

# 7º Simpósio Nacional da Formação do Professor de Matemática

Anais

REALIZAÇÃO:



APOIO:



## Ficha Catalográfica

**Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)**  
**(Câmara Brasileira do Livro, SP, Brasil)**

Simpósio Nacional da Formação do Professor de  
Matemática (7. : 2024 : Campinas, SP)  
7º Simpósio Nacional da Formação do Professor  
de Matemática [livro eletrônico] : anais / [editor  
Marcelo Firer]. -- Rio de Janeiro : ANPMat, 2025.  
PDF

Vários autores.  
Vários organizadores.  
Bibliografia.  
ISBN 978-65-88013-38-0

1. Matemática - Ensino I. Firer, Marcelo.  
II. Título.

25-269340

CDD-510.7

**Índices para catálogo sistemático:**

1. Matemática : Ensino 510.7

Eliete Marques da Silva - Bibliotecária - CRB-8/9380

**Editor: Marcelo Firer**

**Comissão Organizadora:**

Ana Luiza de Freitas Kessler – CAP UFRGS  
Anderson Yassuhiro Afuso – IFSP  
Aroldo Eduardo Athias Rodrigues – Ufopa  
Carlos Eduardo de Oliveira – IFSP de Hortolândia  
Cecília Pereira de Andrade – IFSP  
Elen Viviani Pereira Spreafico – UFMS  
Graziele Souza Mozer – Colégio Pedro II  
Leonardo Barichello – EA-FEUSP  
Marcela Luciano Vilela de Souza – UFTM  
Marcelo Firer – Imecc/ Unicamp  
Raquel Oliveira Bodart – IFTM  
Samuel Rocha de Oliveira – Imecc/ Unicamp  
Sumaia Almeida Ramos – Seduc/Petrolina e ANPMat  
Viviane de Oliveira Santos – Ufal

**Comissão Acadêmica:**

Antonio Cardoso do Amaral – Seduc-PI/UFRJ  
Ana Luiza de Freitas Kessler – CAP UFRGS  
Bernadete Angelina Gatti – FCC  
Eliana Souza – Seduc/Campinas  
Érika Botelho Guimarães Rijo Alves – SEB/MEC  
Fábio Luiz Borges Simas – Unirio  
Gilberto Januário – Ufop  
João Frederico C.A. Meyer (Joni) – Unicamp,  
Marcela Luciano Vilela de Souza – UFTM  
Marcelo Firer – Unicamp  
Victor Augusto Giraldo – UFRJ  
Viviane de Oliveira Santos – Ufal  
Walcy Santos – UFRJ  
Yuriko Yakamoto Baldin – Ufscar

**Editoração: Bruna Oliveira Falsoni**

**Realização:**



**Apoio:**



## **7º Simpósio Nacional da Formação do Professor de Matemática: uma introdução**

### **APRESENTAÇÃO**

O 7º Simpósio Nacional da Formação do Professor de Matemática ocorreu entre os dias 26 e 29 de setembro, na Unicamp, reunindo 445 participantes, entre professores, pesquisadores, estudantes e educadores de diversas partes do Brasil. O evento, promovido pela ANPMat, teve como objetivo principal discutir e aprimorar a formação docente em matemática, abordando os desafios contemporâneos e práticas inovadoras.

A programação do evento foi rica e variada, o que se reflete nestes anais. Tivemos palestras e mesas-redondas com convidados que, além de seus renomes como pesquisadores, se destacaram como grandes apresentadores, capazes de se comunicar com profundidade a um público amplo e diversificado.

Alguns pontos altos do evento foram as oficinas e os minicursos, todos com quatro horas de duração, distribuídas em dois encontros em dois dias consecutivos. Enquanto os minicursos tinham um caráter mais discursivo, as oficinas exigiam uma participação mais ativa dos participantes. Ao todo, foram 27 oficinas e minicursos, vários dos quais têm o potencial de se transformarem em livros que enriquecerão a coleção da ANPMat.

