino geometria plana, especificamente aplicações do Teorema de Menelaus, contando com auxílio da Metodologia da Sala de Aula Invertida à Luz da Metodologia de Resolução de Problemas de Polya. É tratado em caráter inicial da sustentação teórica sobre o uso da Metodologia de Resolução de Problemas como metodologia de ensino, acrescida de uma abordagem, também teórica, da aplicabilidade da Metodologia da Sala de Aula Invertida em problemas geométricos. Como produto sugerimos uma proposta sequencial que pode e deve ser aplicada com alunos da educação básica, especificamente aqueles cursantes do 9º ano do ensino fundamental, valendo-se dos recursos da plataforma de estudos "Portal da OBMEP". O trabalho teve motivação no campo educacional afim de promover uma alternativa metodológica que poderá auxiliar o ensino de geometria plana para docentes e discentes, no que tange à aplicabilidade do Teorema de Menelaus. A abordagem metodológica tem cunho qualitativo, sustentado por pesquisas bibliográficas.*
Palavras-chave: *Proposta sequencial de ensino, Metodologia da Sala de Aula Invertida, Metodologia de Resolução de Problemas de Polya, Aplicabilidade do Teorema de Menelaus.*

1. INTRODUÇÃO

O presente trabalho foi elaborado a partir de vivências no projeto "OBMEP como perspectiva na formação de estudantes de licenciatura em matemática para ensino e aprendizagem na educação básica" da Universidade Federal do Pará (UFPA) e no grupo de pesquisa "Matemática, Física e Informática do Instituto Federal do Pará" do Instituto Federal do Pará (IFPA) Campus de Paragominas.

Dessa forma, tendo apoio dos materiais didáticos fornecidos pelo Portal da Olimpíada Brasileira de Matemática de Escolas Públicas (OBMEP) do Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada (IMPA), busca-se elaborar uma proposta sequencial de ensino de matemática voltada ao 9º ano do ensino fundamental sobre o conteúdo de geometria plana, mais especificamente o teorema de Menelaus.

Para corroborar com as perspectivas do trabalho, pretende-se, por meio de uma pesquisa qualitativa de cunho bibliográfico, abordar a Resolução de Problemas aliada à Sala de Aula Invertida como metodologia de ensino para a elaboração da proposta sequencial almejada, pois se tratam de duas metodologias que podem contribuir significativamente para o processo de ensino e aprendizagem.

2. RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS COMO METODOLOGIA DE ENSINO

A Resolução de Problemas como metodologia de ensino de matemática escolar teve início na década de 1940 tendo como principal referencial George Polya. Em meados 1945 o autor publicou um livro intitulado "A arte de resolver problemas: um novo aspecto do método matemático", se tornando a principal referência para professores e pesquisadores que viriam posteriormente. Vale ressaltar que a primeira publicação traduzida da obra no Brasil ocorreu em 1977 (CLARAS; FRANÇA, 2015, p.2).

Polya ressaltava a importância da Resolução de Problemas, pois, entendia que "o Ensino da Matemática encaminhado desta maneira contribui para levar o aluno a pensar de forma autônoma sobre os problemas da sua prática, do seu cotidiano a partir de problemas matemáticos postos pela escola" (CLARAS; FRANÇA, 2015, p.2).

Onuchic e Allevato (2011, p, 81) corroboram que na metodologia de "Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática" por meio da Resolução de problemas, o problema se estabelece como ponto inicial para que os alunos possam fazer reflexões entre diferentes ramos do saber e da matemática, estimulando a aquisição de novos conceitos e conhecimentos, sendo assim, na Resolução de Problemas "o aluno analisa seus próprios métodos e soluções obtidas para os problemas, visando sempre à construção de conhecimento. Essa forma de trabalho do aluno é consequência de seu *pensar matemático*, levando-o a elaborar justificativas e a dar sentido ao que faz" (ONUCHIC E ALLEVATO, 2011, p, 81)

Nesse sentido, ao usar a Resolução de Problemas como metodologia de ensino, Polya (1995) sugere no livro "A arte de Resolver Problemas" que se sigam algumas etapas que podem viabilizar esse processo: Compreender o problema, Estabelecer um plano, Execução do plano, Retrospecção ou verificação. Dessa forma, Dante (1989 apud Sousa, Silva e Silva, 2008) descreve esses passos da seguinte maneira:

Compreender o problema: para que se possa iniciar a resolução de um problema é importante entender de fato o que o problema pede, sendo assim, é interessante fazer alguns questionamentos como: "Qual é a incógnita? Quais são os dados? Quais são as condições? É possível satisfazer as condições? Elas são suficientes ou não para determinar a incógnita? Construir figuras ou gráficos para esquematizar a situação proposta pode ser muito útil".

Estabelecer um plano: nesta etapa, é importante que haja uma reflexão para encontrar conexões entre os dados do problema e o que ele pede. Assim, pode-se utilizar problemas auxiliares ou semelhantes para contribuir, caso a resposta não seja encontrada em tempo hábil. Aqui, os questionamentos importantes são "Você já encontrou este problema ou um parecido? Você conhece um problema semelhante? Você conhece teoremas ou fórmulas que possam ajudar?".

Execução do plano: aqui é onde se efetiva as estratégias elaboradas nos passos anteriores para a resolução do problema proposto, verificando cada passo a ser dado. Durante a Resolução é relevante questionamento como: "Você consegue mostrar que cada um deles está correto?".

Retrospecção ou verificação: está etapa destina-se a examinar a solução obtida, onde há a análise dos resultados e dos argumentos utilizados na solução do problema. Essa revisão pode ajudar o aluno a verificar se o caminho que seguiu está realmente correto. Aqui os questionamentos importantes são: "Você pode obter a solução de algum outro modo?", "Qual a essência do problema e do método de resolução aplicado?", "Em particular, você consegue usar o resultado – ou o método – em algum outro problema?" ou "Qual a utilidade deste resultado?".

3. SALA DE AULA INVERTIDA

Diante do que foi considerado, faz-se relevante também, para o presente trabalho, abordar sobre a metodologia da Sala de Aula Invertida como alternativa para trabalhar a Resolução de Problemas. Assim, Bacich e Moran (2018, p. 26) discorrem que nos tempos atuais (século XXI), os estudantes estão utilizando cada vez mais as Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação (TDIC) e isso possibilitou o desenvolvimento de diversas metodologias ativas para contribuir com o processo de ensino e aprendizagem escolar, essas metodologias são entendidas como "praticas pedagógicas alternativas ao ensino tradicional".

Dessa forma, os autores ressaltam a Sala de Aula Invertida como uma metodologia ativa relevante para o processo de formação dos estudantes. Nesta metodologia "o conteúdo e as instruções recebidas são estudadas

remotamente (com sem o uso da internet), antes do aluno frequentar a aula, usando as TDIC, mais especificamente, ambientes virtuais de aprendizagem".

Bergmann e Sams (2019, p. 11) corroboram que no modelo de Sala de Aula Invertida tem esse nome porque justamente há a inversão dos passos que serão executados no processo de ensino e aprendizagem, sendo assim, "o que tradicionalmente é feito em sala de aula, agora é executado em casa, e o que tradicionalmente é feito como trabalho de casa, agora é realizado em sala de aula".

Nesse sentido, a sala de aula se torna o espaço destinado para o professor trabalhar os conteúdos já estudados em casa pelos alunos, onde será possível tirar dúvidas sobre os o assunto, fazer um diagnóstico do que os estudantes foram capazes de realizar e as dificuldades encontradas, propor atividades práticas como resolução de problemas, elaboração de projetos e discussão em grupo, tornando a sala de aula um lugar de aprendizagem ativa (BACICH; MORAN, 2018, p. 27-29).

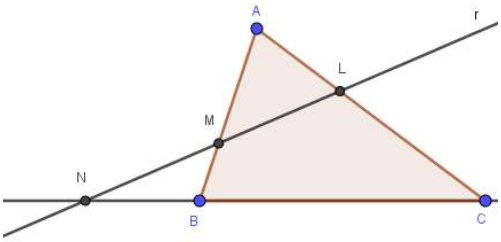
Bergmann e Sams (2019, p. 17) destacam a importância da inversão da sala de aula em suas práticas docentes, pois a inversão: "fala a língua dos estudantes de hoje" uma vez que estão cada vez mais ligados à internet e seus recursos digitais; "ajuda os estudantes ocupados", devido à sobrecarga de atividades que muitos estudantes enfrentam; "ajuda os estudantes que enfrentam dificuldade", uma vez que durante a aula o professor se propõe a sanar as dúvidas e dificuldades dos alunos; cria condições para que os alunos pausem e rebobinem a videoaula quantas vezes forem necessárias; intensifica a interação entre o aluno-professor e aluno-aluno; possibilita que o docente conheça melhor seus alunos, dentre diversas outras contribuições.

4. TEOREMA DE MENELAUS

Entendendo a possibilidade de aplicação da metodologia da sala de aula invertida no ensino de geometria à luz da metodologia de resolução de problemas, especificamente sobre a aplicação do Teorema de Menelaus para a resolução de problemas que tratam da colinearidade de três pontos dados sobre um dos lados (ou as retas suportes que os contém) de um triângulo, iremos apresentar uma proposta sequencial didática para a abordagem colaborativa desse assunto matemático. Para tanto tomaremos como sabido o seguinte teorema matemático, a saber:

Teorema de Menelaus: Se uma reta r intersecta os segmentos $\overline{AC}$, $\overline{AB}$ e $\overline{BC}$ ou as retas suportes que os contém em um triângulo ABC nos pontos L, M e N, respectivamente, então $\frac{\overline{MA}}{\overline{MB}} \cdot \frac{\overline{NB}}{\overline{NC}} \cdot \frac{\overline{LC}}{\overline{LA}} = 1$

Figura 01: Triângulo ABC e a reta de Menelaus[1]



Fonte: Autoria própria

5. PROPOSTA SEQUÊNCIAL

A Metodologia da Sala de Aula Invertida aliada à Metodologia de Resolução de Problemas, tornam-se aliadas poderosas que o docente pode valer-se, conjuntamente com seus alunos, à medida que permitem a autonomia do aluno diretamente relacionada com as teorias do assunto estudado, ademais, o contato inicial do estudante fora dos muros da escola mesmo que orientado pelo professor, faz com que o aprendiz busque conhecer e aprofundar o assunto sugerido, antes de ter a apresentação do mesmo na sala de aula, como costumeiramente ocorre na educação escolar.

Assim, o intuito dessa proposta sequencial de ensino é organizar por meio de etapas uma possibilidade a

[1] A reta transversal que contém os pontos N, M e L é denominada reta de Menelaus.

ser usada na prática docente do profissional que ensina matemática, especificamente aqueles que trabalham tópicos de geometria plana, com ênfase na autonomia discente.

***1ª Etapa*:** Uma importante plataforma que pode auxiliar o profissional que ensina matemática é o Portal da Obmep, disponível em https://portaldaobmep.impa.br/index.php, nesse ambiente virtual existem, de modo organizado e estruturado, diversos materiais escritos e audiovisuais correlatos a matemática básica, física básica e tópicos adicionais. Nos ateremos aos materiais disponíveis em https://www.youtube.com/watch?v=JcLJST_f-gc (Material 01) e https://www.youtube.com/watch?v=JcLJST_f-gc (Material 02) que abordam, respectivamente, uma ideia da demonstração do Teorema de Menelaus e uma aplicação.

Neste momento o professor sugere um Roteiro de Estudo Dirigido que o aluno responda os seguintes questionamentos sobre o Material 02 "O que o problema quer encontrar?", "Quais os dados apresentados no problema?", fazendo com o mesmo **compreenda o problema**, objetiva-se assim que o aluno se aproprie do assunto recomendado pelo professor através de suas próprias conclusões sobre o apresentado no vídeo assim como no exercício.

***2ª Etapa*:** Nesta etapa, ainda auxiliada pelo Roteiro de Estudo Dirigido, é solicitado ao aluno responder os seguintes questionamentos "Você já encontrou este problema ou um parecido?", "Você conhece um problema semelhante?", "Você conhece teoremas ou fórmulas que possam ajudar?". Esta etapa instiga o aprendiz no **estabelecimento de um plano** fundando uma provável solução. Esta etapa da proposta é muito significativa por permitir o desenvolvimento de conceitos próprios e questionamentos que poderão ser abordados pelo docente no momento de fundamentação e socialização do conhecimento.

***3ª Etapa*:** Aqui é solicitado no Roteiro de Estudo Dirigido que o aluno **execute o plano** elaborado e apresente uma solução à luz do que foi visto nos vídeos de apresentação do assunto e alicerçado nos problemas semelhantes encontrados pelo aluno na *2ª Etapa* e que o ajudou a elaborar seu plano de solução.

***4ª Etapa*:** Aqui é possível socializar as resoluções realizadas pelos alunos com ajuda das colocações do docente. O professor a fim de fundamentar o conteúdo, elabora perguntas norteadoras correlatas a problemática sugerida, tais como "Você pode obter a solução de algum outro modo?", "Você consegue usar o Teorema de Menelaus em algum outro problema? Caso afirmativo apresente um possível problema?", esta etapa permite fazer uma **retrospecção ou verificação** das soluções apresentadas pelos estudantes, permitindo que o professor conjuntamente com os estudantes compreendam o percurso trilhado, os alunos tem destacado papel nesse momento, pois os mesmo podem analisar seus pontos fortes e fracos durante a execução de seu plano de solução.

6. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Diante do que foi discorrido, nota-se que a abordagem metodológica da Sala de aula invertida juntamente com a Resolução de problemas pode ser uma alternativa relevante para contribuir com o processo de ensino e aprendizagem, uma vez que pode estimular os estudantes a serem sujeitos mais autônomos, críticos e reflexivos a respeito do conteúdo matemático estudado. Assim, ao abordar o Teorema de Menelaus como objeto de estudo, a partir dessas duas metodologias, foi possível a elaboração de uma proposta sequencial de ensino que pretende-se aplicar futuramente com alunos do 9º ano do ensino fundamental de escolas públicas.

REFERÊNCIAS

BACICH, Lilian; MORAN, José. **Metodologias ativas para uma educação inovadora**. Porto Alegre: Penso, 2018.

BERGMANN, Jonathan; SAMS, Aron. **Sala de aula invertida:** uma metodologia ativa de aprendizagem. Tradução Afonso Celso da Cunha Serra. – 1 ed. – [Reimp.] Rio de Janeiro: LCT, 2019.

CLARAS, A.; FRANÇA, L. D. S. A resolução de problemas no ensino da matemática e as contribuições das calculadoras. XII Congresso Nacional de Educação (EDUCERE), PUCPR, 2015.

ONUCHIC, Lourdes; ALLEVATO, Norma. **Pesquisa em Resolução de Problemas:** caminhos, avanços e novas perspectivas. Bolema, Rio Claro (SP), v. 25, n. 41, p. 73-98, dez. 2011

POLYA, G. **A arte de resolver problemas:** um novo aspecto do método matemático. 2.ed. Rio de Janeiro: Interciência, 1995.

SOUSA, Eliana R S; SILVA, Antônia E R; SILVA Francisco H S. **Resolução de problemas e modelagem matemática:** convergências e divergências**.** IV IPAEM, Belém – Pará, 2008.

A CRIPTOGRAFIA COMO RECURSO DIDÁTICO NO ENSINO MÉDIO

Braga, Guilherme Inácio Lemos,
guibraga12@hotmail.comSecretaria de Estado
de Educação de Minas Gerais

Resumo: *A Criptografia é a prática que garante a segurança nos processos de comunicação em todas as áreas de integração. De transações bancárias à simples mensagens de texto, a criptografia está diluída no nosso dia a dia. Com este estudo, o objetivo é, além de trazer a conhecimento algumas técnicas de criptografia conhecidas, tambémusá-las como alternativa didática para os professores nas aulas de matemática do ensino médio, uma vez que a disciplina é uma das principais responsáveis pelo fracasso escolar. Baseando- nos em autores como S.C. Coutinho,trazemos propostas para sua aplicação em forma de atividades.*

Palavras-chave: *Criptografia. Códigos.*

INTRODUÇÃO

A criptografia é a arte e ciência de fabricar códigos secretos. De maneira mais precisa, é o estudo das técnicas pelas quais uma informação pode ser modificada de forma a ficar oculta, salvo para o destinatário de direito da mensagem. A palavra criptografia deriva do grego Kryptós, “escondido”, e gráphein, “escrita”. (Figueiredo, 2010)

A história da criptografia é precedida pela esteganografia, a arte de se escrever ocultamente. Embora sejam parecidas, elas se diferem, pois a criptografia tem por função ocultar o significado de uma mensagem, enquanto a esteganografia tem por função ocultar a sua existência. Em termos práticos, uma pode ser utilizada dentro da outra.

Singh (2008) relata que umas das primeiras técnicas de envio de mensagem foi a utilizada por Demerato, um grego exilado que vivia na Pérsia, que decidiu advertir os espartanos dos planos de invasão do rei Persa, Xerxes. A mensagem foi enviada “raspando a cera de um par de tabuletas de madeira e escrevendo embaixo o que Xerxes pretendia fazer, depois a mensagem foi coberta novamente com cera. Deste modo, as tabuletas pareciam estar em branco e não causariam problemas com os guardas ao longo da estrada.”.

Nesta mesma época outras formas de se ocultar a existência de uma informação, das mais variadas formas, foram amplamente exploradas. Acontece que quando eram postas sob uma vigilância rígida, revelavam-se falhas.

As cifras usadas para camuflar uma informação eram, até a década de 70 do século passado, simétricas, isto é, a chave para codificar e decodificar uma mensagem era a mesma. Mais recentemente é que se fez uso da cifra assimétrica, para a qual existem duas chaves: uma pública, que serve para codificar a mensagem, e outra privada, que serve para decodificá-la.

Para exemplificar, vejamos: com uma chave simétrica, João criptografa e envia uma mensagem para Maria. A chave usada por ele é a mesma que Maria vai usar para descriptografá-la. Mesmo as chaves sendo iguais, o Intruso não a conhece, logo, não pode descobrir o conteúdo da mensagem.

Com uma chave assimétrica, João codifica uma mensagem utilizando a chave pública de Maria, que ela mesma disponibilizou para o uso de qualquer pessoa. Depois de criptografada a mensagem, João a envia para Maria, pela internet. Maria recebe e decodifica a mensagem utilizando sua chave privada, que é apenas de seu conhecimento. E só a chave privada da Maria

pode decodificar. Assim, o Intruso mesmo tendo a chave pública da Maria, não descriptografa a mensagem. Para responder à mensagem de João, Maria deverá fazer o mesmo, mas utilizando a chave pública do João. E será a chave privada dele que fará a decodificação da mensagem recebida por Maria.

Figura 1: Criptografia de chave única (Simétrica) e Criptografia de chave assimétrica

O histórico da criptografia mostra o uso de diferentes cifras usadas no tratamento de uma informação. As cifras de transposição e substituição ganham destaque. Na primeira, as letras do texto original se mantêm, mas em posições alternadas; e na segunda, as letras do texto original são mantidas em suas posições, mas substituídas por outras letras ou caracteres.

Com a invenção dos computadores e da internet a criptografia deixa de ser uma exclusividade dos poderes públicos e passa ser uma necessidade de empresas e pessoas que também buscam sigilo nas suas informações.

A internet é um conector de informações que ficam suscetíveis a intercepções de terceiros, causando danos aos responsáveis pela sua emissão e também ao seu receptor. Se essas informações não estiverem protegidas (cifradas), elas podem ser alteradas por um hacker e usadas de maneira fraudulenta.

Neste trabalho veremos alguns métodos criptográficos usados ao longo da história. Descreveremos as funcionalidades desses métodos e a partir disso aplicaremos seus resultados em salas de aula do Ensino Médio, trazendo a Criptografia como uma alternativa no ensino da matemática, que pode ser explorado pelos professores.

O tema de criptografia abordado no Ensino Médio "Permite interligar os conteúdos matemáticos a situações do mundo real e ajuda a desenvolver habilidades e competências na resolução de problemas, a criar estratégias de resolução, a ter autonomia durante o processo de aprendizagem, com isso, tornando-os mais autoconfiantes e concentrados na realização das atividades." (Olgin, 2011).

"Acredita-se que a inclusão de atividades que envolvam conceitos de criptografia pode ajudar a diminuir a existência de aulas mecânicas, onde o professor, através de atividades práticas, poderá mostrar a aplicabilidade dos conceitos trabalhados em sala de aula, relacionando-os a fatos importantes ocorridos na atualidade." (Kripka, 2011).

1. HISTÓRIA DA CRIPTOGRAFIA

1.1 Citale Espartano e a Cifra de César

Um dos primeiros aparelhos criptográficos de que se tem conhecimento é o Cilate Espartano, um instrumento militar do século V a.C. utilizado pelos líderes da antiga Esparta para envio de mensagens secretas, que usava uma cifra de transposição. Um bastão de madeira no qual é enrolado uma tira de couro ou pergaminho. O remetente escreve sua mensagem ao longo do seu comprimento, na tira, que em seguida é desenrolada e a mensagem deixa de fazer sentido. Essa tira é camuflada até que o mensageiro a entregue ao destinatário, que, por sua vez, consegue decifrar a mensagem usando outro cilate com mesmo diâmetro do primeiro usado pelo remetente.

Figura 2.1: Cilate Espartano

O primeiro documento que usou uma cifra de substituição para propósito militar foi feito pelo Imperador Júlio César, em 50 a.C. Esse método de criptografar foi amplamente explorado em guerras e foi objeto de estudo dos criptoanalitas da época.

Para cifrar seu texto, ele alterou as letras deslocando-as em três posições para direita: A se tornava D, B se tornava E, e assim por diante. A palavra MATEMÁTICA se escrita usando a correspondência de César seria PDWHPDWLFD. O número de deslocamentos no alfabeto cifrado gera um novo texto.

Tabela 1: Cifra de Substituição de César

A	**B**	**C**	**D**	**E**	**F**	**G**	**H**	**I**	**J**	**K**	**L**	**M**	**N**	**O**	**P**	**Q**	**R**	**S**	**T**	**U**	**V**	**W**	**X**	**Y**	**Z**
D	*E*	*F*	*G*	*H*	*I*	*J*	*K*	*L*	*M*	*N*	*O*	*P*	*Q*	*R*	*S*	*T*	*U*	*V*	*W*	*X*	*Y*	*Z*	*A*	*B*	*C*

A segurança da cifra de César era frágil, visto que as correspondências se limitam apenas a 25 transposições distintas, cada uma correspondente a uma letra do alfabeto. Cada correspondência é uma chave, sendo assim qualquer pessoa que se dedique a testar as possíveis chaves pode decifrar um texto.

A partir daí, os árabes desenvolveram uma técnica para decifrar as mensagens que usavam esse tipo de substituição, que ficou conhecida como criptoanálise. Observando a frequência das letras na mensagem

criptografada era possível supor sua substituição e decifrar a mensagem original. Esta ferramenta, a análise defrequência, é atribuída ao filósofo árabe al-Kindi.

A partir da observação de al-Kindia, a cifra de substituição monoalfabética caiu em desuso, sendo necessária outras maneiras de cifrar as mensagens.

Figura 2.2: O disco de Alberti e o Quadro de Vigenère

1.2 A Enigma

Em 1918, Arthur Scherbius patenteou uma máquina elétrica e mecânica com rotores, chamada de Enigma. Ela servia tanto para criptografar como para decriptografar, e foi amplamente usada pelas forças militares alemãs.

Durante a Segunda Guerra Mundial aconteceu uma choque entre os decifradores britânicos e fazedores de códigos alemães na qual estes últimos se fizeram vencedores. Deu-se uma sequência de momentos nos quais as cifras criadas pela Enigma eram quebradas e em seguida novamente reforçadas.

Dento da Enigma havia uma engrenagem que gerava, a partir dos rotores, milhares de combinações na composição de uma mensagem. Usando os transrotores ela gerava $26^3 = 17576$ posições. Além disso, as letras poderiam ser trocadas em um painel de plugues, e assim, ao todo, eram 1sextilhão de combinações na codificação.

Os britânicos construíram uma máquina capaz de combater a cifra alemã Lorenz SZ40, cifra resultado de vários aperfeiçoamentos da Enigma, responsável pela comunicação entre Hitler e seus generais. Pela sua estrutura e eficiência, foi considerada o primeiro computador que recebeu o nome de Colossus, e a partir dele foi desenvolvidaa criptografia na segunda metade do século XX.

Figura 2.3: A Enigma e o Computador Colossus criado para combater a Enigma

Criptografia RSA

Dentre os métodos criptográficos que utilizam uma chave pública, a criptografia RSA é uma das mais utilizadas até hoje. O método foi desenvolvido pelos pesquisadores Ron Rivest, Adi Shamir e Len Adleman, do laboratório de ciência da computação do Massachusetts Intitute of Technology - MIT, em 1977 e publicado em 1978. O RSA traz as iniciais dos nomes Rivest, Shamir e Adleman.

A criptografia RSA é pautada em funções matemáticas de Aritmética Modular e relaciona duas chaves. São chamadas de chave pública (ou de cifragem), que fica disponível a todo usuário para criptografar sua mensagem e chave privada (ou de decodificação), que é do conhecimento apenas do destinatário a fim de que ele possa descriptografar a mensagem recebida.

Segundo STALLINGS (2008) "o desenvolvimento da criptografia de chave pública é a maior e talvez a única verdadeira revolução na história da criptografia" e isso se deve ao fato da ineficiência dos algoritmos computacionais de fatoração de números inteiros muito grandes na quebra da chave de decodificação.

Assim como a proposta que será descrita a seguir ou os método citados anteriormente, todas essas formas de criptografar um texto podem ser exploradas em sala de aula na busca de aplicar um conteúdo. Para cada uma temos um foco diferente. Vamos nos deter, por hora, a demonstrar outro método de criptografar, mas deixando claro que nenhum desses, tem a eficiência e a segurança do RSA atualmente usado.

1. MÉTODOS DE CRIPTOGRAFIA NA PRÁTICA DA SALA DE AULA

Focaremos nossa demonstração na Criptografia com Matrizes, conteúdo geralmente trabalhado na segunda série do Ensino Médio, e que poderá ser facilmente aplicados nas aulas de matemática. Um conteúdo que quando se aprende há um questionamento natural: Para quê serve isso?

Bom, além das importantes aplicações e convencionais para a economia, engenharia e tecnologia, as matrizes podem ser aplicadas no estudo da Criptografia de diversas maneiras, associando a duas matrizes as funções de codificar e decodificar um texto.

É imprescindível que os conceitos de operações com matrizes e inversão de matrizes estejam claros e bem trabalhados no momento da atividade.

Objetivo: Aplicar a multiplicação de matrizes no estudo da Criptografia.

Para iniciar o processo de cifrarem de um texto usando matrizes, precisamos associar o alfabeto, como nos métodos anteriores, a uma tabela de conversão, que associa cada letra a um número. Neste caso, em particular, usaremos também um caractere vazio.

Tabela 2: Tabela de Conversão usando Matrizes

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27

Ambos, remetente e destinatário devem ter a mesma tabela para fazer a leitura dos códigos. Vamos cifrar a frase *"Siga em frente",* pondo nos espaços entre as palavras o número 27, que evitará problemas com a decifragem do texto.

Usaremos a matriz $A = \begin{bmatrix} 13 & 1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ para codificar a mensagem. Faremos a correspondência das letras com os números dispostos em uma matriz M, de duas linhas (o número de linhas é determinado pela ordem da matriz chave). Caso o texto tenha um número ímpar de caracteres, basta acrescentar caracteres vazios para completar a estrutura da matriz. Assim, **"SIGA EM FRENTE"** corresponde à sequência numérica **19 9 7 1 27 5 13 27 6 18 5 14 20 5** e então, temos a matriz que carrega o texto a ser criptografado:

$$M = \begin{bmatrix} 19 & 9 & 7 & 1 & 27 & 5 & 13 \\ 27 & 6 & 18 & 5 & 14 & 20 & 5 \end{bmatrix}$$

Para fazermos a cifragem do texto, basta multiplicarmos a matriz A pela matriz M, tal que, $N = AM$. Ou seja:

$$N = AM = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 19 & 9 & 7 & 1 & 27 & 5 & 13 \\ 27 & 6 & 18 & 5 & 14 & 20 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 84 & 33 & 39 & 8 & 95 & 35 & 44 \\ 65 & 24 & 32 & 7 & 68 & 30 & 31 \end{bmatrix}$$

A matriz N representa o texto codificado **84 33 39 8 95 35 44 65 24 32 7 68 30 31.**

O processo para decodificar esse texto depende agora de uma matriz B, inversa de A. Para este exemplo $B = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}$, é a matriz inversa de A.

Para então decodificar o texto, basta multiplicar a matriz B pela matriz N, tal que, $M = BN$. Ou seja:

$$M = BN = \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 84 & 33 & 39 & 8 & 95 & 35 & 44 \\ 65 & 24 & 32 & 7 & 68 & 30 & 31 \end{bmatrix}$$
$$= \begin{bmatrix} 19 & 9 & 7 & 1 & 27 & 5 & 13 \\ 27 & 6 & 18 & 5 & 14 & 20 & 5 \end{bmatrix}$$

Em seguida basta novamente associar os números à mesma tabela e obter o texto já decodificado **19 9 7 1 27 5 13 27 6 18 5 14 20 5** que corresponde a **"SIGA EM FRENTE".**

5. APLICAÇÕES e METODOLOGIAS

Os métodos citados aqui podem ser facilmente adaptados para alunos de Ensino Fundamental e Médio, dependendo do assunto trabalhado com a turma. Para a realização das mesmas é necessário apenas que o professor se organize com o material de orientação aos alunos e que os alunos tenham em mãos lápis, borracha e caso seja necessário e interessante, uma calculadora que facilitará os cálculos, visto que o objetivo das atividades não é operar, e sim aplicar o método.

Para a realização da proposta descrita de forma on-line os recursos são os mesmos. Basta que o professor compartilhe o material orientador e que os alunos acompanhem suas orientações.

6. CONCLUSÕES

A criptografia se fez presente e necessária a partir do momento em que o homem sente a necessidade de proteger suas informações. Pela história conseguimos acompanhar sua evolução e os principais fatores sociais responsáveis por esse progresso.

Um artifício que deixa de ser exclusividade dos poderes públicos em situação de combate e passa a ser requisito básico no dia a dia da humanidade, a criptografia foi aqui trabalhada de modo a despertar no leitor, professor atuante no ensino de matemática, a inspiração para usar em suas aulas esse assunto tão pouco discutido no ensino regular.

O processo que envolve a construção do conhecimento matemático na atual situação da educação brasileira, principalmente nas escolas públicas, encontra-se em defasagem por diversos fatores que não vem ao caso aqui citar. Nesse contexto está o professor e sua inquestionável responsabilidade em ser mediador do conhecimento que chega até os alunos.

Esse trabalho procurou, de forma prática, mostrar como o professor pode usar da Criptografia para criar estratégias em sala de aula, na busca de aplicar os conteúdos trabalhados, diversificar suas aulas e resgatar o interesse do aluno pela disciplina.

REFERÊNCIAS

[1] S. C. Coutinho. Criptografia. IMPA, 2009.

[2] L. M. Figueiredo.Introdução à criptografia. Fundação CECIERJ. Rio de Janeiro: UFF/CEP-EB, 2, 2010.

[3] D. d. Kripka, Rosana Maria Luvezute e Oliveira. O uso da criptografia no ensino de

matemática (co). In XIII CONFERÊNCIA INTERAMERICANA DE EDUCACÃO MATEMÁTICA, 2011. URL *http://www.lematec.net.br/CDS/XIIICIAEM/artigos/1817.pdf. 2019-09-21*.

[4] C. d. A. Olgin. Criptografia e os conteúdos matemáticos do ensino médio (ta). In XIII Conferência Interamericana de Educação Matemática, 2011. URL http: *//www.projetos.unijui.edu.br/matematica/cnem/cnem/principal/cc/PDF/CC9.pdf*

[5] S. Singh. O livro dos códigos: A Ciência do Sigilo - do Antigo Egito à Criptografia Quântica. Editora Record, 2008.

[6] S. Singh. O livro dos códigos. Editora Record, 2011.

[7] W. STALLINGS. Criptografia e segurança de redes, tradução vieira, Daniel, 2008.

RELATO DE EXPERIÊNCIA - CONSTRUÇÃO DE SEQUÊNCIAS DIDÁTICAS PARA O ENSINO MÉDIO EM MATEMÁTICA E SUAS TECNOLOGIAS

Vianna, Mariana Silva Costa Fernandes, mariana.vianna@estudante.ifb.br[1]

Soares, Wembesom Mendes, wembesom.mendes@ifb.edu.br[2]

[1]Licencianda em Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Brasília

[2]Docente EBTT no Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Brasília

Resumo:

O presente trabalho disserta sobre a construção de sequências didáticas para o ensino médio no Brasil, sob a inspiração das diretrizes da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e da Lei do Novo Ensino Médio (n 13.415/2017). Procura-se apresentar um relato de experiência, advindo de Pesquisa e prototipação sobre o tema, que aponte facilitadores e norteamentos sobre a construção de sequências didáticas para a aprendizagem de Matemática e suas tecnologias no ensino médio, incluindo sua elaboração e validação. A exposição se debruça sobre três atividades de pesquisa desenvolvidas na Licenciatura em Matemática do Instituto Federal de Brasília (IFB), a saber: a execução de um Projeto de Pesquisa em Educação Matemática no Campus Estrutural; o desenvolvimento de um projeto vinculado ao Programa Institucional de Bolsas de Iniciação em Desenvolvimento Tecnológico e Inovação (PIBITI) do IFB e um Trabalho de Conclusão de Curso. Todas as atividades encontram-se em andamento, o que implica no entendimento do caráter de painel provisório que deve-se associar a este trabalho.
Palavras-chave: *Sequência Didática; Ensino Médio; BNCC; Matemática e suas Tecnologias*

Introdução

As recentes novidades normativo-pedagógicas inspiradas pela Lei do Novo Ensino Médio (Lei no 13.415/2017) e pela criação da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) engendraram, em educadores atuantes na Educação Básica, uma aceleração da já existente busca por métodos e materiais indutores de uma aprendizagem mais significativa e eficiente nessa importante etapa. Esse esforço ganha ares de urgência na fase do Ensino Médio, tradicionalmente associada a grandes gargalos no desenvolvimento técnico-científico do país, que foram apontados no último relatório do Programa Nacional de Avaliação de Estudantes (PISA), publicado pelo INEP em 2018.

Dentro do Ensino Médio, sempre ganha espaço a ênfase nas dificuldades encontradas por docentes e discentes no desenvolvimento da área de Matemática. Essa ênfase não é desmedida, no sentido de que a precariedade do pensamento matemático e computacional implica em cidadãos menos capazes de compreender, abordar e alterar a realidade à sua volta, por isso a BNCC enfatiza a importância da sua implementação na educação matemática.

Sob a inspiração dos elementos supramencionados, foi elaborado e aprovado por Colegiado um Projeto de Pesquisa em Educação Matemática no *Campus* Estrutural do IFB, desde março de 2020, intitulado "Metodologias Ativas e TIC's: Concepção de sequências e materiais didáticos

apoiadores do itinerário matemático do Ensino Médio". A execução do Projeto tem acontecido no âmbito de um grupo de estudos criado e gerido pelos docentes responsáveis pelo Projeto, contando ainda com a participação de vários discentes da Licenciatura em Matemática interessados na temática e com a colaboração externa de alguns pesquisadores em Educação Matemática. O Projeto abarca: pesquisa exploratória sobre temas como Metodologias Ativas e diretrizes da educação matemática; seminários formativos sobre a BNCC e a Lei do Novo Ensino Médio; prototipação de Sequências Didáticas (SD) sob a orientação e colaboração dos elementos do grupo de estudos; validação das SD; apresentação de resultados obtidos e publicação de artigos em revistas especializadas. Na esteira desses elementos, está em andamento a construção de uma sequência didática que envolve matemática e música, abordando progressões aritméticas e escalas musicais nas linhas inspiradoras da competência EM13MAT507 da BNCC, que diz: "Identificar e associar progressões aritméticas (PA) a funções afins de domínios discretos, para análise de propriedades, dedução de algumas fórmulas e resolução de problemas".

Um desdobramento natural do Projeto supracitado foi a iniciativa de uma pesquisa no âmbito do PIBITI - IFB, elaborada e proposta pelo segundo autor do presente trabalho e executada pela primeira autora, na condição de bolsista. A pesquisa restringe seu alcance à Unidade Temática *Probabilidade e Estatística*. Na pesquisa de PIBITI, buscou-se lançar mão de recursos associados à gamificação no ensino de Matemática e de aprofundamento teórico nas Metodologias ativas em geral e seus vários assuntos correlatos. A ênfase na Unidade Temática Probabilidade e Estatística se deu porque essa é uma área presente, na BNCC, em todos os anos da educação básica, reforçando a importância de seu cuidadoso tratamento/amadurecimento no Ensino Médio, última etapa da Educação Básica.

Por fim, ainda na esteira de ramificações do Projeto inicial, deu-se início a um Trabalho de conclusão de curso (TCC) voltado para o desenvolvimento do conceito de função no Ensino Médio. A escolha desse tema nasceu da concordância com as linhas de Nascimento et al. (2013, p.4), sobre a importância de funções e sobre seu cenário problemático no Ensino Médio. No contexto deste TCC, em estágio avançado de desenvolvimento, busca-se a construção e validação de uma sequência didática à luz dos pensamentos matemático, estatístico e computacional, elementos muito bem delineados em na BNCC.

Todas as atividades citadas anteriormente não só trabalham com a organização didática, mas também a relacionam com metodologias de ensino e ensino remoto. Como a Educação no Brasil e no Mundo está inserida no contexto pandêmico há mais de um ano, o objetivo é combinar recursos que podem ser utilizados na educação a distância e no ensino remoto. Ao pesquisar sobre metodologias ativas, Gewehr et al (2016) menciona que sua implementação em sala de aula tornou os alunos mais investigativos, críticos e reflexivos, que são características gerais mencionadas como objetivos na BNCC. A organização didática intrínseca ao processo implementador de SD foi aprofundada pelas pesquisas, razão pela qual entende-se que há dicas e recursos que podem ser compartilhados com outros educadores e pesquisadores da Educação Matemática.

Desenvolvimento

Na busca de métodos para adaptação, a pesquisa apontou para pesquisadores como Freiberger e Berbel (2010), que acreditam que é necessário desenvolver autonomia e participação dos alunos em seu próprio ensino, que devem ser abordadas através de estratégias mais ativas no processo de aprendizagem. Além deles, temos Konopka (2015) que menciona que essa autonomia é a chave para um melhor desenvolvimento do processo de ensino e aprendizagem. As SD aparecem naturalmente num contexto em que a autonomia discente é conveniente. Este método de organização didática é uma sequência de atos descritos, o que permite flexibilidade e continuidade. Por não ter uma forma fixa, a SD pode ser adaptada para trabalhar em cima das necessidades de cada sala de aula (Mesquita, Leão e Souza, 2016). Além disso, esta organização também considera a burocracia

existente dentro de uma escola, como mencionado por Machado (1997):

> O interesse de uma SD reside no fato de esse instrumento permitir um trabalho global e integrador, no qual são igualmente levados em conta os conteúdos de ensino fixados pelas instruções oficiais, os objetivos específicos estabelecidos pela equipe docente e, ainda, a necessidade de variar as atividades, os tipos de exercício e os eixos das aulas (leitura, conhecimentos linguísticos, escrita ou oralidade), de acordo com um calendário pré-fixado.(MACHADO, 1997, p. 1).

De acordo com Zapata (2014), uma sequência didática deve conter elementos essenciais para a sua construção, são eles: conhecimento prévio; proposição de significado; nível de desenvolvimento; desafios; relações entre conteúdos; motivação; autoestima (estimular o aluno) e ensino ativo. Esses elementos estão relacionados às habilidades que a BNCC estabelece na competência geral da educação básica.

Ao pesquisar mais sobre metodologias ativas e questionando como seria tomado o primeiro passo para a construção de uma sequência didática, foi encontrada a resposta com as estratégias de ensino-aprendizagem. A partir delas, é possível iniciar uma conversação entre professor, estudante e conteúdo, que fornece toda a direção da sequência. Ao implementar as ações estratégicas no decorrer da sequência, a elaboração da sequência se torna mais fluida e permite rápidas avaliações do andamento do trabalho.

Neste período em que a educação está no ensino remoto, as estratégias de ensino e aprendizagem se tornam necessárias para que haja uma maior comunicação entre o professor e o aluno sobre o que está sendo ensinado e o que está sendo retido como conhecimento. Isso permite que as aulas se tornem mais leves e diversas para os estudantes, algo muito alinhado com a ideia de "Esse aluno precisa sentir prazer em aprender e descobrir, sendo assim, partícipe na construção do seu próprio conhecimento", conforme Sales (2017).

Além disso, o ensino remoto também reforça para o professor, na linhas de Manuel-Santos (2016) o uso de recursos como gráficos, imagens coloridas, vídeos, podcasts, elaboração de texto etc. Assim também, a autora menciona que as estratégias precisam ser selecionadas pensando em alguns princípios, como: dar espaço para erros, encorajar colaboração e cooperação, integrar o aluno na comunidade escolar e acreditar na capacidade dos seus alunos.

Outro facilitador do processo de construção das SD é a avaliação de protótipo, que funciona com pré-testes. No presente estudo, isso já ocorreu no âmbito do PIBITI, com espaço para que a sequência fosse aplicada e discutida, o que acarretou ajustes importantes na sua estrutura. Nesse sentido, está presente também outro recurso, o *feedback*. As discussões se desenvolveram tanto com o orientador quanto com o grupo de estudos em Educação Matemática.

Quando se fala em elaboração, é compreensível pensar em criar algo do zero, porém não há uma necessidade para isso. Existem estratégias de ensino e aprendizagem que podem ser extendidas para sequências ou outras sequências publicadas que podem ser adaptadas para as necessidades que a sua sala de aula possui. Como citado anteriormente, uma sequência é flexível, o que permite que haja adaptação em qualquer e todo ponto de uma sequência já pronta. E quando é falado em expandir uma estratégia, é devido ao fato que elas também possuem uma progressão de atos, o que facilita sua transformação.

A pesquisa exploratória tem papel fundamental na construção dessas organizações didáticas, porque o trabalho com um conteúdo ou com uma habilidade pressupõe a compreensão de modos de aplicação e de prática pedagógica.

Metodologia

A metodologia em comum entre os projetos é composta por fases. A primeira é uma pesquisa bibliográfica exploratória em artigos, livros e cursos sobre os temas da pesquisa a fim de se construir

referencial teórico para favorecer a construção da sequência didática.

Em seguida, a pesquisa focou no estudo e implementação dos temas (música e matemática, probabilidade e estatística e função) na sequência e nas habilidades que seriam trabalhadas. Para uma melhor síntese e solidificação, ocorreram discussões semanais com o orientador (que também é um elemento comum em todos os projetos), cujo objetivo era debater os conhecimentos adquiridos na primeira fase.

A próxima fase é a construção da sequência, que para melhor desenvolvimento foram realizados pré-testes. A principal referência, neste momento, é o trabalho de Dolz et al (2004) e Mesquita et al (2016). As etapas admitidas para a construção da SD são: apresentação da situação; produção inicial; módulos e produção final. A apresentação é constituída por duas dimensões. A primeira dimensão definirá os detalhes do que está sendo produzido, qual a abordagem, quem é o público-alvo e perguntas afins, e a segunda dimensão se constitui na discussão do tema e na exposição de textos do mesmo gênero a ser produzido.

O objetivo da produção inicial é se ter uma primeira tentativa de produção pelos alunos, seja de forma oral ou escrita. Funciona como um diagnóstico, a rigor. A etapa dos Módulos foca na superação dos problemas diagnosticados na produção inicial, adaptação esta que pode ser facilitadas por 3 pontos: A) Trabalhar problemas de diferentes níveis; B) Variar as atividades e exercícios e C) Capitalizar as aquisições (o uso da linguagem técnica com o tempo).

É na etapa da produção final que ocorre a avaliação. O professor tem o papel de escolher ou elaborar um tipo de avaliação para dar ao aluno a possibilidade de pôr em prática as noções e instrumentos elaborados separadamente nos módulos.

Enfim, a última fase da metodologia é a validação, a partir da aplicação da SD na modalidade remota. O método de validação será através da análise dos dados levantados.

Considerações finais

Espera-se que este trabalho possa incentivar outros docentes e discentes a investigar a temática e a elaborar SD por si mesmos. As técnicas não tradicionais de ensino, em geral, prestam-se ao auxílio da aprendizagem significativa e de uma maior autonomia ativa dos discentes nesse processo. Isso implica em formas alternativas de enfrentamento de problemáticas questões recorrentes no Ensino Médio, como um todo e, em especial, na área de Matemática.

Referências

BRASIL. Base Nacional Comum Curricular. Brasília: MEC, 2017. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNC C_20dez_site.pdf>.

BRASIL. Casa Civil. Lei nº 13.415, de 16 de fevereiro de 2017. Brasília, 2017.

DOLZ, J. ; NOVERRAZ, M.; SCHNEUWLY, B. Sequências didáticas para o oral e a escrita: apresentação de um procedimento. In: SCHNEUWLY, B; DOLZ, J. Gêneros Orais e escritos na escola. Trad. e org. ROJO, R.; CORDEIRO, G. S. São Paulo: Mercado das Letras, 2004, p. 95-128.

FREIBERGER, R. M.; BERBEL, N. A. N. A importância da pesquisa como princípio educativo na atuação pedagógica de professores de educação infantil e ensino fundamental. Cadernos de Educação, 37, p. 207-245, 2010.

GEWEHR, D.; STROHSCHOEN, A. A. G.; MARCHI, M. I.; MARTINS, S. N.; SCHUCK, R. J. Metodologias Ativas de Ensino e de Aprendizagem: Uma abordagem de iniciação à pesquisa. Revista Ensino & Pesquisa, v.14 n.01 p.225-246, 2016.

INEP. Relatório Brasil no PISA 2018. Disponivel em: <https://download.inep.gov.br/publicacoes/institucionais/avaliacoes_e_exames_da_educacao_basica/relatorio_brasil_no_pisa_2018.pdf>. Acesso em: 26 de Setembro de 2021.

KONOPLA, C. L.; ADAIME, M. B.; MOSELE, P. H. (2015). Active Teaching and

Learning Methodologies: Some Considerations. Creative Education, 6, 1536-1545. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.4236/ce.2015.614154>.

MACHADO, Anna Rachel. A sequência didática. Brasília: [S.I], 1997. Disponível em: <SEQÜÊNCIA DIDÁTICA (escrevendoofuturo.org.br)>. Acesso em: 20 de Agosto de 2021.

MANUEL-SANTOS, J. The Selection and Use of Teaching Strategies. Malolos: Slides-Share, 2016. 91 slides, color.

MESQUITA, Elisete Maria de Carvalho; LEÃO, Cleonice de Moraes Evangelista; SOUZA, Dalma Flávia Barros Guimarães de. As sequências didáticas como um procedimento de ensino para o gênero artigo de opinião. Revista Livre, Curitiba, v. 22, n. 18, p. 55-74, jul. 2016. Disponível em: https://periodicos.utfpr.edu.br/rl/article/view/2911 . Acesso em: 24 jun. 2021.

NASCIMENTO, Hugo José; MARTINS, Herbert Gomes; VICTER, Eline Flores. Aplicativos para Dispositivo Móvel: Entendendo o Conceito de Função Matemática. Duque de Caxias, 2013.

SALES, G. L. et al. Gamificação e Ensinagem Híbrida na Sala de Aula de Física: metodologias ativas aplicadas aos espaços de aprendizagem e na prática docente. Conexões - Ciência e Tecnologia, [S.L.], v. 11, n. 2, p. 45-52, 1 jul. 2017. IFCE. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.21439/conexoes.v11i2.1181>.

ZABALA, Antoni. A prática educativa: como ensinar. Tradução: Ernani F. da F. Rosa - Porto Alegre: Penso, 2014.

EDUCAÇÃO FINANCEIRA VIABILIZADA PELA EXTENSÃO COM AMATEMÁTICA E OUTRAS ÁREAS DE CONHECIMENTO

Pasquini, Regina Célia Guapo, rcgpasq@uel [1]

[1]Professora do Ensino Superior

Resumo: *A educação financeira é um tema atual e necessário a ser discutido com os estudantes de todos os níveis de ensino. O objetivo desta comunicação é apresentar um trabalho com este tema, realizado por meio de um projeto de extensão, juntamente com estudantes da Educação Básica de comunidades de baixo IDH de Londrina, Paraná. No texto, trazemos detalhes de como este projeto se constitui, um relato de uma das ações realizadas com estes estudantes, qual seja, as oficinas com jogos de educação financeira e matemática, e alguns apontamentos referentes à experiência obtida. Um deles refere-se à relevância do trabalho desenvolvido, não somente do ponto de vista do ensino de conceitos referentes ao tema, mas em relação à oportunidade de aprendizado que uma atividade de extensão pode proporcionar, que vai além daqueles conhecimentos técnicos que um estudante deve se deparar na escola, e não somente para o público-alvo, mas sobretudo, para todos os envolvidos no processo.*

Palavras-chave: *educação financeira, matemática, projeto de extensão.*

1. INTRODUÇÃO

Ao observarmos o cenário atual em que vivemos, percebemos com maior ênfase, a relevada importância de conhecimentos de educação financeira por parte da população em geral. Vivemosem uma época conturbada, com altos índices de desemprego, possivelmente ampliados devido à Pandemia provocada pelo Coronavírus (anos de 2020 e 2021). A falta de trabalho ocasionada pela necessidade de isolamento social é desencadeadora de diversos problemas que geram o dessossego das famílias, a interrupção de planos e criam dificuldades no próprio convíviofamiliar sob os mais diferentes aspectos.

A educação financeira é um assunto que deve ser desenvolvido em qualquer esfera dasociedade, pois são diversas as situações da vida que nos exigem comportamentos nos quais é necessário conhecer conceitos e ideias sobre planejar, orçar, organizar, que podem estar aliadas à matemática. Educar-se financeiramente implica em ter consciência dessa necessidade, para tomar decisões mais acertadas em nossa vida financeira atual ou futura.

Com a complexidade e o aumento dos produtos financeiros e a alta taxa de endividamento da população brasileira, o Brasil vem criando, ainda que a passos lentos, estratégias para melhorar onível de Educação Financeira da população e sobretudo o Governo Federal com objetivos e interesses econômicos próprios.

Nesta mesma direção, porém por caminhos e sentidos distintos, que não são discutidos neste texto por falta de espaço e objetivo, desenvolvemos na Universidade Estadual de Londrina (UEL) um projeto de extensão universitária, intitulado “Educação Financeira: Matemática, Economia e Cidadania”. O objetivo geral do projeto é promover ações de conscientização sobre educação financeira às comunidades das regiões de baixo IDH da região de Londrina-PR.

O projeto possui diversas ações, que são realizadas mediante a integração dos Departamentos de Matemática, Economia, Serviço Social e Educação, de três Centros de Estudos distintos envolvendo estudantes dos cursos de Licenciatura em Matemática e Bacharelado em Ciências Econômicas.

Amparados nos aspectos teóricos que sustentam nosso trabalho pretendemos comunicá-lo, mostrando formas de aproximação dos nossos estudantes do Ensino Superior, por meio da extensão universitária, de um tema tão caro, atual e necessário para a população, destacando assim, uma função social de uma IES (Instituição de Ensino Superior). E, que, além disso, potencializa a formação de nossos estudantes – os futuros professores de Matemática da Educação Básica, nossos licenciandos, ao colocarmos a educação financeira, um dos Temas Contemporâneos Transversais presentes na BNCC (Base Nacional Comum Curricular) na esteira dos assuntos que são necessários de serem abordados para o exercício de sua prática. Além disso, a ação aproximou os estudantes do curso de Ciências Econômicas da realidade escolar brasileira no contato com comunidades de baixo IDH, ao colaborarem com a elaboração de materiais destinados a esse público, e ao vivenciarem situações de ensino por meio das ações que o projetocontempla. Com isso, demonstramos como a Matemática da Educação Básica, por meio de conceitos das séries finais do Ensino Fundamental, pode contribuir para trazermos iniciativas de educação financeira para a o público-alvo do projeto.

