

Os apaixonados por xadrez nunca perdem a oportunidade de defender os diversos benefícios trazidos por sua prática, alguns dos quais podem ser encontrados em [2]. Há mesmo os que defendem que na escola é possível produzir conhecimento matemático a partir deste jogo, como pode ser constatado em [3]. Quanto a nossas considerações sobre o assunto, ficarão guardadas para o final deste texto.



Fonte: Produzido por Humberto Bortolossi no MidJourney

Pode não haver consenso sobre o que foi dito antes, mas parece ser inegável o fato de que o jogo de xadrez pode servir de contexto para muitos problemas interessantíssimos de matemática. O principal objetivo deste texto é apresentar um deles.

O leitor não precisa saber jogar xadrez para compreender a questão que será enunciada aqui, mas certamente conhecer as regras do jogo irá ajudá-lo a entender melhor as motivações do problema.

Assim como o jogo de xadrez é uma variante de um antigo jogo indiano que, segundo [1], era denominado chaturanga, dele já derivaram muitos outros jogos. Uma dessas variantes foi desenvolvida pelo famoso enxadrista Bobby Fischer (veja [4]), que, por isso, é denominada xadrez de Fischer.

Fischer, que foi campeão mundial de xadrez em 1972, desenvolveu esta variante do jogo preocupado que o xadrez deixasse de ser um jogo de raciocínio e se tornasse um jogo de memorização, isto porque existe muitíssimo material disponível descrevendo minuciosamente as diferentes possibilidades para os primeiros lances do jogo, os chamados livros de abertura. O

Figura 1



Fonte: Print retirado do site oficial do aplicativo lichess.

que Fischer percebeu é que os livros contendo aberturas prontas dependiam essencialmente da posição inicial das peças no tabuleiro. Foi assim que ele teve a ideia de criar o xadrez randômico (outro nome para o xadrez de Fischer), que segue basicamente as mesmas regras de uma partida usual de xadrez, exceto pelo fato de que as peças começam embaralhadas no tabuleiro.

Tal embaralhamento não é, contudo, completamente aleatório, mas deve obedecer a certas exigências. Para situar o leitor que não está ainda familiarizado com o jogo, apresentamos, na Figura 1, a imagem do posicionamento das peças no tabuleiro de xadrez antes da realização do primeiro lance.

No xadrez 960 (mais um nome para o xadrez de Fischer), assim como ocorre em uma partida tradicional de xadrez, as peças brancas ocupam as duas primeiras fileiras e as pretas as duas últimas. Os peões mantêm o posicionamento original e as peças pretas espelham a posição das brancas. A mudança ocorre somente no posicionamento das demais peças que permutam entre si obedecendo as seguintes regras:

1. Os bispos não devem ocupar casas de uma mesma cor;
2. O rei deve estar posicionado entre as duas torres.

A Figura 2 mostra uma das possíveis posições iniciais de uma partida de xadrez 960.

O problema consiste em provar que há exatamente 960 maneiras diferentes (incluída aí a posição padrão) de iniciar uma partida do xadrez de Fischer, o que explica o nome dado a esta variante.

Figura 2



Fonte: Print retirado do site oficial do aplicativo lichess.

Como dissemos, não é necessário saber jogar xadrez para compreender este problema de análise combinatória. Todavia, conhecer o funcionamento do jogo permite uma melhor compreensão das razões que levam às duas restrições destacadas antes para o posicionamento inicial das peças.

A primeira restrição está relacionada com o fato de que os bispos se movimentam apenas pelas diagonais em um jogo de xadrez, de modo que permanecem sempre em casas da mesma cor daquela em que estavam posicionados no início da partida. Por isso essa restrição tem como propósito garantir que, assim como ocorre em uma partida tradicional de xadrez, em uma partida de xadrez 960, ambos os jogadores terão à sua disposição um bispo que se movimenta pelas casas claras e outro que se movimenta pelas casas escuras.

Quanto à segunda restrição, está relacionada a um movimento especial do xadrez envolvendo o rei e uma das torres: o roque. Posicionar o rei entre as duas torres mantém o desafio de unir as torres a partir do roque, como usualmente ocorre em uma partida tradicional de xadrez.

Feitos estes esclarecimentos, podemos partir agora para a resolução do problema.

Imagine que certa ação pode ser dividida em etapas. O princípio fundamental da contagem (PFC) nos garante que o número de formas de executar a ação completa pode ser obtido multiplicando a quantidade de formas de realizar cada uma das etapas. Neste caso, nossa ação consiste em colocar as peças no tabuleiro de modo a iniciar uma partida de xadrez 960. Uma vez posicionados os peões brancos e pretos, nossa ação será dividida nas seguintes etapas, realizadas sempre com peças brancas:

1. Posicionar os bispos;
2. Posicionar a dama;
3. Posicionar os cavalos;
4. Posicionar o rei e as torres.

Determinadas as quantidades de formas de realizar cada uma destas etapas bastará então aplicar o PFC, já que, posicionadas as peças brancas, a posição das peças pretas está dada.