As comunicações orais e os relatos de experiência representam uma parte significativa deste volume, com mais de 100 trabalhos apresentados. As comunicações orais são, em sua maioria, frutos de trabalhos acadêmicos, enquanto os relatos de experiência, como o nome indica, têm sua origem nas escolas, nas salas de aula. Muitos desses trabalhos, que antes eram apresentados na forma de pôsteres, nesta edição do evento receberam um formato mais rico: além do pôster, os autores dispuseram de uma mesa para apresentar os materiais utilizados ou desenvolvidos, exibir vídeos, mostrar as produções dos alunos e, enfim, dar mais substância ao relato da experiência. Esperamos que essa inovação seja incorporada e aprimorada nas edições futuras.

Por fim, a partir de uma consulta pública informal realizada na edição anterior, foi definido um tema especial para esta 7ª edição: “A transição do 5º para o 6º ano”. Um grupo de professores e pesquisadores elaborou questões norteadoras e indicou nomes que poderiam abordá-las no evento, além de sugerir dinâmicas que seriam produtivas para essas atividades. Foi um momento rico que nos permitiu aprofundar em um tema importante e aproximar o evento dos professores e professoras que ensinam matemática nos anos iniciais do ensino fundamental.

Esperamos que, por meio deste volume, os profissionais e estudantes da área que não puderam participar do evento na Unicamp possam aproveitar, ao menos em parte, a riqueza das discussões e atividades realizadas.

Em nome da comissão organizadora, agradecemos imensamente a todos que ajudaram na organização, às agências e instituições que financiaram o evento, à diretoria da ANPMat e a todos os participantes deste 7º Simpósio Nacional da Formação do Professor de Matemática.

Marcelo Firer



## Sumário

### 1. *Palestras Plenárias*

|                                                                                                                |    |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| JOGOS NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA ESCOLAR .....                                                                     | 14 |
| USO PEDAGÓGICO DE AVALIAÇÕES FORMATIVAS EM MATEMÁTICA .....                                                    | 14 |
| O IMPACTO DO CONHECIMENTO DO CONTEÚDO PEDAGÓGICO DOS PROFESSORES NO PROGRESSO DA APRENDIZAGEM DOS ALUNOS ..... | 14 |
| CONHECIMENTO DOS PROFESSORES DE MATEMÁTICA E PRÁTICA DOCENTE .....                                             | 15 |
| PLANEJAMENTO, IMPLEMENTAÇÃO E REFLEXÃO: FERRAMENTAS PARA ACESSO À MATEMÁTICA .....                             | 15 |

### 2. *Mesas Redondas*

|                                                                                                    |    |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| FORMAÇÃO DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA: A PERSPECTIVA DAS TRÊS SOCIEDADES, ANPMAT, SBM E SBEM ..... | 17 |
| OLIMPÍADAS CIENTÍFICAS: ALGUMAS OPORTUNIDADES DIFERENTES.....                                      | 17 |

### 3. *Bloco Temático: a transição do 5º para o 6º ano*

|                                                      |    |
|------------------------------------------------------|----|
| APRENDER MATEMÁTICA: DO CONCRETO AO ABSTRATO .....   | 19 |
| DESAFIOS PARA ALÉM DA MATEMÁTICA .....               | 20 |
| CONCEITOS E CURRÍCULO NO PROCESSO DE TRANSIÇÃO ..... | 21 |
| PARTICIPANTES DO GRUPO DE TRABALHO .....             | 23 |