2. EDUCAÇÃO FINANCEIRA VIABILIZADA PELA EXTENSÃO

2.1. Sobre o Projeto de Extensão: EFMATEC

EFMATEC é a sigla que utilizamos como referência ao projeto de extensão com o título, "Educação Financeira: Matemática, Economia e Cidadania', do Departamento de Matemática, naUniversidade Estadual de Londrina (UEL), Londrina, Paraná. Este projeto foi elaborado por umadocente do Departamento – a coordenadora, e sua equipe é constituída por membros de três Centros de Estudos da UEL, cujos docentes pertencem aos Departamentos de Matemática, de Economia, do Serviço Social e da Educação, respectivamente. Além disso, a UEL tem como premissa que todos os projetos de extensão devem possuir como membros, estudantes de graduação, que devem ser orientados pelos docentes desta mesma equipe. Nesta linha, o projeto conta com a participação de 5 estudantes do curso de Licenciatura em Matemática e 10 estudantes de Ciências Econômicas. E ainda, participam do projeto estudantes do Mestrado Profissional em Matemática da UEL – PROFMAT, e professores da Educação Básica de Londrina, que ensinam matemática.

A equipe do EFMATEC envolve profissionais de várias áreas do conhecimento e, semdúvida, esta composição tornou-se um diferencial para que as ações do projeto pudessem ser construídas, atendendo às especificidades do público-alvo, que é formada por estudantes da Educação Básica e moradores de comunidades de baixo IDH de Londrina.

Esta característica imprimida no público-alvo, sobre o baixo IDH foi uma exigência do Editalno qual o projeto concorreu no início, ainda em 2016, e que foi aprovado. O edital previa recursos, e por conta desta aprovação, o projeto foi contemplado com financiamento, que era destinado a bolsas para os participantes (4 estudantes, 1 recém-formado e o coordenador). Além disso, com este recurso foi possível elaborar os materiais que formam os jogos produzidos pela equipe. Entretanto, esses recursos foram por apenas um ano.

O projeto iniciou-se em 2017, e tem término previsto para março de 2022. Inicialmente prevíamos desenvolvê-lo em três anos, entretanto, devido à diversos motivos, entre eles o

período da pandemia, foi concedida uma prorrogação, e estamos no quinto ano do seu desenvolvimento.

Em busca do objetivo principal do projeto, qual seja, promover ações de conscientização sobre educação financeira às comunidades das regiões de baixo IDH da região de Londrina-PR, elaboramos diversos materiais a fim de promovermos oficinas junto aos alunos da Educação Básica. Esta era uma das principais ações do projeto. Além disso, proferimos palestras e realizamos oficinas com professores que ensinam matemática, e com futuros professores de Matemática de diferentes Instituições de Ensino Superior. Neste texto nos concentramos na primeira ação colocada, ou seja, nas oficinas com os estudantes da Educação Básica. Estas oficinas foram realizadas nas aulas de Matemática em diferentes escolas de Londrina.

2.2. EFMATEC: o trabalho desenvolvido nas oficinas e alguns resultados

Para o desenvolvimento do projeto foram traçadas várias etapas. Na primeira delas, a equipe se dedicou a estudos sobre educação financeira utilizando referenciais da Educação Matemática e documentos oficiais sobre o tema. Em 2010 o Governo Federal publicou um Decreto instituindo a ENEF (Estratégia Nacional de Educação Financeira) que trazia alguns indicativos sobre a abordagem do tema na educação. A título de informação, o governo atual revogou este Decreto, e criou o novo, o Decreto No. 10.393 de o de julho de 2020 que institui a "nova Estratégia Nacional de Educação Financeira" e o Fórum Brasileiro de Educação Financeira.

O tema educação financeira tem sido alvo de diversos pesquisadores no país, e em nossos estudos nos deparamos com diferentes concepções sobre formas de contemplar este tema efetivamente. Assim como alguns autores que se dedicam a estudos voltados a essa temática, entendemos a relevância de uma discussão crítica deste tema, e que essa discussão vá além da mera e exclusiva resolução de exercícios de matemática financeira em sala de aula. Devem ser promovidos contextos diversos a partir de situações que vivenciamos no dia a dia, e que envolvam tomada de decisões, planejamento, orçamento, comparação, e estes contexto, não necessariamente, sejam especificamente de matemática financeira (PESSOA; MUNIZ; KISTEMANN, 2018).

A educação financeira permeia outras vertentes do conhecimento que devem ser abordadosna educação. Ao se falar de sustentabilidade do planeta, por exemplo, estamos lidando com situações que possuem impacto financeiro, não somente do ponto de vista global, mas individual.Um exemplo pode ser dado ao considerarmos o consumo de água em uma residência. Evidentemente que a economia de água tem impacto nas finanças da família, bem como na preservação de um bem natural, que é de extrema importância para a humanidade. Portanto, em propostas que abordam o tema deve existir conexões como esta, que poderão contribuir para um pensar e um agir ético, crítico, convergente e consciente com a sustentabilidade do nosso planeta (PESSOA; MUNIZ; KISTEMANN, 2018). E durante as atividades do projeto este foi um dos nossos focos, criar conexões como a apresentada na realização das atividades.

Uma estratégia de ensino que foi utilizada para a realização das oficinas foi o jogo. Foram produzidos três jogos de tabuleiro para o tema educação financeira.

Os jogos são considerados estratégias que favorecem o aprendizado, despertam o interesse e a concentração dos participantes. A potencialidade do jogo como recurso didático, pode ser destacada, ao apontar a ludicidade como estímulo, e que pode conduzir o estudante a desenvolver estratégias para resolver os problemas que se apresentam ao jogar, levando-o a tomar decisões e avaliar as suas escolhas e, sobretudo, refletir sobre as consequências das

decisões tomadas(GRANDO, 2000).

Como a ludicidade está presente no jogo, um clima de descontração é criado no momento, favorecendo o bem-estar e cultivando a alegria nos participantes.

O jogo, pelo seu caráter propriamente competitivo, apresenta-se como uma atividade capaz de gerar situações-problema "provocadoras", onde o sujeito necessita coordenar diferentes pontos de vista, estabelecer várias relações, resolver conflitos e estabelecer uma ordem (GRANDO, 2000, p. 27). Estes comportamentos estão alinhados ao que esperamos criar com as atividades de educação financeira, visto que educar-se financeiramente compreende algumas destas habilidades.

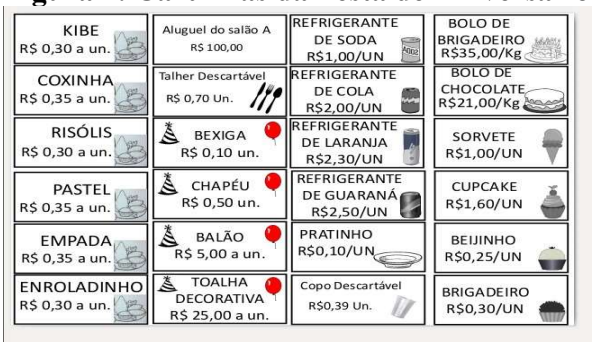
Vale salientar que o público-alvo do projeto é composto por comunidades com alta vulnerabilidade social. Ao realizarmos as oficinas do projeto nos deparamos com crianças que estavam desmotivadas e relatavam experiências que dificilmente poderiam promover o interesse por aprender. A escolha desta estratégia apostou no potencial apresentado acima.

Dedicamos nosso trabalho à construção de jogos que contemplassem três pilares da educação financeira, que foram determinados em nossos estudos: o planejamento, o orçamento e a organização; aliados à necessidade de tomada de decisão.

Os três jogos foram: o "Jogo das Escolhas", o "Jogo Fim de Mês" e o "Jogo da Mesada", além de algumas oficinas que também se sustentaram sob os pilares acima. Uma das oficinas é a "festa de aniversário" que particularmente despertou muito interesse dos alunos, e de umamaneira lúdica. Ao simular a elaboração de uma festa de aniversário, os alunos são levados a tomarem decisões, orçarem, planejarem e construírem tal festa. Para resolver o problema principal – organizar a festa – é necessário que os estudantes façam várias suposições, realizem cálculos e tomem decisões.

Para facilitar o transporte e o manuseio, os tabuleiros dos jogos foram impressos em material PVC, tal como os destinados à confecção de Banners. Acompanham cada jogo: cartinhas e instruções[2] e um formulário – o orçamento. A figura, a seguir, ilustra o material que usamos nesta oficina "Festa de aniversário":

Figura 2: Cartinhas da Festa de Aniversário



Fonte: o autor

3. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este texto vem com o objetivo de relatar uma experiência obtida por meio de um projeto de extensão desenvolvido na UEL, Londrina, Pr., que envolveu uma equipe composta por

[2] Para adquirir os arquivos dos materiais elaborados pela equipe do projeto basta entrar em contato por e-mail com a coordenação: rcgpasq@uel.br

várias áreas de conhecimento: a Matemática, a Economia, a Educação e o Serviço Social; com docentes e estudantes da graduação dos cursos de licenciatura em Matemática e bacharelado em Ciências Econômicas, de estudantes do Mestrado Profissional em Matemática – PROFMAT, e professores da Educação Básica que ensinam matemática. Sem dúvida que os resultados obtidos foram favorecidos pela composição desta equipe, o que reforça a importância do trabalho envolvendo várias áreas nas IES.

Além disso, a atividade caracteriza-se como uma ação de extensão, pois, em nossa IES, uma atividade de extensão universitária consiste em um conjunto de atividades de caráter educativo, cultural e científico, desenvolvido por docentes e discentes, que articule ensino e pesquisa e viabilize a ação transformadora da sociedade[3]. Atualmente as atividades de extensão são obrigatórias nos cursos de graduação, a partir de legislação criada pelo Governo Federal, e esta experiência demonstra como isso pode se tornar possível unindo várias pessoas com formação distinta.

Nossos estudos de preparação, bem como a experiência que foi construída ao longo do tempo, demonstraram a importância de recorrermos a estratégias diferenciadas para a realização de trabalhos desta natureza. Utilizamos jogos variados, que foram construídos pela equipe do projeto, e uma oficina com material manipulativo, onde os alunos poderiam ver, pegar, tomar decisões, modificar, interferir e concluir para que pudessem realizar a Festa de Aniversário proposta em uma das oficinas. Os alunos gostaram muito desta atividade, repetimos por várias vezes esta oficina e em cada uma delas obtínhamos resultados curiosos, apontamentos diversos que demonstravam aprendizado em relação ao tema. Uma observação importante refere-se às especificidades do público-alvo. Lidamos com crianças e jovens de comunidades de baixo IDH, com características próprias, e isso interferiu nos dados que utilizamos para a elaboração dos jogos. Essa sensibilidade foi emanada e talvez reforçada, por meio de reuniões que fizemos coma docente do Serviço Social, que foi fundamental para esta ação.

Finalmente, esta comunicação deve ser compreendida como um relato de uma experiência que vem valorizar a importância da extensão como atividades complementar na vida acadêmica dos estudantes de graduação. O contato que eles tiveram com o público-alvo, sem dúvidaalguma, agregou na formação de cada um, na construção de valores, de conhecimentos necessários para o desenvolvimento de cada um, e, não somente, para sua formação profissional, embora acreditemos que ambas caminhem juntas. A participação destes estudantes nas ações do projeto, de modo geral, evidentemente ultrapassou os muros da Universidade, mas, não somente no sentido físico, mas no sentido próprio do que seja a vida em sociedade. Acreditamos que a experiência vivida por cada um tenha contribuído significativamente para a sua vida.

REFERÊNCIAS

GRANDO, R. C. **O conhecimento matemático e o uso de jogos na sala de aula**. Tese de Doutorado. Campinas, SP. Faculdade de Educação, UNICAMP, 2000.

PESSOA, C.; MUNIZ, I.; KISTEMANN Jr, M. **Cenários Sobre Educação Financeira Escolar**:

[3]UNIVERSIDADE ESTADUAL DE LONDRINA. Pró-Reitoria de Extensão, Cultura e Sociedade. **Res. CEPE No. 070/2012**. Disponível em: <http://www.uel.br/proex/?content=legisla.html>. Acesso em: 04 outubro de 2019.

entrelaçamentos entre a pesquisa, o currículo e a sala de aula de Matemática. EM TEIA – Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana, Recife, v. 9, n. 1. 2018.

2º Simpósio da Formação do Professor de Matemática da Região Centro-Oeste
Universidade Federal de Mato Grosso do Sul (UFMS)
Campo Grande, MS
19 a 21 de novembro de 2021
Na modalidade on-line

Números Equilibrados Aritméticos e Geométricos; uma abordagem no campo da METODOLOGÍA DE Resolução de Problema

[1]Santos ,Bruno Costa, costa.santos@uft.edu.br
[2]Costa, Eudes Antonio ,eudes@uft.edu.br

[1]Academico de matematica – Arraias, Universidade Federal do Tocantins
[2] Colegiado matematica – Arraias, Universidade Federal do Tocantins

Resumo: *Neste trabalho vamos apresentar o conceito de número equilibrado, isto é, um número inteiro positivo a é equilibrado pela média Geométrica quando um de seus algarismos for a média geométrica dos outros algarismos. Em complemento ao trabalho números equilibrados pela média Aritmética, neste abordamos algumas propriedades do número equilibrado (Aritmético e Geométrico).*
Palavras-chave: *Números equilibrados, metodologia resolução de problemas*

1. INTRODUÇÃO

O presente trabalho tem por objetivo explorar um problema inspirado e generalizado do Banco de Questões da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas-OBMEP, a definição de uma classe de números, os Equilibrados. Um Número inteiro positivo a é Equilibrado pela Média Aritmética ou Geométrica se um de seus algarismos for a Média Aritmética ou Geométrica dos demais.

Temos por intuito apresentar alguns resultados, e abordar problemas relacionados a assuntos fundamentais do desenvolvimento da pesquisa sendo ele, criados no decorrer do processo como também questões que abordem e possam contribuir no entendimento do assunto principal.

A proposta está no campo da metodologia de resolução de problemas, sendo ela utilizada como meio de sistematização de conceitos referentes aos Números Equilibrados, exaltando a importância da problematização e seu diálogo direto com o estudante no intuito de capacitá-lo a compreender e interpretar novas situações a partir de um problema dado.

2. DESENVOLVIMENTO

Números Equilibrados pela Média (Aritmética ou Geométrica) é de importância para a proposta do trabalho, sendo ele usado como base para apresentar problemas possibilitando uma proposta de resolução, assim foi possível perceber que grande parte dos resultados podem ser inspirados e explorados no ensino médio.

2.1 Definição: O número n é equilibrado pela média Aritmética se um dos seus algarismos é média Aritmética dos demais, ou seja, para alguma$a_i$temos

$$A_i(n) = \frac{(a_k + a_{k-1} + \ldots + a_1 + a_0) - a_i}{k} = a_i \qquad (1)$$

2.2 Definição: O número n é equilibrado pela média Geométrico se um dos seus algarismos é média Geométrica dos demais, ou seja, para alguma$a_i$temos

$$G_i(n) = [\frac{1}{a_j}(a_k \cdot a_{k-1} \cdot \ldots \cdot a_1 \cdot a_0)]^{1/k} = a_j \qquad (2)$$

Dada esta definição 2.1 em Costa e Santos (2020) abordamos Números Equilibrados pela Média Aritmética, apresentar, alguns resultados, como também alguns exemplos para exploração e entendimento dos conceitos, assim possibilitando uma proposta de resolução de algumas questões.

Exemplo 1

(a) Veja que o número$a^{(1)} = 456$ é aritmético, pois$5 = A_1(456) = \frac{4+6-5}{2}$.

(b) Já o número $g^{(0)} = 193$ é geométrico, pois $3 = G_0(193) = (\frac{1}{3} \cdot 1 \cdot 9 \cdot 3)^{\frac{1}{2}} = \sqrt[2]{1 \cdot 9} = 3$.

(c) Enquanto que os números $n = 2222$, $n = 555 \ldots 555555$ ou $n = 0 \ldots 00$ são aritmético e geométrico.

2.4 Alguns Resultados

- Todo número *a* diferente de *0* que possui seus *k + 1* algarismos iguais a *x*, em que *x*, é diferente *0*, é um número equilibrado.
- Dado um Número Equilibrado todas as suas permutações também serão Equilibrados.
- Todo número com seus algarismos iguais será equilibrado Aritmético e Geométrico de forma simultânea.

2.5 Exemplos

Exemplo 2: Todo número formado pela repetição de algarismos é equilibrado. Assim *a= 22···2* é equilibrado.

Exemplo 3:

(a) Dado *a = 456*, sendo equilibrado Aritmético logo suas permutações, *456,465,546,564,645* e *654* são equilibrados

(b) Vimos que o número 193 e equilibrado geométrico, então 193, 913 139 931 319 e 391 também são equilibrados

Exemplo 4: Observe os números n = *22···2 ou m= 77···7, s*ão aritméticos e geométricos de forma simultânea, tal fato e garantido pela proposição acima

5.4 Questões Motivadoras

O problema que gerou as discussões foi uma questão proposta pelo Banco de Questões (OBMEP) Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (2008).

Problema 1: Quantos Números Equilibrados Aritméticos existem com 3 algarismos?

No trabalho de Números Equilibrados Aritmético obtemos a relação por meio da contagem. Na resolução apresentada é possível concluir que existem 121 Números Equilibrados com 3 algarismos.

Problema 2:

a) Encontre os três menores Números Equilibrados Aritméticos com 4 algarismos.

b) Quantos são os Números Equilibrados, com 4 algarismos, menores que 2014?

Um dos nossos objetivos principais, proporcionar indagações do qual será possível instigar os estudantes a buscarem novos resultados, ou ate mesmo estabelecer um interesse por problemas e definições propostas pela (OBMEP).

3. REVISÃO TEÓRICA

Este trabalho propõe uma pesquisa no campo da metodologia de resolução de problemas, se trata de uma apresentação que tem por intuito explorar problemas dadas em Olimpíadas de Matemática como também produzir novos questionamentos, assim proporcionando um debate referente ao desenvolvimento dessas novas perguntas.

Será apresentado algumas definições e classificações que são de importância para o entendimento referente às questões que cercam a definição de número equilibrado, desse modo tem-se como referência fundamental o trabalho permutando algarismos dos números de Carvalho e Costa (2015) como também Morgado é Carvalho (2013) Matemática Discreta (PROFMAT), lembrando que estamos tratando de conteúdos estudados no ensino fundamental e médio.

Em Carvalho e Costa (2015), Permutando Algarismos dos Números, foi possível construir ideias que posteriormente tornaram um artigo possível, este trabalho consiste em algumas propriedades relacionadas à permutação de algarismos, sendo no mesmo a abordagem aos Números Equilibrados Aritméticos de forma sutil, nele está presente é solução da questão base de todo trabalho, assim possibilitando a discussão que posteriormente possibilitou a descoberta de novos resultados

A utilização do livro Morgado Carvalho (2013) Matemática Discreta (PROFMAT) se limitando capítulos, 6º e o 8º cada um deles tratando do conteúdo análise combinatória e desigualdade de médias respectivamente, foi utilizado com o intuito de fornecer ferramentas para realizar as contagens, visto que o estudo da desigualdade das médias aritmética e geométrica, pode estabelecer resultados que satisfazem ambas as pesquisas.

O trabalho tem uma proposta de metodologia de resolução de problemas logo temos como referência Polya (1995), que estabelece as principais etapas para os discentes para a resolução de um problema são as seguintes. Compreender o problema, se apropriando apenas daquilo que julga essencial para a solução. Estabelecer um plano, tendo em vista todo o percurso para chegar aos resultados esperados. Executar o plano, consiste em colocar em prática o planejado. Fazer uma retrospectiva dentro das etapas anteriores procurar inconsistência assim possivelmente encontrando erros, a proposta de como abordar o problema respeitando essas etapas, fornece para o leitor uma perspectiva mais ampla do assunto abordado.

Tendo em vista que a metodologia de resolução de problemas, não é algo pronto, pois deve considerar todo o contexto. Partindo por esta ótica, tomamos como exemplo o artigo dos professores, Costa e Santos (2020) Números Repunidades: algumas propriedades e resolução de sendo um trabalho com uma proposta de apresentar problemas prontos como também questões elaboradas referentes aos resultados encontrados.

Nesta perspectiva, o processo visa a construção e reconstrução do conhecimento, trabalhando a interdisciplinaridade dentro do campo matemático, estudando assuntos como fatoração, permutação, Médias Aritmética e Geométrica. Por fim vale ressaltar que todo processo de desenvolvimento para esta apresentação deve-se esta situada em constantes discussões que tendências a resolução de problemas como também a criação de questões problemas por partes de futuros leitores.

4. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Motivados por problemas a presentados nos Banco de Questões da OBMEP, foi feito um estudo acerca dos números (Aritméticos e Geométricos). Ao longo desta pesquisa, procuramos a profundar os estudos a cerca da definição responsabilizada da classe de números equilibrados, foi possivel analizar suas propriedades e características.

Algo fundametal desta apresentação que a mesma não seja cansativa, mas sim atraente e dinámica com uma proposta desafiadora, que os leitores dispertem o interesse de dar continuidade aos estudos referentes aos números equilibrados, assim podendo estender discuções futuras referente esta classe de números desta forma recomendo a leitura de uma das referencias principais Costa e Santos (2020) Números Equilibrados pela Média Aritmética.

Portanto, esperamos que a produção atinja os objetivos estabelecidos, que o trabalho seja acessivel e de facil entendimento para estudante da rede de ensino básico de preferencia do ensino médio

5. REFERÊNCIAS

CARVALHO, Fernando S.; COSTA, Eudes A. **Permutando algarismos dos números**. SBM214 Eureka!, v. 39, p. 27-36, 20

CARVALHO, Paulo C. P.; MORGADO, A.C O. **Matemática discreta**. Coleção PROFMAT. Rio 216 de Janeiro: SBM, 2015.

COSTA, Eudes A. ; SANTOS, Bruno C. **Número Equilibrado pela Média Aritmética**. Revista 218 da Olimpíada, UFG-IME, n. 15, p. 23-30, 2020

COSTA, Eudes A.; SANTOS, Douglas C. **Números Repunidades: algumas propriedades e resolução de problemas.** Revista Professor de Matemática, SBM,v. 8, n. 4, p. 495-503, 2020.

LIMA, Elon L. e outros. **Meu professor de Matemática**. Rio de Janeiro: SBM, 1991.

POLYA, G. George, **1887-A arte de resolver problemas: um novo aspecto de método matemático**/G,Polya; tradução e adaptação Heitor Lisboa de Araújo,-2, reimpr - Rio de Janeiro: Interciência,1995

SILVA, Valdir V. **Números: Construção e Propriedades**. Editora UFG. Goiânia. 2003.

APLICAÇÃO DAS MATRIZES NA BIOLOGIACOM O USO DO SOFTWARE MAXIMA

Costa, Adeilton Fernandes da[1]
Simão, Flávio Batista[2]
Gleice, Assis Sá[3]

[1]Docente do PROFMAT da Fundação Universidade Federal de Rondônia – UNIR, adeilton@unir.br[1]
[2]Docente do PROFMAT da Fundação Universidade Federal de Rondônia – UNIR, simao@unir.br
[2]Egressa do PROFMAT da Fundação Universidade Federal de Rondônia – UNIR, beiks@hotmail.com

Resumo: *Tendo em vista que as novas tendências de ensino destacam a importância da utilização de recursos tecnológicos, buscando tornar as aulas de matemática mais atrativas e desenvolvendo a autonomia dos discentes. O objetivo deste trabalho é propor a utilização do Software Maxima no ensino de matrizes para turmas da 2° série do Ensino Médio. Será apresentada uma aplicação de matrizes na Biologia, envolvendo o cálculo do gasto calórico em cada atividade física, em um grupo de oito pessoas por meio do MET (Equivalente Metabólico da Tarefa). É um trabalho interdisciplinar o qual mostra para o aluno a aplicabilidade do conhecimento matemático visto em sala de aula, tornando o processo ensino aprendizagem mais significativo.*

Palavras-Chave*: Matrizes, Software Maxima, Biologia, Interdisciplinaridade*

1. INTRODUÇÃO

A matemática é uma das ciências mais antigas e sempre presente no nosso dia a dia, desde a pré-escola. Apesar de sabermos da sua importância, não procuramos mostrar sua aplicabilidade de forma que o educando seja capaz de visualizar seu papel dentro do processo ensino e aprendizagem.

O conteúdo de matrizes ensinado no 2° ano, do ensino médio, fica muito focado apenas nas operações básicas, atividades repetitivas e descontextualizadas, no entanto, para uma melhor aprendizagem faz-se necessario que o professor relacione com as diversas áreas do conhecimento,

Aplicações de matrizes aparecem em muitos tipos de problemas, nas diferentes áreas do conhecimento, como na manipulação e na apresentação de imagens na computação gráfica, no trabalho com bens, serviços, consumos, custos e demanda na economia, no planejamento de estradas, na geografia, na geometria, na criptografia, na programação linear, na taxonomia, na ecologia, na fisiologia, na biologia, dentre outras (FAINGUELERNT; GOTTLIEB, 2004).

Este artigo apresenta uma atividade contextualizada envolvendo a teoria das matrizes, de forma interdisciplinar com a Biologia, usando alguns conceitos de matrizes e resolvida utilizando o software Maxima.

O uso da tecnologia está cada vez mais inserido no âmbito escolar, sendo assim, o computador pode ser um facilitador da aprendizagem, pois é uma ferramenta de ensino que permite a autonomia do educando, de forma a despertar a curiosidade e senso crítico mediante situações-problemas.

2. O ENSINO DA MATEMÁTICA

A Matemática não deve ser vista como uma ciência pronta, pois ela continua sofrendo transformações com o objetivo de facilitar a compreensão dos alunos. O que dificulta a relação de alunos com a matéria é a visão distorcida de uma matemática fora da realidade, abstrata e fechada. É necessário fazer com que os alunos percebam a ligação dela com as outras áreas do conhecimento e a sua grande importância na vida do homem (SILVA; MACHADO, 2004).

Grandes são as oportunidades no dia a dia da escola para mostrar ao aluno o quanto a Matemática é importante na vida de todos, transportando para os problemas matemáticos a realidade de cada um, resolvendo com linguagem simples e de fácil interpretação.

2.1. Os softwares no ensino da matemática

O computador é uma ferramenta importante, auxilia no processo ensino aprendizagem e é muito utilizado no cotidiano dos alunos, nas escolas. No ensino da matemática é usado mediante Softwares educativos que auxiliam professores e alunos no desenvolvimento de atividades práticas.

Para Lima (2009), a utilização do computador e os Softwares matemáticos faz com que os alunos busquem alternativas para resolução de problemas matemáticos, através da investigação e construções de conceitos.

A utilização de softwares matemáticos requer o conhecimento e domínio do professor, e mediante um planejamento ensinar os alunos como utilizá-los, na busca de bons resultados. Existem vários Softwares matemáticos, mas neste trabalho será utilizado o Software Maxima no ensino de Matrizes para alunos da 2ª série, do ensino médio, essa escolha foi por ser um software livre e de fácil acesso.

Maxima é um sistema de computação algébrica que integram recursos numéricos, gráficos e simbólicos. Pode ser visto como uma poderosa calculadora científica, capaz de efetuar cálculos e produzir gráficos com grande precisão e versatilidade. Mas a sua maior utilidade é com relação à possibilidade de operar com expressões simbólicas (GIRALDO, 2012).

A utilização deste Software não exige muita habilidade, pois as entradas podem ser realizadas a partir dos menus, ou podem ser digitadas pelo usuário na tela de comandos (VAZ, 2016).

3. APLICAÇÃO NA BIOLOGIA

Atualmente o cuidado com o corpo é um dos itens mais buscados por todos, entre eles temos: atividades físicas adequadas, dietas, procedimentos estéticos etc. Podemos utilizar as matrizes para calcular a quantidade de alimentos a ser ingeridos para alcançar o peso ideal e manter uma boa saúde.

Uma das formas para quem deseja emagrecer é queimar calorias, associando uma alimentação saudável e um esporte, o resultado é certo. E sabemos que, toda atividade diária ou prática de esportes provoca a queima de caloria. Algumas atividades gastam mais combustíveis (calorias) do que outras, e a explicação para isso estão no Equivalente Metabólico da Tarefa – MET, valor utilizado para estimar o gasto energético obtido em uma atividade física. (VIEBIG; NACIF, 2006).

Em 1993 foi publicado o primeiro compilado de METs que foi desenvolvido pelo médico Dr. William Haskell, que no início continha 476 códigos de atividades e seus respectivos valores de MET, ao longo dos anos o trabalho foi reformulado e inserido novo METs e novas atividades para facilitar a padronização do gasto energético obtido a partir dessas atividades e suas respectivas intensidades (AINSWORTH, 2011).

A expressão usada para o cálculo da energia gasta com atividade física (kcal) é:

Gasto Calórico = MET x Peso corporal x Duração da atividade

Atividade: Oito colegas de trabalho resolveram fazer uma aposta para ver quem eliminaria mais peso durante quinze dias (com o mesmo cronograma de atividades da 1ª semana). Para iniciar a aposta todas realizaram a pesagem no mesmo dia e na mesma balança. Obtendo os seguintes valores: Denise (54 kg), Simone (58 kg), Marilza (63 kg), Silvia (69 kg), Sandra (79 kg), Cinthia (79 kg), Jivanilde (80 kg) e Gleice (88 kg).

Cada uma desenvolveu um cronograma semanal das atividades físicas que realizaram na semana, sendo: Denise (3h de crossfit e 2h de musculação); Simone (4 h caminhada média); Marilza (2h na semana de corrida, 1,5h de caminhada média e 2,5h de musculação); Silvia (2h de caminhada rápida); Sandra (4h de musculação e 1,5h de corrida); Cinthia (3h de ciclismo e 4h de crossfit); Jivanilde (5h de caminhada média) e Gleice (2h de dança de salão).

A tabela 1 mostra a quantidade de calorias queimadas por hora, de acordo com o MET, de cada exercício conforme peso.

Tabela 1: Calorias queimadas/hora conforme peso corporal

Peso (kg)	Dança de salão	Crossfit	Ciclismo	Caminhada rápida	Musculação	Caminhada média	Corrida
54	270	378	648	270	189	205,2	486
58	290	406	696	290	203	220,4	522
63	315	441	756	315	220,5	239,4	567
69	345	483	828	345	241,5	262,2	621
79	395	553	948	395	276,5	300,2	711
79	395	553	948	395	276,5	300,2	711
80	400	560	960	400	280	304	720
88	440	616	1056	440	308	334,4	792

Resolução no Maxima

Seja X1 Denise, X2 Simone, X3 Marilza, X4 Silvia, X5 Sandra, X6 Cintia, X7 Jivanilde e X8 Gleice, então teremos:

Utilizando as informações de cada participante, teremos as matrizes X_{7x7} (X1 a X8), de ordem 7 , em que, cada linha representa os dias da semana (segunda a domingo) com as respectivas horas/dia das atividades físicas dos participantes, a matriz coluna Y_{7x1} dos valores dos gastos calóricos de cada participante e a matriz coluna C_{7x1} do total de calorias queimadas por dia obtida pelo produto das matrizes X e Y, e finalmente a função apply que retorna o valor total das calorias gasta durante uma semana de cada colega.

```
X1: matrix([0,1,0,0,0,0,0], [0,0,0,0,1,0,0], [0,1,0,0,0,0,0], [0,0,0,0,1,0,0], [0,1,0,0,0,0,0],
[0,0,0,0,0,0,0], [0,0,0,0,0,0,0]) $
Y:matrix([270],[378],[648],[270],[189],[205.2],[486])$
C:(X1).Y$
apply("+",list_matrix_entries(C));          1512.0

X2: matrix([0,0,0,0,0,1,0], [0,0,0,0,0,1,0], [0,0,0,0,0,1,0], [0,0,0,0,0,1,0], [0,0,0,0,0,0,0],
[0,0,0,0,0,0,0], [0,0,0,0,0,0,0]) $
```

Y: matrix([290],[406],[696],[290],[203],[220.4],[522]) $;
C:(X2).Y$
apply("+",list_matrix_entries(C)); **881,6**

X3: matrix([0,0,0,0,0.5,0.5,0], [0,0,0,0,0.5,0,0.5], [0,0,0,0,0.5,0.5,0], [0,0,0,0,0.5,0,0.5], [0,0,0,0,0.5,0.5,0], [0,0,0,0,0,0,1], [0,0,0,0,0,0,1]) $
Y: matrix([315],[441],[756],[315],[220.5],[239.4],[567]) $
C:(X3).Y$
apply("+",list_matrix_entries(C)); **2611,35**

X4: matrix([0,0,0,0,0,0,0], [0,0,0,1,0,0,0], [0,0,0,0,0,0,0], [0,0,0,0,0,0,0], [0,0,0,1,0,0,0], [0,0,0,0,0,0,0], [0,0,0,0,0,0,0]) $
Y: matrix([345],[483],[828],[345],[241.5],[262.2],[621]) $
C:(X4).Y$
apply("+",list_matrix_entries(C)); **690.0**

X5: matrix([0,0,0,0,1,0,0], [0,0,0,0,1,0,0], [0,0,0,0,0,0,0.5], [0,0,0,0,1,0,0], [0,0,0,0,0,0,0.5], [0,0,0,0,1,0,0], [0,0,0,0,0,0,0.5]) $
Y: matrix([395],[553],[948],[395],[276.5],[300.2],[711]) $
C:(X5).Y$
apply("+",list_matrix_entries(C)); **2172.5**

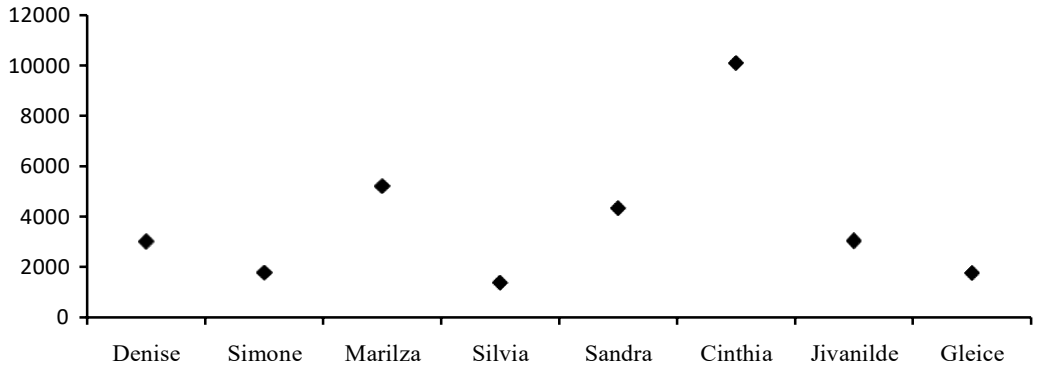
X6: matrix ([0,1,0,0,0,0,0], [0,1,0,0,0,0,0], [0,1,0,0,0,0,0], [0,1,0,0,0,0,0], [0,0,0,0,0,0,0], [0,0,1.5,0,0,0,0], [0,0,1.5,0,0,0,0]) $
Y: matrix([395],[553],[948],[395],[276.5],[300.2],[711]) $
C:(X6).Y$
apply("+",list_matrix_entries(C)); **5056.0**

X7: matrix([0,0,0,0,0,1,0], [0,0,0,0,0,1,0], [0,0,0,0,0,1,0], [0,0,0,0,0,1,0], [0,0,0,0,0,1,0], [0,0,0,0,0,0,0], [0,0,0,0,0,0,0]) $
Y: matrix([400],[560],[960],[400],[280],[304],[720]) $
C:(X7).Y$
apply("+",list_matrix_entries(C)); **1520.0**

X8: matrix([1,0,0,0,0,0,0], [0,0,0,0,0,0,0], [1,0,0,0,0,0,0], [0,0,0,0,0,0,0], [0,0,0,0,0,0,0], [0,0,0,0,0,0,0], [0,0,0,0,0,0,0]);
Y: matrix([440],[616],[1056],[440],[308],[335.4],[792]);
C:(X8).Y;
apply("+",list_matrix_entries(C)); **880.0**

Utilizando o Maxima e as operações com matrizes, observou-se os seguintes resultadosda caloria queimada durante as duas semanas, Figura 1.

Figura 1: Gasto calórico das participantes após duas semanas de atividades físicas



Portanto, ao final das duas semanas a participante Cinthia foi a quem mais queimou calorias, 10.112 cal, ganhando a aposta, sugerindo que das atividades físicas propostas neste problema, 3h de ciclismo e 4h de crossfit foi a que apresentou melhor resultado.

4. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste trabalho foi apresentada uma aplicação de matrizes na Biologia com a utilização do Software Maxima, mostrando a importância da matemática no dia a dia e como o uso da tecnologia pode facilitar resolução e compreensão de conteúdos matemáticos, essenciais para a formação de um cidadão.

A utilização deste software no ensino de matrizes facilita a resolução de situações-problema envolvendo este conteúdo matemático, o que levaria muito tempo para se resolver manualmente.

Apresentar um assunto de matemática, usando o computador e de forma interdisciplinar, faz com que o aprendizado seja mais significativo para alunos e professores, pois além da teoria o aluno terá a oportunidade de vivencia-la na prática, contribuindo para melhoria do processo ensino aprendizagem em sala de aula.

REFERÊNCIAS

AINSWORTH, B. E. *et al*. Compendium of Physical Activities: a second update of codes and MET values. Med Sci Sports Exerc. 2011; 43(8):1575-81.

ANTON, H. Álgebra linear com aplicações. Class Ivo Doering – 10. ed. Dados eletrônicos, Porto Alegre: Bookman, 2012.

FAINGUELERNT, E. K. e GOTTLIEB, F. C. Guia de Estudo de Matemática – Matrizes e Determinantes – Sistemas Lineares. Rio de Janeiro: Editora Ciência Moderna Ltda., 2004.

GIRALDO, V.; CAETANO, P.; MATTOS, F. Recursos computacionais no ensino da matemática. Coleção PROFMAT. Rio de Janeiro: SBM, 2012.

LIMA, L. F. Grupo de estudos de professores e a produção de atividades matemáticas sobre funções utilizando computadores. 2009. 174 f. Dissertação (mestrado) – UNESP, 2009. Disponível em: <http://hdl.handle.net/11449/91076>. Acesso em: 02 de fevereiro de 2021.

MIRANDA, D. S. e CASTELO, P. C. Aplicações de matrizes. Universidade Federal do Amapá, 2016.Disponível em:< https://www2.unifap.br/matematica/files/2017/01/Danilo-da-Silva-Miranda-e-Patr%C3%ADcio-de-Castro-Castelo.pdf>. Acesso em: 02 de fevereiro de 2021.

SILVA, D. N. e MACHADO, G. G. A matemática e a graduação em ciências contábeis. Revista de Contabilidade, 2004, vol.09, n. 01. Disponível em: < http://www.e- publicacoes.uerj.br/index.php/ rcmccuerj/article/view/5583 >. Acesso em: 02 de janeiro de 2021.

VIEBIG R. F. e NACIF M. Recomendações nutricionais para a atividade física e o esporte. Revista Brasileira de Educação Física, Esporte, Laser e Dança, 2006.

ENSINO DE MATEMÁTICA E A OLIMPÍADA BRASILEIRA DE MATEMÁTICA DAS ESCOLAS PÚBLICAS: UM BREVE PANORAMA

Borges, Fábio de Sá, professorfabio27@gmail.com[1]
Furtado, Wagner Wilson, wagner@ufg.br[2]

[1]Secretaria Estadual de Educação do Distrito Federal
[2]Universidade Federal de Goiás/Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática

Resumo: *Este estudo de revisão, balizado com fundamentos da pesquisa do tipo Estado da Arte, tem como objetivo descrever um panorama sobre o conhecimento produzido nas dissertações e teses defendidas entre 2008 a 2020 que trazem resultados de pesquisas sobre o Ensino de Matemática e a Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP). Para esse levantamento, utilizou-se o Catálogo de Teses e Dissertações da CAPES e a Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações a partir dos descritores: "Ensino de Matemática", "Matemática", "OBMEP" e "Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas". O corpus do levantamento é constituído por 126 dissertações e quatro teses. A partir de seus resumos, essas produções foram analisadas e categorizadas, segundo suas próprias informações, permitindo a construção de um cenário das relações dessas pesquisas com a OBMEP. Com o presente trabalho, foi possível perceber, entre outros aspectos, a predominância de trabalhos com ênfase na oferta de um produto de natureza educacional com impactos no processo ensino-aprendizagem e na participação na OBMEP. Observou-se carência de pesquisas com reflexões mais profundas das dimensões que a OBMEP ocupa no contexto da Educação Matemática, bem como de pesquisas direcionadas na investigação dos impactos nas trajetórias acadêmicas, profissionais e sociais dos alunos participantes e nos efeitos na comunidade escolar.*

Palavras-chave: *Ensino de Matemática, Olimpíada de Matemática, OBMEP.*

1. INTRODUÇÃO

A Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas, OBMEP, é promovida pelo Ministério da Ciência e Tecnologia (MCT) e pelo Ministério da Educação (MEC), tendo sido criada para estimular o estudo da Matemática entre alunos e professores de todo o país, além de fomentar talentos na área. Em termos operacionais, é implantada pelo Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada (IMPA) e se destina a todas as escolas públicas e particulares do país. Desde a sua primeira edição, em 2005, diversos programas foram desenvolvidos, tais como: o "Programa de Iniciação Científica Júnior (PIC Jr)", destinado aos alunos medalhistas; e o "OBMEP NA ESCOLA", voltado para professores das escolas públicas. Em 2019, mais de dezoito milhões de alunos das escolas públicas participaram da olimpíada. Esse breve relato demonstra a abrangência e importância da olimpíada no cenário educacional brasileiro.

Diante disso, surgiu a seguinte pergunta: "Ensino de Matemática e OBMEP: o que se tem pesquisado?" Nesse sentido, realizou-se um estudo de revisão norteado por fundamentos da pesquisa do tipo estado da arte que descrevesse um panorama sobre o conhecimento produzido nas teses e dissertações defendidas de 2008 a 2020, que trouxessem resultados sobre a relação entre o Ensino de Matemática e a OBMEP.

Referente às contribuições, entende-se que o estudo possa identificar possíveis lacunas, os impactos no processo educativo, as metodologias de ensino articuladas à OBMEP, as contribuições, as limitações, as propostas de produtos de natureza educacional, bem como a identificação de assuntos que ainda não foram abordados ou que merecem investigações mais aprofundadas.

2. ASPECTOS METODOLÓGICOS

Como fonte de dados, utilizou-se do Catálogo de Dissertações e Teses da Capes[4] e da Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações do IBICT[5] – Instituto Brasileiro de Informação em Ciência e Tecnologia –, ambos disponíveis em plataformas eletrônicas. Reunindo os trabalhos das duas bases de dados, sendo que 55 pesquisas fazem parte de ambas, chegou-se a um corpus de 138 produções concentradas no período entre 2008 e 2020, que relacionam o Ensino de Matemática com a OBMEP. Importante mencionar que o fato de não existirem pesquisas antes desse período pode ser justificado pela OBMEP ter seu início no ano de 2005, não sendo necessário o estabelecimento de um recorte temporal.

Para o levantamento, optou-se pelas seguintes palavras-chave que estivessem nos trabalhos: "Ensino de Matemática", "Matemática", "OBMEP" e "Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas". Das 130 produções, somente quatro são teses e as outras são dissertações de natureza acadêmica ou profissional, sendo que a maioria pertencente ao Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional/PROFMAT[6]. Com relação à distribuição geográfica das produções, têm-se: 20 da região Norte, 30 da Nordeste, 14 da Centro-Oeste, 48 da Sudeste e 18 da Sul. Observa-se, assim, um predomínio das regiões Sudeste e Nordeste.

Conforme mencionado, a pesquisa é norteada por fundamentos da pesquisa do tipo estado da arte, portanto, recorre ao inventário das produções, ou seja, "imaginando tendências, ênfases, escolhas metodológicas e teóricas, aproximando ou diferenciando trabalhos entre si, na escrita de uma história de uma determinada área do conhecimento" (FERREIRA, 2002, p.265). Além disso, é importante enfatizar que o mapeamento culminou numa história da produção acadêmica, fundamentada na leitura que o pesquisador fez dos trabalhos, e assim, de acordo com Ferreira (2002), "haverá tantas Histórias quanto leitores houver dispostos a lê-las" (p. 269).

Concluída a seleção das dissertações e teses, realizou-se a leitura dos resumos e, em alguns casos, recorreu-se a outros tópicos das pesquisas, tais como a introdução, a metodologia, as conclusões, etc. Importante citar que a leitura se assemelha ao processo de leitura analítica descrito por (SEVERINO, 2007, p. 64). O referido processo possibilitou o estabelecimento de sete categorias que emergiram dos próprios dados. As descrições e algumas interpretações são descritas no tópico seguinte.

3. AS CATEGORIAS DE ANÁLISE E SUAS INTERPRETAÇÕES

Na categoria C1 – "Proposta de ensino tendo a OBMEP como complementar" concentra-se a maioria dos trabalhos (65 trabalhos). Nessas produções ocorre uma ênfase maior na oferta de um produto educacional, que pode ser uma proposta de aplicação de atividades, uma proposta metodológica de ensino ou de situações didáticas olímpicas, indicações de materiais didáticos, planos de sequências didáticas, sugestão de modelos de aulas entre outras possibilidades. Em sua maioria, as produções procuram relatar o desenvolvimento da atividade proposta e avaliar tanto a aplicação quanto a aprendizagem verificada. Nessas produções, a OBMEP geralmente é abordada de forma complementar, demonstrando os resultados positivos da participação dos alunos e da escola na Olimpíada, por meio do uso do produto educacional. Essa perspectiva vai ao encontro de uma das características centrais dos mestrados profissionais, no que se refere ao trabalho de conclusão, em especial os do PROFMAT. Segundo Moreira e Nardi (2009, p.4), "[...] trata-se do relato de uma experiência de implementação de estratégias ou produtos de natureza educacional, visando à melhoria do ensino em uma área específica de Ciências ou Matemática".

Na categoria C2 – "Metodologia da Resolução de Problemas aplicada às questões da OBMEP" encontrou-se um total de 14 produções que tinham como perspectiva a resolução de problemas como um método de ensino. Estes trabalhos estão relacionados ao objetivo principal da OBMEP, que, segundo consta em seu sítio eletrônico, é estimular o estudo da Matemática por meio da resolução de problemas que despertem o interesse e a curiosidade de professores e estudantes. Cabe enfatizar que estas pesquisas apresentam semelhanças com a categoria anterior, pois têm como proposta a oferta de um produto educacional.

A categoria C3 – "Análise de resultados e desempenho" é composta por 10 trabalhos que têm por objetivos analisar os resultados da participação de um grupo de alunos, o desempenho de escolas, além de trabalhos que

[4] Catálogo de Dissertações e Teses da Capes: http://www.catalogodeteses.capes.gov.br/catalogo-teses/#!/

[5] Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD): http://bdtd.ibict.br/vufind/

[6] Programa de mestrado semipresencial na área de Matemática com oferta nacional. É formado por uma rede de Instituições de Ensino Superior, no contexto da Universidade Aberta do Brasil/Coordenação de Aperfeiçoamento Pessoal de Nível Superior (CAPES), e coordenado pela Sociedade Brasileira de Matemática (SBM), com apoio do Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada (IMPA). Disponível em: https://www.profmat-sbm.org.br/organizacao/apresentacao/. Acesso em 1º nov. 2020.

investigaram os dados de municípios e estados. Houve também comparações da distribuição de medalhas e resultados com o IDH dos municípios. Em geral, são pesquisas de levantamento com objetivo descritivo e abordagens quali-quantitativas. Algumas pesquisas tiveram como objetivo partir de análises de resultados na OBMEP para propor a busca ou revisão de estratégias para o ensino de matemática.

A categoria C4 – "Análise crítica das questões" agrupa 11 trabalhos que realizaram análises críticas das provas, questões e/ou de outros materiais didáticos produzidos pela OBMEP, como o banco de questões, por exemplo. Observou-se, por meio dos resumos, a proposta de análises mais críticas, focadas em oferecer ao professor uma melhor abordagem das questões e resoluções e também a preocupação no estabelecimento de considerações e recomendações aos professores em exercício e à OBMEP. Importante destacar que sete trabalhos não têm divulgação autorizada.

Na categoria C5 – "Análise de erros como metodologia na análise das respostas", composta por cinco pesquisas, predomina como metodologia de pesquisa a técnica de análise de erros, tendo como enfoque classificar e quantificar os tipos de erros mais frequentes nas questões olímpicas. Segundo Moraes (2018), consiste num levantamento dos tipos de erros na produção escrita dos envolvidos, possibilitando um diagnóstico relevante para a prática docente. Importante destacar que esta técnica vem se destacando por conta dos estudos de vários pesquisadores e verifica-se que quatro trabalhos fundamentaram-se nos estudos da pesquisadora Helena Noronha Cury (CURY, 2007) sobre a análise de erros.

Na categoria C6 – "Pesquisas com temas mais diversos com a OBMEP ocupando um papel secundário" foram agrupados 17 trabalhos que se caracterizam pela abordagem de temáticas diversas que não se enquadram em nenhuma das outras categorias. São pesquisas que recorreram à OBMEP, de modo que as contribuições da Olimpíada foram relevantes para o desenvolvimento das pesquisas, entretanto, com um modesto papel diante de seus temas no contexto da educação.

A categoria C7 – "Relação com aspectos teóricos, epistemológicos e políticos" agrupa 8 trabalhos que, diferentemente da categoria anterior, evidenciaram o papel central da OBMEP no âmbito da educação, seja por meio de análises de experiências de grupos de estudos, dos impactos nas trajetórias de alunos e professores, das possíveis relações com o campo político, repercussões da OBMEP como uma política de avaliação em larga escala bem como um programa de inclusão social e científica. Verifica-se uma maior abordagem de relações dos aspectos teóricos, epistemológicos e políticos com a OBMEP no contexto da educação básica.

4. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Todo o processo de consulta ao banco de dados e categorização possibilitou uma concepção dos caminhos que vêm sendo percorridos nas pesquisas que abordam a OBMEP de alguma forma. O estudo propiciou um breve resumo de algumas informações mais relevantes, identificadas nos trabalhos selecionados. Salienta-se que se trata de um primeiro estudo, que optou por temáticas norteadoras que revelassem as contribuições e lacunas da OBMEP, o processo ensino aprendizagem, inclusão social e a OBMEP como uma política pública educacional, sendo passível de retificações e reformulações.

Por meio desse estudo, entende-se que, dada à importância e o destaque que a OBMEP possui como política pública educacional, considerada a maior competição de Matemática do mundo que abrange quase todas as escolas e os alunos da rede pública de ensino, ainda é pouco abordada nas produções acadêmicas. Além disso, a maioria dos trabalhos está concentrada no mestrado profissional, vinculado ao PROFMAT, que por sua característica opta pelo desenvolvimento de um processo ou produto de natureza educacional. Diante disso, identifica-se um número reduzido de pesquisas teóricas que se dedicam a estudar aspectos filosóficos, epistemológicos e políticos da OBMEP no contexto do Ensino de Matemática, bem como de trabalhos que analisem os impactos da OBMEP e seus programas nas trajetórias acadêmica e profissional dos participantes e/ou efeitos na comunidade escolar em geral. Considerando o recorte e a base de dados adotada, verificou-se a ausência de pesquisas de caráter inventariante e descritivo da OBMEP no campo do Ensino de Matemática.

Compreende-se, por meio deste estudo, que diante da relevância que a OBMEP vem assumindo no cenário educacional brasileiro, atravessando mudanças de governo e constantes cortes de recursos, existe uma carência de estudos que se dediquem a reflexões mais profundas sobre esta Olimpíada tanto nos campos das políticas públicas educacionais bem como entre as avaliações em larga escala.