ETAPA 1: Posicionar os bispos equivale a escolher um par de casas da primeira fileira para ocupar com estas peças de modo que uma casa seja branca e a outra seja preta, ou seja, devemos escolher uma casa branca (4 possibilidades) e depois uma casa preta (também 4 possibilidades). Pelo próprio PFC concluímos que há então $4 \times 4 = 16$ formas de fazer essa escolha.

ETAPA 2: O posicionamento da dama pode ser realizado de 6 formas diferentes, já que, depois de posicionados os bispos, apenas 6 casas estarão disponíveis para a dama na primeira fileira.

ETAPA 3: Posicionar os cavalos consiste em decidir quais das 5 casas ainda disponíveis na primeira fileira serão ocupadas por eles e, já que estes são indistinguíveis, a ordem com que as casas forem escolhidas não importa. A resposta para este problema é a combinação de 5 elementos dois a dois, ou seja, $\frac{5!}{2!3!} = 10$ possibilidades.

ETAPA 4: Finalmente, restam apenas 3 casas a serem ocupadas na primeira fileira e três peças para ocupá-las. Ocorre que o rei deve estar posicionado entre as torres, de modo que há uma única possibilidade para o posicionamento das três peças!

Assim temos:

ETAPA 1: 16 possibilidades.

ETAPA 2: 6 possibilidades.

ETAPA 3: 10 possibilidades.

ETAPA 4: 1 possibilidade.

Portanto, pelo PFC, uma partida de xadrez 960 pode iniciar de $16 \times 6 \times 10 \times 1 = 960$ formas distintas, se incluirmos nessa conta a posição inicial de uma partida tradicional de xadrez.

Este nos parece um belíssimo problema de análise combinatória, por estar inserido em um contexto interessante.

Acabamos de demonstrar, portanto, que o jogo de xadrez pode ser uma interessante ferramenta para criar contextos que sirvam de motivação para problemas de matemática bastante curiosos. Mas e a prática do jogo de xadrez? Ela, por si só, é capaz de melhorar o desempenho de alguém em matemática. Hoje em dia, com a possibilidade de baixar aplicativos¹ de xadrez no *smartphone* para jogar contra a máquina ou de forma on-line com outros jogadores humanos, praticar xadrez se tornou bem mais fácil que no passado, quando o primeiro desafio consistia em encontrar alguém que soubesse jogar e com disponibilidade para fazê-lo.

Não acreditamos que a simples prática do jogo de xadrez possa garantir a aprendizagem de trigonometria, equações, matrizes ou de qualquer outro conteúdo específico dentro do currículo de matemática. Acreditamos, contudo, que a prática contínua do jogo de xadrez exercita habilidades como, por exemplo, o pensamento estratégico (o xeque-mate é um objetivo muito distante no início de uma partida de xadrez, é necessário perseguir primeiro objetivos intermediários) e o poder de cálculo mental (o enxadrista precisa buscar antever os lances de seu adversário e os seus próprios), que são características importantes para quem vai encarar um desafio matemático. Assim, não se pode pretender aprender matemática sem estudar matemática, mas o xadrez certamente contribui para o desenvolvimento de posturas que serão muito úteis para o estudante que busca se apropriar desta outra área do saber.

Aqui nos despedimos do leitor na esperança de encontrarmos outros temas e problemas curiosos para compartilhar no futuro.

Referências

- [1] CASTRO, C. Uma história cultural do xadrez. *Cadernos de Teoria da Comunicação* (1994).
- [2] FILGUTH, R. *A importância do xadrez*. Artmed Editora, 2009.
- [3] GRILLO, R. D. M. O xadrez pedagógico na perspectiva da resolução de problemas em matemática no ensino fundamental. Master's thesis, Dissertação (Mestrado em Educação). Programa de Pós-Graduação Stricto Sensu, Itatiba, 2012.
- [4] RIBEIRO, D. C. O xadrez enquanto narrativa ficcional. *João Carlos Correia (Universidade da Beira Interior, Portugal) Anabela Gradim (Universidade da Beira Interior, Portugal)* (2018).

¹Uma dessas possibilidades é o aplicativo gratuito lichess, que, além do aplicativo para *smartphone*, pode ser utilizado também no computador, bastando acessar o site <https://lichess.org/>.