### 4. *Comunicações Orais*

|                                                                                                                             |    |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| PROJETOS TEMÁTICOS: RELATO E REFLEXÃO DOCENTE .....                                                                         | 26 |
| CONTRIBUIÇÕES DA GAMIFICAÇÃO NO ENSINO DE MATEMÁTICA .....                                                                  | 31 |
| MATEMÁTICA E MÚSICA: INVESTIGAÇÕES EM SALA DE AULA A PARTIR DA EXPERIÊNCIA PITAGÓRICA DA CRIAÇÃO DAS ESCALAS MUSICAIS ..... | 36 |
| CALEIDOSCÓPIO NO ENSINO DA GEOMETRIA PLANA .....                                                                            | 41 |
| O ESTUDO DOS CONJUNTOS INFINITOS NO ENSINO MÉDIO .....                                                                      | 45 |
| A FEIRA E A MATEMÁTICA: LITERATURA DE CORDEL NO AMBIENTE ESCOLAR .....                                                      | 51 |
| BNCC E ENSINO DE ESTATÍSTICA: UMA ANÁLISE DE LIVRO DIDÁTICO .....                                                           | 56 |
| UMA PROPOSTA DE ATIVIDADE PARA O ENSINO DE GEOMETRIA UTILIZANDO O SOFTWARE GEOGEBRA E UMA IMPRESSORA 3D .....               | 62 |
| LABORATÓRIO DE ENSINO DE MATEMÁTICA (LEM): DO CONCRETO AO ABSTRATO NO ENSINO MÉDIO .....                                    | 67 |

|                                                                                                                                                                                                    |     |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| O ENSINO DE PORCENTAGEM POR MEIO DE ESTIMATIVA E CÁLCULO MENTAL .....                                                                                                                              | 72  |
| TAREFA PARA DESENVOLVER O CONHECIMENTO ESPECIALIZADO DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA NO ÂMBITO DA MULTIPLICAÇÃO COM NÚMEROS INTEIROS .....                                                              | 77  |
| A MATEMÁTICA NO CONTEXTO DO NOVO ENSINO MÉDIO .....                                                                                                                                                | 82  |
| TAREFA PARA O ALUNO NO ÂMBITO DAS TRANSFORMAÇÕES GEOMÉTRICAS HOMOTÉTICAS: UM RECURSO PEDAGÓGICO PARA PROFESSORES DOS ANOS FINAIS .....                                                             | 87  |
| APLICAÇÃO DE OFICINA DE ENSINO DE GEOMETRIA EM UMA TURMA DO ENSINO MÉDIO .....                                                                                                                     | 92  |
| ANÁLISE DE ERROS: UM ESTUDO ACERCA DE RESOLUÇÕES DE UMA QUESTÃO ENVOLVENDO A FUNÇÃO QUADRÁTICA .....                                                                                               | 97  |
| EXPLORANDO O VOLUME DE SÓLIDOS GEOMÉTRICOS ATRAVÉS DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS .....                                                                                                                 | 104 |
| ESTUDO EXPLORATÓRIO DE PORCENTAGEM NO ENSINO MÉDIO .....                                                                                                                                           | 109 |
| VAMOS COMPLETAR O QUADRADO? UMA TAREFA PARA O ALUNO NO ÂMBITO DE EQUAÇÕES QUADRÁTICAS .....                                                                                                        | 115 |
| ENSINO MÉDIO: FUNÇÃO INVERSA APLICADA EM QUESTÕES DE CONCURSOS .....                                                                                                                               | 120 |
| UM ESTUDO A PARTIR DE UM CURSO DE FORMAÇÃO CONTINUADA DE PROFESSORES QUE ENSINAM MATEMÁTICA NA EJA EM GUARULHOS (SP) ...                                                                           | 125 |
| UMA SALA DE AULA PÚBLICA NO MOODLE PARA EJA ORIENTAÇÕES DE ESTUDO E PRÉ-REQUISITOS PARA O ENSINO MÉDIO .....                                                                                       | 131 |
| O ESTÁGIO SUPERVISIONADO E A FORMAÇÃO DO PROFESSOR QUE ENSINA MATEMÁTICA: ENTRE VIVÊNCIAS E EXPERIÊNCIAS .....                                                                                     | 136 |
| APRENDIZAGENS DE UM PROFESSOR DE MATEMÁTICA: A EXPERIÊNCIA COM O LESSON STUDY HÍBRIDO .....                                                                                                        | 142 |
| FORMAÇÃO DE PROFESSORES: UMA PERSPECTIVA EMOCIONAL NO PROCESSO DE ENSINO E APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA .....                                                                                        | 147 |
| BONECAS ABAYOMIS: DISCUTINDO RAÇA E GÊNERO COM A MATEMÁTICA .....                                                                                                                                  | 152 |
| COMPREENSÃO DO CONHECIMENTO MATEMÁTICO ACADÊMICO IDEALIZADO POR PROFESSORES INICIANTES EM RELAÇÃO AO CONHECIMENTO MATEMÁTICO ESCOLAR, NO ÂMBITO DA SALA DE AULA, NO CONTEXTO DO LESSON STUDY ..... | 157 |
| JOGOS PARA O ENSINO E APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA NA FORMAÇÃO CONTINUADA DE PROFESSORES .....                                                                                                       | 162 |