O resultado informa, ao mesmo tempo, que diversas produções apresentaram ampla defesa da OBMEP, destacando suas contribuições no Ensino de Matemática. Entretanto, é importante mencionar que algumas produções apontaram dificuldades e desafios que os professores têm que superar quando decidem trazer a OBMEP

para a sua prática docente. Além disso, observam-se, em alguns trabalhos, menções às falhas da olimpíada, tais como a divulgação precária, provas complexas e, também, a redução de investimentos em programas educacionais a ela vinculados.

REFERÊNCIAS

CURY, H. N. Análise de erros: o que podemos aprender com as respostas dos alunos. Belo Horizonte: Autêntica, 2007.

FERREIRA, N. S. A. As pesquisas denominadas "estado da arte". Educação & Sociedade , n.79, p.257-272, ago., 2002.

MORAES, Michael Machado de. Análise de Erros em Problemas de Aritmética: Uma Abordagem na 2a Fase da OBMEP no Oeste do Pará. 2018. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) - Universidade Federal do Oeste do Pará. Pará. 2018.

MOREIRA, Marco Antonio; NARDI, Roberto. O mestrado profissional na área de Ensino de Ciências e Matemática: alguns esclarecimentos. Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia, v. 2, n. 3, set./dez. 2009.

OBMEP.ORG. Rio de Janeiro: Apresentação. Disponível em: http://obmep.org.br/apresentacao.htm. Acesso em: 05 de nov. de 2020.

PROFMAT-SBM.ORG. Rio de Janeiro: Apresentação. Disponível em: https://www.profmat-sbm.org.br/organizacao/apresentacao. Acesso em: 08 de set. de 2021.

SEVERINO, A.J. Metodologia do trabalho científico. 23ª Edição. São Paulo: Cortez, 2007.

APLICAÇÃO DE INTERPOLAÇÃO POLINOMIAL PELO MÉTODO DE LAGRANGE NO REGISTRO DA MÉDIA MÓVEL DE CASOS DE COVID-19 USANDO O SOFTWARE SCILAB

Blodow, Flamarion Gonçalves[1]
Simão, Flávio Batista[2]
Costa, Adeilton Fernandes da[3]

[1]Aluno do PROFMAT da Fundação Universidade Federal de Rondônia – UNIR flamarion.blodow@gmail.com
[2]Docente do PROFMAT da Fundação Universidade Federal de Rondônia – UNIR, simao@unir.br
[3]Docente do PROFMAT da Fundação Universidade Federal de Rondônia – UNIR, adeilton@unir.br

Resumo: *Este trabalho objetiva mostrar uma aplicação prática da modelagem de funções por interpolação polinomial, utilizando o método de Lagrange, na problemática do registro diário de casos de COVID-19 no município de Porto Velho – RO utilizando o software Scilab. Para elaborá-lo foi necessário pesquisas bibliográficas dos conteúdos relacionados a conceitos epidemiológicos sobre Coronavírus e COVID-19. Também foi realizado estudos sobre funções polinomiais e polinômios; interpolação polinomial e fórmula de Lagrange. Essa situação problema foi analisada através da rotina gerando como resultados gráficos – informações essas que ajudam o leitor na compreensão da temática de forma interdisciplinar. Contudo, o desfecho mais relevante desse trabalho é a busca pela apresentação da teoria de forma prática no âmbito escolar do ensino médio.*
Palavras-chave: *Scilab, Interpolação polinomial de Lagrange, Covid-19, Modelagem Matemática.*

1. INTRODUÇÃO

A motivação desse trabalho é devido a matemática ser componente curricular do ensino médio, e no contexto atual em que vivemos, em um mundo assolado pela pandemia da COVID-19, na qual tem-se diversas pesquisas relativas à sua propagação. Faz-se necessário a atuação dos educadores, fonte propulsora do pensamento cognitivo, mediante a interdisciplinaridade usar a modelagem matemática nesse contexto da pandemia, contribuindo para a construção do aprendizado de professores e alunos. "Pelo contrário, nas condições de verdadeira aprendizagem os educandos vão se transformando em reais sujeitos da construção e da reconstrução do saber ensinado, ao lado do educador, igualmente sujeito do processo." (FREIRE, 1996).

2. CONCEITOS EPIDEMIOLÓGICOS

Primeiramente apresentaremos os conceitos de incidência e prevalência. Nas palavras de Padilha, temos que a Incidência é a frequência do surgimento de novos casos de determinada doença em certo intervalo de tempo, sendo assim, uma medida dinâmica. Já a Prevalência representa a proporção de uma população acometida por doença ou agravo em determinado momento, abrange novos casos e casos antigos, classificando-se com uma medida estática. (PADILHA, 2019).

2.1. Coronavírus e Covid-19

Segundo Ministério da Saúde (2021) os Coronavírus são vírus envelopados, identificados inicialmente nos anos 60, infectam humanos e animais. Seu envelope é composto por longas espículas dando, assim, um aspecto típico de

coroa, derivando daí o nome da família desses vírus Coronaviridae.

Os principais subgrupos dessa família de vírus são: Alpha, Beta, Gamma e Delta.

Segundo a Organização Pan-Americana de Saúde (OPAS), "COVID-19 é a doença infecciosa causada pelo novo coronavírus, identificado pela primeira vez em dezembro de 2019, em Wuhan, na China".

De acordo com o Ministério da Saúde do Brasil, o SARS-CoV-2 é um betacoronavírus descoberto em amostras de pacientes com pneumonia de causa desconhecida na cidade de Wuhan, capital da província de Hubei, na China, pertencente ao subgênero Sarbecovírus da família Coronaviridae. Tornando-se o sétimo coronavírus conhecido a infectar humanos.

3. FÓRMULA DE LAGRANGE (FRANCO, 2007)

Sejam $x_0, x_1, \dots, x_n$ e $n+1$ pontos distintos. Consideremos para $k = 0, 1, \dots, n$, os seguintes polinômios $L_k(x)$ de grau n:

$$L_k(x) = \frac{(x-x_0)\dots(x-x_{k-1})(x-x_{k+1})\dots(x-x_k)}{(x_k-x_0)\dots(x_k-x_{k-1})(x_k-x_{k+1})\dots(x_k-x_n)} \qquad \textit{(Eq. 1)}$$

É fácil verificar que:

$$L_k(x_j) = \begin{cases} 0, & se \quad k \neq j \\ 1, & se \quad k = j \end{cases} \qquad \textit{(Eq. 2)}$$

Agora substituindo x por x_j em $P_n(x_k) = y_k, k = 0,1, \dots, n$. (Eq. 1)com $j \neq k$ observa-se que o numerador anula-se e assim $L_k(x_k) = 0$. Para valores dados: $f_0 = f(x_0), f_1 = f(x_1), \dots, f_n = f(x_n)$ de uma função $y = f(x)$, o polinômio:

$$P_n(x) = \sum_{k=0}^{n} f_k L_k(x) \qquad \textit{(Eq. 3)}$$

De grau máximo n e, em vista de *(Eq. 2)*, satisfaz: $P_n(x_k) = f_k, k = 0,1,2, \dots, n$. Logo $P_n(x)$ é o polinômio de interpolação de $f(x)$ sobre os pontos $x_0, x_1, \dots, x_n$. A fórmula da *(Eq. 3)* é chamada de **Fórmula de Lagrange do Polinômio de Interpolação (FRANCO, 2007)**.

4. APLICAÇÃO COM O SCILAB

A atividade consiste na interpolação da curva de média móvel (14 dias) do **registro**[7] diário de casos, presente no site da prefeitura do município de Porto Velho-RO, pelo método de Lagrange. Para os dados disponíveis para este trabalho, foi adotado como nós de interpolação os pontos igualmente espaçados em 56 dias, descartando frações menores sobressalentes a fim de simplificar o problema, adequando-o ao contexto de ensino médio, embora pudéssemos ter utilizados pontos com espaçamentos distintos e com maior ou menor frequência (ex. poderia ter adicionado mais pontos na região inicial dos registros, contudo isso aumentaria o grau do nosso polinômio podendo ocasionar complicações na didática do tema), (BARRETO, 2011).

Considerando que após o cálculo da média móvel dos últimos 14 dias obtivemos 488 registros e com o uso do intervalor de 56 dias, chegamos ao total de 08 nós de interpolação.

No desenvolvimento da rotina, primeiramente foi criado um arquivo com os registros e em seguida a organização e estruturação dos dados. Após o tratamento de dados, foi feito o procedimento de divisão do projeto em funções (blocos) a fim de propiciar uma melhor estruturação do trabalho. Iniciamos o projeto a partir da construção da função no Scilab responsável por importar os dados do arquivo CSV (*importar.sce*), *Figura 1*.

[7]**Base de dados utilizada.** Casos por Dia – PVH. [Internet]. Jun. 2021. Disponível em: <https://transparencia.portovelho.ro.gov.br/covid19> (Inspect > Download CSV > Formatted CSV)

Figura 1 - Script "importar.sce"

1.01	function [**d**, **MM**]=importar(**arq**, **p**)
1.02	C=csvRead(**arq** , ",");
1.03	C(1,:)=[];
1.04	C(:,1)=[];
1.07	**d**=length(C)-**p**+1;
1.08	for k=1:**d**
1.09	**MM**(k)= mean(C(k:k+**p**-1));
1.12	end
1.13	endfunction

A função da *Figura 1* tem como argumentos de entrada *arq* (diretório do arquivo CSV) e *p* (período de dias para o cálculo da média móvel). Realiza a importação numérica dos dados na *linha 02*, remove o cabeçalho dos dados e a primeira coluna (*linhas 02 e 03*), que são as datas dos registros. Então se calcula as médias (*linha 09*).

Baseado no **script do portal ECT/UFRN**[8] e com poucos ajustes desenvolveu-se a função (*Interpol_ Lagrange.sce*), *Figura 2*, para realizar numericamente a interpolação de Lagrange. Como argumentos de entrada temos: *x0* (ponto a ser buscado), *xi* (vetor com os valores das abscissas - dias), *yi* (vetor com os valores das ordenadas - médias). E como saída retorna a ordenada do ponto *x0* da interpolação.

Aparentemente a rotina estaria terminada. Contudo, a rotina acima visa localizar um *y0*, associado ao *x0* dado, da interpolação, e como se quer usar todo o intervalo para observação, então deve-se utilizar um laço de repetição a fim de percorrer todo o intervalo. Diante disso, foi elaborado o script principal. Apresentamos então a rotina *Principal.sci*.

Figura 2 - Script "Interpol_Lagrange.sce"

1.02	function [**S**]=interpolLagrange(**x0**, **xi**, **yi**)
1.03	if length(**xi**) <> length(**yi**) | length(**x0**) <> 1
1.04	printf("Erro");
1.05	return;
1.06	end
1.07	nPontos=length(**xi**);
1.08	**S**=0;
1.10	for i=1:nPontos
1.11	produto=1;
1.13	for j=1:nPontos
1.14	if i~=j then
1.14	produto=produto*(**x0**-**xi**(j))/(**xi**(i)-**xi**(j));
1.16	end
1.17	end
1.18	**S**=**S**+produto*__yi__(i);
1.19	end

Figura 3, que possui na *linha 01* comandos para a limpeza de variáveis da tela do Scilab e configuração do

[8] Script - Exemplo Scilab: Disponível em: https://cn.ect.ufrn.br/index.php?r=conteudo%2Finterp-lagrange#!. Acessado em: 16 de julho de 2021.

diretório ativo. E a *linha 02* executa as funções criadas a fim de defini-las.

Figura 3 - Script "Principal.sci"

1.01	clear; clc; chdir('C:\Users\FLAMARION\Downloads\PROFMAT\TCC\Projeto');
1.02	exec('\importar.sce'); exec('\Interpol_ Lagrange.sce'); exec('\grafico01.sci'); exec('\grafico02.sci'); exec('\grafico03.sci'); exec('\grafico04.sci'); exec('\grafico05.sci'); exec('\grafico06.sci'); exec('\grafico07a.sci'); exec('\grafico07b.sci'); exec('\grafico07c.sci');

A *Figura 4* apresenta os parâmetros de entrada da rotina principal.

Figura 4 - Script "Principal.sci"

l. 07	arq=pwd()+"\dados.csv";
l. 08	p=14;
l. 09	Inter=2*28;

Posteriormente, há o chamada da função de importação dos dados (*linha 11*), a criação do vetor *X* (*linha 14*), a criação do vetor *PF* – nós da interpolação (*linhas 15 e 16*), a obtenção dos pontos do polinômio interpolador (*linha 17 a 19*) e o cálculo do vetor do erro relativo da interpolação percentual em cada ponto (*linha 20*), *Figura 5*.

Figura 5 - Script "Principal.sci"

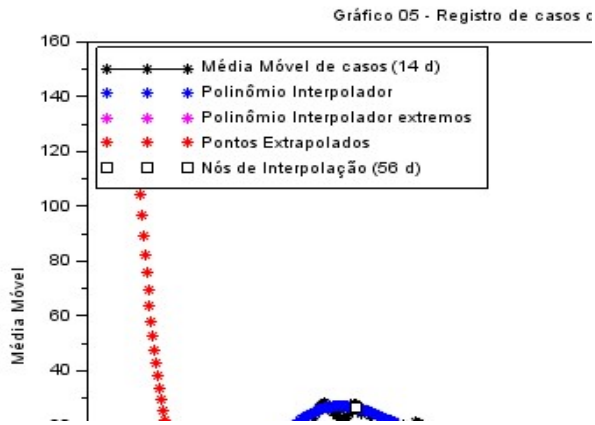
1.11	[d,Y] = importar(arq,p);
1.12	X=(1:d)';
1.13	s=floor(d/inter);
1.14	PF=inter:inter:(s*inter);
1.15	for x0=1:1:d
1.16	YL(x0)=interpolLagrange(x0,X(PF),Y(PF));
1.17	end
1.18	erroR=100*abs(YL-Y)./Y;*// Erro Relativo.*
1.19	grafico05(X,Y,YL,PF,p,inter);
1.20	grafico07a(erroR,X,PF);

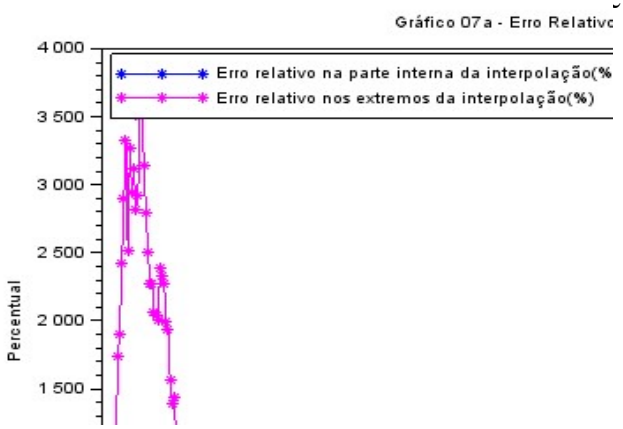
Na parte final (linhas 19 e 20) da *Figura 5,* localizada acima, ocorre a chamada das funções relativas as confecções dos gráficos para análise da interpolação e exportação em formatos de imagem (*.png*) e arquivo (*.pdf*).

Defini-se assim, o desenvolvimento desse script destinado a interpolação pelo método de Lagrange da curva de média móvel (14d) dos casos registrados no município de Porto Velho - RO, no período de 14/01/2020 a 28/05/2021.

5. RESULTADOS

Pode-se concluir que nesse caso, a interpolação realizada se demonstrou satisfatório na parte interna do intervalo definido (entre o 2º e o 7º nó) –erro médio de 20,08%. Porém apresentou resultados não satisfatórios nas regiões extremas do intervalo (entre o 1º e 2º; entre o 7º e 8º) com erro médio de 216% e grande discrepância para os i e no *Grá*





No *gráfico 07a*, *Figura 6*, incluímos na visualização os intervalos mais extremos da interpolação. Logo temos todo o intervalo da interpolação (do 1º ao 8º nó). E podemos inferir que a parte responsável por elevar os erros é entre o 1º e 2º nó.

6. CONSIDERAÇÕES FINAIS

A proposta desse trabalho foi mostrar o uso de uma ferramenta tecnológicas para uso na modelagem matemática, obtida a partir dos dados relativos à pandemia causada pela Covid-19 na cidade de Porto Velho-RO, por isso foi apresentado conceitos epidemiológicos e de interpolação de Lagrange, com a intenção de oferecer suporte teórico para uma aplicação prática do Scilab, visto que é cada dia mais requisitado o conhecimento tecnológico do docente, ser instigador do processo ensino e aprendizagem, que deve se apropriar desse conhecimento, e mediante um bom planejamento, repassá-lo aos alunos de forma contextualizada e com mais propriedade.

REFERÊNCIAS

BARRETO, L. S. Iniciação ao Scilab. 2ª Edição. 2011.

BRASIL. MINISTÉRIO DA SAÚDE. Guia de Vigilância Epidemiológica - Emergência de Saúde Pública de Importância Nacional pela Doença pelo Coronavírus 2019 (Covid-19).Versão 3. 15 de março de 2021. 1ª edição - 2021. Brasília DF 2021.

FRANCO, N. B. Cálculo Numérico. Editora Pearson Prentice Hall, São Paulo, 2007.

FREIRE, P. Pedagogia da autonomia: Saberes necessários à prática educativa. 25º ed. Editora Paz e Terra. São Paulo – SP, 1996, p.13.

PADILHA, L. L. Fundamentos de Estatística e Epidemiologia. 1ª edição, Editora SESES, Rio de Janeiro, 2019.

SCILAB. AjudaScilab5.3.2[internet]. Disponível em:<https://help.scilab.org/docs/5.3.2/pt_BR/>. Acesso em: 17 jul. 2021.

APLICAÇÃO DAS MATRIZES NA ECONOMIACOM O USO DO SOFTWARE MAXIMA

Gleice, Assis Sá[1]
Costa, Adeilton. Fernandes da[2]
Simão, Flávio Batista[3]

[1]Egressa do PROFMAT da Fundação Universidade Federal de Rondônia – UNIR, beiks@hotmail.com
[2]Docente do PROFMAT da Fundação Universidade Federal de Rondônia – UNIR, adeilton@unir.br
[3]Docente do PROFMAT da Fundação Universidade Federal de Rondônia – UNIR, simao@unir.br

Resumo: *Tendo em vista que as novas tendências de ensino destacam a importância da utilização de recursos tecnológicos, buscando tornar as aulas de matemática mais atrativas e desenvolvendo a autonomia dos discentes. O objetivo deste trabalho é propor a utilização do Software Maxima no ensino de matrizes para turmas da 2° série do Ensino Médio, apresentando uma aplicação de matrizes na Economia envolvendo a quantidade de materiais gastos na construção de três modelos diferentes de casas. É um trabalho interdisciplinar o qual mostra para o aluno a aplicabilidade do conhecimento matemático visto em sala de aula, tornando o processo ensino aprendizagem mais significativo.*

Palavras-Chave: *Matrizes, Software Maxima, Economia, Interdisciplinaridade.*

1. INTRODUÇÃO

A matemática é uma das ciências mais antigas e está presente em nosso cotidiano, desde a pré-escola. Apesar de sabermos da sua importância, não procuramos mostrar sua aplicabilidade de forma que o educando seja capaz de visualizar seu papel dentro do processo ensino e aprendizagem.

O conteúdo de matrizes ensinado no 2° ano do ensino médio fica muito focado apenas nas operações básicas e aplicações repetitivas sem nenhuma interdisciplinaridade. Aplicações de matrizes aparecem em muitos tipos de problemas, nas diferentes áreas do conhecimento, como na manipulação e na apresentação de imagens na computação gráfica, no trabalho com bens, serviços, consumos, custos e demanda na economia, no planejamento de estradas, na geografia, na geometria, na taxonomia, na ecologia, na fisiologia, na biologia, dentre outras (FAINGUELERNT; GOTTLIEB, 2004).

Neste artigo apresentamos uma atividade contextualizada envolvendo a teoria das matrizes, de forma interdisciplinar com a Economia, usando alguns conceitos de matrizes e resolvida utilizando o software Maxima.

É certo que o uso da tecnologia está cada vez mais inserido no âmbito escolar, sendo assim, o computador pode ser um facilitador da aprendizagem, pois é uma ferramenta de ensino que permite a autonomia do educando, de forma a despertar a curiosidade e senso crítico mediante situações-problemas.

2. O ENSINO DA MATEMÁTICA

A Matemática não deve ser vista como uma ciência pronta, pois ela continua passando por transformações com o objetivo de facilitar a compreensão dos alunos. O que dificulta a relação de alunos com a matéria é a visão distorcida de uma matemática fora da realidade abstrata e fechada. É preciso fazer com que os alunos percebam a ligação dela com as outras áreas do conhecimento e a sua grande importância na vida do homem (SILVA; MACHADO, 2004).

Grandes são as oportunidades no dia a dia da escola para mostrar ao aluno o quanto a Matemática é importante na vida de todos, transportando para os problemas matemáticos a realidade de cada um, resolvendo com linguagem simples e de fácil interpretação.

2.1. Os softwares no ensino da matemática

O computador é uma ferramenta importante, auxilia no processo ensino aprendizagem e é muito utilizado no cotidiano dos alunos, nas escolas. No ensino da matemática é usado mediante *Softwares* educativos que auxiliam professores e alunos no desenvolvimento de atividades práticas.

A utilização do computador e os Softwares matemáticos fazem com que os alunos busquem alternativas para resolução de problemas matemáticos, através da investigação e construções de conceitos (LIMA, 2009).

A utilização de softwares matemáticos requer o conhecimento e domínio do professor, e mediante um planejamento ensinar os alunos como utilizá-los, na busca de bons resultados. Existem vários Softwares matemáticos, mas neste trabalho utilizamos o Software Maxima no ensino de Matrizes para alunos da 2ª série, do ensino médio, essa escolha foi por ser um software livre e de fácil acesso.

Maxima é um sistema de computação algébrica que integram recursos numéricos, gráficos e simbólicos. Pode ser visto como uma poderosa calculadora científica, capaz de efetuar cálculos e produzir gráficos com grande precisão e versatilidade. Mas a sua maior utilidade é com relação à possibilidade de operar com expressões simbólicas (GIRALDO; CAETANO; MATTOS, 2012).

A utilização deste software não exige muita habilidade, pois as entradas podem ser realizadas a partir dos menus, ou podem ser digitadas pelo usuário na tela de comandos (VAZ, 2016).

3. APLICAÇÃO NA ECONOMIA

As matrizes auxiliam na Economia como grande ferramenta na interpretação de gráficos que podem ser originados de tabelas, onde também usamos as matrizes. Temos também as organizações comerciais que fazem uso de tabela, ou seja, trabalham com matrizes (MIRANDA; CASTELO, 2016).

O economista russo Wassily Leontief em 1973 recebeu o Prêmio Nobel pelo seu trabalho em modelagem econômica, na qual utilizou métodos matriciais para estudar as relações entre diferentes setores da economia (ANTON, 2012).

Atividade: Um construtor tem contratos para construir três estilos de casa: moderna, mediterrâneo e colonial. A quantidade de material empregada em cada tipo de casa é dada pela Tabela 1:

Tabela 1: Quantidade de material empregada em cada estilo de casa

Material / **Estilo**	**Ferro**	**Madeira**	**Vidro**	**Tinta**	**Tijolo**
Moderno	5	20	16	7	17
Mediterrâneo	7	18	12	9	21
Colonial	6	25	8	5	13

a) Para construir 5, 7 e 12 casas dos tipos modernos, mediterrâneo e colonial, respectivamente, quantas unidades de cada material serão empregadas?

b) Suponha agora que os preços por unidade de ferro, madeira, vidro, tinta e tijolo sejam, respectivamente, 15, 8, 5, 1 e 10 ucp. Qual é o preço unitário de cada tipo de casa?

c) Qual o custo total das casas?

Resolução no Maxima:

a) Para sabermos quantas unidades de cada material será empregada na construção da situação problema proposta será utilizada a multiplicação de matrizes, sendo:

- a matriz A_{3x5} formada pelos elementos do material empregado;
- a matriz B_{1x3} formada pelos elementos da quantidade de casas; e
- a matriz C será o resultante do produto entre quantidade de casas e a quantidade de material.
-

A :matrix([5,20,16,7,17], [7,18,12,9,21], [6,25,8,5,13])$

B:matrix([5,7,12])$

C:B.A;

[146,526,260,158,388]

Portanto, serão necessários: 146 unidades de ferro, 526 unidades de madeira, 260 unidades de vidro, 158 unidades de tinta e 388 unidades de tijolos.

b) Para sabermos o preço unitário de cada tipo de casa da situação problema proposta, utilizarei a multiplicação de matrizes, sendo:

- a matriz D_{1x5} formada pelos preços dos materiais; e
- a matriz E que resulta do produto das matrizes A e D.

D:matrix([15],[8],[5],[1],[10])$E:A.D;

Portanto, o preço unitário de cada tipo de casa será: 492 do tipo moderno, 528 do tipo mediterrâneo

$$\begin{bmatrix} 492 \\ 528 \\ 465 \end{bmatrix}$$

e 465 do tipo colonial.

d) Para calcular o total gasto na construção das 5 casas do tipo moderna, 7 casas do tipo mediterrâneo e 12 casas do tipo colonial, utiliza-se o produto das matrizes B e E resultando a matriz F.

F:B.E

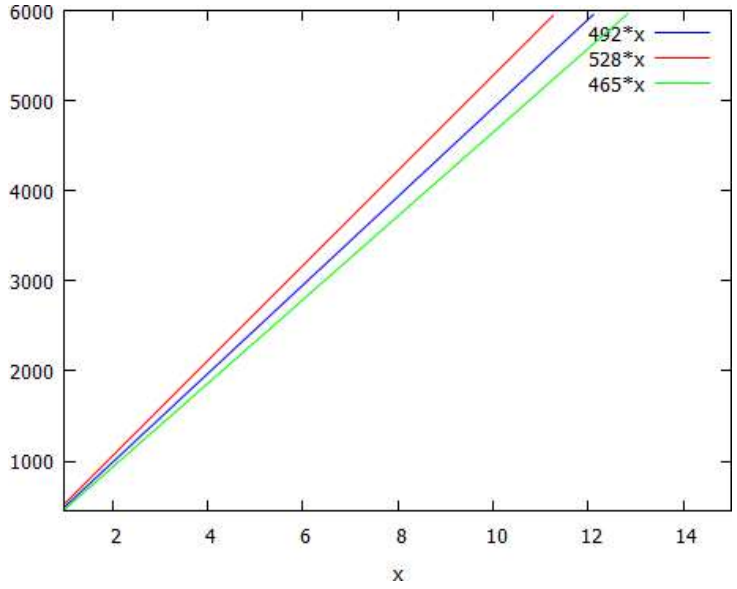
11736

Portanto, o custo total da construção foi de 11736 ucp.

Utilizando a função plot2d do Software Maxima, obtêm-se o gráfico da Figura 1, como resultado, da representação do valor da construção em função do número de casas (x), por estilo.

plot2d([492*x, 528*x, 465*x], [x,2,14]);

Figura 1: Representação gráfica do valor de cada estilo de casa



A reta vermelha representa o estilo mediterrâneo, a reta em azul o estilo moderno a reta verde o estilo colonial, ou seja, para a construção de uma casa de cada estilo, o valor é de 528, 492 e 465, respectivamente. Portanto, conclui-se que a construção mais barata, nessas condições, e a de estilo colonial.

4. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste trabalho apresentamos uma aplicação de matrizes na Economia com a utilização do Software Maxima, mostrando a importância da matemática no dia a dia e como o uso da tecnologia pode facilitar a resolução e a compreensão de conteúdos matemáticos, essenciais para a formação de um cidadão.

A utilização deste software no ensino de matrizes facilita a resolução de situações-problema envolvendo este conteúdo matemático, o que levaria muito tempo para se resolver manualmente.

Apresentar um assunto de matemática, usando o computador e de forma interdisciplinar, faz com que o aprendizado seja mais significativo para alunos e professores, pois além da teoria o aluno terá a oportunidade de vivencia-la na prática, contribuindo para melhoria do processo ensino aprendizagem em sala de aula.

REFERÊNCIAS

ANTON, H. Álgebra linear com aplicações. Class Ivo Doering – 10. ed. Dados eletrônicos, Porto Alegre: Bookman, 2012.

FAINGUELERNT, E. K. e GOTTLIEB, F. C. Guia de Estudo de Matemática – Matrizes e Determinantes – Sistemas Lineares. Rio de Janeiro: Editora Ciência Moderna Ltda., 2004.

GIRALDO, V.; CAETANO, P.; MATTOS, F. Recursos computacionais no ensino da matemática. Coleção PROFMAT. Rio de Janeiro: SBM, 2012.

LIMA, L. F. Grupo de estudos de professores e a produção de atividades matemáticas sobre funções utilizando computadores, 2009, 174 f. Dissertação (mestrado) – UNESP, 2009. Disponível em: <http://hdl.handle.net/11449/91076>. Acesso em: 02 de fevereiro de 2021.

MIRANDA, D. S. e CASTELO, P. C. Aplicações de matrizes. Universidade Federal do Amapá,

2016.Disponível em:< https://www2.unifap.br/matematica/files/2017/01/Danilo-da-Silva-Miranda-e-Patr%C3%ADcio-de-Castro-Castelo.pdf>. Acesso em: 02 de fevereiro de 2021.

SILVA, D. N. e MACHADO, G. G. A matemática e a graduação em ciências contábeis. Revista de Contabilidade, 2004, vol.09, n. 01. Disponível em: < http://www.e-publicacoes.uerj.br/index.php/rcmccuerj/article/view/5583 >. Acesso em: 02 de janeiro de 2021.

VAZ, C. L. D. O software Maxima e aplicações. Belém: Aedi, 2016.

A aprendizagem de números complexos na 3ª série do Ensino Médio utilizando a metodologia da resolução de problemas de George Polya

Araújo, Joanathan Willian Menêses de, arajhon@gmail.com
Silva, Elisa Fonseca Sena e, elisa.silva@im.ufal.br

[1]Licenciando em Matemática - Universidade Federal de Alagoas
[2] Docente do Instituto de Matemática – Universidade Federal de Alagoas

Resumo: *Neste trabalho será relatada a experiência de aplicação de uma atividade que utilizou a metodologia de resolução de problemas de George Polya numa turma do 3º ano do Ensino Médio em escola em Maceió - Al, da rede privada. Para a realização desse trabalho foram feitos um levantamento documental, um levantamento bibliográfico e um estudo de caso com a turma citada, visando uma metodologia qualitativa em práticas docentes. Foi elaborada uma sequência didática para abordar números complexos utilizando a metodologia de resolução de problemas e, em seguida, a mesma foi aplicada aos alunos da turma com a intenção de analisar a aprendizagem de números complexos na turma do 3º ano do Ensino Médio. A utilização da metodologia de resolução de problemas foi muito importante para que os estudantes entendessem melhor o enunciado e tivessem mais tempo para compreender e executar cada etapa da resolução. Espera-se que esse trabalho levante uma discussão entre a importância de analisar a maneira de ensinar números complexos, e a maneira com que o professor pode ministrar suas aulas, de uma forma não tradicional, mas voltada para que o aluno seja participante ativo.*

Palavras-chave: *Metodologia de Resolução de Problemas; Números complexos; Ensino Médio.*

1. INTRODUÇÃO

O trabalho a seguir é fruto de um trabalho de conclusão de curso que teve como objetivo contribuir para a compreensão do conceito de números complexos e suas aplicações usando a metodologia de resolução de problemas de Polya.

A pesquisa foi iniciada fazendo um levantamento bibliográfico, a fim de pesquisar sobre os tipos de metodologia de resolução de problemas, sendo escolhida a metodologia de George Polya. Depois foi realizado um levantamento documental, a fim de analisar o que os documentos oficiais, como a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) abordam o conjunto dos Números Complexos. Apesar de não estar presente na BNCC, os números complexos estão presentes nos PCN como uma possibilidade de ampliação dos conjuntos numéricos (2007, p. 122).

Os Números Complexos são usados em diversas áreas do conhecimento, como por exemplo, em física. Em sua tese, Juliano Portolan afirma que ao estudar um campo eletromagnético, é notável que ele possui duas componentes, uma elétrica e outra magnética, e para descrever essas componentes é necessário um par de números reais, logo esse par pode ser visto como um número complexo. (PORTOLAN, 2017). Com isso nota-se que Números Complexos poderiam ser inseridos no Ensino Médio como um bom tema a ser explorado nos itinerários formativos.

Posto isso, foi elaborada uma sequência didática, usando um problema que, para ser resolvido, necessitava que os alunos utilizassem alguns conceitos de Números Complexos, já vistos em sala de

aula. Além disso, em determinada parte da aplicação eles tinham que resolver equações do 2º grau, em que não há soluções no conjunto dos Números Reais, intencionando despertar nos alunos a necessidade de encontrar essa solução.

A aula foi planejada de acordo com a metodologia de Polya, em que o professor deve levar o aluno a resolver um determinado problema, incentivando-o através de questionamentos, mas não se deve deixar o aluno resolver o problema sozinho. Segundo Polya (1995, p.1) "o estudante deve adquirir tanta experiência pelo trabalho independente quanta lhe for possível. Mas se ele for deixado sozinho, sem ajuda ou sem auxílio insuficiente, é possível que não experimente qualquer progresso". O professor deve possuir uma postura equilibrada, procurando sempre incentivar o aluno a resolver o problema, contudo possuindo um determinado limite entre resolver o problema pelo aluno e deixar o aluno completamente sozinho. Nas palavras do autor "Se o professor ajudar demais, nada restará para o aluno fazer. O professor deve auxiliar, nem demais nem de menos, mas de tal modo que ao estudante cabe uma parcela razoável do trabalho" (POLYA, 1995, p. 1).

A sequência didática foi aplicada com uma turma da 3ª série do Ensino Médio, onde dez alunos participaram da aplicação, dos quais nove estavam presentes na escola e um aluno participou de forma remota.

2. APLICAÇÃO DA SEQEUÊNCIA DIDÁTICA

2.1. Relatos sobre a sequência didática

O problema utilizado na sequência didática, elaborado por um dos autores do texto, se encontra a seguir:

Mario escreveu, em seu caderno de desenhos, 4 pontos num plano de Argand-Gauss: A (2, 1), B (2, -1), C (0, 2) e D (0, -2) e foi cochilar, mas deixou seu caderno aberto na página do gráfico.

a) Katia, irmã de Mario, viu seu caderno aberto, pegou um lápis e resolveu unir os quatro pontos, formando um determinado polígono. Qual polígono ela formou?

b) Marcos, pai de Mário, também chegou ao local, e escreveu no papel, ao lado do gráfico, que os pontos A e B representam as raízes de uma equação e que os pontos C e D representam as raízes de outra equação do 2º grau. Quais as equações que Marcos estava falando?

Como a metodologia de Polya sugere que o professor seja um intermediador, permitindo que o aluno tome o papel principal, foi planejado algumas perguntas para auxiliar os alunos a terem boas ideias, caso eles apresentassem dificuldades de realizar as fases da metodologia.

Na primeira fase o aluno deve compreender o problema, para auxiliar o aluno, o professor pode perguntar: *Quais os dados do problema geral? Quais os dados em cada item? Quais as questões do ites a e b?* Na segunda fase, o aluno deve estabelecer um plano de execução, nesse momento o professor pode se utilizar das sequintes perguntas: *Por que Mario escreveu os pontos no Plano de Argand-Gauss e não no plano Cartesiano? Você pode fazer uma cópia do gráfico que Mario Fez? Como você pode reproduzir o desenho que Katia fez? Que tipo de equação Marcos encreveu com os pontos A e B?* Na terceira fase, a fase para executar o plano estabelecido, o aluno, ao encontrar as respostas das perguntas, já terá conseguido pensar em boas ideias, e terá condições suficientes para executar seu plano, e encontrar a resposta do problema proposto.

Contudo, para confirmar que não houve erros nessa execução se faz necessário um retrospecto de todo o problema, quarta e útilma etapa da metodologia de Polya. Nesse ponto, foi atingido o objetivo da sequência que era mostrar que existem soluções de equações do 2º grau com raízes complexas, pois uma das maneiras de realizar esse retrospecto é resolver a equação ulitizando o método resolutivo de Bhaskara.

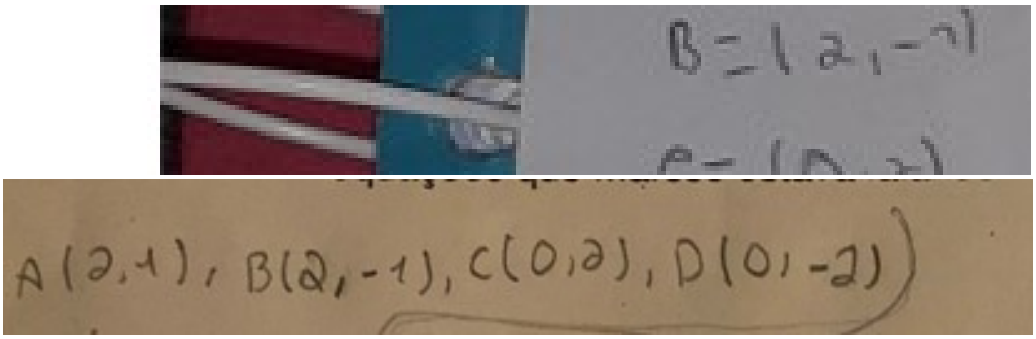
2.2. Relato da aplicação da Sequência didática

No dia da aplicação, o problema foi exposto aos alunos e foi dado um tempo para refletirem sobre ele para uma melhor compreensão do mesmo. Foi pedido inicialmente que eles separassem os dados do problema. Ao separar os dados, os alunos não apresentaram muitas dificuldades, mas alguns deixaram passar algumas informações cruciais.

Dos cinco pontos do problema, a maioria dos alunos colocou só os dados relativos aos pontos que Mário marcou, contudo se esqueceram de uma informação crucial, que era a questão de Mário escrever os pontos no plano de Argand-Gauss. Sem constatar esse fato, o aluno poderia não perceber que se tratava de números complexos. Mas um aluno percebeu, e até perguntou o porquê de ser no plano de Argand-Gauss e não no plano cartesiano.

Com relação aos dados do item a, a maioria dos estudantes escreveu os dois dados em única frase, conforme Figura 1 abaixo. Com relação ao dados do item b, todos os alunos fizeram a resposta esperada que era: os pontos A e B representam as raízes de uma equação e os pontos C e D representam as raízes de outra equação.

Figura 1: Exemplo de dados dos itens a e b

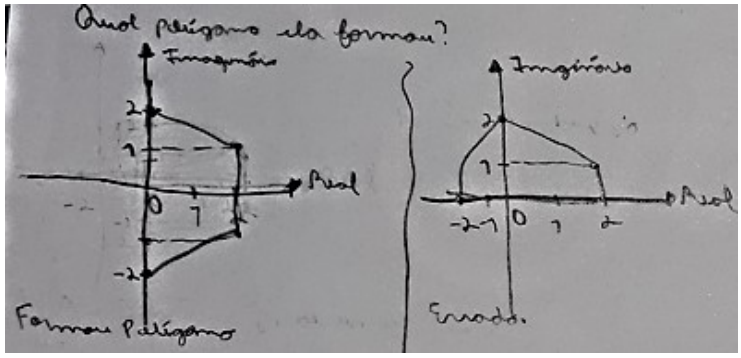


Fonte: Autores, 2021.

Os estudantes não apresentaram dificuldades em identificar qual era a pergunta do problema, destacando a última frase do enunciado tanto da questão a quanto da questão b.

Após se familiarizar com o problema e aperfeiçoar essa compreensão, o estudante precisa procurar ideias proveitosas, pensar por onde deve começar o problema e como solucioná-lo. Para isso, os alunos tiveram primeiramente a ideia de fazer o plano de Argand-Gauss, e depois marcar os quatro pontos que Mario marcou no plano. Como eles acreditaram que essa ideia era boa, colocaram em execução. A figura 2 abaixo mostra os gráficos de um aluno que fez a correção dos pontos que estavam errados.

Figura 2: Exemplo de correção de gráfico

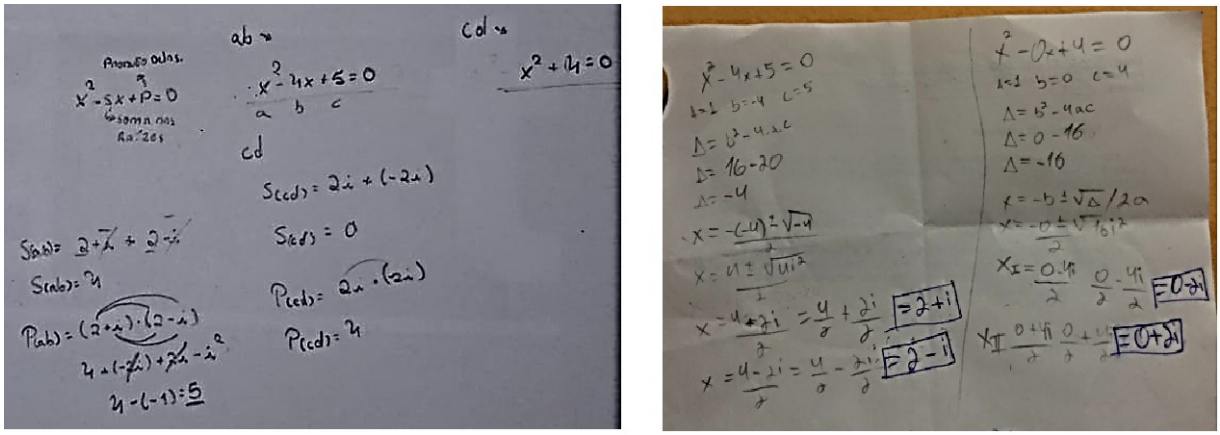


Fonte: Autores, 2021.

Após a finalização do item a, os estudantes foram pensar numa estratégia para resolver o item b, e buscaram ideias proveitosas. Nessa parte, eles também encontraram dificuldades, aí o professor teve que intervir utilizando as perguntas que já estavam planejadas na sequência didática, a fim de levar os alunos a

terem boas ideias. As perguntas que o professor utilizou foram: Qual a relação dos pontos do plano com números complexos? É possivel escrever uma equação a partir desses pontos? A figura 3(a), a seguir, mostra os cálculos de um estudante, realizando a soma e o produto das raízes da equação e depois formando as equações desejadas.

Figura 3: (a) Formando as equações; (b) Retrospecto



Fonte: Autores, 2021.

Após a execução do plano, os alunos precisavam fazer o retrospecto do problema. A ideia que o professor esperava é que eles fizessem a resolução da equação pela fórmula de Bhaskara, para que eles percebessem a questão de ter uma equação do 2º grau com discrimante negativo, mas com duas soluções já encontradas. A figura 3(b) acima, mostra resolução de um estudante, ao fazer o retrospecto do problema.

Por fim, foi solicitado aos alunos que escrevessem comentários sobre a metodogia aplicada, um aluno deixou o seguinte comentário:

> *como eu disse em sala, por mais que seja a primeira vez com essa metodologia, eu gostei muito, pois aborda um dos pontos que mais "dá trabalho" não só para mim, mas outros alunos, em especial os que não tem tanta afinidade ou interesse em matemática. não me considero um aluno ruim com cálculos, sempre tive mais problemas em entender o enunciado do que propriamente na resolução, então trabalhar e entender os enunciados, além de ser a parte crucial da questão, desenvolve melhor a interpretação do aluno. e ainda que, sendo algo novo, estimula mais a participação do aluno, sujeita ele mais ao erro de uma forma pedagógica. Tira também um pouco do estigma do professor montar a questão e ele mesmo resolver sozinho. então ao resumo; gostei bastante e seria bom ter mais atividades nesse estilo.*

Com isso, percebemos que a utilização da metodologia de resolução de problemas foi crucial para que os estudantes entendessem melhor o enunciado e tivessem mais tempo para compreender e executar cada etapa da resolução.

3. CONSIDERAÇÕES FINAIS

O trabalho apresentou o relato de uma pesquisa qualitativa realizada com estudantes de uma turma da 3ª série do Ensino Médio. O objetivo do trabalho foi levantar uma discussão sobre a maneira de ministrar o conteúdo de números complexos, numa turma da 3ª série do Ensino Médio, utilizando a metodologia da resolução de problemas de George Polya.

Pesquisas que mostram formas diferentes de ensinar Números Complexos são importantes para que os professores reflitam sobre a forma de ministrar suas aulas e consigam auxiliar seus alunos a conhecer o conjunto dos números complexos. Além disso, a utilização da metodologia de Polya contribui para os estudantes que desenvolvam melhor suas habilidades de resolução de problemas. Esperamos, com esse trabalho, motivar que mais professores utilizem essa metodologia em suas aulas e sugerimos que os Números Complexos sejam abordados nos itinerários formativos do Ensino Médio.

REFERÊNCIAS

BRASIL. Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular. Brasília, 2018.

BRASIL. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais: Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Brasília (DF), 2007. Disponível em: <http:portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/CienciasNatureza.pdf>. Acesso em: 19 set. 2021.

POLYA, G. A arte de resolver problemas: um novo aspecto do método matemático. In: STANFORD. Tradução de Heitor Lisboa de Araújo. Rio de Janeiro: Interciência Ltda.

PORTOLAN, J. A importância do ensino de números complexos no ensino médio, na visão dos professores de matemática, em alguns municípios da região Oeste do Paraná. 2017. Disponível em: < epositorio.utfpr.edu.br/jspui/bitstream/1/3024/1/PB_PROFMAT_M_Portolan%2C%20Juliano_2017.pdf >. Acesso em: 19 set. 2021.

PROPOSTAS E ANÁLISE DE SEQUÊNCIAS DIDÁTICAS PARA O ENSINO DE ÁREAS E VOLUMES DE FIGURAS SEMELHANTES.

Paz. Neiviton, neivitomsilva@hotmail.com

Resumo: *O presente trabalho é uma adaptação da pesquisa de dissertação de mestrado desenvolvida pelo autor, que desenvolveu um estudo acerca do ensino dos conceitos que envolvem as áreas e os volumes de figuras semelhantes, que, embora estejam presentes nos currículos da educação básica, em alguns casos, não são abordados com a devida ênfase. Ao longo do trabalho são propostas duas sequências didáticas, uma em formato presencial e outra em formato remoto e em seguida é feita uma análise e comparação dos resultados obtidos em uma aplicação destas sequências em turmas do 3º ano do ensino médio, a fim de verificar a viabilidade da abordagem deste tema através das atividades propostas em cada uma das sequências.*
Palavras-chave: *Sequência didática, Semelhança de figuras, Área, Volume.*

1. INTRODUÇÃO

A ideia de semelhança está ligada à ampliação ou à redução de uma figura, mantendo sua forma, isto é, alterando seu tamanho e mantendo suas proporções. No estudo tradicional da geometria da educação básica é comum a apresentação do conceito de semelhança através de triângulos da seguinte forma: "dois triângulos semelhantes têm ângulos correspondentes congruentes e lados correspondentes proporcionais" (BIANCHINI, 2015, P.7). Posteriormente esse conceito é estendido para polígonos, entretanto, a ideia de semelhança de figuras pode ser estendida para além dos polígonos, por exemplo, uma imagem espelhada numa tela de TV é semelhante à imagem da tela do celular que a espelha e uma bola de gude é semelhante a uma bola de sinuca.

Além disso o conceito de semelhança também estabelece relações entre as áreas das figuras e entre os seus volumes, mas para fazer observações e estabelecer relações se faz necessário uma abordagem mais abrangente acerca dos conceitos que envolvem semelhança, de modo que seja possível aplicá-la a quaisquer figuras planas ou espaciais.

Buscando propor esta abordagem desenvolvemos duas sequências didáticas com o objetivo de aplicá-las em turmas do ensino médio desenvolvendo as habilidades exigidas na BNCC. Uma sequência aplicada em formato presencial e outra em formato remoto, compreendendo que esta segunda modalidade de ensino citada é uma alternativa para períodos em que as aulas precisam acontecer à distância. Em seguida foi feita uma análise detalhada do desenvolvimento das atividades que compõem as sequências didáticas, discutindo os fatores relevantes a esta pesquisa que foram percebidos no decorrer do processo de aplicação em uma turma do 3º ano do ensino médio de uma escola pública de Pernambuco.

2. METODOLOGIA

Uma pesquisa científica pode ser inicialmente classificada em três tipos: exploratória, descritiva e explicativa. Como toda classificação deve obedecer a alguns critérios, faremos esta com base nos objetivos da pesquisa, utilizando os critérios apresentados por (GIL, 2002).

O presente trabalho pode ser classificado como uma pesquisa exploratória de cunho qualitativo, mais precisamente, um estudo de campo, visto que a pesquisa busca utilizar procedimentos e

estratégias para analisar os impactos da abordagem proposta em uma turma de 3º ano do ensino médio de uma escola da rede pública de Pernambuco.

Mais especificamente, este estudo consiste na elaboração, aplicação e análise de uma Sequência Didática, como proposta de ensino e aprendizagem de Semelhança de Figuras, estabelecendo relações entre as áreas e/ou entre os volumes das figuras estudadas, visando desenvolver nos estudantes as habilidades exigidas na Base Nacional Comum Curricular.

2.1. Sequência Didática

As sequências didáticas são formas de organização do trabalho pedagógico, com objetivos que podem variar de acordo com a proposta do professor. Segundo Zabala (2010), as sequências de ensino-aprendizagem ou sequências didáticas são as maneiras de encadear e articular as diferentes atividades ao longo de uma unidade didática.

Em concordância com esta concepção elaboramos duas sequências didáticas voltadas para o ensino médio, uma elaborada para o ensino presencial e outra para o ensino remoto, ambas com foco na relação existente entre as áreas e entre os volumes de figuras semelhantes.

A seguir estão apresentadas as atividades propostas em cada uma das sequências didáticas.

Tabela 1: Atividades por encontro das sequências didáticas

Atividades	Grupo presencial	Grupo remoto
Aplicação do pré teste	1º encontro (1h.a)	1º encontro (assíncrono)
Lista com problemas do cotidiando envolvendo o conceito de semellhaça	2º encontro (2h.a)	2º encontro (2h.a)
Aula expositiva: conceito de semelhança	3º encontro (1h.a)	3º encontro (1h.a)
Exercício de fixação tratando com relação entre os lados e os ângulos de figuras semelhantes, juntamente com desafios relacionando as áreas e os volumes de figuras semelhantes	3º encontro (1h.a)	3º encontro (1h.a)
Revisão de volume de sólidos geométricos	4º encontro (20 min)	4º encontro (assíncrono)
Realização da oficina de manipulação, na qual os estudantes constroem figuras semelhantes em malhas quadriculadas a fim de verificar respectivamente a relação entre suas áreas e entre seus volumes.	4º encontro (2h.a)	5º encontro (2h.a)
Finalização da sequência com uma conclusão apresentada pelo professor, trazendo uma generalização dos resultados encontrados na oficina.	5º encontro (1h.a)	5º encontro (1h.a)
Aplicação do pós teste	6º encontro (1h.a)	7º encontro (assíncrono)

Fonte: Autoria própria

2.2. Resultados e Discussões

Nesta seção estão apresentados os resultados questionários pré teste e pós teste que foram questionários constituídos por questões com os mesmos objetivos, além disso, é realizada uma

comparação destes dados com o objetivo de verificar se os objetivos de cada questão foram alcançados. Para isso classificaremos as porcentagens de acerto das questões de acordo com o parâmetro apresentado na tabela a seguir. Assim teremos uma resposta direta quanto a viabilidade da utilização das sequências didáticas.

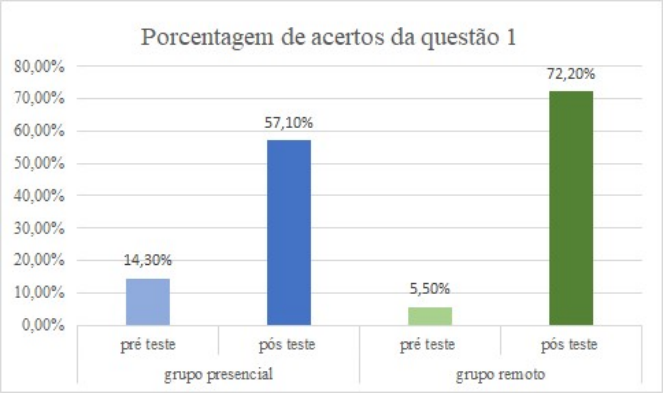
Tabela 2

Porcentagem de acertos (x%)	Nível de alcance do objetivo
$0\% \leq x < 50\%$	Ruim
$50\% \leq x < 70\%$	Regular
$70\% \leq x \leq 85\%$	Bom
$85\% \leq x < 100\%$	Ótimo

Fonte: Autoria própria

A seguir estão apresentados os objetivos, juntamente com as respectivas comparações e análises dos resultados para cada questão.

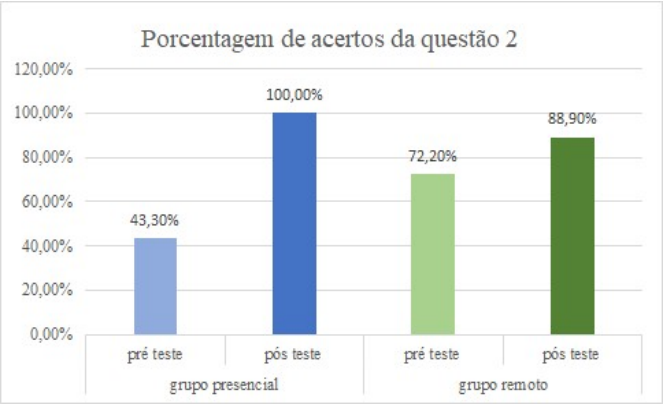
Figura 7: Objetivo - O estudante compreende o conceito de semelhança.



Fonte: Autoria própria

Compreendemos então que na questão 1 o grupo presencial atingiu um nível regular e o grupo remoto atingiu um nível bom, associamos este melhor desempenho do grupo remoto ao uso dos recursos tecnológicos que nos permitiu ao logo das atividades mostrar na prática uma figura sendo ampliada e reduzida.

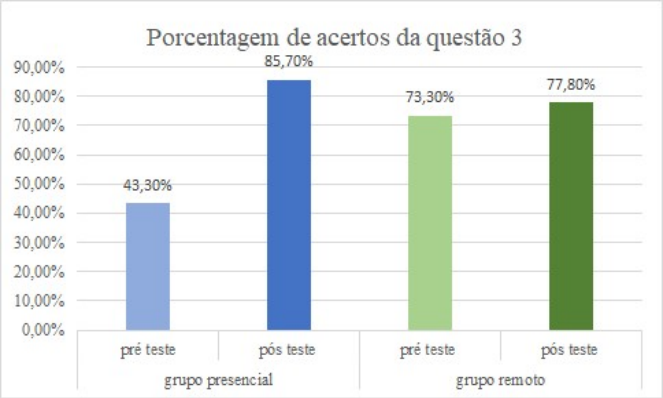
Figura 2: Objetivo - O estudante reconhece figuras planas semelhantes.



Fonte: Autoria própria

As porcentagens de acertos dos grupos presencial e remoto nesta questão foram respectivamente 100% e 88,9%. Estes dados nos mostram que os dois grupos atingiram um nível de alcance do objeto ótimo, atingindo a totalidade no grupo presencial. No entanto, vale lembrar que já no pré teste, a quantidade de acertos foi significativa.

Figura 3: Objetivo - O estudante calcula a área de uma figura utilizando o conceito de semelhança.

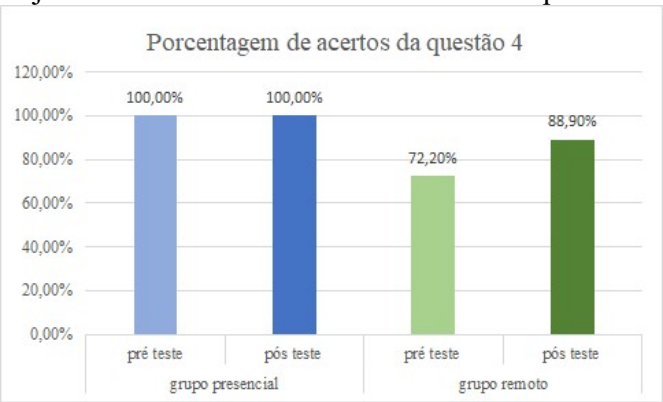


Fonte: Autoria própria

Diferentemente da questão do pré teste que possui o mesmo objetivo, no pós teste optamos por utilizar uma questão contextualizada, na qual a área da figura desejada não pode ser encontrada sem a aplicação da relação existente entre as áreas das figuras e a razão de semelhança. Esta estratégia foi utilizada visando verificar se os estudantes seriam capazes de utilizar esta relação em quaisquer que fossem as figuras planas semelhantes.

Mesmo restringindo os meios para encontrar a solução dos problemas, as porcentagens de acertos nos grupos presencial e remoto foram respectivamente iguais a 85,7% e 77,8%. Comprovando que com a aplicação da sequência de atividades foi possível atingir o objetivo esperado no grupo presencial, porém o grupo remoto atingiu um nível de alcance bom.

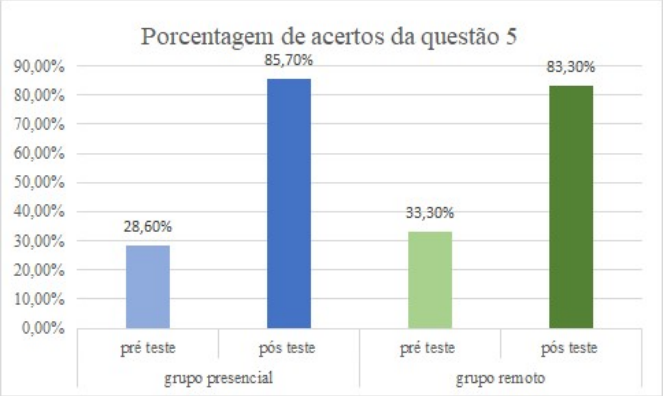
Figura 4: Objetivo - O estudante reconhece sólidos espaciais semelhantes.



Fonte: Autoria própria

As porcentagens de acerto para esta questão nos grupos presencial e remoto foram respectivamente iguais a 100% e 88,9%, mostrando assim que o objetivo para esta questão foi alcançado em ambos os grupos. Entretanto, as porcentagens de acertos desta questão no pré teste também foram altas em ambos os grupos, com o grupo presencial atingindo 100% já no pré teste, conforme mostra o gráfico a seguir. Por outro lado, é possível notar que no grupo remoto houve uma melhora significativa, atingindo no pós teste uma porcentagem considerada ótima.

Figura 4: Objetivo - O estudante calcula o volume de um sólido utilizando o conceito de semelhança.



Fonte: Autoria própria

Assim como na questão 3, nesta questão também optamos por utilizar uma questão contextualizada, o que difere da questão do pré teste que possui o mesmo objetivo, evitando que o estudante elabore uma solução com a aplicação direta na fórmula para obter o volume sem a aplicação da relação existente entre os volumes dos sólidos e a razão de semelhança. Esta estratégia foi utilizada visando verificar se os estudantes seriam capazes de utilizar esta relação em quaisquer que sejam os sólidos semelhantes.

Apesar da restrição dos meios para encontrar a solução, a porcentagem de acertos no grupo presencial foi de 85,7% e no grupo remoto foi de 83,3%. Vale lembrar que para esta questão as porcentagens de acertos não foram altas no pré teste.

3. CONCLUSÕES OU CONSIDERAÇÕES FINAIS

Após as devidas aplicações e análises foi constatado que ambas as sequências puderam atingir os objetivos propostos, desenvolvendo nos estudantes as habilidades esperadas e podendo ser consideradas, com base nestas aplicações, como abordagens alternativas para o ensino de áreas e volumes de figuras semelhantes. No entanto, vale ressaltar que devido aos protocolos de distanciamento social necessários para o enfretamento do momento de pandemia que ocorreu neste período, a quantidade de estudantes participando da pesquisa no grupo presencial foi reduzida, contendo apenas 7 estudantes neste grupo.

REFERÊNCIAS

BIANCHINI, E. Matemática Bianchini 9ºano. São Paulo: Moderna, 2015.

BRASIL. Base Nacional Comum Curricular. Brasília: Ministério da educação, 2018.

GIL, A. C. Como Elaborar Projetos de Pesquisa. São Paulo: Editora Atla S.A., 2002

ZABALA, A.; ARNAU, L. Como aprender e ensinar competências. Porto Alegre:ARTMED EDITORA S.A., 2010.

Frações e etnomatemática: uma proposta para alunos matriculados na modalidade de ensino EJA - Educação de Jovens e Adultos.

Mourad, Amanda, amandamourad@id.uff.br[1]
Martins, Carolina, carolinasimoes@id.uff.br[2]
Luz, Ana Maria, analuz@id.uff.br [3]
[1]Universidade Federal Fluminense (UFF)
[2]Universidade Federal Fluminense (UFF)
[3]Universidade Federal Fluminense (UFF)

Resumo: *Neste trabalho relatamos uma experiência vivenciada na disciplina Educação Matemática – Análise e Álgebra, em que desenvolvemos, especificamente, um trabalho que visava por meio da História da Matemática, atrelada ao Programa de Etnomatemática, propor um estudo inicial do conteúdo de frações, visando atender às necessidades de aprendizagem dos alunos da Educação de Jovens e Adultos, considerando o contexto em que estão inseridos.*

Palavras-chave: *Educação de Jovens e Adultos, História da Matemática, Etnomatemática, Frações*

1. INTRODUÇÃO

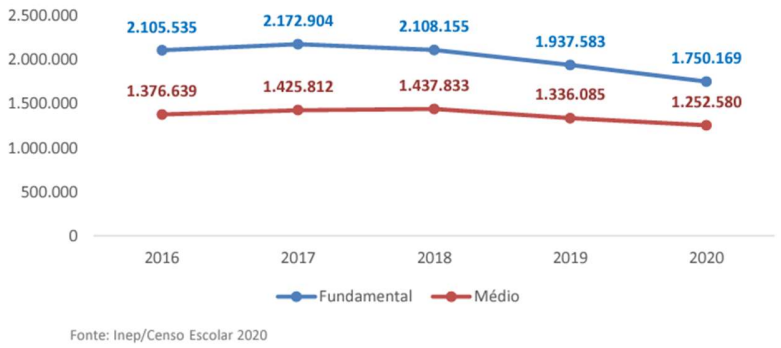
No Brasil e no mundo, a pandemia global causada pelo vírus da Covid-19 trouxe novos desafios à educação, tanto a professores como alunos, sejam eles da educação básica, educação superior ou outras modalidades. Assim, após o decreto pela Organização Mundial da Saúde (OMS), em 13 de março de 2020, as escolas, mundo afora, passaram a funcionar, contingencialmente, no formato remoto e on-line, de modo a garantir a continuidade dos processos de ensino e de aprendizagem. Devido as restrições impostas pela pandemia, realizamos diversas disciplinas de maneira remota, como foi o caso da "Educação Matemática – Análise e Álgebra" do curso de Licenciatura em Matemática, da Universidade Federal Fluminense (UFF). Uma das propostas da disciplina foi nos fazer pensar numa aplicação para sala de aula que ensinasse sobre frações por meio de metodologias que são tendências no ensino de matemática, são elas, História da Matemática e a Etnomatemática.

Paralelamente, estávamos realizando uma disciplina que, apesar de extremamente importante, é pouco vista como componente obrigatório dos cursos de Licenciatura em Matemática. "Tópicos Educacionais na Educação de Jovens e Adultos" - a disciplina mencionada - trouxe reflexões antes completamente desconhecidas para nós, que entendemos que ser professor envolve o olhar sensível as particularidades dos alunos, sendo eles crianças, adolescentes ou adultos. A EJA, como é comumente chamada, é uma modalidade de educação básica nos níveis fundamental e médio, ou seja, não se pode comparar a educação básica chamada regular e nem mesmo padronizar a forma de ensino, sendo preciso adequar o que se fala e considerar os saberes desses alunos – em sua maioria, mais velhos. Vale ressaltar que para além do gramatical, "A EJA" traz o sentido da Educação de Jovens e Adultos, diferente "do" EJA, que remete ao ensino compensatório - uma reposição acelerada da escolaridade. Entendemos que saber sobre a modalidade é essencial para o professor, uma vez que este é capacitado a lecionar para esse público. Refletindo nas questões pontuadas, assim como no fato da modalidade ser educação, da qual não se espera só alfabetização e nem só escolarização.

Sendo a educação, segundo a Constituição (1988) artigo 205, um direito de todos, fica clara a importância da EJA, ainda mais importante é que analisemos esse período pandêmico em que as dificuldades sociais e econômicas se acentuam e dificultam a educação como prioridade para os alunos da modalidade – em sua maioria, a classe trabalhadora. Segundo dados do INEP (2020), o número de matrículas da EJA segue "em

tendência de queda", incluindo as matrículas no ano de 2020 (Figura 1). Diante dessa necessidade observada, elaborar uma atividade voltada para jovens e adultos se tornou um alvo.

Figura 8**:** Gráfico mostra a evolução da matrícula na EJA por etapa de ensino no Brasil de 2016-2020. Fonte: Inep/Censo Escolar (2020).



2. RELATO DE ATIVIDADE

Existem diversas abordagens para o conceito de Sequência Didática (SD). Neste trabalho, nos referimos à SD no âmbito pedagógico, definida por Zabala (1998), como: "um conjunto de atividades ordenadas, estruturadas e articuladas para a realização de certos objetivos educacionais, que têm um princípio e um fim conhecidos tanto pelos professores como pelos alunos." (ZABALA, 1998, p.18).

Neste sentido, elaboramos uma sequência didática sobre noções e conceitos iniciais das frações, destinada aos alunos da Educação de Jovens e Adultos, considerando seus conhecimentos prévios e experiências de vida. Dessa forma, mesmo a EJA não estando inclusa na Base Nacional Comum Curricular (BNCC), a sequência didática foi embasada em suas habilidades numéricas e competências pensadas para o 6° ano do Ensino Fundamental, porém trazendo especificidades para os alunos da EJA, como forma de engajá-los e tornar a aprendizagem mais significativa.

Segundo a BNCC (2017, p. 296) uma das habilidades da temática "números" para esta etapa é saber resolver problemas que envolvam as operações de adição ou subtração com números racionais positivos na representação fracionária. Ademais, os objetivos específicos para a EJA propostos nessa SD compreendem:

- Situar a Matemática como uma manifestação cultural de todos os povos em todos os tempos, como a linguagem, os costumes, os valores, as crenças e os hábitos, e como tal diversificada nas suas origens e na sua evolução;
- Mostrar que a Matemática que se estuda nas escolas é apenas uma das muitas formas de Matemática desenvolvidas pela humanidade;
- Entender o contexto histórico do surgimento das frações, a partir das necessidades daquela época e o significado dado às frações;
- Compreender que o conteúdo das frações está presente no nosso cotidiano;
- Saber realizar cálculos de multiplicação entre números inteiros e fracionários.

Como forma de cumprir tais objetivos e habilidades, a sequência didática foi dividida em dois momentos: o primeiro com o uso da História da Matemática; e, o segundo, por meio do Programa de Etnomatemática, falaremos mais sobre estas tendências em educação matemática na seção Metodologia.

2.1. Usando diferentes metodologias

Antes de tudo, vale ressaltar que a EJA é uma modalidade de ensino que compreende diversas pessoas, com faixas etárias e trajetórias de vida distintas. Nesse sentido, de acordo com o artigo 37° da Lei de Diretrizes e Bases Nacionais (LDB) "a educação de jovens e adultos será destinada àqueles que não tiveram acesso ou continuidade de estudos nos ensinos fundamental e médio na idade própria e constituirá

instrumento para a educação e a aprendizagem ao longo da vida." (BRASIL, 1996).

Diante deste cenário, é fundamental pensar em estratégias de ensino que se destinem a este público-alvo tão específico, com suas complexidades e particularidades. Sobre o ensino de jovens e adultos, destaca-se:

> Entre jovens e adultos, o uso simultâneo de diferentes procedimentos de cálculo com o objetivo da confirmação da resposta, como por exemplo quando um procedimento informal era utilizado exatamente para a confirmação de um resultado matemático, porque um outro procedimento, do tipo escolar, não havia garantido para o educando adulto a exatidão almejada. Essas formas próprias de raciocinar são pouco perceptíveis a um observador externo, porque assumem um caráter de invisibilidade. Coexistem com outras, consideradas pelos alunos jovens/adultos como mais adequadas para o contexto escolar, geralmente práticas oriundas de experiências escolares passadas ou presentes. (Fantinato & Santos, p.4)

Associadas a essas formas próprias de raciocinar e ao que se entende como positivo para a educação desse público, as metodologias apresentadas são aliadas do professor para buscar mais qualidade de ensino.

A primeira metodologia utilizada para construção da sequência didática foi a História da Matemática, por meio da qual podemos observar de que maneira as frações aparecem em determinados momentos da história e levar os alunos ao aprendizado sobre as origens desse conteúdo tão conhecido pelas pessoas quando falamos em Matemática. Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) abordam, dentre alguns recursos, o uso da História da Matemática, como caminho para o ensino de Matemática:

> A História da Matemática pode oferecer uma importante contribuição ao processo de ensino e aprendizagem dessa área do conhecimento. Ao revelar a Matemática como uma criação humana, ao mostrar necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, ao estabelecer comparações entre os conceitos e processos matemáticos do passado e do presente, o professor cria condições para que o aluno desenvolva atitudes e valores mais favoráveis diante desse conhecimento. (BRASIL, 1998, p. 42)

Nesse sentido, objetiva-se introduzir a aula com essa abordagem para mostrar aos alunos como as frações se tornaram importantes e úteis aos seres humanos, historicamente. Para além disso, com as experiências de vida, os alunos da EJA adquirem conhecimentos, pois vivem em sociedade. O simples fato de comprar algo, olhar as horas ou fazer receitas culinárias os faz perceber o uso da matemática, porém muitas vezes esses conhecimentos passam despercebidos pelo professor que não os valoriza em sala de aula.

Dessa maneira, destaca-se a importância da Etnomatemática como forma de abordar uma Matemática contextualizada, que se conecte com os saberes dos alunos e mais significativa para esses alunos. Segundo Ubiratan D'Ambrósio (2013):

> Etnomatemática é a matemática praticada por grupos culturais, tais como comunidades urbanas e rurais, grupos de trabalhadores, classes profissionais, crianças de uma certa faixa etária, sociedades indígenas, e tantos outros grupos que se identificam por objetos e tradições comuns aos grupos. (D'Ambrósio, 2013)

2.2. Sequência Didática

Como supramencionado, propomos uma sequência didática em duas etapas: a primeira com o uso da História da Matemática, a partir da construção do conceito de fração na Antiguidade; e a segunda etapa, por meio da Etnomatemática, onde serão analisadas diferentes receitas culinárias.

Nossa finalidade para a primeira aula é apresentar o conteúdo de frações, por meio do contexto histórico em que ele surgiu, mostrando a problemática envolvendo os povos egípcios da Antiguidade. Ademais, visamos que o aluno entenda o significado de "parte pelo todo" dos números fracionários.

Sobre a história das frações, o historiador Heródoto (apud ALMEIDA) nos diz que: "Esse rei [Sesóstris] realizou a partilha das terras, concedendo a cada egípcio uma porção igual, com a condição de lhe ser pago todos os anos um certo tributo; se o rio carregava alguma parte do lote de alguém, o prejudicado ia procurar o rei e expor-lhe o acontecido. O soberano enviava agrimensores ao local para determinar a redução sofrida

pelo lote, passando o dono a pagar um tributo proporcional à porção restante." No entanto, quando os funcionários do governo traçavam novamente os limites do terreno de cada habitante para fazer a medição dificilmente aquela unidade de medida escolhida cabia um número inteiro de vezes nos lados do terreno e foi por esta razão que os egípcios criaram um novo tipo de número: o número fracionário.

Cabe aqui uma reflexão sobre a situação-problema da época, além de uma discussão sobre o surgimento de certos conceitos, a partir da necessidade humana. Os egípcios necessitavam de uma outra forma de contar os números "quebrados" e, por isso, surge a ideia das frações. Esse aspecto pode ser interessante para que os alunos visualizem frações para além da decoreba ou de significados "vazios".

Dando continuidade à SD, na segunda aula, nosso objetivo consiste em trazer o conceito de frações para ainda mais perto da realidade dos estudantes. Dessa maneira, pensamos em elaborar uma atividade envolvendo receitas culinárias, visto que a cozinha é comum a todos os grupos sociais, sendo incluída nas tradições dos alunos da modalidade da EJA.

Como preparação para esta aula, solicitaremos aos alunos que tragam receitas tradicionais de suas famílias ou receitas das comidas que mais gostem. Na aula, a turma será dividida em subgrupos, onde cada um trabalhará com uma receita, dentre as trazidas pelos alunos do grupo, escolhida pelo professor – nesse caso, é importante que o professor escolha receitas que tenham números fracionários como medida para os ingredientes. Assim, após análise das receitas, o professor poderá fazer indagações, como: "Como fazer a receita para a turma toda?"; "Como fazer com que essa receita renda 12 porções? E 16 porções?"; "Dobre esta receita. Quais serão as medidas e quantas porções teremos?"; com intuito dos alunos compreenderem os conceitos trabalhados e noções básicas das operações de soma e multiplicação de frações.

3. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Podemos notar que a EJA ainda não é tratada como prioridade pelos Governos, como podemos ver pela Base Nacional Comum Curricular (BNCC), que não aborda conteúdos específicos para a EJA, realizando uma padronização do ensino. Essa visão pelo Estado pode levar alguns professores a infantilizar jovens e adultos e gprofessor pensar sobre a Educação de Jovens e Adultos, entendendo que a abordagem para esse público não deve ser a mesma que a da Educação Básica.

Decerto, é notória a necessidade de investimento e de inovação na Educação de Jovens e Adultos, já que estamos lidando com indivíduos que carregam uma bagagem cultural, experiências devido às suas vivências e que possuem opiniões fortes e concretas. Assim, torna-se essencial uma didática inovadora, que incentive os alunos e instigue a vontade de aprender novos conteúdos, desconstruir e reconstruir diferentes conceitos.

Perante o exposto, as atividades elaboradas para esta sequência didática têm como finalidade trazer uma proposta inovadora e que abranja todas as especificidades dos alunos da Educação de Jovens e Adultos.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, Arthur C. & CORRÊA, Francisco J.S. de A. Papiro de Rhind e as Frações Unitárias. UFPA – PA, RPM:35.

BRASIL. [Constituição (1988)]. Constituição da República Federativa do Brasil: promulgada em 5 de outubro de 1988. 4.

BRASIL. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira: Censo Escolar, 2020.

BRASIL. Lei de Diretrizes e Bases da Educação. Brasília, 1996.

BRASIL. Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular. Brasília, 2017.

BRASIL. Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática: terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental: introdução aos parâmetros curriculares nacionais. Brasília: MEC/SEF, 1998.

D'AMBRÓSIO, Ubiratan. Etnomatemática – o elo entre as tradições e a modernidade. 5ª Ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2013. (Coleção Tendências em Educação Matemática, 1).

FANTINATO, M. C. C. B. & SANTOS, R. K. Etnomatemática e Prática Docente na Educação de Jovens e Adultos. p. 1 – 16.

ZABALA, Antoni. A prática educativa: como ensinar. Porto Alegre: Artmed, 1998.

MODELAGEM MATEMÁTICA NA CONSTRUÇÃO DE SAIAS GODÊ

BEDOIA, Asaph Ortolani, ortolani.bedoia@hotmail.com[1]
SOUZA, Juliana Alves de, juliana.a.souza@ufms.br [2]

[1]Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, Campus de Aquidauana
[2]Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, Campus de Aquidauana

Resumo: *Este texto, recorte de um trabalho de modelagem matemática realizado em uma disciplina de Prática de Ensino em um curso de Licenciatura em Matemática, tem por objetivo apresentar e discutir a construção de saias godê por meio de uma modelagem matemática. Após um processo de afunilamento, foi problematizado e matematizado a construção de quatro moldes diferentes de saias godê. Para tanto, foram utilizadas como referências teóricas e metodológicas Bassanezi (2006), Barbosa (2004) e Biembengut e Hein (2014). Conclui-se que os profissionais da costura não necessariamente se utilizam de tabelas prontas ou cálculos matemáticos padronizados, pois a realidade pode exigir construções únicas, sob medida. O modelo construído é uma aproximação da realidade, uma representação simplificada. A vivência de todo o processo de uma modelagem possibilitou o desenvolvimento criativo e autônomo na formação inicial dos licenciandos, além de melhor compreensão do objeto estudado e a percepção de relações entre matemática e moda.*
Palavras-chave: *Educação Matemática, modelagem matemática, saia godê.*

1. INTRODUÇÃO

O trabalho realizado teve início na disciplina "Pratica de Ensino II: Modelagem Matemática e Resolução de Problemas" ministrada pela segunda autora ao quarto semestre do Curso de Licenciatura em Matemática, da Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, Campus de Aquidauana em 2018. A professora iniciou a disciplina discutindo textos e artigos para proporcionar aos acadêmicos compreensão teórica acerca da Modelagem Matemática. Depois, propôs a turma a realização de um trabalho de modelagem em duplas, citando as palavras de Bassanezi (2006, p. 43) "da mesma forma que só se pode aprender a jogar futebol, jogando, só se aprende modelagem, modelando!". Nas palavras de Biembengut e Hein (2014) "habilidade e segurança só se ganham com a experiência".

Mas o que vem a ser a modelagem matemática? A partir de parâmetros da Educação Matemática, Barbosa (2004, p. 03), caracteriza-a "em termos do contexto no qual é desenvolvido (a escola), a natureza da atividade (investigação) e os domínios que envolve (matemática e áreas com referência na realidade)", ou seja, a modelagem é "um ambiente de aprendizagem no qual os alunos são convidados a problematizar e investigar, por meio da matemática, situações com referência na realidade" (BARBOSA, 2004, p. 03). Segundo esse autor, a literatura tem apresentado experiências de Modelagem que variam quanto à extensão e às tarefas que cabem ao professor e aluno, uma das possibilidades sinalizadas pelo autor "trata-se de projetos desenvolvidos a partir de temas 'não-matemáticos', que podem ser escolhidos pelo professor ou pelos alunos. Aqui, a formulação do problema, a coleta de dados e a resolução são tarefas dos alunos" (BARBOSA, 2004, p. 05). Esse caminho propicia ao futuro professor de Matemática maior oportunidade de experimentar todas as fases do processo de uma modelagem: escolher o tema, simplificar, coletar dados e encontrar soluções. Além disso, a responsabilidade do professor sobre a condução das atividades é mais compartilhada com os estudantes, consequentemente, o processo da modelagem pode ser mais longo. Seguindo essa possibilidade de desenvolvimento, ao propor o trabalho, a professora pediu para que formássemos duplas e nos deu liberdade na escolha do tema a ser investigado para que participássemos de modo mais efetivo (BASSANEZI, 2006; BIEMBENGUT e HEIN, 2014). Contudo, a professora orientava nossas escolhas. Minha parceira inicial não permaneceu até o final do trabalho, mas teve um papel importante para sua realização. Escolhemos um tema de interesse em comum: a moda. O primeiro passo foi a busca de relações entre os dois universos: a Matemática e a Moda.

Após alguns estudos, percebemos que a Matemática era muito presente no universo da moda, tanto na

confecção quanto composição de bordados, estampas, acessórios etc. Com tanta informação, percebemos que era necessário delimitarmos a um elemento específico dentro do universo da moda. Decidimos pela confecção de roupas por entendermos que seria uma forma de conectar a modelagem em construção diretamente com o nosso dia a dia. Mais uma vez nos deparamos um leque de possibilidades dentro da temática de confecção de roupas, tanto em relação a quantidade de peças e suas variações, quanto a modos de construção e conceitos matemáticos envolvidos. Concluímos que seria necessário debruçar em uma única peça de roupa. Escolhemos a saia. Encontramos diversos tipos e variantes a depender do molde, corte, comprimento, tecido, silhueta, etc. E mais uma vez, sentimos a necessidade de afunilar, isto é, escolher um único modelo de saia: a godê.

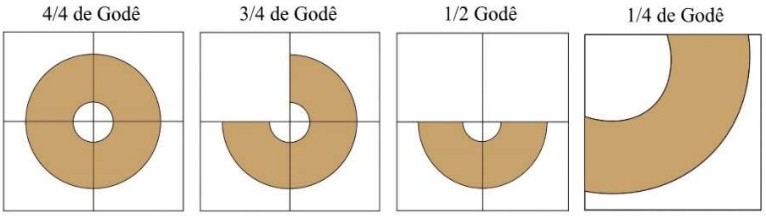
A saia godê foi criada no período pós segunda guerra mundial pelo famoso estilista francês Christian Dior com o nome "New look" por valorizar o corpo feminino e suas curvas, contrariando a moda da época. Com o passar do tempo, ela espalhou pelo mundo e foi se alterando de acordo com estilos e preferências dos usuários[9].

Com o tema definido, formulamos questões como: como uma saia godê é construída? É possível matematizar sua construção? Que matemática pode ser encontrada em sua confecção? Assim sendo, o objetivo deste texto é apresentar e discutir a construção de saias godês por meio de uma modelagem matemática.

2. MODELAGEM MATEMÁTICA DA SAIA GODÊ

Ao iniciarmos as buscas de construção ou confecção, encontramos revistas de modelagem destinadas a costureiras com diversas imagens de modelação. Procuramos vídeos explicativos e novamente encontramos uma diversidade de informações. O canal[10] de uma costureira foi o elemento que faltava para o nosso entendimento. Descobrimos que existem quatro tipos de saias godê: 4/4 de godê ou godê total, 3/4 de godê, 1/2 godê e 1/4 de godê, e cada um tem um processo de construção, gerando quatro moldes diferentes, conforme Figura 1.

Figura 1 – Moldes para confecção de saias godê



Fonte: os autores

A partir dos moldes, começamos a visualizar matemática: o molde da saia godê total é formado por uma coroa circular, e os demais, por uma fração dessa coroa. Mas, antes de adentrar nessa matematização ou transição de linguagens, é necessário explicitar algumas terminologias e valores de referência que serão utilizados no modelo matemático de construção dos moldes de saias godê. Inicialmente, percebemos que usaríamos o valor de π nos quatro tipos de saias pelo fato de cada molde envolver o formato circular ou parte dele. Simbolizamos alguns procedimentos e expressões para formularmos um modelo. "O modelo matemático é um conjunto de símbolos e relações matemáticas que representam de alguma forma o objeto estudado" (BASSANEZI, 2006, p. 20) e é "obtido quando se substitui a linguagem natural das hipóteses por uma linguagem matemática coerente" (idem, p. 29). Foram realizados vários ajustes, principalmente nas simbologias. A reformulação de modelos é uma das partes fundamentais e inerentes ao processo de modelagem (BASSANEZI, 2006). Ao finalizar esse processo, organizamos as escolhas terminológicas conforme a Tabela 1.

[9] https://www.dior.com/couture/pt_br/a-maison-dior/historias-da-dior/a-revoluc%C3%A3o-do-new-look

[10] https://www.youtube.com/channel/UC9MePuw96CbeyLbj5OXS2ww

Tabela 1 *– Termos e seus significados*

Termos	Significado
C	Medida da cintura
C+2	Medida da cintura adicionada a 2cm de folga
Rci	Raio da circunferência interna do molde
Co	Comprimento da saia
Cm	Comprimento do molde
π	3,14

Fonte: os autores.

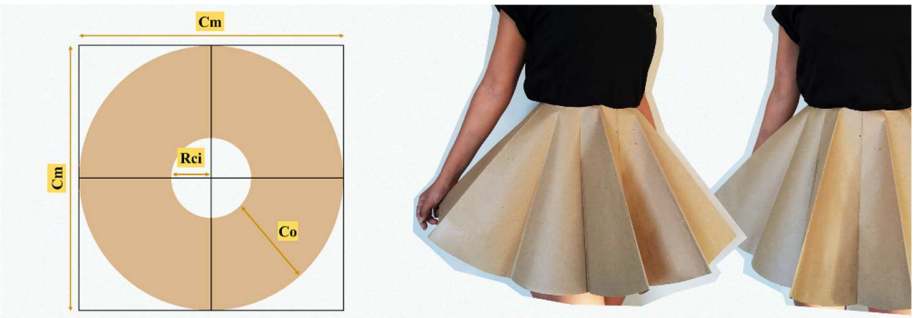
Matematizar a confecção dos moldes se constituiu em um desafio, haja vista que a do 4/4 de godê e a 3/4 de godê é similar, mas o 1/2 godê e 1/4 de godê, são diferentes tanto entre si com em relação aos outros dois. Neste texto, por se tratar de um recorte, será explicitado o processo de construção das saias godê total e 1/2 godê.

3. CONSTRUÇÃO DA SAIA GODÊ

3.1. Saia Godê Total ou 4/4 de Godê

Para a confecção dessa saia é necessário: obter a medida da cintura da pessoa (C) e do comprimento da saia (Co); adicionar 2cm à medida de C para a folga na cintura (C+2) e dividir esse resultado por 2π (6,28), que corresponde a uma volta completa. Procedendo assim, obtemos a medida do raio da "cintura" do molde, ou seja, a medida do raio da circunferência interna do molde (Rci): $Rci = \frac{C+2}{2\pi}$. Esse procedimento provém da fórmula do comprimento de uma circunferência qualquer, isto é, $c = 2\pi r \rightarrow r = \frac{c}{2\pi}$, onde o raio foi denominado de Rci.

Figura 2 *– Ilustração molde e representação real da saia godê total*



Fonte: os autores.

Em seguida, é necessário determinarmos o tamanho total do molde da saia. Para isso, basta adicionar o dobro de Rci (diâmetro da cintura) ao dobro do comprimento da saia (Co), ou seja, $Cm = 2.Rci + 2.Co$. Essa medida corresponde ao diâmetro total do molde, conforme ilustrado na Figura 2.

Vamos supor que uma pessoa com cintura medindo 65cm peça para uma costureira tecer uma saia godê total medindo 36cm de comprimento. A costureira poderá fazer os seguintes cálculos. Sendo $c = 65\text{cm}$, $2\pi = 6{,}28$ e $\text{Co} = 36\text{cm}$, temos:

$$\text{Rci} = \frac{(65+2)}{6{,}28} \cong 11 \text{ cm}$$

$$\text{Cm} = 2.\text{F(C)} + 2.\text{Co} = 2.(11) + 2.(36) = 94\text{cm}$$

Portanto, será necessário um corte de tecido de 94cmx94cm e o raio da circunferência interna do molde medirá 11cm. Em cada caso, a validação dos modelos matemáticos construídos, se deu por meio da confecção

dos moldes e prova (vestimenta) na modelo (pessoa), conforme ilustrado na Figura 2.

3.2. Saia 1/2 Godê

Para essa confecção, são necessárias as mesmas informações básicas (medida C da cintura e do comprimento da saia, Co). A diferença está em determinar a medida do raio da circunferência interna do molde (Rci). Neste caso, dividimos a medida C+2 por π, que corresponde à metade de uma volta completa (2π): $\text{Rci} = \frac{(\text{C}+2)}{\pi}$. Após determinarmos esse valor, calculamos o tamanho do molde. Pela Figura 3 é perceptível que o lado maior (horizontal) tem o dobro da medida do lado menor (vertical), isto é, o lado menor do molde mede $(\text{Rci} + \text{Co})$ e o lado maior $2 \,.\, (\text{Rci} + \text{Co})$.

Figura 3 *– Ilustração do molde e representação real da saia 1/2 godê*

Fonte: os autores.

Agora, para construir uma saia ½ godê para a modelo cuja cintura mede 65cm e quer uma saia de 36cm de comprimento, a costureira poderá fazer os seguintes cálculos. Sendo $\text{C} = 65\text{cm}$, $\pi = 3{,}14$ e $\text{Co} = 36\text{cm}$, temos:

$$\text{Rci} = \frac{(65+2)}{3{,}14} \cong 22\text{cm}$$

Assim, para construí-la é necessário que o lado menor do molde meça Rci + Co = $22 + 36 = 58$ cm e o lado maior o dobro desta medida, isto é: 2. (Rci + Co) = $2 \,.\, (58) = 116$ cm.

Em cada caso, a validação dos modelos matemáticos construídos, se deu por meio da confecção dos moldes e prova (vestimenta) na modelo (pessoa), conforme ilustrado nas Figuras 2 e 3.

4. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Há tabelas prontas para o auxílio, praticidade e agilidade na construção dos quatro tipos de saias godês pelas costureiras. Nelas, são postas medidas de cinturas com os respectivos raios. Porém essas medidas podem variar de acordo com o tecido da confecção. Por exemplo, se o tecido ceder, isto é, esticar, não é necessário deixar dois centímetros de folga. Além disso, na construção real, deve-se considerar os acréscimos necessários para a realização da barra e do cós na medida do comprimento da saia. Sabemos ainda, que há outras maneiras de se construir uma saia godê, principalmente em relação ao molde. Os profissionais da costura, por terem prática e procedimentos próprios ou consolidados, não necessariamente se utilizam de tabelas prontas ou cálculos matemáticos. Ao ouvirmos uma costureira buscando entender seus procedimentos, foi nos explicado que a elaboração do molde depende ainda da silhueta da cliente, o que implica em uma construção única, sob medida. Buscamos matematizar procedimentos de uma peça de um profissional de costura, mas sabemos que ao realizar uma modelagem estamos sempre trabalhando com *aproximações* da realidade estudada (BASSANEZI, 2006; BIEMBENGUT e HEIN, 2014), com "uma representação simplificada da realidade sob a ótica daqueles que a investigam" (ALMEIDA, SILVA e VERTUAN, 2012, p. 13).

Biembengut e Hein (2014, p. 10) reflete "como o professor pode aprender modelagem matemática para pode ensinar?". Conforme exposto, esse trabalho foi iniciado em uma disciplina de

Prática de Ensino em um curso de Licenciatura em Matemática na qual foi nos dada a liberdade de construir uma modelagem matemática e vivenciar todo o processo de elaboração, possibilitando desenvolver nossa criatividade e autonomia, sempre sob a orientação da docente responsável. Por meio da modelagem matemática, "o estudante vislumbra alternativas no direcionamento de suas aptidões ou formação acadêmica" (BASSANEZI, 2006, p. 16). Assim, com a realização da modelagem aqui apresentada, enquanto futuros professores de matemática tivemos a oportunidade de vivenciar o desenvolvimento dessa possibilidade pedagógica e metodológica no ensino e aprendizagem de matemática, tanto por meio de nossas próprias experiências quanto pelos trabalhos realizados pelos colegas, que ao final da disciplina apresentaram suas construções e descobertas à turma, uma vez que "o desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática culmina com a comunicação de uma resposta do problema para outros" (ALMEIDA, SILVA e VERTUAN, 2012, p. 18).

Portanto, a modelagem matemática desenvolvida permitiu tanto a melhor compreender o objeto estudado e as áreas relacionadas (matemática e moda) quanto a aprendizagem de modelos matemáticos favorecendo futuras práticas docente por meio desse caminho.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, Lourdes Werle de; SILVA, Karina Pessôa; VERTUAN, Rodolfo Eduardo. **Modelagem matemática na educação básica**. São Paulo: contexto, 2012.

BARBOSA, Jonei Cerqueira. Modelagem Matemática: o que é? Por que? Como? In: **Veritati**, n. 4, p. 73-80, 2004. Disponível em: < http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/2010/artigos_teses/2010/Matematica/artigo_veritati_jonei.pdf>. Acesso em: 15 set. 2020.

BASSANEZI, Rodney Carlos. **Ensino-aprendizagem com Modelagem Matemática**. São Paulo: Editora Contexto, 2006.

BIEMBENGUT, Maria Sallet; HEIN, Nelson. Modelagem matemática no ensino. 5. ed., 4ª reimpressão. São Paulo: Contexto, 2014.

A PRESENTIFICAÇÃO DAS TDIC E A FORMAÇÃO CONTINUADA DE PROFESSORES

Oliveira, Helaine Araujo de, helainearaujodeoliveira@gmail.com[1]
Meira, Janeisi de Lima, janeisi@mail.uft.edu.br[2]
[1]Universidade Federal do Tocantins - Câmpus Palmas - TO
[2]Universidade Federal do Tocantins - Câmpus Arraias/Palmas - TO

Resumo: *Este estudo tem como objetivo discutir a presentificação das TDIC e a necessidade da formação continuada de professores para atender às exigências impostas à educação contemporânea. Trata-se de uma pesquisa bibliográfica que tem como aporte teórico os estudos realizados por Mercado (1999), Silva e Silva (2012), Valente e Almeida (1997), Kenski (2012), dentre outros. A partir das análises dos estudos, ficou evidente que as TDIC, quando incorporadas à formação continuada dos professores, principalmente às práticas pedagógicas, contribuem para a melhoria do processo de ensino e aprendizagem dos alunos em qualquer nível de escolarização. Diante disso, faz-se necessário repensar e ressignificar a formação continuada dos professores na perspectiva de desenvolvimento de competências digitais, para que seja possível formar cidadãos críticos, reflexivos e que saibam fazer uso das TDIC de forma ética e responsável no mundo contemporâneo. Ademais, espera-se que os professores, de posse dos recursos digitais, possam inovar suas práticas pedagógicas, a fim de propiciar aos alunos compreensão, criação e disseminação de informações por meio das TDIC, para que exerçam o protagonismo na construção colaborativa do conhecimento.*
Palavras-chave: *Formação continuada de professores, Competências, Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação.*

1. INTRODUÇÃO

Vive-se num momento em que as mudanças tecnológicas têm acelerado, e isso tem contribuído de forma positiva para que se intensifiquem as discussões acerca da temática na educação, contexto em que se reconhece o potencial pedagógico que as tecnologias apresentam quando incorporadas à formação continuada do professor e, consequentemente, às práticas pedagógicas. Partindo da hipótese de que o uso dos recursos digitais durante as aulas contribui para melhorar a aprendizagem dos alunos em qualquer nível de ensino, faz-se necessário repensar a forma como o processo de ensino e aprendizagem tem sido conduzido frente às mudanças pelas quais a sociedade vem passando, sobretudo no que diz respeito à inserção das Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação (TDIC) no contexto escolar.

As TDIC têm-se ampliado para os mais diversos contextos da sociedade, e isso tem exigido dos professores capacitação para que, antes mesmo de adotar os recursos digitais e de inseri-los em suas práticas pedagógicas, aprendam a usá-los, visando dinamizar o ensino-aprendizagem dos seus alunos. É muito importante a utilização desses meios, no entanto, não é o suficiente, pois o empreendimento carece do uso com intencionalidade, objetivo e clareza quanto à sua aplicabilidade no ensino, visto que o fato de inseri-los como um recurso mecânico, sem um planejamento pedagógico bem delimitado, como o que se espera atingir no processo de ensino e aprendizagem dos envolvidos, não significa que o professor está inovando, até porque garantir novidade por um tempo não faz acontecer uma melhoria significativa na educação.

Dessa forma, é de suma importância repensar a formação continuada com vistas a subsidiar os professores, proporcionando-lhes o desenvolvimento de competências digitais para atuar com as TDIC em sala de aula, para que, assim, possam inovar seus métodos e enriquecer as aulas, propiciando aos alunos momentos em que possam, de forma dinâmica, construir conceitos, aguçar sua curiosidade, tornando-se capazes de enfrentar desafios tanto dentro da escola quanto fora dela. Nesse contexto, as tecnologias digitais buscam uma interação entre professor e aluno, de forma que as aulas sejam dinâmicas e a sala de aula, um ambiente propício para a construção colaborativa de conhecimentos.

Além disso, espera-se que os professores estimulem e encorajem os alunos a usar as tecnologias digitais nas aulas, como ferramentas para o auxílio no ensino e na aprendizagem, permitindo-lhes vivenciarem novas experiências, pois, quando o estudante está envolvido como sujeito ativo, investigando, explorando, orientado por um professor – que é o mediador –, a formalização e a concretização mental de conceitos tornam-se simplesmente uma consequência do processo. Diante disso, a fim de que os resultados sejam positivos nas aulas, com a utilização das TDIC, é preciso atender à competência fundamental, que é saber utilizar os recursos digitais. Isso porque a tecnologia está cada vez mais presente no cotidiano dos alunos e um dos maiores desafios deste século é conciliar a tecnologia com o processo de ensino e aprendizagem.

2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

A presentificação das TDIC na sociedade contemporânea tem despertado o interesse de vários pesquisadores e estudiosos da área da educação, pois as inovações tecnológicas têm alterado a forma de a sociedade se comportar nos mais diversos contextos, seja social, cultural, organizacional, seja educacional. Essas alterações têm contribuído para que as instituições educativas se posicionem no sentido de buscar meios para atender às mudanças impostas pelos avanços das TDIC, uma vez que os sujeitos estão alterando sua dinâmica social.

Nesse sentido, espera-se que os cursos de formação continuada propiciem meios para que os professores

> [...] saibam incorporar e utilizar as novas tecnologias no processo de aprendizagem, exigindo-se uma nova configuração do processo didático e metodológico tradicionalmente usado em nossas escolas nas quais a função do aluno é a de mero receptor de informações e uma inserção crítica dos envolvidos, formação adequada e propostas de projetos inovadores (MERCADO, 1999, p. 20).

Desse modo, a formação continuada propiciará aos professores meios para incorporar as TDIC nas práticas pedagógicas, fortalecerá o processo de ensino e aprendizagem dos alunos com o uso dos recursos digitais disponíveis e contribuirá para que os educadores se sintam seguros quanto ao uso das TDIC, proporcionando um ensino com qualidade e significado. Além disso, os profissionais estarão capacitados para atuarem de forma eficiente, no mundo contemporâneo.

Segundo Silva e Silva (2012, p. 30), "isso desencadearia, por um lado, a formação de sujeitos inovadores e empreendedores, por outro lado, promoveria uma intensa gestão performativa da docência". Diante disso, surge a necessidade de repensar a maneira como o ensino tem ocorrido nos ambientes educacionais, bem como o projeto político pedagógico da escola e o currículo escolar, para que seja contemplado, em sua integralidade, o desenvolvimento de competências, habilidades e atitudes, de forma a propiciar outras (e novas) maneiras de pensar, agir, aprender e de se comportar numa sociedade que está em constante transformação, principalmente porque a escola tem como papel social a formação de cidadãos críticos, reflexivos e capazes de utilizar as tecnologias digitais em diversos contextos sociais, de forma responsável e ética.

À vista disso, o documento da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) apresenta como competências "a mobilização de conhecimentos (conceitos e procedimentos), habilidades (práticas, cognitivas e socioemocionais), atitudes e valores para resolver demandas complexas da vida cotidiana, do pleno exercício da cidadania e do mundo do trabalho" (BRASIL, 2018, p. 9).

No que diz respeito às competências gerais da Educação Básica, o documento aponta que os alunos precisam

> Compreender, utilizar e criar tecnologias digitais de informação e comunicação de forma crítica, significativa, reflexiva e ética nas diversas práticas sociais (incluindo as escolares) para se comunicar, acessar e disseminar informações, produzir conhecimentos, resolver problemas e exercer protagonismo e autoria na vida pessoal e coletiva (BRASIL, 2018, p. 9).

Para isso, é necessário que o professor possua competências, para que possa, de maneira efetiva, integrar as TDIC em suas práticas pedagógicas, a fim de desenvolver nos alunos estas competências. Perrenoud (2000) destaca como uma das dez competências fundamentais do professor a de conhecer as possibilidades e dominar os recursos computacionais existentes, cabendo ao professor atualizar-se constantemente, buscando novas práticas pedagógicas que possam contribuir para um processo educacional qualificado.

De acordo com Valente e Almeida, promover formação continuada de professores para o uso das TDIC no contexto educacional exige "[...] condições para que ele construa conhecimento sobre as técnicas

computacionais, entenda por que e como integrar o computador na sua prática pedagógica e seja capaz de superar barreiras de ordem administrativa e pedagógica" (VALENTE; ALMEIDA, 1997, p. 8).

Nessa perspectiva, Araújo (2005) afirma que

> O valor da tecnologia na educação é derivado inteiramente da sua aplicação. Saber direcionar o uso da Internet na sala de aula deve ser uma atividade de responsabilidade, pois exige que o professor preze, dentro da perspectiva progressista, a construção do conhecimento, de modo a contemplar o desenvolvimento de habilidades cognitivas que instigam o aluno a refletir e compreender, conforme acessam, armazenam, manipulam e analisam as informações que sondam na Internet (ARAÚJO, 2005, p. 23-24).

Assim, a formação continuada de professores para o desenvolvimento de competências digitais se apresenta como um fator de transformação social para a atuação na sociedade, visto que, a partir do momento em que as TDIC foram consolidando-se, "[...] a complexidade tecnológica só fez emergir cada vez mais diferentes necessidades, já que possuir as ferramentas digitais não garante que o sujeito seja digitalmente competente" (SILVA; BEHAR, 2019, p. 24).

Portanto, tornar os professores digitalmente competentes significa que eles precisarão desempenhar papéis diversos em suas práticas pedagógicas, e essa mudança demanda desenvolvimento de habilidades. Para tanto, são necessários "novos modos de formação que possam prepará-lo[s] para o uso pedagógico do computador, assim como para refletir sobre a sua prática e durante a sua prática [...]" (ALMEIDA, 2000, p. 11).

3. CONSIDERAÇÕES FINAIS

As TDIC, aliadas à formação continuada para o desenvolvimento de competências, propiciarão aos professores uma ampliação nas possibilidades e formas de ensinar, uma vez que "a ação docente mediada pelas tecnologias é uma ação partilhada" (KENSKI, 2012, p. 105). É uma via de mão dupla, na qual tanto o professor quanto o aluno ensinam e aprendem de forma colaborativa.

Dessa forma, é urgente e emergente repensar e ressignificar a formação continuada de professores, com vistas ao desenvolvimento de competências digitais para o uso e a inserção dos recursos digitais em suas práticas pedagógicas. Esse movimento propiciará ao aluno a produção do conhecimento de forma colaborativa, sua inserção na sociedade digital, bem como o desenvolvimento de competências digitais para criar e disseminar informações de forma crítica, ética, reflexiva e responsável.

Portanto, as TDIC, quando aliadas às práticas pedagógicas de professores, tornam-se um facilitador do processo de ensino e aprendizagem; além do mais, possibilitam "uma maior interação entre professor aluno e aluno-aluno e o aprender não ficará restrito apenas às salas de aula, mas sim incorporado na realidade do próprio aluno" (CANTINI *et al*., 2006, p. 882).

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, M. E. B. **Informática e formação de professores**. ProInfo. v. 2. Brasília, DF: Ministério da Educação, Seed, 2000.

ARAÚJO, R. S. Contribuições da metodologia WebQuest no processo de letramento dos alunos nas séries iniciais no Ensino Fundamental. *In*: MERCADO, Luís Paulo Leopoldo (org.). **Vivências com aprendizagem na internet**. Maceió: EDUFAL, 2005. p. 8-43.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, DF: MEC, 2018. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC EI EF 110518 versaofinal site.pdf. Acesso em: 5 maio 2021.

CANTINI, M. C.; BORTOLOZZO, A. R. S.; FARIA, D. S.; FABRÍCIO, F. B. V.; BASZTABIN, R.; MATOS, E. O desafio do professor frente às novas tecnologias. *In*: EDUCERE - CONGRESSO NACIONAL DE EDUCAÇÃO, 6., 2006, Curitiba. **Anais** [...]. Curitiba: Champagnat, 2006. p. 879. Disponível em: http://www.aedmoodle.ufpa.br/pluginfile.php?file=%2F254415%2Fmod_forum%2Fattachment%2F347742%2Fpdf%20letras.pdf. Acesso em: 25 set. 2021.

KENSKI, V. M. **Educação e tecnologias**: o novo ritmo da informação. 8. ed.
Campinas: Papirus, 2012. (Coleção Papirus Educação).

MERCADO, L. P. L. **Formação continuada de professores e novas tecnologias**. Maceió: EDUFAL, 1999.

PERRENOUD, P. **Dez novas competências para ensinar**. Porto Alegre: Artes Médicas Sul, 2000.
SILVA, R. R. D.; SILVA, R. M. D. Educação e cultura nas políticas de escolarização contemporâneas: um diagnóstico crítico. *In*: ROSA, Geraldo; PAIM, Marilene (org.). **Educação básica e práticas pedagógicas**. Campinas: Mercado de Letras, 2012.

SILVA, K. K. A.; BEHAR, P. A. Competências digitais na educação: uma discussão acerca do conceito. **Educação em Revista**, Belo Horizonte, ano 35, n. 1, p. 1-32, 2019. Disponível em: https://lume.ufrgs.br/handle/10183/199001. Acesso em: 5 maio 2021.

VALENTE, J. A.; ALMEIDA, F. J. Visão analítica da informática na educação no Brasil: a questão da formação do professor. **Revista Brasileira de Informática na Educação**, Florianópolis, v. 1, p. 1-28, 1997.

APRENDENDO A ENSINAR ESTATÍSTICA POR MEIO DE UM PERCURSO DE ESTUDO E PESQUISA

Verbisck, Janielly Taila dos Santos, janielly.verbisck@gmail.com[1]
Bittar, Marilena, marilenabittar@gmail.com[2]
Bosch, Marianna, marianna.bosch@ub.edu[3]

[1]Universidade Federal de Mato Grosso do Sul e Universitat de Barcelona
[2]Universidade Federal de Mato Grosso do Sul
[3]Universitat de Barcelona

Resumo: *Neste artigo apresentamos uma proposta de pesquisa de com o enfoque no processo de formação inicial de professores de matemática. Ao observamos um distanciamento entre os estudos presentes na formação inicial e a prática docente entorno do ensino de estatística, nosso objetivo de pesquisa é analisarmos as possibilidades e contribuições da implementação do dispositivo Percurso de Estudo e Pesquisa para a Formação de Professores em um grupo de licenciandos em matemática como ferramenta para que estes possam refletir, elaborar, analisar e vivenciar novos encadeamentos matemáticos e didáticos no processo de ensino de estatística nos anos finais do ensino fundamental, assim como desenvolver uma postura crítica ao atuarem em sua profissão. Essa investigação é embasada em alguns princípios da Teoria Antropológica do Didático, em especial o paradigma questionamento do mundo.*

Palavras-chave *Teoria Antropológica do Didático, Percurso de Estudo e Pesquisa para a Formação de Professores, Ensino fundamental, Ensino de Estatística.*

1. INTRODUÇÃO: CONTEXTO DA PESQUISA

Neste artigo apresentamos nossa proposta de pesquisa de doutorado[11] que está sendo desenvolvida na Universidade Federal de Mato Grosso do Sul (Brasil) e em parceria com a Universitat de Barcelona (Espanha), na modalidade *sanduíche*. As questões para a elaboração do projeto de pesquisa partiram do processo de formação inicial vivido pela primeira autora durante sua graduação em Matemática – Licenciatura, em que a disciplina de Probabilidade e Estatística não proporcionou uma visão prática da área. É comum ouvirmos relatos de novos professores de matemática expressando dificuldade em trabalhar essa temática no ensino obrigatório brasileiro ao ocupar uma sala de aula, como aconteceu com a primeira autora deste artigo. Percebe-se uma lacuna importante entre a formação recebida e a prática docente.

Assim, nosso objetivo de pesquisa de doutorado é investigar possibilidades e contribuições da implementação de uma proposta de formação para professores de matemática em formação inicial como forma de focalizar suas reflexões sobre essas e outras questões que envolvem o ensino de estatística. Proporciona ainda aos professores experiência na realização de investigação, na procura e construção de meios para ultrapassar as dificuldades que os futuros professores poderão encontrar no ensino da estatística nestes níveis de escolaridade. Assim, a questão de pesquisa que buscaremos

[11] O presente trabalho foi realizado com o apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Código de Financiamento 001 e pelo Projeto Espanhol RTI2018-101153-B-C21, Programa Estatal de I+D+i orientado a los Retos de la Sociedad (MCIU/AEI/FEDER, UE).

responder com o desenvolvimento desta tese é: *Qual proposta educacional é possível implementar com um grupo de professores de matemática em formação inicial e em quais aspectos esta proposta contribui para fornecer aos futuros professores ferramentas para desenhar, analisar e implementar novos processos didáticos para o ensino de estatística nos anos finais do ensino fundamental?* Esta investigação se baseia na Teoria Antropológica da Didática (ATD), dentro do paradigma do questionamento do mundo (Chevallard, 2015), que será detalhada na próxima seção.

2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA E METODOLÓGICA

Chevallard (2015) afirma que, nas nossas sociedades, o ensino da matemática - e o ensino em geral – está inserido no *paradigma das visitas às obras*. Neste paradigma, o papel dos estudantes é o de estudar organizações de conhecimento prontas e acabadas construídas em tópicos, áreas, domínios e disciplinas. Cabe aos estudantes "olhar e admirar" estas obras sem questionar necessariamente a sua validade nem o seu valor. Assim, neste paradigma, os tópicos e temas são como monumentos: os estudantes não podem mudá-los, não precisam conhecer a sua "razão de ser", apenas têm de estudá-los. As questões sobre o valor e validade dos conhecimentos são, em qualquer caso, colocadas pelo professor, caracterizado como "aquele que tem o conhecimento". Em contrapartida a este primeiro paradigma, Chevallard descreve o *paradigma do questionamento do mundo* em que as organizações do conhecimento se transformam em questões. Os processos de ensino e aprendizagem tornam-se processos de investigação com o objetivo de responder às perguntas. Em outras palavras, os estudantes são os inquiridores/investigadores das perguntas geradoras (Q) propostas pelos professores (ou pelos próprios estudantes). Na procura de respostas a uma pergunta, pode haver momentos em que é necessário visitar obras, mas com uma razão de ser específica (responder Q). Também têm de procurar respostas em meios de comunicação (como a Internet, livros, especialistas, etc.), e têm de validar essas respostas e verificar a sua utilidade para responder Q. Este novo paradigma cria fortes mudanças no papel dos professores e dos estudantes. Os primeiros já não são os "detentores do conhecimento" e os estudantes levantam questões, investigam, pesquisam ou elaboram respostas e até validam-nas.

Para estudar as condições necessárias para a transição para este segundo paradigma, Chevallard (2015) propõe um formato de inquérito geral denominado percurso de estudo e pesquisa (PEP). A interação entre perguntas e respostas desempenha um papel crucial na dinâmica dos PEPs. Os estudantes, ajudados pelos professores, abordam uma pergunta inicial (Q), apresentam (Q) em perguntas derivadas (Q_i), pesquisam ou elaboram respostas (R_i), encontram novas perguntas durante o processo que, por sua vez, exigem novas respostas, etc. Bosch e Winsløw (2015) apontam para a importância desta dialética entre perguntas e respostas para assegurar a dinâmica dos PEPs, que é normalmente representada através de mapas de perguntas-respostas. Barquero, Bosch e Romo (2015) argumentam que as propostas de formação de professores também precisam ser concebidas dentro do paradigma do questionamento do mundo. Assim, consideram a implementação de percursos de estudo e pesquisa para a formação de professores (PEP-FP) "como uma forma de fornecer aos professores ferramentas (teóricas e práticas) pertinentes para alimentar e sustentar o seu desenvolvimento profissional" (Barquero et al., 2015, p. 810, tradução nossa).

Um PEP-FP consiste em cinco módulos: o *Módulo 0* é a etapa que consiste em propor a questão aberta (questão geratriz $Q_{0\text{-}FP}$) relacionada com o tema a ser discutido. No nosso caso, a nossa $Q_{0\text{-}FP}$ é: "Como ensinar estatísticas nos anos finais do ensino fundamental?". Outras perguntas derivadas aparecerão como elementos de pesquisa para responder à pergunta geratriz, como por exemplo: Porque é que há tão pouca atenção no ensino de estatística na escola? Que estatística devemos ensinar neste nível de escolaridade, de acordo com o currículo? Que outras propostas existem? As respostas parciais a $Q_{0\text{-}FP}$ aparecerão durante todo o PEP-FP (e espera-se que também depois), tornando-o um módulo transversal do processo educativo. O *Módulo 1* consiste em propor ao grupo de professores em formação inicial um PEP com uma questão relevante que poderia ser

abordada numa sala de aula real, como se fossem os "alunos" dos anos finais do ensino fundamental. Com isto, o grupo de professores será introduzido a um processo de investigação/inquérito. O *Módulo 2* é o momento para os professores analisarem o PEP experienciado. No *Módulo 3* os professores concebem e implementam (se possível) um PEP para o nível de escolaridade em discussão. A nova concepção é realizada com base nas análises feitas no módulo anterior, adaptando, acrescentando, ou excluindo (se necessário) ferramentas didáticas que parecem necessárias - ou pelo menos úteis - para a implementação deste novo PEP. E o *Módulo 4* consiste na partilha das experiências dos professores durante todas as implementações do PEP para a realização de uma análise a posteriori. Mais uma vez, as ferramentas matemáticas e didáticas utilizadas nos módulos 2 e 3 estão aqui presentes e têm grande importância, "não só para fornecer algumas respostas provisórias à pergunta que esteve na origem de todo o processo ('Como ensinar...?'), mas também como meio de analisar outras possíveis respostas alternativas" (ibid., 2015, p. 810 e 811, tradução nossa), como as respostas encontradas no Módulo 0. Estes são os módulos que estruturam a PEP-FP. Apresentamos no próximo tópico um exercício identificado em um livro didático nos deu a ideia inicial de uma questão geratriz a ser estudada no PEP ao desenvolver o módulo 1 com o grupo de professores em formação inicial.

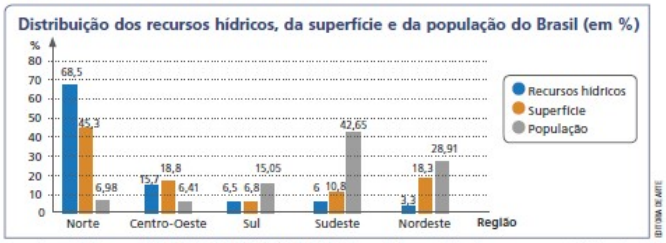
DE UM EXERCÍCIO ESCOLAR A UM PERCURSO DE ESTUDO E PESQUISA

O PEP proposto para os professores parte de um exercício escolar sobre “a distribuição de água no Brasil”. Observando as abordagens para o estudo de estatística propostas em alguns livros didáticos do oitavo e nono anos do ensino fundamental aprovados no PNLD de 2020, encontramos o exercício apresentado na Figura 1. Esse tipo de exercício, bastante comum em livros didáticos, está claramente localizado no paradigma das visitas às obras. Embora apresente um tópico relevante a ser discutido (e até inclua um link para a fonte dos dados), não apresenta claramente uma questão aberta, nem incentiva os alunos a pesquisar os dados, organizá-los e resumi-los, ou ainda, investigar outras questões relacionadas ao tema. As questões levantadas no livro didático requerem apenas que os alunos olhem para o gráfico, identifiquem a maior ou a menor barra e realizem alguns cálculos percentuais. Apesar das limitações do exercício proposto, o tópico apresenta muitas questões interessantes que podem gerar um potencial PEP dentro do PEP-FP. Para isso, precisamos passar do paradigma das visitas às obras para o do questionamento do mundo e questionar a informação apresentada. Veremos, ao mesmo tempo, como o processo de investigação por ele gerado pode incorporar dimensões do trabalho estatístico que costumavam estar ausentes do ensino fundamental, como a busca, coleta, organização, análise, representação e resumo de dados estatísticos, juntamente com uma leitura crítica dos professores em formação.

Figura 9: Exercício do oitavo ano do ensino fundamental (Giovanni Júnior, 2018, p. 26)

1. O Brasil possui cerca de 13,7% do total de água doce do mundo, sendo considerado um território rico em termos hídricos. No entanto, o país vive sérios problemas, relacionados tanto à degradação da qualidade das águas, principalmente nas proximidades das áreas urbanas, quanto à falta de controle do excesso e da insuficiência de água, que atingem várias localidades brasileiras. Não são somente as enchentes que afetam as cidades brasileiras: a escassez hídrica também impõe sérias restrições e elevados custos ao desenvolvimento econômico e social de grandes cidades do Brasil.

Observando o gráfico a seguir, responda no caderno:



Informações obtidas em: MINISTÉRIO DO MEIO AMBIENTE. Disponível em: <http://www.mma.gov.br/estruturas/sedr_proecotur/_publicacao/140_publicacao09062009025910.pdf>. Acesso em: 1º jul. 2018.

a) Que tipo de gráfico é este? Gráfico de colunas triplas ou gráfico de múltiplas colunas.

b) Indique a região brasileira:
- com a maior superfície; Região Norte: 45,30%.
- com mais recursos hídricos; Região Norte: 68,50%.
- com a segunda menor concentração de população. Região Norte: 6,98%.

c) Que região tem a menor taxa percentual de recursos hídricos do nosso país? Região Nordeste: 3,30%.

d) Em qual região há maior concentração de população? Região Sudeste: 42,65%.

e) Pode-se dizer que quanto maior a superfície da região, maior é o número de habitantes? Justifique sua resposta. Não. O Sudeste possui a maior população, porém possui a segunda menor superfície do Brasil.

f) Quantos por cento da água doce do mundo estão na região Sudeste brasileira? Explique como você pensou para responder. Cerca de 0,82%. Resposta pessoal.

g) Pode-se dizer que a região que dispõe de mais recursos hídricos é a que possui a maior população?

Assim, para o PEP a ser desenvolvido com o grupo de professores em formação inicial, no Módulo 1, propomos começar com Q_0 e iniciar um questionamento que pode levar às possíveis questões derivadas elencadas abaixo (a partir do mesmo texto e informação gráfica de antes): Q_0: Como podemos explicar a contradição entre *a abundância dos recursos hídricos* e os *problemas hídricos* (escassez, degradação da qualidade, falta de controle, etc.) das regiões brasileiras? Como se distribuem os recursos hídricos no Brasil em relação à população e à superfície? $Q_{1_Água}$: O que sabemos sobre distribuição de água no Brasil? $Q_{1.1}$: Existem estudos sobre o problema da água no Brasil? Onde podemos encontrá-los? $Q_{1.2}$: Quais disciplinas estão envolvidas nos estudos: geografia, política, geologia?…$Q_{2_Gráfico}$: Que informações podemos extrair do gráfico (Figura 1)? $Q_{2.1}$: Quais variáveis aparecem no gráfico? Que outros poderia ser interessante considerar? $Q_{2.2}$: O que são recursos hídricos? Como eles são medidos? $Q_{2.3}$: Por que as variáveis estão em porcentagens? Como essas porcentagens são calculadas? $Q_{2.4}$: Como seria o gráfico se usarmos outras unidades em vez de porcentagens? $Q_{2.5}$: Podemos melhorar o gráfico usando outro tipo ou adicionando / omitindo informações?…Q_{3_Dados}: Quais dados são usados para fazer o gráfico? $Q_{3.1}$: Está disponível? Onde? [O link apresentado não funciona.]. $Q_{3.2}$. Os dados disponíveis também são confiáveis? Como é obtido? $Q_{3.3}$: Podemos usar os dados disponíveis para reproduzir ou atualizar o gráfico? $Q_{3.4}$: Existem outras variáveis interessantes com dados disponíveis a serem considerados?...$Q_{4_Trabalhando\ com\ dados}$: como baixar os dados para começar a trabalhar com eles? $Q_{4.1}$. Como "limpar" a tabela de dados para deixá-la pronta para uso? $Q_{4.2}$. Quais ferramentas estão disponíveis para processamento de dados e quais podemos usar? $Q_{4.3}$. Que tipos de resumos numéricos e gráficos são apropriados?…

Partimos de um exercício proposto em um livro didático e o retrabalhamos para mostrar as questões iniciais e derivadas que podem surgir durante o processo de investigação. As respostas à essas questões ainda estão sendo desenvolvidas, pois ainda não trabalhamos diretamente com o grupo. Trata-se de um estudo a priori sobre o tema proposto: distribuição de água no Brasil e, com este PEP em desenvolvimento, acreditamos que será possível trabalhar com dimensões do trabalho estatístico que costumavam estar ausentes nos anos finais do ensino fundamental, como a busca, coleta, análise, organização e representação de dados. As questões elencadas a priori mostram a

produtividade da mudança de paradigma das visitas às obras para o questionamento do mundo. Em primeiro lugar, dá visibilidade a muitos interrogatórios que normalmente se escondem no modo como a escola tende a apresentar informações (quantitativas e também qualitativas), não dando margem a dúvidas ou questionamentos. Mostra também como essas interrogações vão além da leitura estatística estrita e da análise de dados para se fundir com outras disciplinas ou áreas preocupadas com a questão abordada. Por fim, oferece aos futuros professores uma visão mais ampla - e mais real - da estatística, que pode ajudá-los a se distanciar da visão estreita proposta pelos exercícios dos livros didáticos e pode facilitar a introdução de atividades estatísticas mais ricas nas salas de aula.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Nossa hipótese de trabalho é que a concepção e implementação de um PEP-FP em estatística com um grupo de professores de matemática em formação irá fornecer-lhes ferramentas para refletir, desenvolver, analisar e implementar novas propostas de ensino de estatística quando trabalham nos anos finais do ensino fundamental, bem como desenvolver uma postura crítica no desempenho de sua profissão. Ressaltamos que os referenciais teóricos (TAD) e metodológicos (PEP-FP) adotados são essenciais para esse fim. A mudança de paradigmas proposta por Chevallard (2015) faz com que nós, pesquisadores, também adotemos uma postura crítica em relação às dimensões sociais, educacionais, políticas e epistemológicas que envolvem as temáticas da formação de professores e do ensino de estatística.

REFERÊNCIAS

BARQUERO, B. BOSCH, M. ROMO, A. A study and research path on mathematical modelling for teacher education. **CERME 9 – Ninth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education**, Prague, Czech Republic, 2015.

BOSCH, M. & WINSLØW, C. Linking problem solving and learning contents: the challenge of self-sustained study and research processes. **Recherches en Didactique des Mathématiques**, vol. 35, núm. 2-3, 2015.

BRASIL. Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica. **Guia de Livros Didáticos, PNLD/2017**. Brasília: MEC/SEF, 2016.

CHEVALLARD, Y. "Teaching Mathematics in tomorrow's society: a case for an oncoming counter paradigm". In: **Proceedings of the 12th International Congress on Mathematical Education**. Springer International Publishing, 2015.

GIOVANNI JÚNIOR, J. R. **A conquista da matemática : 8o ano : ensino fundamental : anos finais** / José Ruy Giovanni Júnior, Benedicto Castrucci. 4. ed., FTD, São Paulo, 2018.

O USO DEMETODOLOGIA ATIVA NO ESTUDO DA MATEMÁTICA FINANCEIRA

Batista, Camilly, vcamilly2003@gamil.com[1]
Starling, Arthur, arthurstarling04@gmail.com[2]
Zuliani, Juliana, jufioravante@hotmail.com[3]

[1] Estudante do segundo ano – ensino médio – Escola Educação Criativa
[2] Estudante do segundo ano – ensino médio – Escola Educação Criativa
[3] Professora Escola Educação Criativa

Resumo: Com o alto grau de endividamento da população brasileira, faz-se necessário ações para estimular o entendimento acerca do tema matemática financeira. Com esse propósito, alunos da Escola Educação Criativa criaram uma proposta de minicurso que foi aplicado para duas turmas de aproximadamente 20 funcionários da própria escola, dentre eles assistentes, professores e secretárias. A proposta foi realizada através de metodologias ativas, que foi inspirada na rotação por estação. Foram criadas sete estações online desenvolvida no Google sites. Cada estação tinha um propósito próprio para o estímulo de discussões entre os pares e o desenvolvimento de atividades para melhor compreensão e assimilação do tema matemática financeira. Ao final das atividades, os grupos tinham um problema em aberto a ser resolvido, para averiguarmos a compreensão acerca do tema endividamento e juros. As duas turmas obtiveram êxito na solução do problema final e avaliaram muito bem a atividade realizada.

Palavras-chave: *Educação Financeira, Metodologias Ativas, Juros*

1. INTRODUÇÃO

A falta de informação com relação aos juros aplicados e a falta de planejamento faz com a população brasileira se endivide cada vez mais. Segundo FERREIRA, em 2019, o número de brasileiros com nome sujo no Serasa era de 63,2 milhões. E para complementar, de acordo com PEDUZZI, os juros anuais de cartão de crédito chegam a 875%. É notório a necessidade de trabalhar com Matemática Financeira com todo tipo de público, em especial, os adultos. A educação financeira é um processo que aumenta a compreensão dos indivíduos em relação a conceitos econômicos e constrói a capacidade de entender consequências nessa área e, portanto, de tomar decisões responsáveis. Após a pesquisa sobre o tópico e sobre formas de ensino mais eficientes e dinâmicas, foi desenvolvido o ensino de matemática financeira por meio de metodologia ativa, de modo a maximizar o aprendizado. Nessa atividade, um grupo de estudantes passou por estações online, numa proposta de metodologia ativa inspirada na rotação por estações. A metodologia Rotação por Estações, segundo LENHARDT, cria um circuito de diferentes atividades para a construção de uma aula. Cada atividade proposta nesse circuito é considerada uma estação. E cada estação aborda o conteúdo ou parte dele de maneira diferente. As estações do projeto abordavam o conhecimento econômico e suas aplicações no cotidiano. Desse modo, o projeto busca uma forma eficiente de promover a educação financeira para evitar a incapacidade de lidar com questões econômicas.

2. DESENVOLVIMENTO

2.1. Objetivos do projeto

Como objetivos do trabalho, destacam-se:

- Promover o aprendizado financeiro usando uma metodologia dinâmica e interativa;
- Apresentar ferramentas e opções que auxiliem as pessoas a tomarem decisões envolvendo suas vidas financeiras;
- Criar consciência sobre a importância do planejamento para uma vida financeira saudável;
- Mostrar as possibilidades de crescimento ao se planejar financeiramente e definir prioridades;
- Construir conhecimento acerca dos juros cobrados nos diversos empréstimos financeiros, no cartão de crédito e no cheque especial.

2.2 Metodologia

Sabendo da situação, foi pensada qual seria a melhor metodologia para tratar do assunto e foi escolhida a chamada Metodologia Ativa Utilizando Estações (a aplicação poderia usar o recurso Rotação por Estações ou simplesmente passagem direta por cada um). A proposta foi inspirada na metodologia *Rotação por Estação*, e adequada para os propósitos do projeto.

Para o desenvolvimento da proposta, o grupo produziu um site no "Google Sites". O site é dividido em estações de aprendizagem, descritas a seguir:

(1) Introdução - na primeira estação os participantes receberam informações sobre a escolha da temática a ser desenvolvida e como seria a dinâmica das atividades;

(2) Arte - criada no website Mentimeter que apresentava as noções iniciais que o grupo tinha sobre a educação financeira. Dessa forma, através da arte, poderíamos observar quais as concepções iniciais das pessoas com relação à matemática financeira e os sentimentos atrelados ao tema;

(3) Calculadora de juros compostos – a estação propõe desenvolvimento de questões utilizando uma calculadora online. Para tal os participantes deveriam estar com celulares, pois a calculadora era online;

(4) Vídeos - dois vídeos explicando as consequências das dívidas em cartão de crédito e a melhor forma de encerrar a dívida;

(5) Tipos de juros – a estação apresenta uma tabela e explica os diferentes juros de cada tipo de empréstimo nos bancos mais populares do Brasil. Para tal construção, foi utilizado os dados encontrados no site do Procon;

(6) Material de estudos - exercícios sobre o cálculo matemático dos juros;

(7) Conclusão com atividade sobre problemas financeiros reais e questionário de satisfação – na estação, foi apresentada um problema real e foi solicitado à turma uma tomada de decisão.

Link do site construido para o desenvolvimento das atividades descritas: https://sites.google.com/view/pic-mat-financeira/p%C3%A1gina-inicial.

2.3. Avaliação do projeto

A aplicação do projeto foi por meio do site, o grupo de estudantes se transformou em professores, que conduziu duas turmas, cada uma com 20 pessoas aproximadamente, totalizando 46 funcionários da Escola Educação Criativa, entre eles monitores, professores da educação infantil, assistentes e outros. A qualidade do

trabalho e o aprendizado dos participantes foram avaliados por meio de questionários do "Google Forms" e expressos como resultado do projeto.

Numa escala de 0 a 10, como você avalia o seu aprendizado?

Figura 1

Figura 1: Avaliação do aprendizado em formulário respondido pelos participantes após a aplicação do projeto. Fonte: Os autores, 2021.

Numa escala de 0 a 10, como você avalia a metodologia?

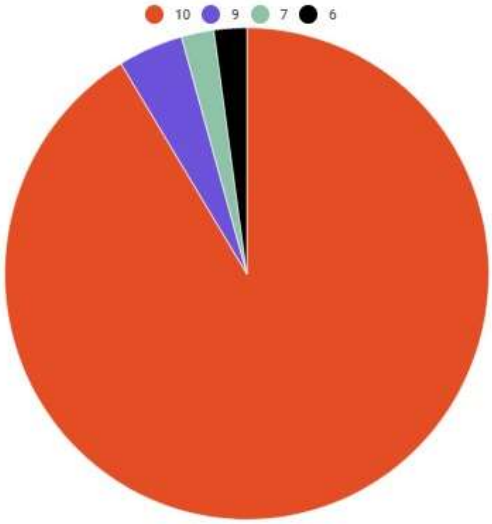


Figura 2

Figura 2: Avaliação da metodologia em formulário respondido pelos participantes após a aplicação do projeto. Fonte: Os autores, 2021.

Os resultados mostraram-se satisfatórios, pois entre os participantes: 91,3% relataram a eficácia da metodologia utilizada; 100% consideraram o tema escolhido relevante; 95,7% avaliaram seu aprendizado com nota acima de 8, em uma escala de 0 a 10. Além disso, os grupos concluíram as atividades sobre problemas financeiros reais e suas melhores soluções de maneira satisfatória.

3. CONCLUSÕES OU CONSIDERAÇÕES FINAIS

A educação financeira é um tema de suma importância à população, e a discussão e a compreensão do tema é de suma importância para uma visa financeira saudável. Ao avaliar o endividamento familiar, percebe-se a necessidade de uma maior divulgação e estudo da matemática financeira com a população de modo geral.
O projeto foi desenvolvido com o propósito do estudo e diálogo da matemática financeira através de metodologias ativas, numa ideia de desenvolvimento de ideias para tomadas de decisão. As atividades realizadas em dois grupos de 20 pessoas foram bastante produtivas, o que foi mostrado nos resultados. Mas o mais importante foram as discussões geradas em todo o processo, os diálogos entre os pares e os retornos individuais, mostrando o interesse dos participantes. Além disso, ao serem abordados com um problema real a ser realizados, eles discutiram e concluíram uma tomada de decisão pertinente à situação.

REFERÊNCIAS

LENHARD, Thais. Rotação por estações: uma possibilidade para planejar aulas. Scaffold Education, 23 de mar. De 2021. Disponível em: < https://scaffoldeducation.com.br/rotacao-por-estacoes-uma-possibilidade-para-planejar-aulas/ > Acesso em: 26 de mai. de 2021

FERREIRA, Afonso. Nº de brasileiros com nome sujo bate novo recorde, diz Serasa: 63,2 milhões. UOL, São Paulo, 06 de jun. de 2019. Disponível em: <https://economia.uol.com.br/noticias/redacao/2019/06/06/dividas-atrasadas-nome-sujo-serasa.htm> Acesso em: 26 de mai. de 2021

PEDUZZI, Pedro. Juros anuais do cartão de crédito chegam a até 875%. AgênciaBrasil, Brasília, 14 de mar. de 2021.Disponível em: <https://agenciabrasil.ebc.com.br/economia/noticia/2021-03/juros-anuais-do-cartao-de-credito-chegam-ate-875> Acesso em: 02 de jun. de 2021

PROCON. PESQUISA DE TAXAS DE JUROS – PESSOA FÍSICA EMPRÉSTIMO PESSOAL E CHEQUE ESPECIAL MARÇO/2021. 03 de mar. de 2021. Programa de Proteção e Defesa do Consumidor. Disponível em: < https://www.procon.sp.gov.br/wp-content/uploads/2021/05/RTTXJUROS0521.pdf > Acesso em: 17 de mai. de 2021

SEM MAIS NEM MENOS ON-LINE: "ALGORITMO E FLUXOGRAMA: A MATEMÁTICA NA RECEITA DO BOLO"

Santos, Andressa da Silva, andresssa.silva.1876@gmail.com[1]
Albuquerque, Erenilda Severina da Conceição, erenildasev@gmail.com[2]
Santos, Viviane de Oliveira, viviane.santos@im.ufal.br[3]

[1]Licencianda em Matemática – Ufal
[2] Professora da Rede Pública do Município de Maceió e do Estado de Alagoas
[3]Docente do Instituto de Matemática – Ufal

Resumo: *O projeto de extensão "Sem mais nem menos on-line", da Universidade Federal de Alagoas (Ufal), faz parte do Programa Ufal Conectada da Pró-reitoria de Extensão (Proex) e tem como objetivo mostrar a matemática no cotidiano dos estudantes da Educação Básica das escolas públicas ou privadas, para aproximá-los da matemática e promover uma aprendizagem significativa e prazerosa. Neste trabalho faremos um relato de experiência sobre a live "Algoritmo e fluxograma: a matemática na receita do bolo". Na live foi apresentado o conceito de algoritmo em sua forma mais simples por meio da receita de um bolo de chocolate, exploramos alguns conceitos matemáticos como sequência finita e a relação lógica que se apresenta nesse processo, utilizando um fluxograma para fazer a construção do algoritmo da receita, e mostramos a relação dos diferentes campos matemáticos. Esperamos que este relato possa contribuir para o ensino de matemática, apresentando possibilidades para desenvolver habilidades usando a escrita de um algoritmo e a sua representação por fluxograma.*

Palavras-chave: *Ensino de Matemática, Algoritmo, Fluxograma, Receita de bolo, Projeto de extensão.*

1. INTRODUÇÃO

O projeto de extensão "Sem mais nem menos *on-line*", da Universidade Federal de Alagoas, faz parte do Programa Ufal Conectada da Pró-reitoria de Extensão e tem como objetivo mostrar a matemática nos mais diversos contextos do cotidiano, aproximando o estudante da matemática e promovendo uma aprendizagem significativa e prazerosa. Na terceira etapa do projeto foram apresentadas quatro *lives* e, dentre elas, "Algoritmo e fluxograma: a matemática na receita do bolo", que será o foco do nosso trabalho.

É comum associar a palavra algoritmo apenas à linguagem de programação, mas o algoritmo não necessariamente tem que ser atrelado a tal linguagem, isso porque "Um algoritmo nada mais é do que a descrição lógica das ações a serem executadas no cumprimento de uma tarefa, ou seja, é uma sequência de passos que levem ao resultado final." (SILVA, 2020, p. 39), e foi nesse sentido que a atividade proposta para a *live* seguiu, mostrando o algoritmo para preparar e assar um bolo.

A *live* foi precedida por um vídeo, no qual os estudantes foram orientados a construírem as figuras geométricas próprias de um fluxograma e a escreverem dentro delas ações, comandos ou decisões, sem ser dito ainda do que se tratava. Segundo Silva (2020, p. 41), "O fluxograma é um diagrama que representa um processo, sistema ou algoritmo. Podem ser utilizados para documentação, estudos, planejamentos, comunicação de processos, entre outros.". Dessa forma, na *live* foi trabalhado o conceito de fluxograma e algoritmo com os estudantes, e na sequência eles foram construindo um fluxograma com o algoritmo de como fazer um bolo.

Em uma das competências específicas de matemática para o Ensino Fundamental, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) ressalta sobre o enfrentamento de situações-problema de forma a expressar suas respostas utilizando diferente registros e linguagens, sendo uma delas o fluxograma usado como recurso para a descrição de algoritmo (BRASIL, 2018). Ainda na BNCC, aparece na unidade temática Probabilidade e Estatística, a seguinte habilidade: "Interpretar e desenvolver fluxogramas simples, identificando as relações

entre os objetos representados [...]" (BRASIL, 2018, p. 305).

2. APRESENTAÇÃO DA ATIVIDADE

A atividade "Algoritmo e fluxograma: a matemática na receita do bolo" tem como objetivo apresentar noções matemáticas de algoritmo e fluxograma, por meio da descrição da receita de um bolo. Desse modo, além de evidenciar que existe matemática na cozinha, este material didático trata da importância da descrição lógica de uma sequência (finita) de ações. Isso condiz com o que encontramos na BNCC: "Assim, o algoritmo é a decomposição de um procedimento complexo em suas partes mais simples, relacionando-as e ordenando-as, e pode ser representado graficamente por um fluxograma" (BRASIL, 2018, p. 271).

Para a criação da atividade, iniciamos pensando na temática e decidimos que seria a construção de um algoritmo de como preparar e assar um bolo, então partimos para as pesquisas em busca de material que nos proporcionasse maior conhecimento acerca de algoritmos e fluxogramas. Após construirmos o material didático, dividimos em duas partes: a primeira parte foi a construção, gravação e publicação de um vídeo prévio para que os estudantes confeccionassem as figuras geométricas que fariam parte da montagem do fluxograma. Nas peças eram escritas comandos, ações, decisões, descrições de ações, de acordo com cada função que elas tinham. A segunda parte foi a apresentação da *live* pelo *Instagram* do projeto. Os estudantes deveriam assistir à *live* com esse material em mãos e outros que foram solicitados previamente, ver Figura 1.[12]

Figura 1 – Materiais necessários e alternativos

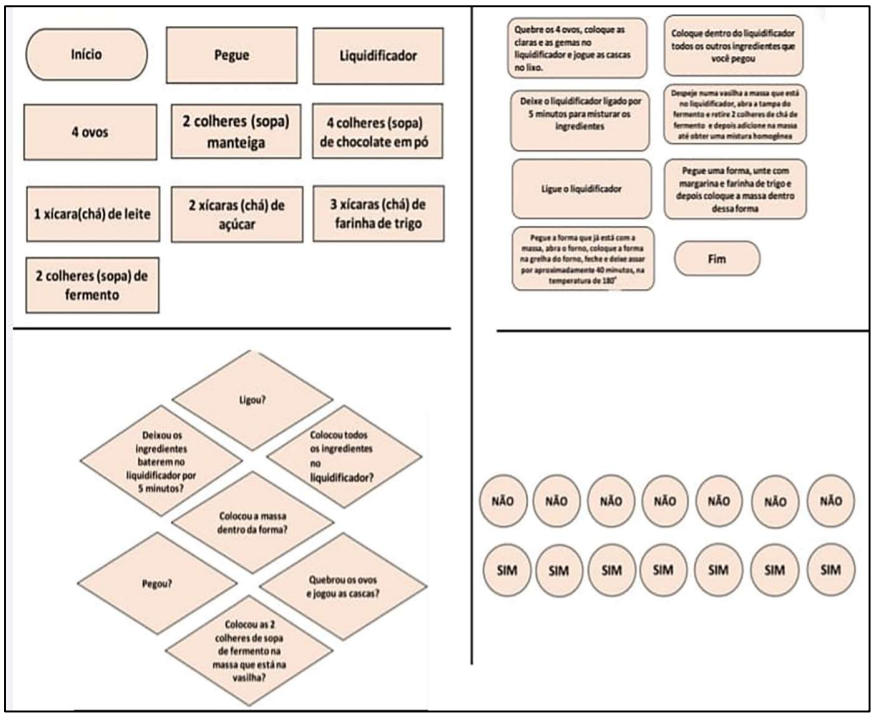
Fonte: Arquivos do projeto de extensão "Sem mais nem menos *on-line*" (2021).

Durante a *live*, foi perguntado aos estudantes se eles costumavam utilizar o *Instagram* com frequência e se já haviam percebido que de acordo com os comandos que o usuário executa, como salvar e curtir publicações, a rede social começa sugerir conteúdos semelhantes; se já tinham visto aquelas "mágicas", nas quais é pedido que a pessoa que está na brincadeira pense em qualquer número e faça algumas operações e no final quem propôs a brincadeira irá adivinhar o resultado, mesmo sem saber o número que foi utilizado. Uma boa parte dos estudantes disse que já haviam visto e percebido as situações, mas não sabiam o porquê. Dessa forma, após as respostas, foi explicado aos estudantes, que a matemática se apresenta nessas situações através do algoritmo.

O conceito de algoritmo foi exposto, juntamente com as definições de sequência finita e fluxograma, mostrando a presença no cotidiano e a importância do detalhamento e da precisão de uma sequência de ações para que o leitor consiga compreender. Em seguida, a atividade foi iniciada fazendo a construção do algoritmo de um bolo de chocolate, usando um fluxograma. O algoritmo foi sendo construído usando algumas charadas referentes às frases que estavam dentro das peças do fluxograma (Figura 2), como "O que derrete no calor e permanece no frio?" que seria "manteiga", e à medida que os estudantes iam adivinhando as charadas, as peças correspondentes iam sendo coladas na folha indicada ou deixadas apenas por cima da folha, caso não tivessem cola nem fita, e as setas iam sendo feitas.

Figura 2 - Peças apresentadas no vídeo prévio para confecção pelos estudantes

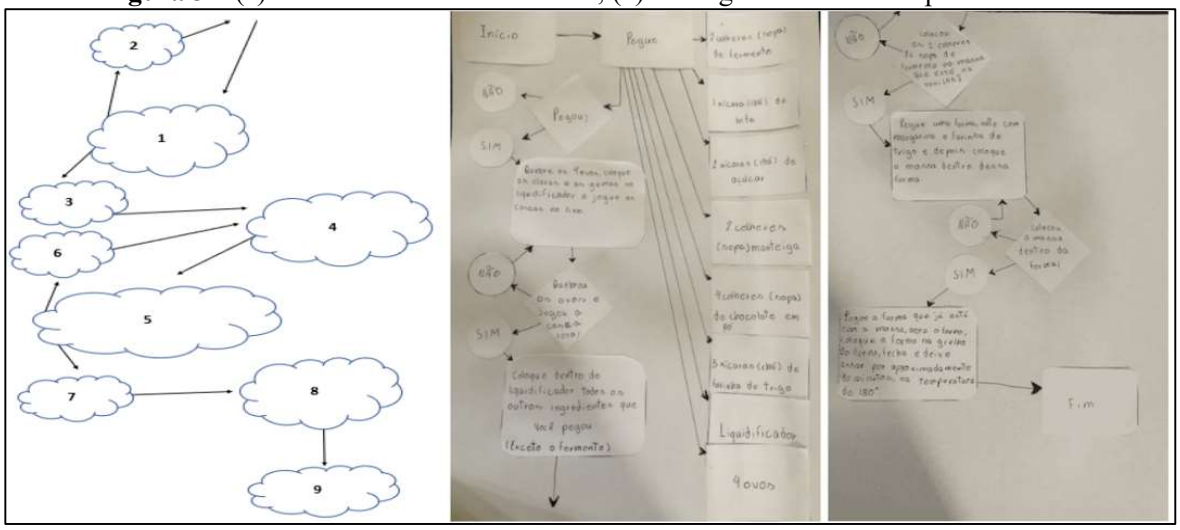
[12]O vídeo prévio, a *live* e os questionamentos da atividade estão disponíveis no canal oficial do projeto no *YouTube*. Ver https://www.youtube.com/channel/UCmid1ZmndYIFbdKk2FxKR5A.



Fonte: Arquivos do projeto de extensão “Sem mais nem menos *on-line*” (2021).

Os estudantes utilizaram duas folhas para construir uma parte do fluxograma na *live*. A terceira folha, juntamente com as peças que sobraram, ficou para que os estudantes completassem o fluxograma contido no questionário deixado após a *live*. Para nortear os estudantes nesta ação, foi disponibilizada uma folha com nuvens e as setas do fluxograma para mostrar a posição que as peças seriam coladas, bem como algumas dicas para direcioná-los para tal posição. Ver figura 3.

Figura 3 – (a) Folha com as nuvens e setas; (b) Fluxograma construído por estudante



Fonte: Arquivos do projeto de extensão "Sem mais nem menos *on-line*" (2021).

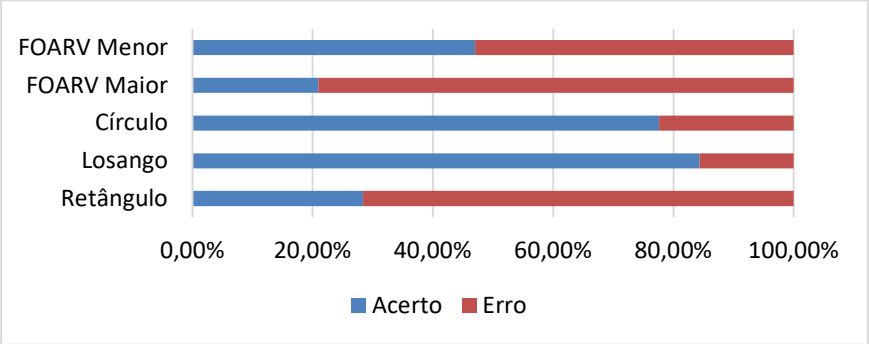
3. DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Ao término de cada *live*, deixamos um questionário para os estudantes responderem e enviarem aos seus professores, os quais encaminharam ao projeto as respostas e imagens das construções feitas pelos estudantes. Nesta *live*, 134 estudantes acompanharam e responderam ao questionário, sendo 55 (41,04%) de escolas públicas e 79 (58,96%) de escolas particulares.

Na primeira questão, pedimos: "Complete seu fluxograma com as 9 peças não utilizadas durante a *live*. Siga o modelo indicado pelas nuvens numeradas abaixo, colocando cada uma das peças restantes em seu devido lugar de acordo com as dicas (descritas no quadro após a imagem).". Dos 134 estudantes, 47 (35,07%) concluíram o fluxograma corretamente, 5 (3,73%) enviaram a folha em branco ou com uma imagem que não correspondia à atividade e 82 (61,20%) erraram. Os erros mais comuns foram a troca de peças e o esquecimento de fazer as setas.

Na segunda questão, solicitamos: "Sobre as figuras geométricas usadas para construir o fluxograma, escreva para quê usamos cada uma delas.". Para o retângulo, 38 (28,36%) estudantes acertaram e 96 (71,64%) se enganaram. Com relação ao losango, 113 (84,33%) estudantes acertaram e 21 (15,67%) se equivocaram. Quanto à função do círculo, 104 (77,61%) estudantes acertaram e 30 (22,39%) erraram. Para a figura obtida a partir do retângulo maior ao arredondar os vértices, que será representada por FOARV maior, tivemos o menor percentual de acertos, 28 (20,90%) estudantes tiveram êxito e 106 (79,10%) erraram. Sobre a figura obtida a partir do retângulo menor ao arredondar os vértices, que será representada por FOARV menor, 63 (47,01%) estudantes acertaram e 71 (52,99%) responderam incorretamente. Os estudantes tiveram dificuldade em interpretar a questão, eles entenderam que o enunciado se referia às frases que foram escritas em cada peça e isso foi repassado aos professores para uma melhor discussão sobre as funções de cada figura no fluxograma. Segue no Gráfico 1 um resumo do aproveitamento dessa questão.

Gráfico 1 - Peças apresentadas no vídeo prévio para confecção pelos estudantes



Fonte: Arquivos do projeto de extensão "Sem mais nem menos *on-line*" (2021).

Na terceira questão, perguntamos: "Você já tinha imaginado que era possível usar a matemática (sequência finita) para descrever logicamente uma ação? Explique sua resposta.". Tivemos 51 (38,06%) estudantes que responderam positivamente, ou seja, menos de 50% dos estudantes tinham esse conhecimento. Isso foi evidenciado por algumas respostas dos estudantes ao escreverem que não haviam imaginado ou relacionado com o cotidiano, e pelas respostas dos professores que viram na atividade mais uma possibilidade para explorar conteúdos matemáticos em sala de aula "Achei o conteúdo muito interessante, ainda não explorei com outras atividades, mas pretendo fazer isso no 4º bimestre.".

4. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho trouxe para discussão dois tópicos que pouco se trabalha na Educação Básica, exceto nas aulas de robótica. Nosso intuito foi mostrar um algoritmo simples, realçar o fato de que toda descrição lógica de uma sequência de ações finitas constitui um algoritmo e ressaltar que esse algoritmo pode ser representado por um fluxograma que comumente vemos nas aulas de robótica.
Com a apresentação desta atividade, esperamos que os estudantes que disseram não imaginar que a matemática poderia ser usada para descrever sequência finita de ações do cotidiano possam ter outro olhar. Para os professores, que tenha sido um instrumento de inquietação no sentido de impulsioná-los a buscarem ou criarem outras atividades que envolvam algoritmo e fluxograma.

REFERÊNCIAS

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: Ministério da Educação, 2018. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf. Acesso em: 10 set. 2021.

Sem mais nem menos. Disponível em: https://sem-mais-nem-menos.webnode.com/. Acesso em: 10 set. 2021.

SILVA, A. F. U. da. **Fluxogramas:** Uma nova linguagem para trabalhar divisibilidade no Ensino Básico. Dissertação de mestrado Profmat. Unesp, Rio Claro, 2020. Disponível em: https://repositorio.unesp.br/handle/11449/202257. Acesso em: 30 ago. de 2021.

APLICAÇÃO DA SEQUÊNCIA DE FIBONACCI EMANÁLISE TÉCNICA DE GRÁFICOS DE AÇÕES

Lima Santos, Carla, carlasantlim1@gmail.com[1]
[1]Estudante de graduação em Licenciatura em Matemática

Resumo: *O baixo desempenho do Brasil em avaliações internacionais na competência da educação financeira e o crescimento da prestação de serviços financeiros para a população trazem consigo a necessidade da promoção da educação financeira, ainda na educação básica. Ao pensar nesta ação, para além do consumo consciente e da importância em poupar dinheiro, torna- se relevante conhecer formas de investir como, por exemplo, o investimento em ações na Bolsa de Valores. Contudo, investir também exige análise e conhecimento coerente aos objetivosde obter lucro. Neste sentido, esta comunicação versará sobre trabalho de pesquisa que busca construir uma sequência didática capaz de trabalhar habilidades referentes ao estudo daanálise técnica Teoria das Ondas de Elliot, a qual utiliza das razões encontradas na sequência de Fibonacci, para fazer uma análise dos gráficos de ações e assim identificar momentos ideais para o processo de investir.*
Palavras-chave: *investimento, Fibonacci, sequência didática, educação financeira.*

1. INTRODUÇÃO

Ao passo que vem ocorrendo um grande aumento na variação e na obtenção de serviços financeiros nos últimos anos, como afirma o documento "Brasil: implementando a estratégia nacional de educação financeira", os discentes brasileiros não têm demonstrado estarem aptos para lidar com tais questões. De acordo com o Programa Internacional de Avaliação de Estudantes (PISA), o Brasil ocupou o último lugar de desempenho na competência financeira, pontuando abaixo do considerado mínimo suficiente pela Organização para Cooperação do Desenvolvimento Econômico (OCDE) (OCDE, 2015). Dessa forma, entende-se que a educação financeira precisa estar presente nas escolas e, mais do que isso, necessita ser trabalhada com a qualidade e profundidade capazes de alcançar resultados satisfatórios para além da pontuação emexames, mas, principalmente, para a qualidade de vida e bem-estar dos estudantes.

Posto a necessidade de implementar a educação financeira é importante entender suas delimitações e no que se compõe este termo. Para a Organização para a Cooperação do Desenvolvimento Econômico, educação financeira se configura como,

> o processo pelo qual consumidores/investidores financeiros melhoram a compreensão dos produtos, conceitos e riscos financeiros e, através de informação, instrução e/ou aconselhamento objetivo, desenvolva as habilidades e confiança para se tornarem mais conscientes dos riscos e oportunidades financeiras, para fazer escolhas informadas, para saber onde procurar ajuda e tomar outras ações eficazes para melhorar seu bem-estar financeiro. (2005, p.4)

Uma vez assumida a importância em abordar este tema tão relevante para os tempos atuais, é benéfico compreender seus aspectos para além da conscientização para o consumo – o que, de fato, é urgente e essencial – estendendo-se para a obtenção de conhecimentos acerca da rentabilidade das economias alcançadas, ou seja, acerca dos investimentos. Como Guimarães ressalta, "por mais que em um dado momento, o indivíduo não esteja apto a investir, é importante que se conheça as diversas formas de investimento, pois em algum momento, ele irá buscar formas de aumentar a rentabilidade do capital poupado". (2020, p. 10)

Dentre as formas de investimento, uma que tem ganhado força é a de compra e venda de ações na Bolsa de Valores. De acordo com dados da Bolsa de Valores do Brasil (B3) divulgados em 2021, houve um crescimento significativo no número de cadastrados na plataforma no ano de 2019 e de 2020. Tal aumento foi de 106,7% e de 92%, respectivamente. Contudo, esse crescimento não tem tido como consequência, na maioria dos casos, retornos lucrativos. Percebe-se então, uma falta de preparo e conhecimento por parte de quem vêm mergulhando neste mercado. Isto pode ser contornado com o estudo e o domínio, por exemplo, da utilização de análises técnicas, as quais abordam a compreensão de padrões presentes nos comportamentos dos gráficos financeiros.

Dentre as técnicas mais recorrentes, a Teoria das Ondas de Elliot é uma análise técnica que merece a atenção de quem deseja permanecer ativo neste mercado. Tal teoria descreve osgráficos de ações como uma série de ondas, nas quais se utiliza das razões da sequência de *Fibonacci*, identificadas como um padrão existente nestes gráficos, em períodos de diferentes escalas. Esta teoria se divide, basicamente, em dois aspectos: Retração e Expansão de *Fibonacci.* Por meio desta análise técnica os investidores podem atingir um nível de lucro maior, uma vez que não estarão contando com o acaso mas, sim, com possibilidades reais.

É neste sentido que se pretende construir uma sequência didática com o objetivo educacional de promover o conhecimento financeiro, na área de investimento na Bolsa de Valores. Isso será feito trabalhando especificamente com a análise técnica da Teoria das Ondas de Elliot e com a sequência de *Fibonacci.* Portanto, a sequência didática poderá preparar estudantes para possíveis investimentos na B3 por meio da estratégia supracitada.

2. METODOLOGIA

Em consonância com os objetivos deste projeto, optou-se pelo método de sequências didáticas a fim de favorecer o processo de ensino e alcançar o resultado educacional proposto. Em meio aos autores que tratam de tal método, escolheu-se a definição de sequências didáticas dada por Zabala, autor de grande relevância para a prática educativa. Segundo Zabala, sequências didáticas "são um conjunto de atividades ordenadas, estruturadas e articuladas para a realização de certos objetivos educacionais, que têm um princípio e um fim conhecidos tanto pelos professores como pelos alunos" (1998, p. 18).

Portanto haverá uma sequência de atividades a serem construídas com o propósito de trabalhar a análise de gráficos por meio da Teoria da Ondas de Elliot, trabalhar os conceitos e padrões existentes na Sequência de Fibonacci e, assim, tornar os alunos e as alunas capazes de identificar os melhores momentos para a compra e venda de ações na B3.

3. CONCLUSÕES

A proposta de comunicação oral para 2° Simpósio da formação do professor de matemática da região Centro-Oeste, organizado pela Anpmat, versará sobre a apresentação de trabalho de pesquisa realizado para a construção de uma sequência didática com o objetivo educacional de tratar aspectos de educação financeira abordando o viés de investimentos. Para tal realização haverá um aprofundamento no estudo sobre análise técnica, Teoria das Ondas de Elliot e Sequência de Fibonacci e suas inter-relações com as habilidades da BNCC para o Ensino Médio.

REFERÊNCIAS

BANCO CENTRAL DO BRASIL. Brasil: implementando a estratégia nacional de educação financeira. Brasília. 2010. Disponível em: https://www.bcb.gov.br/pre/pef/port/Estrategia_Nacional_Educacao_Financeira_ENEF.pdf. Acesso em 18/08/2021.

GUIMARÃES, L. B. A. Aplicações dos Padrões de Fibonacci no Mercado de Ações: Uma Proposta para o Ensino de Educação Financeira no Ensino Médio. Dissertação (Mestrado Profissional) – Universidade Federal do Piauí, Centro de Ciências da Natureza, Pós-Graduação em Matemática - PROFMAT, 2020.

OECD. Recommendation on Principles and Good Practices for Financial Education and Awareness. Paris: OECD Publishing, 2005. Disponível em: <https://www.oecd.org/finance/financial-education/35108560.pdf>. Acesso em: 01 jul. 2021.

ZABALA, A. A Prática Educativa: Como ensinar. Porto Alegre: ArtMed, 1998.

QUANTA SORTE É SORTE DEMAIS? UMA APLICAÇÃO DE PROBABILIDADE NO JOGO MINECRAFT

Rodrigues, Marcos, marcos.rodrigues1@edu.se.df.gov.br[1]

[1]Centro de Ensino Médio Setor Leste, Distrito Federal

Resumo: *A partir de uma grande disputa sobre a veracidade de uma conquista no jogo Minecraft, a probabilidade se tornou protagonista nos estudos de uma comunidade de milhões de jogadores. Desta aventura, é possível tomar lições valiosas de como a Matemática não apenas descreve a realidade física, mas também virtual. Neste trabalho, discutimos como as ferramentas probabilísticas determinam as regras do jogo e como seu estudo pode ser relevanteem casos de disputa de veracidade.*
Palavras-chave: *Minecraft, Probabilidade, Modelo Binomial, Speedrun*

1. INTRODUÇÃO

Algo grandioso e inesperado aconteceu em uma das maiores comunidades de jogos neste biênio 2020-2021. A Matemática se tornou protagonista em uma disputa sobre a credibilidade de um evento e milhões de pessoas se debruçaram sobre probabilidade avançada para entender os argumentos do jogador, chamado *Dream* e os membros da plataforma que validam as *speedruns* (ato de completar um jogo de maneira mais rápida possível) do jogo *Minecraft*. Partindo de um mero caso de aplicação de probabilidade binomial até discussões sobre pressupostos das modalidades frequentista e bayesiana, muita matemática foi discutida e estudada para tentar responder a infame pergunta: quanta sorte é sorte demais? A partir dessa situação-problema, diversos conteúdos matemáticos ganham novos repertórios dentro do ensino básico, renovando a importância e o interesse nessa disciplina que encontra aplicações na realidade física e também virtual.

2. CONTEXTO

Competitividade é um atributo comum em várias pessoas, de tal forma que em praticamente qualquer atividade humana encontramos algum meio de avaliar e comparar as habilidades de cada indivíduo. Desde as modalidades de competição na Olimpíada que decidem quem são as pessoas mais rápidas, fortes, precisas; passando pelo automobilismo que registra corridas de competição desde a invenção da segunda marcha; até mesmo a política, com a Guerra Fria, que confrontou duas maneiras distintas de compreender a realidade levando o mundo a uma corrida espacial para determinar qual delas se sobreporia a outra. Não há razões para esperar que com os jogos virtuais a situação seria diferente, e não é.

Em geral, há duas formas de se competir nos jogos virtuais: é possível determinar o melhor em confrontos um contra um, até que o melhor se sobressaia, e é possível determinar o melhor decidindo quem completa um jogo em menos tempo. Esta última modalidade, chamada *speedrun*, tem suas origens nos anos 80 com os arcades, mas foi nos anos 2000 que se

popularizou, por meio da conectividade que a informática trouxe ao mundo.

Figura 1 - Minecraft.

Em relação ao jogo, *Minecraft* é um jogo do gênero aventura, com a característica principal de não ter um atrelamento de objetivos lineares mandatórios, ou seja, ele explora a criatividade dos jogadores, permitindo criar estruturas e aventuras por conta própria. Para se decidir quem é o melhor jogador de *Minecraft*, foi criado uma modalidade de *speedrun* em que o jogador precisa realizar uma missão específica do jogo; essa missão envolve a coleta de itens, e essa coleta de itens é feita com uma interação probabilística.

2.1. Onde a matemática entra

Para que um jogador realize uma *speedrun* em *Minecraft*, é necessário habilidade e, também sorte, tendo em vista que parte do objetivo principal envolve obter itens por meio de interações pré definidas pelo jogo. Os itens em questão, *ender pearls* e *blazers rods*, são obtidos por

sucessivas interações que são facilmente associadas a eventos independentes com probabilidade de sucesso (ou falha).

Figura 2 - Ender Pearl e Blazer Rod.

O caso mais elaborado é do item *ender pearl*, pois para obtê-lo é necessário passar por uma interação em que é possível conseguir até 17 itens distintos, conforme a Tabela 1. Após uma interação, a chance de se obter um *ender pearl* é definida por seu peso dividido pelo total. Portanto, a probabilidade é de $\frac{20}{423} \approx 4{,}728\ \%$. A interação para obtenção de um *blaze rod* é mais simples, sendo 50% de chances para cada tentativa.

Este tipo de situação impõe que cada jogador, além de ser habilidoso o suficiente para cumprir seus objetivos, passe por um processo de repetidas interações de modo que somente a sorte pode decidir se ele irá cumprir essa etapa rapidamente ou não. Em geral, esta limitação impõe centenas ou até milhares de tentativas para que um jogador possa conseguir os itens de maneira rápida ou sortuda.

Tabela 1 - Interação para obter uma ender pearl.

Item	Peso	Item	Peso
Book	5	String	20
Iron Boots	8	Fire Charge	40
Potion	10	Gravel	40
Splash Potion	10	Leather	40
Iron Nugget	10	Nether Brick	40
Nether Quartz	20	Obsidian	40
Glowstone Dust	20	Crying Obsidian	40
Magma Cream	20	Soul Sand	40
Ender Pearl	**20**	Total	423

2.2. O escândalo da trapaça

Na comunidade de jogadores de Minecraft, poucos jogadores são mais populares que *Dream*. Criador de conteúdos de Minecraft para a plataforma de vídeos Youtube, ele possui cerca de 26 milhões de inscritos no seu canal e é uma referência global no jogo. Apesar de não ser sua especialidade, em outubro de 2020, *Dream* iniciou uma série de transmissões ao vivo com o objetivo de realizar uma *speedrun* em Minecraft. Nas gravações disponíveis, é possível registrar que em seis *speedruns* ele obteve um desempenho acumulado de 42 *ender pearls* em 262 interações e 211 *blaze rods* em 305 tentativas. Na melhor de suas seis *speedruns*, ele conseguiu o 5º melhor tempo no portal *speedrun.com*, referência em validação e classificação de jogadores de milhares de jogos nesta modalidade.

Apesar de não parecerem surpreendentes, esses números de fato são. O motivo para isso é que o modelo que descreve a probabilidade de sucessivas e independentes interações (eventos) no formato sucesso/fracasso é o modelo binomial. E tal modelo mostra que, assumindo avalidade das informações pré-estabelecidas pelo jogo, o esperado em 262 interações para conseguir *ender pearl* é, na verdade, de 12 apenas. Do mesmo modo, a expectativa em 305 tentativas de conseguir *blaze rods* é de 152,5 (152 ou 153).

Isto chamou a atenção de alguns outros *speedrunners* que assistiram às transmissões, de modo que, em 11 de dezembro do mesmo ano, a plataforma *speedrun.com* publicou um vídeo de

15 minutos e um relatório de 29 páginas[1] explicando a decisão de remover o 5º lugar de *Dream* de seus registros, alegando principalmente, que houve trapaça. Entretanto toda a argumentação deste relatório é externa, especulativa. Não há demonstração causal de alteração nas regras do jogo por parte do *Dream*, apenas a conclusão de que, no melhor cenário, a probabilidade de um jogador obter o mesmo feito honestamente é de aproximadamente $4,9699624 \cdot 10^{-23}$, ou 1 em 20 sextilhões (10^{21})esse caso, o portal assumiu que o que aconteceu seria sorte demais e portanto, alegaram trapaça.

Dream rejeitou inicialmente que houvesse trapaceado, de modo que contratou um estatístico para realizar um estudo independente sobre o ocorrido. Este novo relatório[2] com 19 páginas concluiu que, apesar das probabilidades serem baixas, não chegam a ser tão desprezíveis como alegou o portal *speedrun.com*. Suas estimativas estavam em torno de 1 em 100 milhões, que, apesar de serem baixas, ocorre em uma escala possível considerando a grande quantidade de jogadores e um longo período de tempo em que milhões de pessoas executam uma *speedrun*.

Por fim, o portal *speedrun* rejeitou a resposta, elaborando uma tréplica de 6 páginas expondo os erros da resposta de *Dream*. Em maio de 2021, o jogador assumiu que alterou as configurações do jogo, sem intenção, para lhe garantir mais sorte.

2.3. A matemática em evidência

Toda essa disputa durou em torno de 8 meses, movimentando milhares de pessoas defendendo ambas as partes, levando-as a usarem argumentações probabilísticas sobre o caso. Poucas vezes a matemática se tornou um tópico tão relevante e intenso em uma comunidade não acadêmica.

Observando as principais discussões, dois tópicos são propostos para atividades em sala de aula para turmas do 2º ou 3º do Ensino Médio, no estudo de probabilidade.

2.3.1. Distribuição binomial para estudo da obtenção de itens

A probabilidade de obtermos exatamente k sucessos em n tentativas com probabilidade $p$de sucesso é dada por:

$$f(k; n, p) = \binom{n}{k} p^k (1 - p)^{n-k}$$

Considerando o contexto, a probabilidade de se obter uma *ender pearl* é de $\frac{20}{423} \approx 4{,}728\,\%$,para obter exatamente 42 sucessos em 262 tentativas devemos calcular $\binom{262}{42} \left(\frac{20}{423}\right)^{42} \left(\frac{403}{423}\right)^{220}$ cujo resultado aproximado é $4{,}178.10^{-12}$.

Esta situação-problema encontra-se representada na BNCC através do código EM13MAT312: “Resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo de probabilidade de eventos em experimentos aleatórios sucessivos”.

Uma continuação de tal exercício consiste em assumir a probabilidade de obter 42 ou mais *ender pearls*, ou seja, uma probabilidade binomial acumulada. Também é possível calcular a probabilidade de obtenção dos *blaze rods* e combinar as duas probabilidades através da interseção de eventos independentes, gerando assim a probabilidade inicial encontrada pelo 1º relatório da plataforma *speedrun*.

Outro exercício relevante é o estudo da probabilidade de se obter a mesma quantidade de sucessos ou mais, aplicando a probabilidade binomial acumulada, definida como:

A probabilidade de obtermos $k$ou mais sucessos em $n$tentativas com probabilidade $p$de sucesso é dada por:

$$f(x \geq 42; 262, \tfrac{20}{243}) = \sum_{x=k}^{n} \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$$

Portanto, a probabilidade de alguém obter a mesma sorte ou mais em mesmas tentativas é calculado por

$$f(x \geq 42; 262, \tfrac{20}{243}) = \sum_{x=42}^{262} \binom{262}{k} \left(\frac{20}{423}\right)^k \left(\frac{403}{423}\right)^{262-k}$$

Este cálculo é relevante para calcular situações de mesma sorte ou mais, de forma a generalizar a ocasião estudada.

2.3.2. Estudo de viés na obtenção da amostra

Toda disputa sobre a veracidade das *speedruns* do jogador *Dream* limitou-se ao caso das 6 tentativas gravadas. Entretanto, é consenso assumir que ele realizou muito mais do que estas tentativas. Portanto, a probabilidade de tal amostra ser enviesada precisa ser considerada. O estudo de viés é necessário quando se estuda probabilidade amostral, e por mais que este tópico seja muito profundo e pouco explorado no ensino básico, uma proposta de atividade que ilustra a importância do estudo do viés é considerar a probabilidade de, dentro de um conjunto total de tentativas, se retirar exatamente as 6 tentativas mais vantajosas. Essa hipótese foi considerada em ambos os relatórios. Na nossa situação-problema, o total de tentativas gravadas e não-gravadas é 11. Portanto, a probabilidade condicional de se retirar uma amostra com as 6 tentativas mais sortudas é de $\frac{6\cdot5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1}{11\cdot10\cdot9\cdot8\cdot7\cdot6} = \frac{1}{462} \approx 0{,}00216$. A partir deste resultado, obtemos uma margem superior de probabilidade, em que consideramos o caso mais favorável ao jogador.

3. CONCLUSÕES OU CONSIDERAÇÕES FINAIS

Milhares de pessoas tiveram esta oportunidade para conhecer mais sobre probabilidade. Esta ocasião pode motivar professores a usar o contexto de jogos para trabalhar conteúdos consolidados na educação básica. Uma atualização nas propostas de situações-problemas pode ser um motivador para que os estudantes se motivem mais a estudar a matemática com mais afinco, uma vez que eles percebem o quanto ela impacta a realidade física e também virtual.

REFERÊNCIAS

1 SPEEDRUN.COM. Dream Investigation Results: Official Report by the Minecraft Speedrunning Team. 11 dez. 2020. Disponível em: https://mcspeedrun.com/dream.pdf . Acesso

em: 10 set. 2021.

2 PHOTOEXCITATION. Critique of Dream Investigation Results 21 dez. 2020. Disponível em: https://drive.google.com/file/d/1yfLURFdDhMfrvI2cFMdYM8f_M_IRoAlM/view . Acesso em: 10 set. 2021.

3 HERNANDEZ, Patricia. YouTube's big Minecraft cheating scandal, explained: Dream, YouTube's biggest gaming channel of the moment, denies allegations. 15 dez. 2020. Disponívelem: https://www.polygon.com/2020/12/15/22176341/minecraft-youtube-dream-speedrun-cheating-mod-world-record-piglin . Acesso em: 10 set. 2021.

SEM MAIS NEM MENOS ON-LINE: "HORTA NO PAPEL: A GEOMETRIA DO CROQUI"

Lima, Arthur da Silva, arthur.lima@im.ufal.br[1]
Santos, Maria Clara Ferreira da Silva, maria.ferreira@im.ufal.br[2]
Silva, Elisa Fonseca Sena, elisa.silva@im.ufal.br[3]

[1] Licenciando em Matemática - Universidade Federal de Alagoas
[2] Licencianda em Matemática - Universidade Federal de Alagoas
[3] Docente do Instituto de Matemática - Universidade Federal de Alagoas

Resumo: *Este trabalho tem como objetivo fazer um relato da aplicação da atividade "Horta no papel: a geometria do croqui", desenvolvida pelo projeto de extensão "Sem mais nem menos on-line" da Universidade Federal de Alagoas. A atividade foi trabalhada por meio de um vídeo prévio e de uma live feita no Instagram do projeto e contou com a participação de 144 estudantes do Ensino Fundamental - Anos Finais e Ensino Médio. O objetivo da atividade foi mostrar a matemática presente no planejamento de uma horta, por meio da confecção de um croqui. As respostas dos estudantes ao questionário aplicado após a live indicaram que tinham um pouco de dificuldade com alguns conteúdos abordados, como área e perímetro. Todavia, a participação no chat da live e os comentários de professores e estudantes nos questionários mostraram o quanto gostaram da atividade e conseguiram ver tais conceitos em seu cotidiano e, ainda, notar a matemática existente nas etapas da atividade.*
Palavras-chave: *Ensino de Matemática, Geometria, Horta, Projeto de Extensão.*

1. INTRODUÇÃO

O ensino e a aprendizagem da matemática constantemente são acompanhados de uma visão, por parte dos estudantes, como algo que está além do mundo material, somente representando situações fictícias e de contextos teóricos. Nesse sentido, D'Ambrosio (1989, p. 15) indica que

> [...] os alunos acham que a matemática é um corpo de conceitos verdadeiros e estáticos, do qual não se duvida ou questiona, nem mesmo nos preocupamos em compreender porque funciona. Em geral, acreditam também, que esses conceitos foram descobertos ou criados por gênios.

No entanto, essa não é a realidade, a matemática pode ser vista, percebida e analisada em diversas situações do cotidiano.

Nessa perspectiva, o projeto de extensão "Sem mais nem menos"[13], da Universidade Federal de Alagoas (Ufal), vem há cinco anos desenvolvendo atividades com o intuito de contribuir para alterar essa percepção dos estudantes em relação à matemática, assim como apresentar novas formas didáticas. Isso se dá por meio de adaptações e desenvolvimento de atividades lúdicas que mostram situações do cotidiano relacionadas com a matemática. Os temas são escolhidos de acordo com o interesse manifestado tanto por professores quanto por estudantes.

Em função da pandemia, desde 2020 o projeto adaptou-se para a forma *on-line*, na qual foram desenvolvidas as atividades por meio de *lives* apresentadas no *Instagram* e posteriormente postadas como vídeos no canal do *YouTube* do projeto. Tais apresentações foram acompanhadas por estudantes e professores de matemática do Ensino Fundamental – Anos Finais e Ensino Médio, e as atividades foram elaboradas para

[13] Mais informações sobre o projeto de extensão "Sem mais nem menos on-line" e demais links relacionados ao projeto estão disponíveis no site www.sem-mais-nem-menos.webnode.com.

serem executadas pelos estudantes em suas casas e visando a interação com o público. Em 2021, foi desenvolvida a terceira etapa *on-line* que contou com um público de vários estados, tais como Alagoas, Bahia, Maranhão e Minas Gerais.

Sendo assim, este texto traz o relato da aplicação de uma das atividades desenvolvidas nessa etapa, denominada "Horta no Papel: a geometria do croqui". Nela, os estudantes foram apresentados aos elementos matemáticos presentes no croqui de uma horta como, por exemplo, na geometria utilizada para construir os canteiros em seu esboço e convidados a desenhá-lo. Para Boaler (2018, p. 72), ao trabalhar representações visuais, possibilitamos ao estudante uma compreensão mais profunda do conteúdo, acrescentando que "[...] desenhar é uma ferramenta poderosa para matemáticos e para aqueles que resolvem problemas de matemática [...]". Além disso, os estudantes utilizaram algumas noções básicas sobre a plantação de alimentos explicadas durante a *live* e aprenderam um pouco sobre a história da agricultura e sua relação com a matemática, evidenciando que a disciplina está presente em diversos ramos do conhecimento.

É importante destacar que o processo de inscrição no projeto ocorreu da seguinte forma: professores de matemática do Ensino Fundamental - Anos Finais ou Ensino Médio que se interessaram pela proposta divulgada no *site* oficial da Universidade Federal de Alagoas e no *Instagram* do projeto, independentemente da região do país ou rede de ensino, podiam inscrever-se por meio do *site* oficial do projeto. Deve-se ressaltar que a inscrição foi realizada pelo professor que, em seguida, enviou para a equipe do projeto os dados dos estudantes que iriam participar das atividades. Havia duas formas distintas de inscrição, os professores poderiam acompanhar os estudantes e participar das *webconferências*, ou ainda, eles poderiam acompanhar somente as *lives* e as *webconferências* sem ter a participação de estudantes.

2. DESCRIÇÃO E DESENVOLVIMENTO DA *LIVE*

Após o período de inscrição, solicitamos que os estudantes respondessem a um questionário diagnóstico para saber seus interesses, atividades que gostam de fazer e se veem a matemática como algo presente nelas. Ao responderem o diagnóstico, quando perguntados se conseguiam visualizar a matemática presente em suas diversões cotidianas, boa parte disse conseguir notar a presença da matemática, no entanto, além dos inúmeros que não conseguiram visualizar, aqueles que viram não conseguiram dizer que aspectos matemáticos estão presentes. Mediante a isto, o projeto buscou idealizar uma atividade que pudesse apresentar que matemática está presente no dia a dia. Para isso, buscamos uma temática que pudesse mostrar a matemática em outros contextos, objetivando-se a maior compreensão, por parte dos estudantes, de que a matemática está presente em seu dia a dia. A partir do formulário respondido pelos professores, surgiu a ideia de utilizar a temática da agricultura/horta, sugerida por alguns deles.

Sendo assim, buscamos um aspecto da idealização e manejo de uma horta, o qual seria o croqui, um desenho simples de uma área idealizada (seja para construção ou plantação). Tal conceito é fortemente ligado à matemática principalmente no ensino da geometria, sendo mencionado pela Base Nacional Comum Curricular (BNCC), segundo a qual "[...] espera-se que os alunos identifiquem e estabeleçam pontos de referência [...], usando, como suporte, mapas (em papel, tablets ou smartphones), croquis e outras representações." (BRASIL, 2018, p. 274). Logo, o uso dos croquis é uma maneira de apresentar a matemática em outros contextos.

A atividade "Horta no papel: a geometria do croqui", apresentada em agosto de 2021, trouxe como temática central a construção do croqui de uma horta, o contexto da agricultura, seu surgimento e sua relação com a matemática. Antes da *live*, postamos no canal do *YouTube* e na página do *Instagram* do projeto um vídeo prévio que apresentava a construção de uma malha quadriculada formada por 14 linhas e 12 colunas, que seria usada durante a *live*, e divulgamos também a data da transmissão, assim como os materiais necessários (Figura 1).

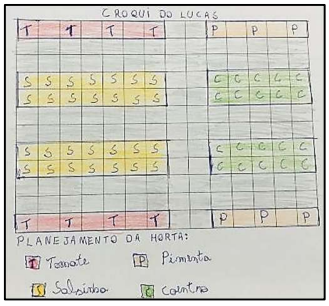
Figura 1 – (a) Malha quadriculada; (b) Divulgação da *live*

Fonte: Arquivos do projeto de extensão "Sem mais nem menos *on-line*" (2021).

Durante a *live*, realizamos a construção de um croqui (Figura 2) que representava uma área de produção de espécies de hortaliças e apresentamos alguns aspectos fundamentais para a produção que são ligados à matemática, tais como espaços entre plantas e o espaço para a circulação dentro da horta. Nesse sentido, Nomura, Silva e Ribeiro (2015, p. 161) indicam que quando "[...] se busca a otimização da produção, um dos primeiros pontos a considerar é o espaçamento ideal, pois um modo óbvio de tentar aumentar a produtividade de uma cultura é plantar um número maior de plantas por unidade de área", logo esse espaçamento é fundamental para organização e planejamento das plantações. Abordamos também conceitos como área e perímetro e contamos com a participação de estudantes e professores via *chat*, mediado pela equipe do projeto.

Durante a construção do croqui, também foi apresentada a importância da legenda, pois sendo uma representação simplificada do planejamento para uma área de produção, é necessário ter clareza para a execução. Durante a *live*, considerando que cada quadrado da malha feita anteriormente tivesse $20\ cm$ de lado, construímos canteiros retangulares com as medidas: $20\ cm \times 140\ cm$, $40\ cm \times 140\ cm$, $20\ cm \times 1\ m$ e $40\ cm \times 1\ m$. Ressaltamos o espaçamento adequado entre as plantas, como de $20\ cm$ para tomates e pimentas, e que por isso foram desenhadas deixando um quadrado de distância, enquanto o coentro e a salsinha tinham um espaçamento entre plantas de $10\ cm$ e por isso podiam ser deixadas próximas (ver figura 2)

Figura 2 - Croqui construído durante a *live*.



Fonte: Arquivos do projeto de extensão "Sem mais nem menos *on-line*" (2021).

Depois da *live*, solicitamos que os estudantes respondessem a um questionário, que será discutido a seguir.

3. DISCUSSÃO DAS RESPOSTAS AO QUESTIONÁRIO

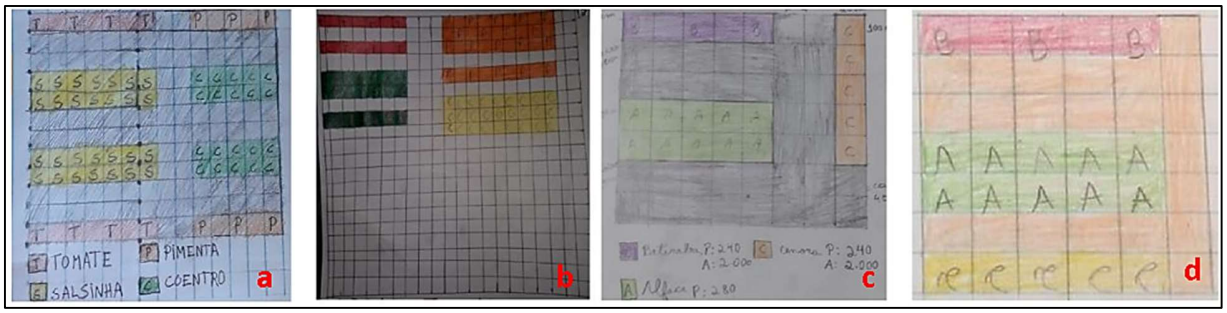
Após a *live*, os estudantes responderam a um questionário sobre o que foi abordado na atividade. Ao todo, recebemos 144 respostas de estudantes, de 9 escolas distintas, sendo 138 (95,83%) do Ensino Fundamental – Anos Finais e 6 (4,17%) do Ensino Médio. O questionário consistia em quatro questões, cujas respostas serão discutidas a seguir.

Em relação ao primeiro questionamento, no qual pedimos aos estudantes que enviassem a construção do

croqui realizada na *live*, 126 estudantes enviaram as imagens, dos quais 85 (67,46%) fizeram o desenho corretamente e 41 (32,54%) cometeram erros, sendo a falta de legenda o erro mais comum e alguns também fizeram em um formato inadequado. Nas figuras 3(a) e 3(b), vemos dois desenhos: um correto e outro com erros.

No segundo questionamento, perguntamos qual seria o perímetro do canteiro de salsinha e as 144 respostas recebidas foram assim distribuídas: 40 (27,77%) corretas, 96 (66,67%) incorretas e 8 (5,56%) não responderam. Ao analisar as respostas, percebemos que os erros foram decorrentes de má interpretação da figura ou da dificuldade em diferenciar os conceitos área e perímetro. Ainda nesse questionamento, foram perguntados se a área do canteiro de coentro seria maior ou menor que a do canteiro de pimenta, e 91 (63,19% dos 144) estudantes responderam corretamente.

Figura 3 - Croqui construído durante a *live* (a) correto e (b) incorreto, Croqui pedido na terceira questão do questionário (c) correta e (d) incorreta



Fonte: Arquivos do projeto de extensão "Sem mais nem menos *on-line*" (2021).

O terceiro questionamento teve alguns desafios: o primeiro foi no entendimento do enunciado e do que estávamos solicitando. O objetivo da questão não ficou tão claro como gostaríamos e levou os estudantes a confundirem o tamanho da malha quadriculada a ser traçada (que deveria ter 7 linhas e 8 colunas). Numa próxima aplicação, atentaremos mais para esse aspecto e deixaremos o enunciado mais claro. Outra dificuldade foi a baixa quantidade de imagens recebidas, pois alguns professores se enganaram ao programar os formulários, impossibilitando que os estudantes anexassem seus croquis. Sendo assim, apenas 38 estudantes enviaram as imagens de suas produções.

Nesse questionamento, pedimos que, a partir da malha quadriculada e considerando cada quadradinho como tendo $20\ cm$ de lado, os estudantes construíssem um croqui com 3 canteiros de medidas específicas e espécies distintas, cada uma com seu espaçamento. O canteiro de beterrabas deveria medir $20\ cm \times 1\ m$, com espaçamento de $20\ cm$ entre as plantas; o de alface mediria $40\ cm \times 1\ m$, com $10\ cm$ de afastamento entre as hortaliças; o de cenoura deveria medir $20\ cm \times 1\ m$, respeitando um espaçamento de $10\ cm$ entre as sementes. Dos 38 estudantes que enviaram as imagens, 19 (50%) acertaram e 19 (50%) erraram. Notamos a dificuldade em desenhar o croqui utilizando os dados fornecidos e a falta de legenda na maioria das atividades incorretas. Na figura 3(c), vemos um exemplo de atividade correta. Na figura 3(d), vemos um exemplo de atividade em que o tamanho da malha está inadequado, o que levou a uma distribuição incorreta dos canteiros, além de faltar a legenda.

No quarto e último questionamento, perguntamos se os estudantes tiveram dificuldades em construir seu croqui e obtivemos as seguintes respostas: 94 (65,27%) disseram que não, 47 (32,63%) disseram que sim e 3 (2,1%) não responderam. As manifestações de dificuldades diziam respeito a terem que construir o segundo croqui sozinhos, sem as instruções de um professor, como ocorreu na *live*.

No final da atividade, estudantes e professores fizeram comentários, dentre os quais destacamos: *"Gostei muito, me ajudou muito"*, *"as instruções foram bem objetivas e a live foi de muito ajuda/tinha coisas para auxiliar"*, feitos pelos discentes; *"A escolha da atividade foi bastante pertinente, visto que a temática horta caseira se configura como tema gerador na BNCC e que pode ser desenvolvido diferentes propostas de trabalho de forma interdisciplinar [...]",* feito por um docente. Isso nos mostra que o objetivo do projeto e da

atividade foi atingido.

4. CONSIDERAÇÕES FINAIS

No presente trabalho, foi apresentado um relato da aplicação da atividade "Horta no papel: a geometria do croqui", cujo objetivo foi mostrar a matemática presente na construção de uma horta, com a confecção dos croquis. O trabalho indicou que os estudantes tinham um pouco de dificuldade com alguns conteúdos abordados, como área e perímetro. Todavia, a participação no *chat* da *live*, assim como os comentários de professores e estudantes no questionário, mostraram o quanto gostaram da atividade e conseguiram ver tais conceitos em seu cotidiano e, ainda, notar a matemática existente nas etapas da atividade.

Esperamos, com este trabalho, contribuir para o repertório dos professores de forma que mais atividades visuais e criativas sejam apresentadas aos estudantes, mostrando o quanto a disciplina pode ser divertida e útil em nosso cotidiano.

REFERÊNCIAS

BOALER, J. **Mentalidades matemáticas**: estimulando o potencial dos estudantes por meio da matemática criativa, das mensagens inspiradoras e do ensino inovador. Porto Alegre: Penso, 2018.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018.

D'AMBROSIO, B. S. Como ensinar matemática hoje? **Temas e Debates.** SBEM. Ano II. N2. Brasília, 1989. P. 15-19.

NOMURA, M.; SILVA, M. V.; RIBEIRO, U. C. Efeito do espaçamento no cultivo do repolho. **Intercursos**, Ituiutaba, v. 15, n. 2, Jul-Dez. 2015.

UMA PROPOSTA PARA O ENSINO DE FUNÇÕES EXPONENCIAIS E LOGARÍTMICAS USANDO A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS MEDIADA PELO GEOGEBRA

Silva, Vilmar Costa, vilmar.costa@mail.uft.edu.br[1]
Costa, Eudes Antonio da, eudes@mail.uft.edu.br[2]
Silva, Janson da Cunha, jabsoncunha@gmail.com[3]

[1]Universidade Federal do Tocantins-UFT
[2]Universidade Federal do Tocantins-UFT
[3]Centro Universitário Católica do Tocantins-Unicatolica

Resumo: *Esse trabalho tem como objetivo apresentar atividades didáticas para professores ensinarem funções exponenciais e logarítmicas no ensino médio, utilizando a Resolução de Problemas como metodologia de ensino mediada pelo aplicativo computacional GeoGebra. A utilização da Metodologia de Resolução de Problemas (MRP) e do GeoGebra como alternativa de ensino na discussão dos conceitos referentes ao conteúdo escolhido é justiçado e proposto pelos documentos oficiais da educação, buscando competências, habilidades e relações entre conceitos e procedimentos. Para o desenvolvimento da pesquisa foi necessário realizar uma pesquisa bibliográfica, amparada por eixos categorizados sobre a MRP. Os resultados da pesquisa apontam que não se pode mecanizar o ensino da MRP e que a condução do estudante, por intermédio de perguntas podem torná-los independentes para a Resolução de Problemas.*
Palavras-chave: *Funções, GeoGebra, Resolução de Problemas, Ensino de Matemática.*

1. INTRODUÇÃO

Nesse trabalho abordaremos as relações entre as propriedades das expressões algébricas e das funções exponenciais e logarítmicas, juntamente com suas respectivas representações gráficas. Estas representações gráficas precisam ser discutidas pelo docente de forma articulada, e é importante, sempre que possível, fazer referência e explicitar as relações entre elas. Nesse processo as tecnologias serão aliadas para estabelecer claramente estas articulações.

As noções de função abordadas por meio de procedimentos algébricos, simplesmente como "fórmula", induzem os estudantes a desenvolverem uma concepção confusa. Ao ensinar a matemática buscando relacionar e articular representações numéricas, algébricas e gráficas na Resolução de Problemas são caminhos que podem chegar ao desenvolvimento das habilidades exigidas pela Base Nacional Comum Curricular (BNCC, BRASIL - 2018).

Temos nesse estudo o objetivo de apresentar atividades didáticas[14] para professores ensinarem funções exponenciais e logarítmicas no ensino médio, utilizando à Resolução de Problemas (MRP) como metodologia de ensino mediada pelo aplicativo computacional GeoGebra como ferramenta de ensino[15]. Para isto realizaremos um estudo referente ao conteúdo proposto, faremos caracterizações, traremos teoremas e propriedades associadas aos exemplos. Salientamos que sustentados na BNCC (BRASIL, 2018) buscaremos as competências e as habilidades nela declaradas.

[14] As atividades didáticas constituem meios de organização do trabalho pedagógico em sala de aula, que concretizam um conjunto de procedimentos específicos, próprios da situação de ensino-aprendizagem e servem como mediadoras da relação entre os estudantes e um objeto de conhecimento. (MONTEIRO, [s.d.])

[15] Ferramenta de ensino é uma facilitadora do ensino-aprendizado, com a função de contribuir para aprendizagem efetiva do educando.

Dessa maneira buscaremos respostas referente a como construir uma proposta de atividades didáticas que engloba o contexto relatado. Podemos construir esta proposta embasados na MRP e Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC) de forma articulada e vinculada a aspectos do cotidiano ou interdisciplinares. Além disso, é fundamental observarmos que a ideia não é simplesmente usar o GeoGebra para verificar o que está certo ou errado nas representações gráficas das funções. Em lugar disso, a visualização no GeoGebra deve ser explorada para motivar reflexões e conjecturas sobre as funções, que devem ser verificadas por meio de ferramentas matemáticas.

No tocante ao aspecto metodológico este estudo é caracterizado como pesquisa bibliográfica que de acordo com Gil (2002) é o tipo de pesquisa desenvolvida tendo como alicerce materiais já elaborados, possuindo como principais fontes de consulta livros e artigos científicos. Ademais possui uma abordagem qualitativa, isso pois, destacamos o processo de resolução de cada situação e não o resultado final, mas amparada por eixos categorizados sobre a MRP.

2. À RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS E O GEOGEBRA

Atualmente, o processo de elaboração de problemas, a BNCC (BRASIL, 2018) recomenda que os estudantes desenvolvam a capacidade de identificar possibilidades de utilização da matemática para resolver problemas, empregando conceitos, procedimentos e resultados para conseguir soluções e interpretá-las segundo os contextos das situações, fazendo uso da dedução de propriedades e a verificação de conjecturas, a partir de outras. Neste trabalho seguimos as quatro etapas da MRP, na perspectiva de Polya (1995).

Agora, quanto à competência específica 3 do ensino médio que refere-se a Resolução de Problemas no ensino da matemática a BNCC (2018) espera que os educandos tenham competência de

> [...] identificar os conceitos e procedimentos matemáticos necessários ou os que possam ser utilizados na chamada formulação matemática do problema. Depois disso, eles precisam aplicar esses conceitos, executar procedimentos e, ao final, compatibilizar os resultados com o problema original, comunicando a solução aos colegas por meio de argumentação consistente e linguagem adequada, no entanto, a Resolução de Problemas pode exigir processos cognitivos diferentes. Há problemas nos quais os estudantes deverão aplicar de imediato um conceito ou um procedimento, tendo em vista que a tarefa solicitada está explícita. Há outras situações nas quais, embora essa tarefa esteja contida no enunciado, os estudantes deverão fazer algumas adaptações antes de aplicar o conceito que foi explicitado, exigindo, portanto, maior grau de interpretação. (BRASIL, 2018, p. 535)

Contudo, para Polya (1995) e Onuchic (2013) a MRP possibilita que os estudantes utilizem seus conhecimentos e desenvolvam a capacidade de administrar as informações ao seu redor. Desse modo, proporciona o desenvolvimento do raciocínio lógico, enfrentamento de novas situações e o conhecimento de aplicações da matemática.

Concebendo as TIC no ensino da matemática, perante as concepções de Giraldo (2012) vemos a existência de aplicativos, recursos ou ferramentas computacionais nos quais os estudantes podem explorar e construir diferentes conceitos matemáticos, referidos a seguir como programas de expressão. Os programas de expressão apresentam recursos que provocam, de forma muito natural, o processo que caracteriza o "pensar matematicamente", ou seja, os estudantes fazem experimentos, testam hipóteses, esboçam conjecturas, criam estratégias para resolver problemas. São características desses aplicativos: conter um certo domínio de saber matemático; oferecer diferentes representações para um mesmo objeto matemático (numérica, algébrica, geométrica) e permitir a manipulação dos objetos que estão na tela.

Acerca das representações gráficas dinâmicas que articula geometria e funções, Giraldo (2012) defende que o GeoGebra abrange recursos de geometría, álgebra, tabelas, gráficos e cálculos simbólicos em um único ambiente, permitindo que aconteça construções geométricas com a utilização de pontos, retas, segmentos de reta, polígonos entre outros, nele é possível introduzir funções e modificar todos esses objetos dinamicamente mesmo após a conclusão da construção. Equações e coordenadas também podem ser diretamente inseridas na sua forma explícita.

Entendemos que o GeoGebra é um aplicativo de matemática dinâmica que pode ser utilizado como ferramenta que apresenta aos estudantes possibilidades de vivenciarem os processos criativos, estabelecer aproximações, juntar significados anteriormente desconexos e ampliar a capacidade de interlocução por meio das diferentes linguagens que tais recursos propiciam. Pensando desta forma que utilizamos o GeoGebra como ferramenta de ensino para desenvolver as abordagens e os conceitos matemáticos, o qual podem verificar em Silva (2020) especialmente no 4 capítulo. Tal trecho propomos atividades didáticas relacionadas ao ensino de Funções Exponenciais e Logarítmicas utilizando MRP mediada pela ferramenta GeoGebra.

3. RESULTADOS E CONSIDERAÇÕES

A possibilidade de propor atividades relacionadas com funções utilizando MRP permite que este conteúdo não seja estudado apenas seguindo sua definição. Apresentamos em Silva (2020) uma proposta em que tais funções podem ser estudadas por meio de um recurso digital fácil de ser encontrado e instalado, que é o GeoGebra, para que os professores reflitam sobre as diversas formas de ensinar determinados conteúdos por meio de situações dinâmicas, em que os estudantes podem fazer verificações e assim estimular o envolvimento com a disciplina.

Outro ponto de reflexão aos professores que ensinam matemática na Educação Básica é a oportunidade de vincular os conteúdos estudados com aspectos do cotidiano ou interdisciplinares. A exposição sobre as funções permite aos discentes pensarem em situações que podem representar informações, expressar modelos ou elaborar conjecturas. Desta forma não devemos mecanizar o ensino da MRP, e que a condução ou orientação do estudante, por intermédio de perguntas podem torná-los independentes para a Resolução de Problemas.

Esse modo de ensinar poderá aguçar as habilidades dos educandos, proporcionando a explicação e o entendimento de lidar com a realidade dos problemas, assim colocá-los em desafios que exigem concentração e dedicação. Ao trabalharmos com este tipo de atividade estamos possibilitando o ampliamento do conhecimento, por meio do desenvolvimento do raciocínio lógico. Portanto, esta proposta poderá sanar as dificuldades encontradas em sala de aula, oferecendo aos professores soluções didáticas para ensino de funções exponenciais e logarítmicas. Contudo, elaboramos esta proposta de ensino para professores que primam pela participação efetiva dos discentes na construção do conhecimento, podendo proporcionar um ambiente que desperta o gosto pelo raciocínio independente, em contraposição a visão do docente como transmissor do conhecimento.

REFERÊNCIAS

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Básica. **Base Nacional Comum Curricular**. Versão final. Brasília, DF, 2018.

COSTA, E. A. da; GOMES, A. R. A Influência do uso de Tecnologias no Ensino da Matemática. **Tecnologia Educacional - ANO XXXIV**, n. 172/173, p. 35-43, jan. /jun. 2006.

GIL, A. C. **Como Elaborar Projeto de Pesquisa**. 4. ed. São Paulo: Atlas, 2002. 175p.

GIRALDO, V. et al. **Recursos Computacionais no Ensino de Matemática**. Coleção PROFMAT. Rio de Janeiro: SBM, 2012. 423p.

MONTEIRO, S. M. **Glossário Ceala:** Atividade didática. Disponível em: <http://www.ceale.fae.ufmg.br/app/webroot/glossarioceale/verbetes/atividade-didatica>. Acesso em: 25 set. 2020.

ONUCHIC, L. de la R. **A Resolução de Problemas na Educação Matemática**: Onde estamos e para onde iremos? Passo Fundo, v. 20, n. 1, p. 88-104, jan. /jun. 2013. Disponível em: <www.upf.br/seer/index.php/rep>. Acesso em: 26 maio 2020.

POLYA, G. **A Arte de Resolver Problemas**: um novo aspecto do método matemático. Trad. Heitor Lisboa de Araújo. 2. ed. Rio de Janeiro: Interciência, 1995. 196p. Tradução de: How to solve it.

SILVA, V. C. **Uma Proposta para o Ensino de Funções Exponenciais e Logarítmicas usando a Resolução de Problemas Mediada pelo GeoGebra**. 2020. 84 f. Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal do Tocantins, Arraias, TO, 2020. Disponível em: <https://sca.profmat-sbm.org.br/sca_v2/get_tcc4.php?cod=5740_893c60874697db9e2bede5cc526a71027961d754>. Acesso em: 02 ago. 2020.

A COLEÇÃO Computação desplugada E A MATEMÁTICA da EDUCAÇÃO bÁSICA

Pinto, Letícia Miguel, l201462@dac.unicamp.br [1]

[1] Graduanda do curso de Licenciatura em Matemática na Unicamp

Resumo: *Computação Desplugada é uma adaptação da coleção Computer Science Unplugged, de atividades livres e gratuitas para a Educação Básica que abordam conceitos da computação e não necessitam do uso de computadores ou outros dispositivos eletrônicos. Apesar de não se restringirem à matemática, várias atividades tratam de conceitos ou problemas relacionados a tópico do currículo dessa disciplina na Educação Básica. Neste trabalho, será apresentada a coleção, e também relatada a aplicação em sala de aula de uma das atividades envolvendo números binários.*
Palavras-chave: *computação, desplugada, educação, matemática.*

1. INTRODUÇÃO

Dada a relevância e a crescente ênfase dada a aspectos da computação e do pensamento computacional em reformas recentes em currículos oficiais (Reis, Barichello, Mathias, 2021) e a ausência de disciplinas com esse perfil na formação inicial de professores em geral, assim como o enfrentamento de limitações de infraestrutura encontrada na maioria das escolas do Brasil, decidiu-se por adaptar a coleção Computer Science Unplugged (https://classic.csunplugged.org/), composta de atividades que envolvem conceitos e problemas do mundo da computação para a Educação Básica sem utilizar nenhum computador ou equipamento eletrônico.

2. COMPUTAÇÃO DESPLUGADA

2.1. A Coleção

O projeto foi desenvolvido originalmente na Universidade de Canterbury, Nova Zelândia, com o objetivo de levar ideias, conceitos e problemas da computação para a Educação Básica. Um dos princípios norteadores dos criadores foi o de remover barreiras, como a necessidade de equipamento ou de conhecimento técnico muito específico, para que professores pudessem trazer elementos da computação para a sala de aula da Educação Básica (Bell et al, 2009). Ou seja, o domínio de recursos computacionais como linguagens de programação por parte dos professores e estudantes não é necessário, já que as atividades são desplugadas.

As atividades utilizam jogos, desafios e quebra-cabeças que usam materiais simples como lápis, papel e movimento. Abordam conceitos como números binários, algoritmos, representação de informação, compactação de dados, grafos, criptografia, interface etc., que estão diretamente relacionados ao funcionamento e uso dos computadores, ainda que o usuário não perceba.

Cada atividade da coleção conta com uma explicação metodológica sobre como realizá-la em sala de aula, folhas de atividade editáveis, explicações sobre os conceitos computacionais envolvidos e referências para aprofundamento. Além disso, grande parte das atividades estimula o trabalho em grupo e dialoga de forma direta ou indireta com objetos do conhecimento presentes no currículo de Matemática da Educação Básica.

Desde o final da década de 2000, o projeto goza de bastante prestígio internacional, tendo recebido financiamento de grandes empresas tecnológicas e tendo sido traduzido para diversas línguas. Embora já existisse uma versão em português desde 2011, esta não contemplava todos os capítulos do projeto. Então, no começo de 2020, o Prof. Dr. Leonardo Barichello, duas graduandas da Unicamp e uma voluntária externa, completaram a tradução do material, com o objetivo de disponibilizá-lo em diferentes formatos digitais.

Durante o segundo semestre desse mesmo ano, o projeto intitulado Computação Desplugada, a primeira autora deste relato, na condição de bolsista de um projeto de extensão da Unicamp, deu início à adaptação do conteúdo das atividades para o contexto escolar brasileiro. Foi implementado um site (http://desplugada.ime.unicamp.br) contendo as 21 atividades com uma nova identidade visual, orientações para o professor apropriados para a realidade do país, e também recomendações de vídeos e leituras adicionais acessíveis.

As adaptações citadas abrangem a adequação do nível de ensino e a inclusão de habilidades da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e do Currículo de Tecnologia e Computação do Centro de Inovação para a Educação Brasileira (CIEB) em cada atividade.

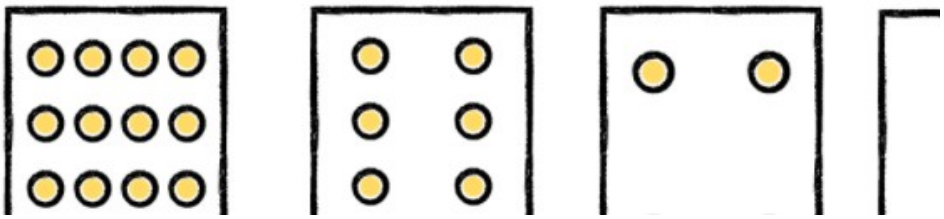
2.2. Relato de Experiência com a atividade "Contando os Pontos"

Trazemos aqui um breve relato da aplicação em sala de aula de uma das atividades do projeto realizado pela primeira autora com uma turma de 7º ano do Ensino Fundamental em uma escola pública estadual da cidade de Americana, São Paulo, na disciplina de Tecnologia e Inovação, do Programa Inova Educação, implementado pelo estado desde 2020.

No mês de setembro de 2021, a professora Letícia utilizou a atividade 1 "Contando os Pontos – Números Binários", para introduzir o conceito desse sistema de numeração,que é utilizado nos computadores para representar informações. As instruções da atividade foram seguidas com certa flexibilidade. As habilidades de Matemática da BNCC presentes nesse capítulo envolvem a multiplicação e descrição de padrões, e a do CIEB consiste em conhecer o sistema de numeração binário.

Cada aluno confeccionou um conjunto de cinco cartões contendo pontos marcados de um lado e sem conteúdo no verso, como os da figura apresentada a seguir.

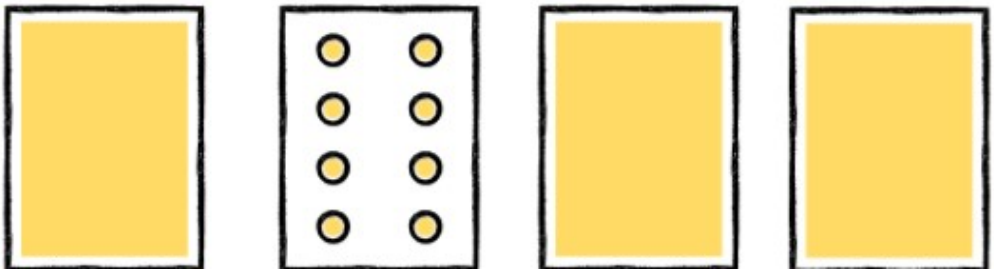
Cartões para Atividade sobre Números Binários



Na lousa, a professora desenhou os cartões com os pontos e foi desenvolvendo um diálogo com a turma, para entender se os alunos tinham conhecimento sobre o tópico e investigar se eles sabiam como **são armazenadas as informações nos computadores, para poder situá-los do contexto da atividade. Alguns estudantes sabiam que esse processo envolve uma série de zeros e uns. Eles explicaram que viram essa informação através do desenho "Os Jovens Titãs". Mas não sabiam exatamente como as palavras e os números que utilizamos eram representados apenas por zeros e uns.**

Foram feitos, conforme as instruções da atividade, os seguintes questionamentos aos alunos: "O que você percebeu sobre o número de pontos nos cartões?", "Quantos pontos teria o próximo cartão colocado à esquerda? E o próximo?". Foi explicado que eles que poderiam usar os cartões para representar números virando alguns deles para baixo ou para cima e, então somando os pontos indicados nos cartões com a face para cima. Também foi esclarecido a analogia desse processo com a representação binária: quando um cartão está com a face para baixo, sem mostrar os pontos, este cartão é representado por um zero, quando os pontos são exibidos, o cartão é representado por um.

Em colaboração com os alunos, a professora utilizou a lousa para fazer alguns exemplos de transformação de números no sistema de numeração decimal para o sistema binário, e vice-versa, como na figura abaixo.



Exemplo de Conversão Número Binário para Decimal

Após essa etapa, foram distribuídas cópias da folha de atividade disponível no site. O objetivo era que os alunos identificassem qual o número binário em cada linha, e, consequentemente, o número no sistema decimal, para então, utilizando uma relação de números e letras, descobrir a "mensagem secreta" enviada pelo personagem.

Excerto de Folha de Atividades: Enviar Mensagens Secretas

1	2	3	4	5	6	7
a	b	c	d	e	f	g
8	9	10	11	12	13	14

Os estudantes ficaram bem interessados e deslumbrados em entender como funciona o sistema de numeração utilizado pelos computadores, **e também** em descobrir a mensagem da folha de atividades.

3. CONSIDERAÇÕES FINAIS

A partir da experiência em sala de aula, foi possível ter uma visão da potencialidade do material. Através do uso da atividade da coleção, associado a materiais simples, foi construído pelos estudantes um conhecimento significativo, que interessa a eles e que é de grande relevância, visto a inclusão em currículos, como citado, e a utilização em profissões que têm se desenvolvido cada vez mais. Fica evidente que a inclusão de elementos de computação no currículo tem efeito motivador para os alunos.

Com relação à coleção, todo seu conteúdo se encontra disponível gratuitamente no site desplugada.ime.unicamp.br para que professores de todas as áreas possam utilizar com seus estudantes. Além do material já existente, os responsáveis pretendem buscar apoio para a realização de atividades de disseminação do material e formação de professores, assim como criar canais que permitam incorporar relatos de experiência e sugestões ao próprio material, como já é feito na versão em inglês do projeto.

REFERÊNCIAS

BELL, T., ALEXANDER, J., FREEMAN, I., GRIMLEY, M. . Computer Science Unplugged: School students doing real computing without computers. The New Zealand Journal of Applied Computing and Information Technology, v.13, n.1, 2009.

BRASIL. Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular. Brasília, 2018.

RAABE, André L. A.; BRACKMANN, Christian P.; CAMPOS, Flávio R. Currículo de referência em tecnologia e computação: da educação infantil ao ensino fundamental. São Paulo: CIEB, 2018. E-book em pdf

REIS, S. R. DOS; BARICHELLO, L.; MATHIAS, C. V. Novos conteúdos e novas habilidades para a área de Matemática e suas Tecnologias. Revista Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, v. 11, n. 1, p. 37-58, 2021.

SEM MAIS NEM MENOS ON-LINE: "FILTRO DOS SONHOS: O DESENHO GEOMÉTRICO DO AMULETO INDÍGENA"

Correia, Nickson Deyvis da Silva, nickson.correia@im.ufal.br[1]
Santos, Viviane de Oliveira, viviane.santos@im.ufal.br[2]
Albuquerque, Erenilda Severina da Conceição, erenilda20@hotmail.com[3]

[1]Mestrando em Ensino de Ciências e Matemática – Ufal
[2]Docente do Instituto de Matemática – Ufal
[3]Docente da Rede Pública do Município de Maceió e do Estado de Alagoas – SEMED/SEDUC

Resumo: *Este trabalho tem como objetivo apresentar os resultados da aplicação da atividade "Filtro dos sonhos: o desenho geométrico do amuleto indígena", desenvolvida remotamente no projeto de extensão "Sem mais nem menos on-line" da Universidade Federal de Alagoas. A atividade, composta por um vídeo prévio, uma live e um questionário, teve o objetivo de construir o filtro dos sonhos por meio do desenho geométrico com régua e compasso, além de explorar conteúdos matemáticos e alguns aspectos da cultura indígena que permeiam a história desse amuleto. A aplicação foi a 207 estudantes do Ensino Fundamental e Ensino Médio dos estados de Alagoas e Bahia. Por meio dessa atividade, constatamos que foi proporcionado aos estudantes um momento descontraído para aprender matemática e a utilizar materiais geométricos, e aos professores de matemática o interesse em complementar as aulas com conteúdos apresentados na live. Esperamos que este trabalho desperte em professores de matemática a vontade de experienciar uma matemática mais leve e atrativa em suas práticas docentes.*
Palavras-chave: *Ensino de Matemática, Geometria, Cultura indígena, Material didático.*

1. INTRODUÇÃO

O projeto de extensão "Sem mais nem menos *on-line*"[16], do Instituto de Matemática da Universidade Federal de Alagoas (IM-Ufal), tem como objetivo proporcionar aos estudantes do Ensino Fundamental - Anos Finais (EF) e Ensino Médio (EM) momentos descontraídos para aprender matemática, de modo criativo e relacionados ao cotidiano, bem como despertar nos professores de matemática o interesse em elaborar atividades lúdicas e atreladas ao cotidiano.

Pais (2006, p. 62) diz "é conveniente que as condições de aprendizagem ofereçam sentido para o aluno e isso se consegue com a contextualização do saber", ou seja, para melhorar os resultados em relação ao ensino de matemática, deve-se proporcionar a contextualização do saber de modo compatível com o nível previsto na escolaridade. Assim, acreditamos ser importante despertar nos estudantes o gosto pela matemática, apresentando-a de forma compatível, atrativa e palpável.

Nesse sentido, a equipe do projeto de extensão, em 2021, elaborou diversos materiais didáticos, aplicados remotamente no *Instagram* do projeto. Dentre esses materiais, temos a atividade "Filtro dos sonhos: o desenho geométrico do amuleto indígena" que tem como objetivo construir o filtro dos sonhos[17] por meio do desenho geométrico com régua e compasso, além de explorar conteúdos matemáticos e alguns aspectos da cultura indígena que permeiam a história desse amuleto.

[16] Mais informações sobre o projeto de extensão "Sem mais nem menos *on-line*" e demais *links* relacionados ao projeto estão disponíveis no *site* www.sem-mais-nem-menos.webnode.com.

[17] Amuleto indígena que consiste em um círculo feito com uma vara de salgueiro e nele são trançados vários fios (teia de aranha), com penas de ave na parte inferior da teia. Em síntese, a crença diz que este amuleto purifica o ambiente durante a noite e dá sabedoria para decifrar os bons sonhos que pela teia passaram. (KONIG; BECKER, 2017)

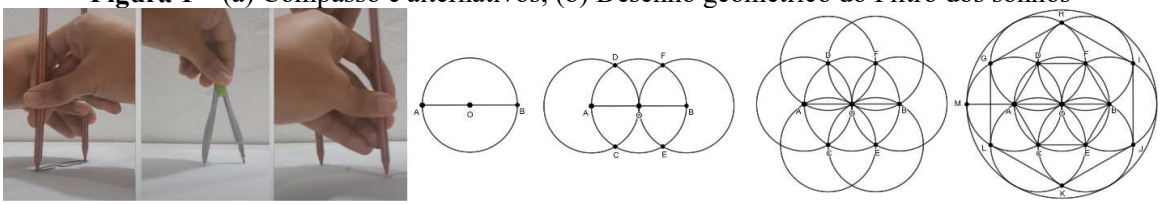
Este trabalho tem como objetivo apresentar os resultados da aplicação da atividade "Filtro dos sonhos: o desenho geométrico do amuleto indígena". O aporte teórico da atividade e do trabalho é em: Boaler (2018) ao dizer que quando o professor ensina matemática com aulas atrativas e em conexão com o mundo real, deixa os estudantes contentes, empolgados e engajados; Correia, Santos e Silva (2021, p. 408) ao acreditarem que "é durante esse momento de descontração e relacionado ao cotidiano que pode-se perceber a aproximação dos estudantes entre si e com o professor, desenvolvendo no estudante interesse, concentração, autoconfiança, autoestima e demais habilidades."; Silva (2006) ao defender que o desenho geométrico é um facilitador no entendimento das relações geométricas e que ausentá-lo na Educação Básica é desperdiçar oportunidades de promover nos estudantes o raciocínio lógico, raciocínio espacial e criatividade de modo eficiente, além do progresso do indivíduo no tópico da demonstração; e a Base Nacional Comum Curricular ao ressaltar que os estudantes devem ter a habilidade de "Construir circunferências, utilizando compasso, reconhecê-las como lugar geométrico e utilizá-las para fazer composições artísticas e resolver problemas que envolvam objetos equidistantes." (BRASIL, 2018, p. 309).

2. A APLICAÇÃO DA ATIVIDADE

A aplicação do material didático "Filtro dos sonhos: o desenho geométrico do amuleto indígena" ocorreu em agosto de 2021 e foi dividida em dois momentos. O primeiro, um vídeo prévio sobre o compasso, disponibilizado aos estudantes com antecedência. Em síntese, foi abordado como manusear o compasso corretamente e, na ausência do compasso, como usar um material alternativo (barbante e dois lápis ou clipe para papel e dois lápis). Ver Figura 1(a).

Já o segundo momento, a *live*, foi dedicado à: interação do apresentador com os participantes, breve contextualização histórica do filtro dos sonhos, execução do desenho, breve explicações de conteúdos matemáticos e aplicação do questionário. Na breve contextualização histórica do amuleto, foram abordados origem, lenda, composição, materiais utilizados pelos indígenas na confecção, disseminação cultural etc. No que concerne ao desenho do amuleto, foi explicado o passo a passo da construção geométrica, utilizando régua e compasso, bem como materiais alternativos (clipe de papel e barbante). Durante este processo foram abordadas noções básicas da geometria plana como ponto, segmentos de reta, círculo, circunferência (centro, raio, corda, diâmetro), polígonos inscritos e circunscritos na circunferência. Na Figura 1(b), também apresentamos o desenho geométrico do amuleto indígena.

Figura 1 – (a) Compasso e alternativos; (b) Desenho geométrico do Filtro dos sonhos



Fonte: Arquivos do projeto de extensão "Sem mais nem menos *on-line*" (2021).

No final da *live*, como já mencionado, houve a aplicação de um questionário aos estudantes. Este questionário ficou disponível durante quatro dias e era composto por cinco questionamentos. São eles: "(1) Escreva seu nome, o nome da escola e a sua série no desenho do filtro dos sonhos. Em seguida, tire uma foto e envie."; "(2) Marque o material que você utilizou para traçar as circunferências do seu desenho."; "(3) Durante a construção geométrica do filtro dos sonhos, desenhamos a flor da vida, composta por 7 circunferências. Sabendo que as 7 circunferências possuem a mesma medida do raio, é correto afirmar que todas essas circunferências possuem a mesma medida de comprimento? Justifique sua resposta."; "(4) Observe seu filtro dos sonhos e, em seguida, marque Verdadeiro ou Falso. Justifique sua resposta. (a) O hexágono regular de vértices A, B, C, D, E e F é inscrito à circunferência de centro O. (b) O hexágono regular de vértices G, H, I, J, K e L é circunscrito à circunferência de centro O."; e "(5) Você teve dificuldades para realizar o desenho do filtro dos sonhos? Por quê?". Vale destacar que para responder esses questionamentos, os estudantes bastavam se ater ao conteúdo apresentado na *live*.

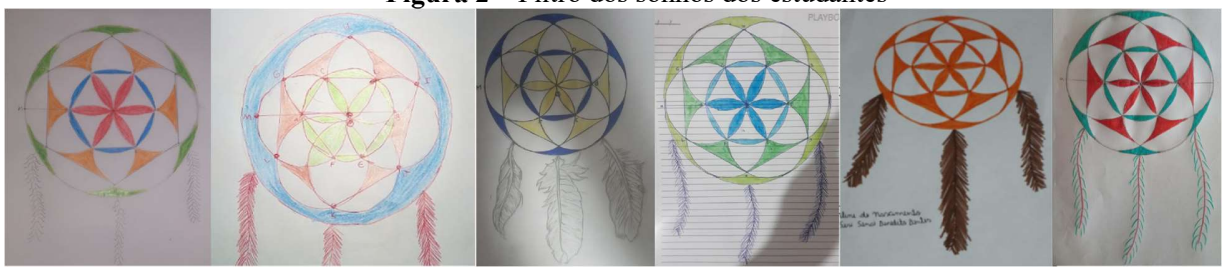
Esta atividade (vídeo prévio, *live* e questionamentos)[18] foi aplicada a 207 estudantes de 9 professores de matemática. Esses estudantes são do EF e EM de 8 escolas da rede pública e 4 da rede particular de ensino de Alagoas e da Bahia. Para alcançar o objetivo do projeto, os estudantes assistiam o vídeo prévio e *live*, realizavam o desenho e respondiam os questionamentos, e os professores eram responsáveis em acompanhar remotamente todo o processo de execução da atividade de seus estudantes, bem como auxiliá-los nas possíveis dúvidas e problemas que viessem a surgir. Além disso, após a aplicação da atividade aos estudantes, os professores recolhiam as respostas dos questionamentos de seus estudantes e passavam para a equipe do projeto.

3. DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Para a apresentação dos resultados, tomaremos como base os grupos A, B e C. No grupo A, todos os estudantes do 6º e 7º anos do EF, obtendo o total de 50 estudantes. No grupo B, todos os estudantes do 8º e 9º anos do EF, obtendo o total de 137 estudantes. No grupo C, todos os estudantes da 1ª, 2ª e 3ª séries do EM, obtendo o total de 20 estudantes.

Em relação ao questionamento (1), no grupo A, do total de 50 estudantes, 31 (62%) enviaram a foto do filtro dos sonhos e, destes 31 estudantes, 11 (22% do grupo) desenharam de forma correta. No grupo B, do total de 137 estudantes, 106 (77,37%) enviaram a foto do filtro dos sonhos e, destes 106 estudantes, 52 (37,96% do grupo) desenharam de forma correta. No grupo C, todos os estudantes (100%) enviaram a foto do filtro dos sonhos e, destes 20 estudantes, 9 (45% do grupo) desenharam de forma correta. Na Figura 2 apresentamos alguns dos desenhos enviados.

Figura 2 – Filtro dos sonhos dos estudantes



Fonte: Arquivos do projeto de extensão "Sem mais nem menos *on-line*" (2021).

De modo geral, considerando todos os desenhos corretos, tivemos um aproveitamento de 34,78% (72 estudantes em relação ao total de 207 participantes). Em relação ao material utilizado para a construção das circunferências, 84 estudantes (40,58% do total de 207) utilizaram o compasso, 45 estudantes (21,74% do total de 207) utilizaram o clipe com dois lápis, 38 estudantes (18,36% do total de 207) utilizaram o barbante com dois lápis, e 40 estudantes (19,32% do total de 207) utilizaram outros materiais (copo, transferidor, fita, cd etc.).

No que concerne ao questionamento (3), se as 7 circunferências iniciais possuem ou não a mesma medida de comprimento, tivemos que no grupo A, do total de 50 estudantes, 45 (90%) responderam de forma correta, citando "Sim". No grupo B, do total de 137 estudantes, 120 (87,59%) responderam corretamente "Sim". No grupo C, do total de 20 estudantes, 16 (80%) responderam de forma correta, citando "Sim". Entre as principais justificativas dadas, muitos estudantes se atentaram à medida do raio não ter sido alterado, bem como a utilização do mesmo objeto (copo, cd, transferidor) para traçar a circunferência, o que não alteraria o comprimento das circunferências. De modo geral, dos 207 estudantes, 181 (87,44%) responderam corretamente.

Em relação à letra (a) do questionamento (4), se o hexágono de vértices A, B, C, D, E e F é inscrito à circunferência de centro O, tivemos que no grupo A, do total de 50 estudantes, 46 (92% do grupo) responderam de forma correta, marcando "Verdadeiro". No grupo B, do total de 137 estudantes, 131 (95,62%) responderam corretamente, marcando "Verdadeiro". No grupo C, do total de 20 estudantes, 19 (95%) responderam de forma correta, marcando "Verdadeiro". Entre as principais justificativas dadas, muitos

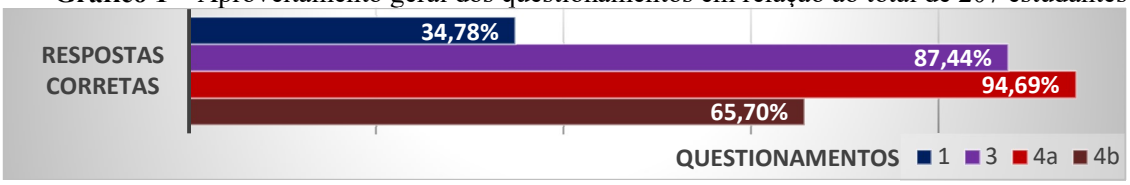
[18] O vídeo prévio, a *live* e os questionamentos da atividade estão disponíveis no canal oficial do projeto no *Youtube*. Ver: https://www.youtube.com/channel/UCmid1ZmndYIFbdKk2FxKR5A/.

estudantes se atentaram ao fato de o hexágono estar dentro da circunferência de centro O e que seus vértices pertencem à referida circunferência. De modo geral, dos 207 estudantes, 196 (94,69%) responderam corretamente.

Em relação à letra (b) do questionamento (4), se o hexágono de vértices G, H, I, J, K e L é circunscrito à circunferência de centro O, tivemos que no grupo A, do total de 50 estudantes, 30 (60% do grupo) responderam de forma correta, marcando "Falso". No grupo B, do total de 137 estudantes, 97 (70,80%) responderam corretamente, marcando "Falso". No grupo C, do total de 20 estudantes, 9 (45%) responderam de forma correta, marcando "Falso". Entre as principais justificativas dadas, muitos estudantes perceberam que apesar do hexágono estar fora da circunferência de centro O, seus lados não são tangentes à circunferência em questão. De modo geral, dos 207 estudantes, 136 (65,70%) responderam corretamente.

No Gráfico 1, apresentamos o aproveitamento dos questionamentos (1), (3), (4a) e (4b) em relação aos 207 estudantes participantes.

Gráfico 1 – Aproveitamento geral dos questionamentos em relação ao total de 207 estudantes



Fonte: Arquivos do projeto de extensão "Sem mais nem menos *on-line*", 2021.

Em relação ao questionamento (5), sobre as dificuldades, 129 estudantes (62,32% do total de 207) disseram que tiveram dificuldades. Pelas justificativas, os principais motivos foram a falta de materiais, a falta de habilidade e costume em utilizar os materiais (régua, compasso e alternativos), a necessidade de refazer o desenho mais de uma vez, entre outros.

No final da atividade, professores e estudantes teceram alguns comentários. Dentre os comentários dos estudantes, temos: "*Deu trabalho, mas foi muito legal.*"; "*Assisti a Live e entendi , foi bem legal .*"; e "*Aprendi a trabalhar com o compasso, não sabia*". Dentre os comentários dos professores, temos: "*Bom trabalhar os conceitos de diametro, corda e comprimento da circunferencia através do filtro dos sonhos, deixa de ser muito teorico (só a definição)*"; e "*Gostei muito da atividade desenvolvida na live, da didática em que foi conduzida, da explicação histórica, dos conceitos geométricos e do passo a passo para a construção do filtro dos sonhos com os materiais alternativos.*". Assim, podemos considerar que, tanto o objetivo do projeto de extensão, como o da atividade foram alcançados.[19]

4. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste trabalho, apresentamos os resultados da atividade "Filtro dos sonhos: o desenho geométrico do amuleto indígena" que trata da construção geométrica do filtro dos sonhos com régua e compasso. Essa atividade, além de explorar conteúdos matemáticos e alguns aspectos desse amuleto, como evidenciamos ao longo deste texto, proporcionou uma matemática leve, criativa e associada a um elemento cultural presente no cotidiano brasileiro. Seus resultados, mesmo com as dificuldades dos estudantes, nos fazem refletir que aliar uma temática do cotidiano com o ensino de geometria e desenho geométrico pode ser de grande valia, principalmente quando se pode associar os conteúdos da sala de aula com a prática no dia a dia.

Esperamos que este trabalho desperte em professores de matemática em formação inicial e continuada a vontade de proporcionar aos seus estudantes novas formas de adquirir e aprofundar conhecimentos matemáticos, utilizando-se do cotidiano como a atividade aqui descrita.

REFERÊNCIAS

BOALER, J. **Mentalidades matemáticas**: estimulando o potencial dos estudantes por meio da matemática criativa, das mensagens inspiradoras e do ensino inovador. Porto Alegre: Penso, 2018.

[19] Todos os comentários foram retirados dos arquivos do projeto "Sem mais nem menos *on-line*" sem alterações.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**: educação é a base. Brasília: MEC, 2018.

CORREIA, N. D. da S.; SANTOS, V. de O.; SILVA, J. M. H. da. Enfeites natalinos: construções matemáticas por meio de dobraduras. **Bocehm**, v. 8, n. 23, p. 405–422, 2021. DOI: 10.30938/bocehm.v8i23.4986. Acesso em: 27 set. 2021.

KONIG, A.; BECKER, E. L. S. Aspectos culturais da comunidade indígena Kaingang e sua inserção social e econômica na cidade de Santa Maria/RS. **Disciplinarum Scientia**, v. 18, n. 1, p. 1-19, 2017. Disponível em: www.periodicos.ufn.edu.br/index.php/disciplinarumCH/article/view/2174. Acesso em: 27 set. 2021.

PAIS, L. C. **Ensinar e Aprender Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2006.

SILVA, C. I. D. N. da. **Proposta de aprendizagem sobre a importância do desenho geométrico e da geometria descritiva.** 2006. 103f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Pontifícia Universidade Católica do Paraná, Curitiba, 2006. Disponível em: www.biblioteca.pucpr.br/tede/tde_busca/arquivo.php?codArquivo=620. Acesso em: 27 set. 2021.

SEM MAIS NEM MENOS ON-LINE: "SHISIMA: O JOGO AFRICANO E A GEOMETRIA"

Santos, Tayná Elias dos, tayna-elias@hotmail.com[1]
Santos, Sarah Rafaely dos, sarahrafaellydossantos@hotmail.com[2]
Santos, Viviane de Oliveira, viviane.santos@im.ufal.br[3]

[1]Licencianda em Matemática – Ufal
[2]Licencianda em Matemática – Ufal
[3]Docente do Instituto de Matemática - Ufal

Resumo: *Este trabalho tem o propósito de apresentar e discutir a elaboração e aplicação da atividade "Shisima: o jogo africano e a geometria" desenvolvida pelo projeto de extensão "Sem mais nem menos on-line", da Universidade Federal de Alagoas (Ufal), que vem desenvolvendo atividades de forma remota, com o objetivo de explorar conceitos matemáticos e desenvolver habilidades, por meio da matemática do cotidiano. O material didático é composto pela construção do tabuleiro, discussão dos conteúdos matemáticos e aspectos culturais presentes no jogo, interação nas jogadas e um questionário final. Contou com a participação de 253 estudantes de 12 escolas (públicas e particulares) e 18 professores de matemática. A atividade despertou a curiosidade dos estudantes e eles conseguiram compreender que existem outras formas de aprender matemática, inclusive de forma divertida e aliada a outras disciplinas. Ademais, esse material didático promoveu a interação familiar e possibilitou indicar aos professores as principais dificuldades dos estudantes, oportunizando um trabalho diferenciado desses conteúdos em busca de sanar tais dificuldades. Assim, pretendemos que os professores se inspirem a promover outras atividades que diminuam a distância entre o que é visto em sala de aula e o que os estudantes constantemente trabalham no dia a dia, mas muitas vezes não percebem.*

Palavras-chave: *Ensino de Matemática, Geometria, Jogo africano, Material didático, Projeto de extensão.*

1. INTRODUÇÃO

O projeto de extensão "Sem mais nem menos on-line" da Ufal vem desenvolvendo atividades de forma remota. Elaboramos a atividade "Shisima: o jogo africano e a geometria"[20] que surgiu de respostas a questionários direcionados a estudantes e professores. O tema "cultura" foi mencionado pelos professores ao sugerirem temáticas para serem abordadas e "jogos" foi o mais citado entre os estudantes ao indicaram uma forma prazerosa de estudar matemática. Dessa forma surgiu o material didático, uma junção da cultura africana com um jogo que foi introduzido no Brasil e é utilizado por adultos e crianças para diversão, o qual aborda geometria plana e raciocínio lógico.

O jogo Shisima surgiu no país do continente africano Quênia, cujo nome na língua tiriki significa "extensão de água". As peças são conhecidas como pulgas-d'água, devido ao contínuo e hábil movimento das peças no tabuleiro se assemelhar aos micros crustáceos planctónicos que se movem rapidamente na água doce dos lagos do Quênia. Seu tabuleiro possui a forma de um octógono regular com nove casas, no qual também podemos observar outras formas geométricas como círculo e triângulo. São utilizadas seis peças no total, sendo três peças distintas para cada jogador, vence aquele que conseguir formar, utilizando as três peças, uma

[20] Essa atividade foi divulgada e realizada por meio do *Instagram* do projeto e disponibilizada também no *YouTube*. Ver: https://sem-mais-nem-menos.webnode.com/

linha reta em alguma das diagonais traçadas no octógono (tabuleiro do jogo). (SANTOS; LIMA; RAMOS, 2018)

Além da utilização do Shisima para trabalhar a matemática de forma dinâmica e divertida, o jogo possibilita a interdisciplinaridade com diversas disciplinas: geografia (localização geográfica do país que surgiu o jogo, aspectos demográficos, clima, vegetação etc.); biologia (aspectos científicos das "pulgas d'águas"); sociologia (aspectos culturais, tradições, socialização etc.); história (origem e contribuições sócio históricas dos povos africanos em diversas áreas do conhecimento); e artes (elementos da arte africana, técnicas de pinturas e desenhos africanos etc.). (SILVA; VIANA, 2018)

A escolha do jogo se deu também porque pensamos em aplicar um material que fosse acessível, dinâmico, amplo, e estivesse próximo da realidade dos estudantes do Ensino Fundamental - Anos Finais (EF) e Ensino Médio (EM) e, como diz Smole *et al*. (2008, p. 10):

> Todo jogo por natureza desafia, encanta, traz movimento, barulho e uma certa alegria para o espaço no qual normalmente entram apenas o livro, o caderno e o lápis. Essa dimensão não pode ser perdida apenas porque os jogos envolvem conceitos de matemática. Ao contrário, ela é determinante para que os alunos sintam-se chamados a participar das atividades com interesse.

No projeto, o material didático foi elaborado para ser aplicado a estudantes de várias séries e foi necessário restringir os conteúdos para que ficasse acessível a todos, mas é importante destacar as diversas possibilidades de abordagem. Ele é um material flexível que traz a possibilidade de abordar diversos conteúdos matemáticos, além dos trabalhados por nós, como: trigonometria (ângulos internos, triângulos isósceles e raio da circunferência); frações (triângulos iguais formados e dobraduras realizadas); probabilidade (possibilidades de jogar a peça em determinada "casa"); e análise combinatória (quantidade de maneiras possíveis para movimentar peças).

2. ELABORAÇÃO E APLICAÇÃO DA ATIVIDADE

Inicialmente, a atividade foi dedicada a explicar o contexto histórico do jogo, mencionando também outras disciplinas que podem ser abordadas a partir dele. Em seguida, passamos para construção do tabuleiro explicando passo a passo e, após concluída, foi questionado aos estudantes o que eles conseguiram observar/trabalhar de matemática na construção do tabuleiro, obtendo respostas como: "geometria", "fração", "formas geométricas", "divisão", "vértices, ângulo", "fração, geometria, simetria", "associação lógica, polígonos, divisão", "perímetro". A partir dessas observações, comentou-se sobre como esses conteúdos matemáticos podem ser encontrados no tabuleiro e nas etapas da construção dele. Em seguida, explicamos as regras do jogo e algumas estratégias que podem ser feitas para vencer o adversário, por fim os alunos puderam colocar em prática seus conhecimentos e se divertir com duas partidas do jogo.

Para a construção do tabuleiro, os materiais necessários foram: folha A4 (ou folha de caderno), régua (ou qualquer outro objeto que possibilite traçar uma linha reta.), tesoura (ou estilete), compasso (ou uma tampa circular de panela/depósito, ou prato circular), lápis e caneta. Para as peças do jogo, foram necessárias: 3 moedas de um valor e 3 moedas de outro valor (ou 6 tampinhas, ou 6 botões, ou 6 bolinhas de papel, sendo 3 de cada cor para qualquer das opções). Foi solicitado também que o estudante convidasse uma pessoa de sua casa para ser seu adversário no jogo.

Após a *live*, foi disponibilizado um questionário aos estudantes, solicitando os seguintes itens: "(1) Escreva seu nome, o nome da escola e a sua série no tabuleiro do jogo Shisima. Em seguida, tire uma foto do seu tabuleiro com as peças."; "Sobre as figuras geométricas presentes no tabuleiro do Shisima, responda: (2) Quais figuras geométricas você conseguiu visualizar? (3) Qual delas não possui lados e vértices?"; "(4) Ligando 4 vértices do octógono (usando segmentos de reta), quais as possíveis figuras geométricas formadas?" e "(5) Sobre as partidas do jogo, responda: A) Quantas partidas você jogou? B) Quantas partidas você ganhou? C) Qual(is) estratégia(s) você utilizou?". Os estudantes deveriam responder e enviar aos seus respectivos professores.

Figura 1 – Construções dos tabuleiros realizados pelos estudantes

Fonte: Arquivos do projeto de extensão "Sem mais nem menos on-line" (2021).

3. RESULTADOS E DISCUSSÕES

Nesta atividade, houve a participação de 253 estudantes, sendo 69 de escolas públicas e 184 de escolas privadas (distribuídos entre o 6° ano EF e a 3ª série EM). Para análise dos materiais recebidos (foto da construção do tabuleiro e respostas dos questionamentos) separamos os estudantes em duas categorias: categoria A - escola pública; categoria B - escola particular.

Sobre a construção do tabuleiro, 58 (84,06%) estudantes da categoria A fizeram corretamente e 11 (15,94%) obtiveram alguma falha. Já na categoria B, 145 (78,81%) estudantes realizaram corretamente, 35 (19,02%) apresentaram falhas e 4 (2,17%) não enviaram a foto do tabuleiro. A série que apresentou mais falhas na construção foi o 6º ano EF. As principais falhas foram: formato do tabuleiro diferente de um octógono (círculos e hexágono); "casas" do jogo (círculos) desenhados na parte exterior do octógono; ausência do recorte da circunferência ocasionando falhas nas dobraduras; e tabuleiros desenhados sem auxílio dos materiais solicitados.

Tendo em vista que 1 dos alunos enviou apenas a foto do tabuleiro, mas não respondeu aos questionamentos, consideraremos agora o total de 252 estudantes (68 da categoria A e 184 da categoria B) que responderam ao questionário: 51 do 6º ano, 2 do 7° ano, 74 do 8° ano e 57 do 9° ano na categoria B; 13 do 8° ano, 18 do 9° ano, 5 da 1ª série EM, 15 da 2ª série EM e 17 da 3ª série EM na categoria A. Quanto às respostas dos questionamentos (2) e (3), apresentamos a Tabela 1.

Tabela 1 – Respostas dos estudantes quanto ao questionamento (2) e (3)

	(2) Figuras geométricas visualizadas			**(3) Qual não possui lados e vértices?**	
	Resposta esperada	Resposta incompleta	Deixou em branco/resposta incorreta	Resposta esperada	Resposta incorreta
6° ano (particular)	28 (54,90%)	22 (43,14%)	1 (1,96%)	42 (82,35%)	9 (17,65%)
7° ano (particular)	2 (100%)	0 (0%)	0 (0%)	1 (50%)	1 (50%)
8° ano (particular)	48 (64,86%)	24 (32,44%)	2 (2,70%)	59 (79,73%)	15 (20,27%)
8° ano (pública)	6 (46,15%)	6 (46,15%)	1 (7,7%)	9 (69,23%)	4 (30,77%)
9° ano (particular)	26 (45,61%)	31 (54,39%)	0 (0%)	49 (85,96%)	8 (14,04%)
9° ano (pública)	17 (94,44%)	1 (5,56%)	0 (0%)	17 (94,44%)	1 (5,56%)
1° série (pública)	1 (20%)	4 (80%)	0 (0%)	3 (60%)	2 (40%)
2° série (pública)	7 (46,67%)	7 (46,67%)	1 (6,66%)	12 (80%)	3 (20%)
3° série (pública)	8 (47,06%)	6 (35,29%)	3 (17,65%)	9 (52,94%)	8 (47,06%)

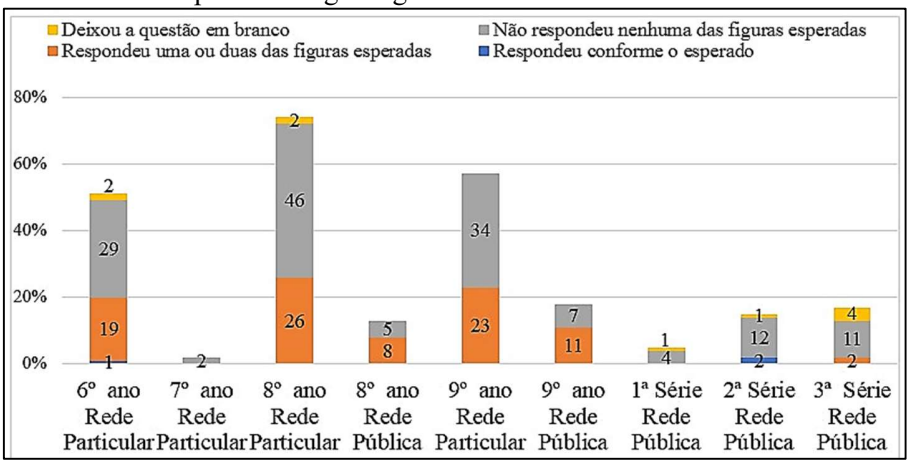
Fonte: Arquivos do projeto de extensão "Sem mais nem menos on-line" (2021).

No questionamento (2), 143 (56,75%) estudantes responderam conforme o esperado (octógono, triângulo, círculo) e 101 (40,08%) responderam apenas uma ou duas dessas figuras. As principais respostas incorretas foram: hexágono, heptágono, trapézio, cilindro, esfera, pirâmide, quadrado, retângulo, segmentos de reta, ângulo, plano. Já no questionamento (3), 201 (79,76%) responderam corretamente (círculo) e 51 (20,24%) responderam com outra figura, símbolo, elemento geométrico ou afirmaram que todas as figuras possuem lados e vértices. As principais respostas incorretas foram: triângulo, esfera, octógono, isósceles, nenhuma.

No tocante ao questionamento (4), a partir do Gráfico 1, vemos que apenas 3 (1,19%) estudantes

responderam conforme o esperado (quadrado ou losango, retângulo e trapézio), 89 (35,32%) responderam uma ou duas dessas figuras, e 150 (59,52%) não citaram nenhuma das figuras esperadas. As principais respostas incorretas foram: triângulo, triangulares, círculo, pentágono, paralelepípedo, octógono, hexágono e semirreta. Vale ressaltar que "triângulo" foi a figura mais citada, inclusive pelos estudantes que responderam pelo menos uma figura correta, demonstrando que os estudantes podem ter confundido o centro do octógono com um vértice e levaram em consideração o fato de serem formados triângulos dentro do octógono, ou podem não ter compreendido que no enunciado nos referíamos a figuras com 4 vértices.

Gráfico 1 – Resultados de "(4) Ligando 4 vértices do octógono (usando segmentos de reta), quais as possíveis figuras geométricas formadas?"



Fonte: Arquivos do projeto de extensão "Sem mais nem menos on-line" (2021).

Sobre o questionamento (5) "C) Quais estratégias você utilizou?", 125 (49,60%) estudantes afirmaram ter utilizado a estratégia de bloquear os movimentos das peças do adversário (estratégia mostrada na *live*), 37 (14,68%) não utilizaram nenhuma estratégia ou deixou a questão em branco e 90 (35,72%) utilizaram estratégias diversas como: "colocar a primeira peça no centro", "ir pelos lados", "ficar atento as jogadas do adversário para não ser bloqueado" e "raciocínio".

Por fim, vejamos alguns comentários de estudantes e professores sobre a atividade. Dos estudantes: "*Meus irmãos e primos gostaram de jogar.*"; "*Ser no colégio fosse assim, matemática não seria tão chato.*"; e "*Achei muito legal, aprendi outras formas de aprender matemática, criando com recortes.*". Dos professores: "*Vou usar no decorrer dessa unidade, vai contribuir bastante para aprimorar mais ainda o aprendizado dos alunos.*"; "*O jogo foi utilizado para iniciar o estudo de triângulos (classificação e soma dos ângulos internos).*"; e "*O jogo pode ser explorado sob vários conteúdos e principalmente para trabalhar a estratégia(raciocínio).*

4. CONSIDERAÇÕES FINAIS

O material didático "Shisima: o jogo africano e a geometria" que aborda cultura africana aliada a conhecimentos geométricos traz, além da ludicidade, dinamismo e interdisciplinaridade, a possibilidade de adaptação de conteúdos a serem abordados de acordo com os níveis de diferentes turmas, possibilitando aos estudantes uma nova experiência em estudar matemática, aproximando-os da matemática do dia a dia e fazendo com que eles participem diretamente do seu processo de ensino e aprendizagem.

Além disso, os professores conseguiram observar quais as dificuldades dos seus estudantes e alguns conseguiram trabalhar com outras atividades ou com adaptações. Dessa forma, esperamos que este trabalho possa trazer um ensino próximo à realidade dos estudantes e levar aos professores a reflexão da importância de trabalhar atividades que aproximem o conteúdo visto em sala de aula com a matemática do cotidiano.

REFERÊNCIAS

SANTOS, J. E. P; LIMA, L. A. A; RAMOS, A. F. **Shisima**: Uma ferramenta didática para o ensino de trigonometria. V Congresso Nacional de Educação - CONEDU, Olinda, 2018. Disponível em:

https://docplayer.com.br/142790037-Shisima-uma-ferramenta-didatica-para-o-ensino-de-trigo_nometria.html. Acesso em: 28 jul. 2021.

SILVA, P. A. V; VIANA, L. G. L. **Aplicação do shisima como ferramenta auxiliar no ensino da geometria plana**. V Congresso Nacional de Educação - CONEDU, Olinda, 2018. Disponível em: https://editorarealize.com.br/artigo/visualizar/46357. Acesso em: 26 set. 2021.

SMOLE, K. S; DINIZ, M. I; PESSOA, N; ISHIHARA, C. **Cadernos do Mathema**: jogos de matemática-Ensino Médio. Porto Alegre: Grupo A, 2008.

USO DO SCRATCH PARA INVESTIGAÇÃO MATEMÁTICA E OS NÚMEROS MÁGICOS DE BALL

Silva, Vilmar Costa, vilmar.costa@mail.uft.edu.br[1]
Costa, Eudes Antonio da, eudes@mail.uft.edu.br[2]
Silva, Janson da Cunha, jabsoncunha@gmail.com[3]

[1]Universidade Federal do Tocantins-UFT
[2]Universidade Federal do Tocantins-UFT
[3]Centro Universitário Católica do Tocantins-Unicatolica

Resumo: *Este apresenta a construção e aplicação de um cenário desenvolvido no SCRATCH para auxiliar no processo de investigação matemática envolvendo os números mágicos de Ball, trazendo uma abordagem fundamentada na investigação matemática e no pensamento computacional. Tendo como principais objetivos, utilizar a plataforma SCRATCH para produzir conteúdos digitais visando auxiliar o processo de ensino e de aprendizagem da matemática, elencar os significados de investigação matemática como metodologia de ensino com o intuito de investigar propriedades aritméticas dos números mágicos de Ball. Na vertente de aplicação foi realizada uma pesquisa para verificar como o cenário elaborado e ancorado no SCRATCH, contribui no entendimento dos números mágicos de Ball por estudantes da Escola Estadual Homero Honorato - GO e Escola de Tempo Integral Padre Josimo Tavares - TO contemplando a 2ª fase do ensino fundamental.*

Palavras-chave: *Investigação matemática, Números mágicos de Ball, Pensamento computacional, SCRATCH.*

1. INTRODUÇÃO

Nesta pesquisa abordamos a utilização da ferramenta de programação SCRATCH, tendo como fundamentação teórica a investigação matemática aplicado aos números mágicos de Ball. A inserção da tecnologia computacional na sociedade que possibilitaram mudanças em nossas rotinas dentro de um contexto social, mas relacionado ao processo educacional, principalmente os profissionais da educação, ainda existe resistência, no que tange a utilização de mecanismos tecnológicos, como ferramentas auxiliadoras no processo de ensino e de aprendizagem, e são vários fatores, diretos e indiretos que influencia o sujeito envolvido.

No desenvolvimento deste, produzimos conteúdo digital com o SCRATCH, que está disponível no repositório online da plataforma SCRATCH[21], que buscamos investigar as propriedades aritméticas dos números mágicos de Ball e os significados da investigação matemática como mecanismo de ensino. Tivemos como perguntas motivadoras para o desenvolvimento do projeto, para os discentes da 2ª fase do ensino fundamental: Como funciona o processo de investigação matemática? No processo de investigação matemática, como determinar números mágicos, seguindo o algoritmo de Ball?

A nossa pesquisa é qualitativa e pesquisa-ação. Segundo Demo (1987) qualitativo no sentido de entender o objeto de estudo e suas relações com os métodos utilizados e pesquisa-ação, pois contempla o envolvimento de um grupo de discente desde as instruções iniciais ao levantamento dos pontos específicos da investigação, buscando compreender o entendimento coletivo e a aplicação de novas estratégias envolvidas com recursos

[21] scratch.mit.edu/projects/421955561/

tecnológicos.

2. SCRATCH E O PENSAMENTO COMPUTACIONAL

A integração das tecnologias da informação nos mecanismos educacionais se faz necessário, pois propicia o desenvolvimento de métodos que possibilitam a aprendizagem mediada por ferramentas tecnológicas como o SCRATCH. A utilização e construção de propriedades aritméticas na codificação do cenário sobre os números mágicos de Ball desenvolvido em uma plataforma de programação e uma análise sobre o uso do SCRATCH como ferramenta de intervenção pedagógica.

O SCRATCH é uma plataforma de programação em blocos disponível online, elaborada com intuito de iniciar crianças no mundo da programação em alto nível, pois propicia de forma dinâmica e divertida a aprendizagem e o desenvolvimento do pensamento computacional colaborativo, com uso de códigos predefinidos em blocos, facilitando o entendimento dos discentes no processo de elaboração de projetos de jogos e animações.

Dentro dessa perspectiva educacional, podemos relacionar a construção do pensamento computacional com a abordagem da investigação matemática, para criar uma cenário de aprendizagem, tendo como ferramenta tecnológica mediadora.

3. RESULTADOS E CONSIDERAÇÕES

O momento atual da educação, diante dos resultados mostrados pelos indicadores, principalmente pelo Índice de Desenvolvimento da Educação Básica - IDEB, mostrados pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Anísio Teixeira (BRASIL, 2020), tem-se que são insatisfatórios. Desde 2013 a média nacional não atinge as metas estipuladas para 2ª fase do ensino fundamental, levando em consideração o desempenho em português e matemática. Diante desta realidade, nós como profissionais da educação, devemos repensar nossas propostas de ensino, não com o peso de que a responsabilidade é toda nossa, em detrimento dos resultados, mas com a necessidade de contribuir significativamente. Por mais que seja desafiador, os recursos tecnológicos são cada vez mais acessível (a uma parcela da população), e estão interferindo diretamente nas relações sociais e substancialmente na forma em que nos comunicamos.

No decorrer deste trabalho, procuramos realizar um estudo sobre o uso do SCRATCH no processo de investigação dos números mágicos de Ball, fundamentado no pensamento computacional e no construcionismo. Observamos que o cenário contempla tais habilidades, não explorando simplesmente o processo de memorização dos números mágicos de Ball, e sim instigando o discente a descobrir outros números, além do que é apresentado como exemplo norteador. Sabemos que o processo de ensino e aprendizagem passa transformações, como todo a sociedade, e é necessário apropriar-se das novas ferramentas e metodologias de ensino, diante da realidade em que os estudantes estão inseridos, em um pujante cultura digital.

O uso do SCRATCH como ferramenta de preparação de objetos matemáticos de estudos, proporciona uma alternativa de ensino, uma dinâmica de possibilidades na construção do saber, pois tem características de uma nova forma de aprender, que predomina do início da elaboração e construção do objeto, acompanha ou realizada pelo docente, e a sua execução ou utilização com estudantes (e demais usuários da plataforma SCRATCH).

A investigação matemática como metodologia de ensino, desperta no discente, a curiosidade, o desejo de entender e resolver de forma autônoma, delinear novas propostas de investigação que vislumbra-se não apenas com um objeto de estudo, mas com um conjunto de saberes que mostram padrões e que precisam ser entendidos.

REFERÊNCIAS

BOGDAN, R.; BIKLEN, S. Investigação qualitativa em educação: uma introdução à teoria e aos métodos. Porto editora, 1994.

BRASIL, Ministério da Educação. Secretaria da Educação Básica. Base Nacional Comum Curricular. Brasília-DF, 2018.

BRASIL, Ministério da Ciência e Tecnologia. Sociedade da Informação no Brasil.

BRASIL, Ministério da Educação. Secretaria da Educação Básica. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. Brasília-DF. 2020. Disponível em: < https://www.gov.br/inep/pt-br/areas-de atuacao/pesquisas-estatisticase-indicadores/ideb/resultados>. Acesso em: 20/11/2020

COSTA, Eudes A. Número de Ball e Sequencia de Fibonacci. Revista Sergipana de Matemática e Educação Matemática. 2020.

COSTA, E. A.; SANTOS, R. A. Números: dos naturais aos reais. Proceedings do XXIII Semana do IME/UFG, p. 10, 2008.

COSTA, Eudes A.; MESQUITA, Élis G.O Número Mágico M. Revista da Olimpíada -IME UFG, Nº 9, 2014.

CUNHA, Helena; OLIVEIRA, Hélia; PONTE, J. P. Investigações matemáticas na sala de aula. Lisboa. 1995.

DEMO, Pedro Introdução ao ensino da metodologia da ciência. 2. ed. São Paulo: Atlas, 1987.

HEFEZ, A. Iniciação à aritmética. Sociedade Brasileira de Matemática, 2015. Disponível em: <www.obmep.org.br/docs/apostila1.pdf>. Acesso em: 28/09/2020.

GAMIFICAÇÃO NO ENSINO DE MATEMÁTICA: O JOGO DIGITAl NAS AULAS COMO MOTIVADOR DA APRENDIZAGEm

Alves, Dieime Machado, dieime_alves@hotmail.com[1]
Carneiro, Raylson dos Santos, raylson@mail.uft.edu.br[2]

[1]Escola Municipal Profª. Edileuza Barbosa, Secretaria Municipal de Educação de Figueirópolis/TO
[2]Universidade Federal do Tocantins – Campus de Gurupi/TO

Resumo: *Na busca por engajamento dos estudantes, a gamificação é uma estratégia de ensino que tem gerado resultados positivos em sala de aula. O objetivo principal deste trabalho é discutir sobre o uso dos jogos em formato digital para o ensino de Matemática, e deste modo provocar uma reflexão por parte dos docentes na possibilidade de efetivar estratégias que vão além da sistemática de resolução de listas extensas de exercícios. Assim, versamos sobre a importância dos jogos para o desenvolvimento da aprendizagem dos estudantes, realizando uma abordagem de como o uso dos jogos em formato digital pode atrair mais à atenção dos discentes e discutimos sobre a dificuldade dos estudantes do 6º ano do Ensino Fundamental em resolver cálculos e problemas envolvendo as quatro operações básicas: adição, subtração, divisão e multiplicação. Por fim, apresenta-se uma sugestão de jogo para o sexto ano do Ensino Fundamental com o jogo Tabuada do Alien, objetivando proporcionar aos estudantes uma inovação na forma de aprender.*
Palavras-chave: *Gamificação; Jogos; Ensino; Matemática; Aprendizagem.*

1. INTRODUÇÃO

Atualmente, os jogos e recreações são conceituados como sendo uma das tendências atuais para o ensino de Matemática nas escolas. Segundo Flemming (2005) "o uso de jogos e recreações em classe pode ser discutido a partir de vários referenciais teóricos e as evidências parecem justificar a importância e a validade nas propostas de ensino da Matemática". Nesse contexto compreendemos que, o estudo do uso dos jogos para o ensino tem como proposta atualmente o desenvolvimento de metodologias ativas.

Portanto, este trabalho tem por objetivo discutir sobre o uso dos jogos em formato digital para o ensino de Matemática. A partir das reflexões provocadas pela leitura espera-se que os professores percebam que é possível realizar uma inovação das aulas com os jogos digitais em sala de aula. Com isso, melhorar a didática em sala de aula optando por estratégias que vão além da sistemática de resolução de listas extensas de exercícios.

Gamificar as aulas é uma forma de inovação diante das metodologias tradicionais e tem por finalidade despertar no estudante o interesse em participar ativamente das aulas. De tal modo, os discentes ao envolverem-se com o processo de ensino terminam por aprender novos conceitos com mais facilidade.

2. REFERENCIAL TEÓRICO

No contexto atual, percebemos que professores, em suas aulas, têm enfrentado cada vez mais dificuldades em propor metodologias e estratégias que prendam a atenção dos alunos e possam conduzir a uma aprendizagem significativa. No ensino de Matemática não tem sido diferente, os

índices mostram o baixo desempenho dos estudantes em relação a avaliações externas que visam mensurar o aprendizado. Portanto, verifica-se que a introdução dos jogos nas aulas de Matemática pode ser uma forma de lidar com essa necessidade de melhorar a participação dos alunos e assim conseguir um maior índice na aprendizagem referente a diversos conteúdos.

Neste intuito, ao valorizar os jogos e seu caráter lúdico, o docente busca uma aprendizagem utilizando-se de alternativas que possam motivar a participação do aluno frente ao conteúdo a ser trabalhado. Diversos pesquisadores têm buscado em suas pesquisas, respaldo para justificar e disseminar a utilização de jogos como uma boa estratégia de ensino. Dentre os autores que tratam dessa valorização citamos Mendes (2008, p. 17):

> Ultimamente, temos assistido a uma grande valorização das atividades lúdicas no processo de construção do conhecimento matemático pelo aluno através de uma prática na qual o professor utiliza os jogos pedagógicos como elementos facilitadores do ato de ensinar-aprender. A manipulação dos jogos como elementos facilitadores da aprendizagem desperta o interesse do aluno para o conhecimento matemático e tem se mostrado bastante eficaz quando bem orientada, embora que com uma metodologia de ensino os jogos sejam limitados a usos ocasionais.

Ao envolver-se com o jogo os alunos precisam compreender as regras e a maneira de jogar. Desta forma, um jogo estruturado acerca de determinado conteúdo vai mobilizar o aluno a compreendê-lo para que possa participar ativamente enquanto competidor no jogo proposto.

Segundo Mendes (2008), os jogos aparecem como sugestões em diversas publicações na área da Matemática, cabe ao professor organizar a utilização e manipulação adequada destes instrumentos, assim visando explorar junto com seus alunos todos os aspectos lógico-matemáticos presentes nessas atividades. A partir dessa organização, o professor propõe alcançar o objetivo no seu planejamento de ensino, assim fazendo uma contextualização das etapas presentes no jogo.

Contudo é relevante pontuar que ao utilizar o jogo como estratégia didática de ensino de Matemática o docente precisa ter um planejamento bem estruturado. Nesse planejamento devem estar explícitos os objetivos, o conteúdo a ser trabalhado e a metodologia que envolve o antes e o depois do jogo. O papel principal do professor é ser mediador e observador do que vai acontecer a cada jogada e pontuar intervenções, com a finalidade de alcançar o seu objetivo principal.

2.1. Gamificação das aulas e o uso de jogos digitais no ensino de Matemática

Na perspectiva de engajar os alunos e motivar suas participações nas aulas de Matemática, o uso da gamificação apresenta-se como uma metodologia ativa e contemporânea. Ao realizar uma proposta que envolva a gamificação, o educador pretende que seus discentes, motivados pelas experiências nos mais diversos jogos, encontrem uma estratégia facilitadora que os auxiliem a avançar nas etapas e, concomitante a isso, aprender os conceitos matemáticos abordados. Por exemplo, ao elaborar um ranking com os alunos acerca do desempenho no jogo, o professor estimula o aspecto competitivo deles e assim instiga-os a participarem. Neste sentido, Esquivel (2017) nos ressalta que "a gamificação tem por função primordial, quando aplicada à educação, unir estes dois aspectos tão importantes – os elementos motivacionais dos games e os importantes conteúdos do currículo escolar".

Para definirmos o papel da gamificação no âmbito educacional ficaremos com a abordagem de Prazeres (2019). Segundo ele,

> [...] a gamificação, quando aplicada à educação formal, tem o papel de integrar elementos e estratégias dos jogos à metodologia educacional, a fim de promover o engajamento discente através da motivação pessoal e do envolvimento emocional, para que possam atingir os objetivos de aprendizagem propostos em seu currículo pedagógico (PRAZERES, 2019, p.22).

Diante dessas constatações e definições, percebemos ser significativo o uso deste processo de gamificar as aulas de Matemática como forma de torná-las atrativas e participativas. Neste sentido, o papel do docente é fundamental na elaboração do planejamento das aulas, e enquanto mediador da execução dos jogos junto aos discentes. Segundo Mendes (2008, p.18):

> Os jogos são costumeiramente apresentados em livros, revistas e/ou boletins de informações especificas da Matemática, além de publicações ligadas a recreações e passatempos, cabendo ao professor a utilização e manipulação adequada desses instrumentos, visando explorar juntamente com os alunos, todos os aspectos lógico-matemáticos presentes nessas atividades. Por esta via, o professor propõe alcançar o objetivo no seu planejamento de ensino, a partir da contextualização das etapas presentes no jogo.

Entendemos a partir deste discurso, a importância de desenvolver um planejamento coerente com a proposta de game a ser apresentada aos estudantes. Contudo, a gamificação é uma metodologia ativa em que o aluno é protagonista do processo de sua aprendizagem e o docente segue direcionando o ensino em busca de alcançar seus objetivos.

Neste contexto de reconhecimento da importância da gamificação das aulas e do uso de jogos para o ensino da Matemática, devemos reconhecer que os jogos digitais têm seus significados e despertam a atenção dos estudantes durante o ensino fundamental e ensino médio. Todavia, o uso dos jogos digitais em uma estratégia didática de gamificação é uma forma de tornar o aprender desafiador para o discente. Pois, vivemos em sociedade cercada de tecnologias, os estudantes desde criança vivenciam a cultura digital em seu cotidiano.

2.2. A dificuldade de aprendizagem dos alunos do sexto ano nas quatro operações básicas

Considerando o contexto da educação e dos sistemas educacionais atuais, verifica-se que o componente curricular de Matemática tem sofrido diversas alterações de cunho didático-pedagógico, onde envolve a forma de ensinar e também de aprender. Essa evolução requer uma quebra de paradigmas adotados por professores ao planejar suas aulas.

Novas habilidades têm sido exigidas diante dos conteúdos a cada série\ano e, isso requer dos docentes aprofundamento e pesquisa para aprimorar suas práticas em sala de aula. Neste sentido, é relevante que este profissional tenha clareza em torno das características do ensino de Matemática. De acordo com Santos,

> [...] a matemática é caracterizada por certos traços, são eles: abstração, precisão, rigor lógico, caráter irrefutável de suas conclusões, bem como o extenso campo de suas aplicações. A abstração matemática revela-se no tratamento de relações quantitativas e de formas espaciais, destacando-as das demais propriedades dos objetos. A Matemática move-se quase exclusivamente no campo dos conceitos abstratos e de suas inter-relações. (SANTOS, 2016, p.4)

Conhecer a relevância dessas percepções em torno da aprendizagem matemática nos parece ser um fator essencial e favorece o trabalho desenvolvido nas séries iniciais, contribuindo com a entrada dos discentes na segunda fase do Ensino Fundamental. No entanto, A realidade vivenciada é rodeada de dificuldades e aspectos falhos na aprendizagem dos estudantes. Os discentes chegam na segunda fase do Ensino Fundamental, em sua maioria, apresentando dificuldades em resolver problemas com as quatro operações básicas. E isso, tem se tornado um assunto a ser discutido e debatido entre professores e equipe pedagógica de toda rede de ensino.

Iniciando pelo sexto ano e perdurando até as demais séries e etapas de ensino, o grau dessa dificuldade eleva-se na medida em que os conteúdos exigem domínios mais precisos diante de situações mais abstratas e complexas. Também atrelado a esta deficiência existe a dificuldade de

interpretação de problemas matemáticos. Se o domínio da leitura e das operações são fatores relevantes, aprimorá-los é a missão dos docentes.

Partindo dessas constatações, notamos que se os docentes precisam buscar superar e\ou amenizar estes problemas com determinação e inovação. Portanto, é conveniente que docentes apostem em mudanças didáticas já no sexto ano e busquem que os estudantes possam crescer seus aprendizados com as quatro operações fundamentais da Matemática.

Diante disso, compreendemos ser essencial aperfeiçoar e melhorar as habilidades acerca da adição, subtração, multiplicação e divisão no início da segunda fase do ensino fundamental para que nas séries\anos seguintes, os alunos não se sintam perdidos e desmotivados em lidar com as operações matemáticas diante de novos conteúdos, diferentes conceitos e abordagens.

Uma sugestão para o trabalho com estes estudantes objetivando o uso de metodologias ativas em sala é o Jogo Tabuada do *Alien*. É um jogo *online* na internet, gratuito, e pode ser indicado para um trabalho com os alunos de sexto ano. Ele tem como foco principal o desenvolvimento e aperfeiçoamento do cálculo mental, partindo da tabuada e das quatro operações. Durante o jogo, cada nova situação exige aprimoramento do raciocínio lógico matemático e concentração.

Figura 1 – Jogo da Tabuada de *Alien* com operações de multiplicação.

Fonte: https://matematicazup.com.br/tabuada-do-alien/

O jogo de tabuada possui 4 níveis: *Beginner* = Iniciante; *Intermediate* = Intermediário, *Advanced* = Avançado e *Impossible* = Impossível. No jogo Tabuada do *Alien*, quando os *aliens* aparecem, deve-se digitar o número para resolver o problema de matemática e você atirar nos alienígenas eliminando-os e marcando uma pontuação, conforme ilustrado na Figura 1. Na medida em que são escolhidos níveis mais altos a velocidade aumenta e os cálculos tornam-se mais difíceis. Na medida que as rodadas vão acontecendo, é importante que o docente esteja atento para realizar as intervenções necessárias e o esclarecimento de dúvidas que por ventura apareçam.

Neste sentido, ressaltar que o domínio da tabuada e saber resolver as quatro operações são primordiais tanto para a trajetória em Matemática ao longo dos estudos e nas próximas séries/anos que ainda terá de cursar, como para o seu cotidiano.

3. CONSIDERAÇÕES FINAIS

O contexto em que o ensino de Matemática acontece atualmente está cercado de desafios para a prática docente. Dentre estes, podemos ressaltar o baixo desempenho dos estudantes nas operações básicas, discentes desmotivados, preocupação docente excessiva com o conteúdo programático e dificuldade de elaborar planos de ensino com inovação didática.

Este trabalho versou sobre a utilização do jogo e a gamificação das aulas como práticas atrativas, inovadoras e motivacionais para os estudantes nas aulas de Matemática. Atrativa no sentido em que o docente reconhece as particularidades de seus conteúdos e utiliza-se de metodologias e estratégias em que os estudantes participem e se engajem na proposta, como verdadeiros protagonistas do

aprendizado que ali acontece. Inovadora quando busca-se trazer o uso da tecnologia como fermenta de ensino em contexto de um jogo no celular ou computador. Motivacional quando admitindo a necessidade de mudança de prática didática, o docente coloca o aluno como centro do aprendizado e incentiva-o a alcançar novas habilidades.

Neste sentido, podemos evidenciar que a gamificação das aulas não se limita somente ao ato de colocar os alunos em situações de jogos. Ela acontece ao trazer características dos jogos para as aulas, um exemplo que podemos citar seria a forma de abordagem do erro. No jogo o competidor erra simplesmente para ver o que acontece ou por desconhecer qual atitude deveria ter tomado. O erro na sala de aula, em contexto de gamificação precisa ser reconhecido, estudado e estrategicamente superado assim como no jogo. Desta forma, a aprendizagem acontece com consciência sobre onde estava o erro e desmistifica a situação de errar como sendo o instante de receber uma negativa sobre a atitude realizada.

Por fim, espera-se que este trabalho possa servir de incentivo para docentes de Matemática busquem por estudos e reflexões didáticas, e queiram aplicar metodologias em que gamificar seja o centro de suas ações didáticas.

REFERÊNCIAS

ESQUIVEL, H. **Gamificação no ensino de matemática:** uma experiência no ensino fundamental. Dissertação de Mestrado (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT). Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, 2017.

FLEMMING, D. M. **Tendências em Educação Matemática**. 2. ed. Universidade do Sul de Santa Catarina. Palhoça: Unisul Virtual, 2005. p. 87.

MENDES, I. A. **Tendências metodológicas no ensino de matemática**. Belém: EdUFPA, 2008.

PRAZERES, I. M. S. **Gamificação do ensino de matemática: aprendizagem do campo multiplicativo**. Dissertação de Mestrado 200f.:il.color. – Universidade Federal de Alagoas. Centro de Educação. Programa de Pós-Graduação em Educação. Maceió, 2019.

SANTOS, V. S. et al. **As dificuldades de aprendizagem das operações fundamentais no 6º ano do ensino fundamental**. Faculdade Madre Tereza – FAMAT. v.1, n.1, 2016.

problemas geométricos abordados na mesopotâmia e antigo egito

Avelino, Daniel Lira, daniel.avelino@im.ufal.br[1]
Santos, Viviane de Oliveira, viviane.santos@im.ufal.br[2]

[1]Licenciando em Matemática - Universidade Federal de Alagoas (Ufal).
[2]Docente do Instituto de Matemática - Universidade Federal de Alagoas (Ufal).

Resumo: *O estudo em história da matemática possibilita a compreensão de métodos de resolução de problemas geométricos em civilizações antigas e do modo como essas civilizações fizeram uso da geometria para solucionar problemas. Este trabalho é parte dos resultados da pesquisa "Problemas geométricos abordados na Mesopotâmia e antigo Egito" desenvolvida pelo Grupo de Pesquisa "História da Matemática e Educação Matemática" da Universidade Federal de Alagoas, cujo objetivo é apresentar alguns problemas de geometria abordados na Mesopotâmia e antigo Egito. Para este trabalho específico, foram selecionados alguns problemas geométricos do antigo Egito e da Mesopotâmia, discutindo sobre os métodos de resolução utilizados, apresentando o problema do tablete YBC 7302 que contém o cálculo da área do círculo e alguns dos problemas geométricos do papiro Rhind dos problemas 49 ao 51. A pesquisa tornou-se bastante eficaz por apresentar métodos de resoluções de problemas geométricos abordados nessas duas civilizações, as contribuições delas no desenvolvimento da geometria e para a história da matemática.*
Palavras-chave: *História da Matemática, Geometria, Mesopotâmia, Antigo Egito.*

1. INTRODUÇÃO

A pesquisa do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação Científica (Pibic), da Universidade Federal de Alagoas, teve como foco estudar problemas geométricos do antigo Egito e da Mesopotâmia, buscando compreender métodos de resoluções de problemas usados na época, entender sobre como a matemática se desenvolveu nessas duas civilizações e conhecer suas contribuições para a história da matemática.

Para a realização da pesquisa, buscou-se aprofundar o conhecimento em história da matemática visando o estudo do desenvolvimento da geometria no antigo Egito e na Mesopotâmia, fazendo pesquisas em diferentes livros sobre história da matemática, tendo como principais referências os autores Baroni e Nobre (1999), D'Ambrosio (2012), Roque (2012), Roque e Carvalho (2012), Saito (2015), além de artigos da Revista Brasileira de História da Matemática.

É importante destacar que segundo Saito (2015, p. 21), a história da matemática teve papel fundamental na transmissão de conhecimentos matemáticos e que "Histórias da matemática sempre foram escritas desde a antiguidade. Entretanto, cada uma dessas histórias foi escrita em diferentes épocas e contextos [...].". Dentre as várias histórias da matemática, temos por exemplo: a do antigo Egito e da Mesopotâmia, que contribuíram para o desenvolvimento da matemática moderna.

De acordo com Roque (2012, p. 39), é possível notar que "A matemática antiga não era puramente empírica nem envolvia somente problemas práticos. Ela evoluiu pelo aprimoramento de suas técnicas, que permitem ou não que certos problemas sejam expressos.". Porém, as técnicas "[...] estão intimamente relacionadas ao desenvolvimento da matemática e não podem ser consideradas nem concretas nem abstratas.". Pode-se falar de matemática mesopotâmica ou egípcia, mas deve-se tomar cuidado, pois as práticas matemáticas da época diferem da que atualmente é designada por este nome.

2. MESOPOTÂMIA E ANTIGO EGITO

Uma das fontes que contribuíram para o desenvolvimento da matemática, como veremos a seguir, foi a da Mesopotâmia. De acordo com Roque (2012, p. 36), "A palavra Mesopotâmia que em grego quer dizer 'entre

rios' designa mais uma extensão geográfica do que um povo ou uma unidade política. [...]. As primeiras evidências de escrita são do período sumério por volta do quarto milênio a.E.C.". Tais povos desenvolveram métodos de escritas em tabletes que nos permitem conhecer a matemática na Mesopotâmia.

Ainda segundo Roque (2012), outra fonte que contribuiu para a matemática foi a do antigo Egito que estava associada a necessidades administrativas. A quantificação e o registro de bens levaram ao desenvolvimento de sistemas de medida, empregados e aperfeiçoados pelos escribas.

> A escrita, no período faraônico, tinha dois formatos: hieroglífico e hierático. O primeiro era mais utilizado nas inscrições monumentais em pedra; o segundo era uma forma cursiva de escrita, empregada nos papiros e vasos relacionados a funções do dia a dia, como documentos administrativos, cartas e literatura. Os textos matemáticos eram escritos em hierático e datam da primeira metade do segundo milênio antes da Era Comum, apesar de haver registros anteriores. [...] Os tabletes e papiros indicam que o modo como os cálculos eram realizados em cada cultura dependia intimamente da natureza dos sistemas de numeração utilizados. (ROQUE, 2012, p. 38)

Duas fontes importantes para o estudo da matemática nessas duas civilizações são os papiros Moscou e Rhind (ou papiro Ahmes). O papiro Rhind é considerado uma das principais fontes para o estudo da matemática egípcia antiga, por conta de seu vasto conteúdo. Este papiro foi copiado pelo escriba Ahmes por volta do ano 1650 a.E.C e comprado pelo antiquário escocês Alexander Henry Rhind, entre os anos de 1856-57 quando viajava ao Egito. (MARTINS, 2015)

Outra fonte é o tablete YBC 7302, que é um dos muitos tabletes achados em sítios arqueológicos da Mesopotâmia. Esses tabletes contêm problemas de geometria e ajudam a entender a resolução de problemas geométricos usado na época. (ROQUE; CARVALHO, 2012)

3. ALGUNS PROBLEMAS GEOMÉTRICOS ABORDADOS NA MESOPOTÂMIA E ANTIGO EGITO

A geometria desenvolvida na Babilônia e no antigo Egito pode-se dizer que era essencialmente métrica, ou seja, era mais voltada para o cálculo de comprimentos, áreas e volumes. A seguir é apresentado um problema do cálculo de áreas extraído de Roque e Carvalho (2012, pp. 45-56).

3.1. Cálculo de áreas na Babilônia

No tablete YBC 7302, mostrado na Figura 1, encontram-se os números, na representação sexagesimal, 3 (a circunferência do círculo), 9 e 45 (a área do círculo). É importante destacar que a forma como os babilônios consideravam o círculo era diferente da nossa.

> Conceitualmente, para nós, o círculo é obtido traçando-se uma circunferência com um compasso. Para os babilônios, ele era concebido como a figura limitada por uma circunferência. Mesmo quando conheciam o diâmetro do círculo, eles calculavam sua área usando o comprimento da circunferência. (ROQUE; CARVALHO, 2012, p. 45).

Figura 1: Tablet YBC 7302.

Fonte: Roque e Carvalho, 2012, p. 46.

Se A é a área do círculo de uma circunferência S e raio r, então $A = \pi r^2$ e $S = 2\pi r$. Assim,

$$r = \frac{S}{2\pi}$$

$$A = \pi \times \frac{S^2}{4\pi^2} = \frac{1}{4\pi} S^2$$

Se fizermos $\pi = 3$, teremos;

$$A = \frac{1}{12} S^2.$$

Como no sistema sexagesimal $1/12 = 5$, nota-se que, de fato, a área do círculo do tablete foi determinada desse modo. (ROQUE; CARVALHO, 2012, pp. 45-46).

3.2. Problemas geométricos do antigo Egito

Duas fontes importantes quando se estuda a geometria no antigo Egito são os papiros Moscou e Rhind. Essas fontes apresentam 110 problemas matemáticos e mostram que os egípcios tinham fórmulas que os auxiliavam nos cálculos de áreas para a mensuração de terras. De acordo com Eves (2004, p. 75):

> 26 dos 110 problemas dos papiros Moscou e Rhind são geométricos. Muitos deles decorrem de fórmulas de mensuração necessárias para o cálculo de áreas de terras e volumes de grãos. Assume-se que a área de um círculo é igual à de um quadrado de lado igual a 8/9 do diâmetro e que o volume de um cilindro reto é o produto da área da base pelo comprimento da altura. Investigações recentes parecem mostrar que os egípcios sabiam que a área de um triângulo qualquer é o semiproduto da base pela altura.

Ainda segundo o mesmo autor, os egípcios possuíam métodos para calcular a inclinação de uma das faces da pirâmide, este cálculo era feito através da razão entre o "percurso" e a "elevação", ou seja, pelo resultado do afastamento da face obliqua da vertical para cada unidade de altura. Eves (2004, p. 83) ressalta que "Tomava-se como unidade vertical o cúbito e como unidade horizontal a mão; havia 7 mãos num cúbito. Utilizando-se essas unidades de medida, chamava-se *seqt* da pirâmide a medida da inclinação.".

A seguir são apresentados os problemas número 49 a 51 escritos com base em Martins (2015).

Problema n. 49

Calcular a área de retângulo de base igual a 10 unidades de medida e altura igual a 2.
Resolução: o procedimento utilizado para o cálculo é igual ao usado atualmente:

$$\boldsymbol{Área\ do\ retângulo = b \times h}$$

Sendo b a base e h a altura. Então, a resolução do problema consiste na multiplicação da base (b) pela altura (h).

Problema n. 50

Calcular a área de um círculo com diâmetro igual a nove unidades de medida.
Resolução: primeiramente, toma-se a nona parte do diâmetro:

$$\frac{1}{9} \times 9 = 1$$

Em seguida, subtrai-se da medida do diâmetro, no caso é 9 menos 1, obtendo 8. Após isso, realiza-se a multiplicação do resultado obtido por ele mesmo, ou seja,

$$8 \times 8 = 64$$

Logo, a área do círculo é 64 unidades de medida.

Problema n. 51

Calcular a área de um triângulo com a medida do lado igual a 10 khet (unidade usada na época) e de base 4 khet.
Resolução: primeiro toma-se a metade de 4 e multiplicamos o resultado por 10, obtendo 20 khet (que é a área do triângulo). No entanto, o escriba Ahmes, considera a base como sendo 400 cúbitos e o lado sendo 1000 cúbitos. Posteriormente ele divide 400 por 2, obtendo 200 e 1000.
Para obter a área expressa em cúbitos, ele multiplica 1000 por 2 e não por 200, obtendo 2000. Simplificando o resultado e retomando a unidade inicial e registrando a área por 20 khet.

4. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Por meio da pesquisa bibliográfica da história da matemática na Mesopotâmia e antigo Egito, foi possível vislumbrar o quão impressionante eram os matemáticos daquela época e que buscavam resolver também problemas do cotidiano, o que caracteriza uma matemática como uma ciência humana e acessível a todos.
Os papiros matemáticos Rhind e Moscou são considerados uma das principais fontes para o estudo da matemática egípcia antiga ao possibilitar, por meio de diversos problemas que apresentam, a variabilidade dos procedimentos e métodos matemáticos utilizados pelos antigos egípcios.
Na história da matemática, conclui-se que a geometria surgiu das necessidades básicas dos povos na Mesopotâmia e no antigo Egito de resolverem problemas práticos do cotidiano, preocupados em medir terras e quantidades de grãos, entre outras coisas. Desse modo, a geometria foi se desenvolvendo à medida que novos problemas iam surgindo.
O conhecimento em história da matemática deve ser valorizado em diferentes segmentos do conhecimento, com destaque para o ensino de matemática, pois permite o acesso a diferentes ideias. Assim, a história da matemática também pode ser considerada um instrumento de grande relevância para o professor de matemática por possibilitar ao estudante uma visão mais crítica não só da matemática, como também do desenvolvimento do conhecimento matemático.

REFERÊNCIAS

BARONI, R. L. S.; NOBRE, S. A Pesquisa em História da Matemática e suas relações com a Educação Matemática. In: BICUDO, Maria (org.). **Pesquisa em Educação Matemática: Concepções & Perspectivas.** São Paulo: Editora da Unesp, 1999.

D'AMBROSIO, U. **Educação matemática: Da teoria à prática**. Campinas, SP: Papirus, 2012.

EVES, H. **Introdução à história da matemática**. Campinas: Editora da Unicamp, 2004.

MARTINS, J. O **livro que divulgou o papiro Rhind no Brasil**. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Câmpus de Rio Claro, Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho". Rio Claro, p. 146, 2015.

ROQUE, T. **História da matemática: uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas**. Rio de Janeiro: Zahar, 2012.

ROQUE, T.; CARVALHO, J. B. P. **Tópicos de História da Matemática**. Rio de Janeiro: SBM, 2012.

SAITO, F. **História da matemática e suas (re)construções contextuais**. Livraria da Física, 2015.

A HISTÓRIA DA MATEMÁTICA COMO FONTE DE SENTIDOS

Lima, P.K.P.S, pamela.peteres.lima@ufms.br[1]
Santos, E.S.C, edilene.santos@ufms.br[2]

[1]Universidade Federal de Mato Grosso do Sul
[2]Universidade Federal de Mato Grosso do Sul

Resumo:
Esse trabalho tem como objetivo apresentar a história da matemática como um espaço no qual o aluno conheça; aplique, analise, julgue, construa e ressignifique esse conhecimento; estabeleça relações com outros conhecimentos promovendo, assim, aprendizagens. Nesse sentido, averiguamos que a história da matemática pode contribuir como ferramenta na prática pedagógica do docente e promover a aprendizagem da matemática aos educandos dos anos iniciais do ensino fundamental.
Produzimos uma sequência de atividades, elaborada tendo como pano de fundo a história da matemática, que aplicada em sala de aula, não teve por objetivo que o aluno de 5º ano aprendesse história da matemática, mas pressupôs: promover o diálogo entre os sujeitos envolvidos; incentivar o desenvolvimento da criatividade dos alunos e do professor, tornando o ensino significativo; motivar o aluno à aprendizagem, levando-o a buscar uma forma de pensar e organizar o pensamento, e a entender os sentidos subjetivos gerados nesse contexto, em relação aos conceitos matemáticos envolvidos e à Matemática, e qual é a sua relação com a linguagem matemática.
Palavras-chave: *História da Matemática, Sentidos.*

1. INTRODUÇÃO

Trazemos aqui alguns resultados de uma pesquisa realizada no âmbito da história da matemática, que foi apropriada para orientar a tomada de decisões pedagógicas quanto ao ensino do conceito de área e procedimentos para o seu cálculo. Então, nossa investigação é entendida como uma atividade que busca, na história da matemática, não uma ferramenta de salvação para o ensino e a aprendizagem de matemática, mas uma alternativa de inserir o aluno no contexto da aprendizagem na qual ele possa construir e reconstruir saberes, a partir da participação ativa, criativa e solidária.

Acreditamos que os alunos podem ser encorajados a formular suas próprias perguntas, fazer a conjecturas e as persegui-las, quando são colocados diante de situações significantes, que lhes deem sentido de pertinência ao grupo, como: leitura; escrita; levantamento de recursos, documentação e informação; reflexão. Para nós, as atividades, de ensino e de aprendizagem da matemática, constituídas com base nos fatos de sua história são contextos que favorecem a construção do conhecimento matemático.

Logo, a história da matemática, utilizada como agente cognitivo de aprendizagem, pode trazer consigo contingências de um elemento mediador entre o real e imaginário para a criança, pois representa uma forma de explorar o sentido de alguns objetos matemáticos para o sujeito e para ele no grupo, isto é, nos seus intercâmbios com o sentido do objeto para si e para a turma em estudo; seria, então, o sentido social, favorecendo o resgate do indivíduo na linguagem matemática, não em correspondência linear com a história da matemática em si, mas uma articulação com os conceitos matemáticos apresentados por meio dela. No desenvolver das atividades pelas crianças, buscamos percebê-las na sua totalidade, como sujeitos no mundo e com o mundo, além de suas relações com os conhecimentos em questão.

Há época da pesquisa escolhemos trabalhar com a medida de área como tema da tese ocorreu por ser um conteúdo que de acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN (Brasil, 1998), fazia parte do 5º ano do ensino fundamental. Hoje se alinha à Base Nacional Comum Curricular (BNCC, Brasil, proposto

para todos os anos do Ensino fundamental, no entanto, é pouco discutido como conteúdo de ensino, sendo a ênfase maior em álgebra. Sem falar nos livros didáticos que, na sua maioria, em especial naquele adotado na escola em que será desenvolvida a pesquisa, abordam o assunto com ênfase em uma tabela ou "escadinha", na qual os estudantes "imitam" ou repetem o procedimento de contar casas para a esquerda ou para a direita, conforme a transformação de uma unidade de medida.

2. CONSTRUINDO SENTIDOS

Como as representações embasam a atividade humana, acreditávamos que a utilização da história da matemática, como instrumento didático, pode promover mudança da representação da matemática em alunos dos anos iniciais do ensino fundamental. Essa atividade, a nosso ver, pode modificar as concepções que os educandos têm da matemática e, quem sabe, de motivar os alunos a participar como sujeitos da sua aprendizagem. Entretanto, o estudo de Pricken (2009) revela que até dois anos de intervenção implica em mudanças periféricas, e que mudança no núcleo da formação de representação, requer uma formação de aproximadamente seis anos por que:

> Mudar a Representação acerca da Matemática é um processo que demanda tempo, estudo e reflexões sobre o processo de ensinar e de aprender matemática, para o qual a possibilidade de participar tanto de espaço formativo quanto de pesquisa no campo da Educação Matemática é fator determinante para mudança de elementos que constituem o núcleo da representação social do professor. (PRINCKEN, 2009, VII).

Essa constatação é percebida nos relatos e nas ações das duas professoras que participaram da nossa pesquisa. Para González Rey (2006), o sujeito da aprendizagem é capaz de desenvolver um diferenciado em relação ao que aprende e, de se posicionar crítica e reflexivamente em relação ao seu processo de aprendizagem, a qual não ocorre por repetição, por simples memorização de fórmulas e regras. "A produção individual de sentido tem sua gênese no encontro singular de um sujeito com uma experiência social concreta". (GONZÁLEZ REY, 2004, p. 5).

Assim sendo, produzimos uma sequência de atividades, elaborada tendo como pano de fundo a história da matemática, que aplicada em sala de aula, não teve por objetivo que o aluno de 5º ano aprendesse história da matemática, mas pressupôs: promover o diálogo entre os sujeitos envolvidos; incentivar o desenvolvimento da criatividade dos alunos e do professor, tornando o ensino significativo; motivar o aluno à aprendizagem, levando-o a buscar uma forma de pensar e organizar o pensamento, e a entender os sentidos subjetivos gerados nesse contexto, em relação aos conceitos matemáticos envolvidos e à Matemática, e qual é a sua relação com a linguagem matemática.

A orientação dessa busca pelo aluno como sujeito de sua aprendizagem foi fundamentada em González Rey (2006), que considera o diálogo um estímulo ao envolvimento do aluno o qual assume posições norteadas por suas reflexões, sendo esse processo facilitador da emocionalidade no aprender. Nesse contexto, a história da matemática possibilitou a (re)criação e a (re)descoberta pelos alunos de conceitos matemáticos, a partir da discussão da objetividade, da intersubjetividade e da validade universal da matemática, em relação a sua produção histórica, social e cultural. Na ressignificação dos conceitos os alunos realizaram algumas generalizações e algumas sínteses dos mesmos, como foi possível perceber por meio dos procedimentos adotados e dos teoremas-em-ação explicitados, o que nos levou a evidenciar o aumento do nível de generalização dos conceitos.

Na resolução da sequência de atividades, os alunos perceberam a necessidade de articular alguns conhecimentos que já eram de seu domínio e de elaborar outros para solução de situações apresentadas a eles. Quando tal procedimento não lhes era claro, as professoras mediavam, revelando quantos conhecimentos eles já dominavam e, mediava a resolução da atividade sempre valorizando o fazer de cada aluno, suas tentativas, seus erros e acertos.

Esse tipo de dificuldade ocorreu, por vezes, não apenas com os alunos, mas também com as professoras colaboradoras, então a professora pesquisadora fazia a mediação, constituindo, assim, a investigação como espaço de formação em serviço, uma vez que constatamos no processo as professoras reelaborando seus próprios conceitos. Muitas das vezes as mesmas apresentaram-se surpresas com os

procedimentos de resolução dos alunos, e notaram que não reconheciam a realidade cognitiva dos mesmos quando mergulhados em experiências mais significativas de construções geométricas baseadas em contextos históricos da matemática, nas quais o aluno atribui um sentido ao conhecimento. "A condição de sujeito no processo de aprender leva à organização própria e diferenciada do material aprendido, o que implica erros nesse percurso, os quais não podem ser desestimulados". (GONZÁLEZ REY, 2006, p. 41).

Para tal, a atividade didática proposta configurou-se em um contexto social promotor de subjetividade, permitindo a participação do aluno, sua exposição diante da aprendizagem sem medo do erro, fato corroborado pelas ideias de González Rey (2004, p. 58), "o social é uma força ativa geradora de sentido de forma permanente [...]", visto que, a construção de tais processos psíquicos subjetivos aparece nos três sujeitos: alunos, professores e pesquisadora.

Para González Rey (2009), a produção de sentido é associada a uma configuração pessoal que tem uma história e um contexto social os quais se veiculam, de uma forma determinada, diante da ação concreta de um sujeito. Nessa perspectiva, compreendemos a necessidade do sujeito que aprende da presença de outro sujeito durante a realização das atividades: a fala do outro na constituição de referências. A relação aluno-aluno, professor-aluno[22] subsidiou as falas, as escritas, as dúvidas, as certezas, as tentativas, os pareceres mediante a sequência. Isso favoreceu ao grupo autoanalisar como percebiam ou interpretavam as atividades (os alunos refletem ao longo do processo os sentidos acerca das intencionalidades didático-pedagógicas da experiência oferecida pela escola, e suas ações, reações, comportamentos, sentimentos, dependem fortemente deste sentido subjetivo de apreensão pelos sujeitos acerca das atividades propostas.

Muitas vezes, os alunos têm dificuldade com algum conhecimento e não sabem explicitá-la. Por meio da história, compreendendo que houve um processo, que erros fazem parte do mesmo. Durante as atividades havia alguém no grupo que havia resolvido errado e vinha o questionamento quem estava certo. Havia uns que tinham confiança e defendiam seus procedimentos, o debate era bom! No entanto, havia outros que achavam que o colega era mais inteligente então possivelmente o procedimento para a resolução do colega era o correto.

Nesse contexto, a mediação das professoras foi muito importante, pois intervinham: apontavam formas corretas, analisavam as erradas discutindo com os alunos o porquê não poderia ser tal resposta e a partir de então faziam um contraponto, e questionamentos que permitiam todos se manifestarem e repensarem seus esquemas quando necessário. O medo de errar foi passando e a cada dia a participação era maior. Para exemplificar, tivemos uma situação na sala da professora Vitória que, ao olhar as escritas produzidas, encontrou três respostas diferentes. Então, tentou provocar uma discussão para verificarem a que estaria correta, esse fato revela a existência de uma representação social que em matemática sempre temos uma, exclusivamente, uma resposta certa, e aprender depende de encontrar essa única solução, socialmente aceita como 'a correta'.

Os alunos não demonstraram interesse em participar. A professora escolheu três alunos para apresentarem à turma as respectivas respostas que eram diferentes entre si. Todos votaram em uma única resposta como certa, a da aluna que era considerada entre eles como mais inteligente. A professora começou a questionar os alunos mais tímidos menos participativos, que só respondiam com monossílabos, enquanto isso outros gritavam e davam as respostas completas. Em seguida, continuou o questionamento a tal aluna, problematizando de forma que a aluna pudesse estruturar o seu pensar e responder ao que havia sido solicitado no enunciado da questão. Ao final mostrou-se contente com a aluna. Esse fato traz-nos a evidência da importância da professora como mediadora das aprendizagens possibilitando o direito à fala a todos da turma e, além disso, fortalecendo o poder de fala dos alunos silenciados.

Percebemos que, para esses alunos, a imagem da matemática que só os alunos mais "inteligentes" seriam capazes de compreendê-la e propor resoluções corretas para as situações apresentadas. Vários fatores contribuem para a formação de crenças pelos alunos em relação à matemática, um deles pode ser o fazer pedagógico, a postura do professor frente à matemática e aos alunos. Nesse ato, foi possível capturar os sentidos subjetivos dos alunos em relação à matemática, aos conceitos matemáticos e ao autoconceito como aprendizes de matemática. Essa prática pode apontar caminhos para a análise das atividades dos alunos.

Para Vygotsky (1999), a principal diferença entre a imaginação e o pensamento realista é a direção

[22] Nossa postura no decorrer da pesquisa foi como professora-pesquisadora, por isso, quando nesse capítulo nos referirmos às professoras estamos falando da pesquisadora e das duas professoras colaboradoras.

da consciência, que na imaginação tende a afastar-se da realidade ao contrário da cognição imediata da realidade. Por isso, para alguns pesquisadores, é fundamental a presença das histórias, como instância pedagógica, por meio das culturas, por relacionarem os valores e as crenças abstratas com a materialidade do contexto experimentado pelos alunos. Assim, também, observamos as reações afetivas durante o desenvolvimento das atividades.

3. CONCLUSÕES

Mesmo com esses vieses e incompreensões a respeito do processo avaliativo, as professoras estavam satisfeitas, pois os alunos apresentaram melhoria em comportamentos relativos às aulas de matemáticas, e também nas provas ao final do bimestre em questão, quarto bimestre. Segundo as professoras parceiras alguns alunos estavam mais seguros e com conhecimentos consolidados.

Confirmamos ao longo do trabalho que atividades fundamentadas na história da matemática podem provocar no educando a explicitação de suas razões, emoções e ações em relação aos seus sentimentos, como aprendiz de matemática, e a sua capacidade de recriar conceitos, apropriandose do mesmo, de acordo com sua vivência com a matemática. Acreditamos que os alunos passaram a perceber que o que conhecemos como matemática foi e é uma construção humana de avanços processuais.

Por meio da sequência de atividades, os estudantes foram capazes de comunicar seus conhecimentos e suas dificuldades ao grupo. Trabalhar com história da matemática, pela investigação em sala de aula, foi, a nosso ver, tornar a aula criativa na medida em que possibilitou a produção de um novo valor na aprendizagem e no desenvolvimento do aluno, pois o educando teve a possibilidade de desenvolver a oralidade e aquele que sentia dificuldade em se expor teve oportunidade de vencer seu silêncio. O ambiente tornou-se favorável para o desenvolvimento do raciocínio lógico, da capacidade de induzir, deduzir e inferir, desenvolvimento do senso crítico, da imaginação e da criatividade do aluno, para a manifestação da curiosidade da criança em relação ao tema, e para a manifestação de suas propriedades artísticas.

REFERÊNCIAS

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática. Brasília: MEC/SEF – Terceiro e quarto ciclos, 1998.

BRASIL. Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular. Brasília, 2018.

GONZÁLEZ REY, F. *O social na Psicologia e a Psicologia Social:* a emergência do sujeito. Tradução de Vera Lúcia Mello Joscelyne. Petrópolis, RJ: Vozes, 2004.

PRICKEN, Veronica Larrat. *Dinâmica das representações sociais da matemática reveladas na práxis de professores dos anos iniciais*. 2009. 230 f. Dissertação (Mestrado em Educação). Universidade de Brasília, Brasília, 2009.

VYGOTSKI, L. S.. *O Desenvolvimento Psicológico na Infância. Traduzido* por Cláudia Berliner. São Paulo: Martins Fontes, 1999.

OS NÚMEROS RACIONAIS NO ENSINO FUNDAMENTAL

Lima, Valmiro de Santiago, valmirosantiago@gmail.com
Universidade Estadual do Ceará – UECE/UAB
Freitas, Sheyla Silva Thé, sheylasthe@gmail.com
Universidade Estadual do Ceará – UECE/UAB

Resumo

A matemática é uma ciência que permeia a vida da humanidade desde os mais remotos tempos, este pilar estruturante perpassa pelas ações de sobrevivência, proteção e sustentabilidade familiar nas tomadas de decisões de forma lógica na perspectiva de maximizar a eficiência e evitar desperdícios. Os números racionais na educação básica permeiam a história da humanidade, quando da necessidade ao lidar com partes de um todo no contexto social inerente a cada época. Na partilha de afazeres e consumo a matemática se faz presente de forma intuitiva e a posteriori em escala formal e estrutural, no comércio as frações se fazem presente para o estabelecimento das trocas na vertente do escambo. Na escola para a formação cidadã pautada nos processos de ensino e aprendizagem.

Palavras-chave: *Matemática, Ensino, Frações.*

1. INTRODUÇÃO

A escola como local social privilegiado para apropriação de conhecimento já constituído, de novas etapas para evolução da cultura humana entre elas a ciência da matemática e as frações fazem parte desde os registros dos povos egípcios da antiguidade. Segundo registros históricos a ideia de fração surge da necessidade humana na partilha ou distribuição de quantidades unitárias que não equacionam situações, assim o fracionamento em partes menores geralmente resolvia a situação problema momentaneamente e as partes dava-se por satisfeitas.

Nesse sentido, o debate de ideias matemáticas aportadas no raciocínio lógico na resolução de desafios do contexto social para equidade entre pessoas e o estabelecimento harmônicos de pautas econômicas ou partilhas nas suas diversidades ao senso comum, as frações historicamente fazem parte deste cenário nas mediações das negociações na modalidade do escambo, estabelecendo uma correspondência do valor real aproximado entre mercadorias.

Na compreensão dos processos intelectuais e matemáticos adquiridos pela humanidade, os aportes teóricos são fundamentais na assimilação e desenvolvimento de aprendizagens pautadas em teorias consolidadas, nos processos cognitivos relativamente à cada faixa etária que não são fragmentadas e sim um contínuo.

O homem constitui-se ser sociável quando começa a interagir a partir do nascer no seio familiar por observação ou ensinamentos e ao longo de toda a sua existência, com a construção dos conhecimentos adquiridos no transcorrer histórico da humanidade, a partir dessas situações ele pode contribuir com novas ferramentas intelectuais para o seu bem-estar e ou comunitário em uma visão ampliada coletiva.

2. OS NÚMEROS NO CONTEXTO SOCIAL

A necessidade da criação da fração, a realidade prática da necessidade de contagem e de medida,

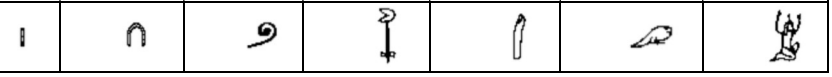
na humanidade brota a ideia dos números naturais e posteriormente os números racionais. Os números naturais surgem da necessidade de compreender a contagem, ou seja, o estabelecimento de correspondência biunívoca na qual existe um pareamento de uma quantidade a um símbolo único. Os números racionais aparecem para dar solução ao impasse que os números naturais não davam conta, pois lidavam com números inteiros, da necessidade de se fragmentar a unidade ou dividir um segmento em partes menores e iguais, são denominadas de fração, partes de um inteiro.

Segundo Boyer (2003, p. 4) a origem dos números inteiros é atribuída as ideias da antiguidade na matemática pré-histórica, os povos primitivos não sentiam a necessidade de usar frações, pois para calcular quantidades pequenas os homens usavam unidades suficientemente pequenas. Assim, a utilização da noção de fração apareceu durante a Idade do Bronze nas culturas mais evoluídas como a egípcia. Além da escrita dos números surge "a necessidade do conceito de fração e de notação para frações. As inscrições hieroglíficas egípcias têm uma notação especial para frações unitárias, isto é, com numerador um" (BOYER, 2003, p. 9).

A civilização egípcia em meados por volta dos 3000 a.C. era bastante desenvolvida, segundo Ifrah (1997a) devido às necessidades de ordem administrativas e comercial, percebeu quão limitada era a memória humana para armazenar tantas informações em pensamentos e falas por tanto tempo, de grandes inventários e enumerações. A oralidade, os informes dos conhecimentos de geração à geração por meio de lendas, emergiu a necessidade de extensão de memória daí a criação da escrita e posteriormente a notação numérica, criaram o registro dos números, aportado nos hieróglifos baseados na fauna e na flora.

O sistema de numeração egípcio era aditivo, decimal e não posicional representado por sete símbolos hieróglifos distintos referendando as potências: 10^0, 10^1, 10^2, 10^3, 10^4, 10^5 e 10^6 observe na Figura 1. Podemos observar que não havia símbolos: um bilhão, um trilhão e assim por diante, ou seja, o sistema numérico egípcio não estava fechado para todas as quantidades.

Figura 1 – Hieróglifos usando para representar as quantidades

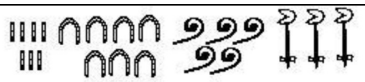
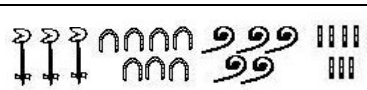
1	10	10^2	10^3	10^4	10^5	10^6
						

Fonte: Adaptado de IFRAH, 1997a, p. 342.

Dessa forma, Roque (2012) corrobora com a historicidade dos registros do sistema de numeração decimal utilizados pelos egípcios, a unidade um bastão vertical, o agrupamento de dez bastões era substituído por uma alça ou curva de um calcanhar invertido, dez destes por um desenho de uma corda enrolada, dez cordas eram substituídos por uma flor de lótus, dez destas por um desenho de um dedo humano, dez deste desenho de dedos por desenho de um girino ou sapo, dez girinos eram substituídos por um desenho de um homem assustado ou um deus ajoelhado com os braços levantados, equivalendo a um milhão, como se observa na Figura 1.

Nesse sistema só era permitido a repetição máxima de nove hieróglifos do mesmo tipo, a cada grupo de dez símbolos substituía-se pelo hieróglifo de valor imediatamente superior, a ordem dos símbolos não importava, observe o exemplo na Figura 2.

Figura 2 – Representação hieroglífica do número 3577

7 + 70 + 500 + 3000 = 3577	3000 + 70 + 500 + 7 = 3577
	

Fonte: Adaptado de IFRAH, 1997a, p. 364.

O registro dos números naturais oriundo da contagem foi essencial para a representação das frações e registros das mesmas pelos egípcios. Sendo assim, na busca da origem das frações nos confrontamos com a origem da matemática e principalmente da geometria aportada nos historiadores gregos Heródoto e Aristóteles "não quiseram se arriscar a propor origens mais antigas que a

civilização egípcia, mas é claro que a geometria que tinham em mente possuía raízes mais antigas" (BOYER, 2003, p. 4).

Os historiadores, Heródoto tinha a crença que a geometria se originou no Egito, pois a necessidade prática das medidas das margens do rio Nilo em consequências das cheias anuais, Aristóteles acreditava que a geometria advinha da origem de rituais ou lazer sacerdotal.

Nesse sentido, os agrimensores "esticadores de corda", usavam o instrumento de medida à época era a corda esticada que referendava a unidade de medida, o cúbito ou côvado, referente a distância compreendida a ponta do dedo médio e o cotovelo do faraó, equivalente a 45 centímetros entre dois nós consecutivos "a corda com vários nós compunha um instrumento de medida, uma 'régua' primitiva utilizada por agrimensores daquela época" Dias e Moretti (2011, p. 120). Assim, os agrimensores adquiriram cordas com comprimento adequados para determinar o contorno do terreno a ser medido.

Porém, nem sempre o cúbito cabia um número inteiro de vezes no comprimento a ser medido e a necessidade de fazer as medições com precisão, levou os egípcios a criarem subunidades do cúbito cabia nesse contorno. Assim, no referido período histórico a necessidade de se fracionar a unidade, ou seja, surge o conceito de fração, contudo "a fração esteja na gênese do número racional, fazendo parte da formação do pensamento numérico, conhecer fração não significa conhecer o número racional" Dias e Moretti (2011, p. 125), esta concepção dos números racionais ocorreu séculos mais tarde.

Nesse contexto, representar outras frações egípcias com numeradores diferentes de um, eram decompostas em uma soma de frações unitárias, a época existia tabelas que poderiam ser consultadas como exposto em dois casos particulares, exemplo: $\frac{3}{5} = \frac{1}{2} + \frac{1}{10}$, e $\frac{47}{60} = \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5}$ este processo era complexo no modo de operar na matemática egípcia, mesmo assim perdurou por muitos anos perpassando no período grego e idade média segundo Ifrah (1997a).

As frações na sua origem não foram consideradas números, eram relações práticas entre os números inteiros "as frações eram conhecidas desde a Antiguidade. Mas, na falta de numeração bem conhecidas, receberam por muito tempo notações mal fixadas, não homogêneas e inadequadas às aplicações práticas" Ifrah (1997b, p. 490), com o advento do cálculo e da aritmética percebeu-se que as frações obedeciam às mesmas regras dos inteiros e começaram a ser consideradas números.

3. AS FRAÇÕES UNITÁRIAS

Generalizações das frações egípcias, o ser humano quando se apropria de uma ferramenta para resolver situações de casos particulares, por sua natureza racional tenta verificar se aquele instrumento usado poderia resolver outros casos. Nesse sentido, a expansão do conhecimento leva esse indivíduo a criar outras formas de resolver desafios ou adaptar técnicas que domina em muitas situações adversas, que o conduz as generalizações "no caminho das generalizações, observamos como a forma se relaciona com o conteúdo no desenvolvimento do objeto de estudo, reportando-o ou impulsionando. A notação das frações é um exemplo disso" Dias e Moretti (2011, p. 137), o mesmo aconteceu no decorrer do tempo com as frações.

A epistemologia mostra que as "noções primitivas relacionadas com os conceitos de número, grandezas e formas podem ser encontradas nos primeiros tempos da raça humana, vislumbres de noções matemáticas se encontram em formas de vida que podem datar de milhões de anos antes da humanidade" Boyer (2003, p. 1). Nesse sentido, o conceito de fração foi se construindo e concebido como número ganhando representação numérica que perpassou séculos, desde as frações egípcias unitárias até ao sistema de numeração decimal posicional.

A origem do conhecimento e pensamento matemático está atrelado a evolução da humanidade da necessidade de quantizar, medir e comparar, assim as frações emergem nesse contexto para responder o problema de se fragmentar um todo em partes iguais, para isso o homem precisou

organizar e sintetizar o pensamento lógico que proporcionou o registro escrito e elaboração de símbolos que representassem cada uma dessas partes unicamente, em correspondência biunívoca.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais para a Matemática, os "conceitos abordados em conexão com sua história constituem-se veículos de informação cultural, sociológica de grande valor formativo. A História da Matemática é, nesse sentido, um instrumento de resgate da própria identidade cultural" Brasil (1997, p. 34). Dessa maneira, na escola os conteúdos que fazem parte do currículo, segundo Moura (2001, p. 148) "são aqueles que permaneceram como patrimônio cultural porque, de algum modo, contribuem para solução de problemas ainda relevantes para o convívio social". Dessa forma, as frações estão presente nas instituições escolares como conteúdo a ser ensinado, pois seu conceito teve origem nas necessidades práticas do convívio social contínuo. Assim, os conteúdos dos números fracionários foram estabelecidos a partir do objetivo que vise possibilitar ao cidadão um saber que lhe permita lidar também com os números não naturais. Daí a definição de um conjunto de estratégias para possibilitar o acesso ao novo conhecimento não precisou muito. E desta maneira o ensino das frações ordinárias passou a fazer parte dos programas escolares (MOURA, 1996, p. 30).

Na educação básica este enfoque começa com a sensibilidade do docente em respeitar a cognição de cada faixa etária na construção do conhecimento matemático dentro de uma pedagogia ativa, fazer isto é dar a oportunidade para que o aluno tome a ação de aprender como uma necessidade para integrar e ter acesso a novos conhecimentos. O processo de ensino e da aprendizagem no aluno segundo Moura, "a atividade de ensino do professor deve gerar e promover a atividade do estudante. Ela deve criar nele um motivo especial para a sua atividade: estudar e aprender teoricamente sobre a realidade" Moura *et al*. (2010, p. 90). Sendo assim, os participantes dessas ações de que ensina e quem aprende favorece um ambiente facilitador na construção do conhecimento.

No contexto da contagem e medida, o número natural surgiu da necessidade da contagem, já o número racional da medida, "a origem concreta dos números racionais é o seu significado como expressão numérica de medição de segmentos" Caraça (1984, p. 38). A matemática é uma ferramenta promotora na resolução das situações da humanidade e torna-se uma ciência imprescindível na evolução dos povos.

4. RESULTADOS E DISCUSSÃO

As contribuições para transformação de fração em unitárias, a complexidade nos desafios em situações problemas de repartir ou dividir objetos do cotidiano dos povos egípcios na antiguidade em alguns casos, extrapolavam a busca de alternativas práticas em frações unitárias com denominadores diferentes dos números de potências de base 10, vejamos um exemplo como "repartir três pães entre cinco pessoas" (MASTIN, 2010).

Procedimento, $1^{\underline{0}}$ passo: com 2 pães divide-se cada em 3 partes iguais, obtendo 6 partes, cada pessoa receberá uma terça parte e restam um pão e uma terça parte; $2^{\underline{0}}$ passo: divide-se um pão em cinco partes iguais, cada pessoa receberá uma quinta parte do pão; $3^{\underline{0}}$ passo: divide-se a terça parte restante em cinco partes iguais o que equivale a quinta parte da terça parte, ou seja, um quinze avos do pão. Representação moderna $\frac{3}{5} = \frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \frac{1}{15}$ as partes que cada pessoa receberá, mas à época dos egípcios no passado distante, era de forma prática.

Apesar dos egípcios conseguirem escrever e trabalhar com as frações unitárias da forma descrita acima, não temos certeza de qual método era utilizado para auferir tal resultado, "vejamos como converter nossas frações em frações egípcias. Evidentemente, não se trata de um procedimento egípcio, uma vez que nossas frações não existiam para eles, e a palavra 'converter' sequer teria sentido nesse caso" Roque (2012, p. 76). Dessa forma, decompor esse número, conseguindo assim, transformá-lo em uma soma de frações unitárias pelo método de Fibonacci descrito em sua obra *Liber Abaci,* editado em 1202. Este método é descrito por Roque (2012, p. 76), consiste em

escrevermos $\frac{m}{n} = \frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} + \frac{1}{n_3}$. Exemplo: $\frac{3}{7} = \frac{1}{3} + \frac{1}{11} + \frac{1}{231}$.

Dessa forma vemos que é improvável que os egípcios na antiguidade usassem a notação moderna $\frac{m}{n}$, tais frações eram criadas, escolhendo e justapondo frações unitárias que contemplava esse valor. Nesse sentido, a fração na concepção conceitual, define o modo de representar partes de um inteiro foi dividido em partes iguais, que pode representar uma ou mais dessas partes. Nesse sentido, uma fração representa uma divisão em que o numerador equivale ao dividendo e o denominador equivale ao divisor, as frações constituem o conjunto dos números racionais.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

A matemática é um aspecto ímpar do pensamento humano que caminha irmanado a sua evolução, desde o paleolítico e a idade da pedra registros matemáticos dentro de uma cultura complexa na fabricação de ferramentas para caça e proteção, linguagem simbólica através de contagem simples, comprovado pela história da matemática há vários milênios em sua evolução contínua para dar respostas as necessidades do homem.

Os números remontam há mais de 30.000 anos, surgiram da necessidade de contagem de objetos e animais de forma rudimentar que evoluíram para o registro e elaboração de sistemas de numeração mais diversos para cada civilização. Além da contagem e medidas surgem novos desafios, os números são criação do homem para atender necessidades emergentes ao tempo.

Uma nova categoria de números brota além dos naturais, as frações dos povos egípcios, por volta dos milênios antes de Cristo para resolver problemas práticos do cotidiano e de natureza geométrica. A palavra fração vem do latim *fractus* (partidos) é um conceito para expressar tamanho de uma porção. Nesse sentido, os agrimensores egípcios quando realizavam as medidas das terras com suas cordas e não cabiam um número de vezes exatas, recorriam as partes das unidades empregadas. Alguns exemplos, as frações unitárias e outros tipos de frações estão registradas no Papiro de Rhind ou Ames de aproximadamente 1700 a.C.

Notáveis pesquisadores, historiadores, matemáticos no campo teórico e da prática corroboraram e colaboram para evolução desta ciência que seja compreendendo e criando os processos lógicos matemáticos concretos e abstratos.

REFERÊNCIAS

BOYER, C. B. **História da Matemática**. São Paulo: Editora Edgard Blüncher, 2003.

CARAÇA, B. de J. **Conceitos Fundamentais da Matemática**. Lisboa: Sá da Costa, 1984.

DIAS, M. da S.; MORETTI, V. D. **Números e operações**: elementos lógicos-históricos para a aprendizagem. Curitiba: Ibpex, 2011. (Série Matemática em Sala de Aula).

IFRAH, G. **História Universal dos Algarismos:** a inteligência dos homens contada pelos números e pelo cálculo. Rio de Janeiro: Editora Nova Fronteira, 1997.

MASTIN, L. **The Story of Mathamatics:** Egyptian Mathematics. 2010.

MOURA, M. O. de. **A atividade de ensino como unidade formadora**. Bolema (Rio Claro), UNESP, v. 12, p. 29 – 43, 1996.

ROQUE, T. **História da Matemática:** Uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas. Rio de Janeiro: Zahar, 2012.