|                                                                                                                                    |     |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| A FORMAÇÃO CONTINUADA DE PROFESSORES COMO ESTRATÉGIA PARA O DESENVOLVIMENTO DE COMPETÊNCIAS DIGITAIS .....                         | 167 |
| CURRICULARIZAÇÃO DA EXTENSÃO: O PAPEL DOS PRODUTOS EDUCACIONAIS DO PROFMAT/UFSM EM UM PROJETO COM MATERIAIS DIDÁTICOS .....        | 171 |
| JOGO DE TABULEIRO NO ENSINO DE MATEMÁTICA .....                                                                                    | 176 |
| UMA RELAÇÃO POSSÍVEL ENTRE A NEUROCIÊNCIAS E A RESOLUÇÃO DE PROBLEMA DA MATEMÁTICA .....                                           | 181 |
| POSSÍVEIS CONTRIBUIÇÕES DO MÉTODO DE PROVAS E REFUTAÇÕES PARA A FORMAÇÃO DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA .....                        | 186 |
| PROCESSOS COGNITIVOS NA APRENDIZAGEM DA MULTIPLICAÇÃO .....                                                                        | 191 |
| CONHECIMENTO INTERPRETATIVO DE FUTUROS PROFESSORES DE MATEMÁTICA – UMA TAREFA PARA A FORMAÇÃO NO ÂMBITO DA PROPORCIONALIDADE ..... | 196 |
| FORMAÇÃO CONTINUADA DE PROFESSORES QUE ENSINAM MATEMÁTICA E SEU IMPACTO NA APRENDIZAGEM DOS ALUNOS .....                           | 201 |
| CONCEPÇÕES DE PROFESSORES ATUANTES E ASPIRANTES ACERCA DE ESTRATÉGIAS PARA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS .....                            | 206 |
| CRİPTOGRAFIA E MATEMÁTICA: “ <i>WARCRİPTO</i> ”, UMA ATIVIDADE ENVOLVENDO DIVISÃO EUCLIDIANA .....                                 | 211 |
| CÁLCULO DO VOLUME DE CHUVAS: EXPLORANDO CONCEITOS DE GEOMETRIA COM UM PLUVIÔMETRO .....                                            | 216 |
| MATEMÁTICA NA COZINHA: “ <i>PURBLE PLACE: ALGORİTOS E CONTAGENS NA FÁBRICA DE BOLOS COMFY CAKES</i> ” .....                        | 221 |
| AVALIAÇÕES DE LICENCIANDOS SOBRE AS POTENCIALIDADES DO USO DA REALIDADE AUMENTADA PARA O ENSINO DE GEOMETRIA .....                 | 227 |
| ENSINO DE MATEMÁTICA BÁSICA UTILIZANDO APRENDIZADO DE MÁQUINA VIA SOFTWARE GEOGEBRA .....                                          | 232 |
| ENSINO DE TRIGONOMETRIA COM O GOOGLE MAPS .....                                                                                    | 237 |
| UTILIZANDO OS PILARES DO PENSAMENTO COMPUTACIONAL E A LINGUAGEM DE PROGRAMAÇÃO <i>PYTHON</i> NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS .....       | 242 |
| CAÇA AO TESOURO: UTILIZANDO MINECRAFT PARA ENSINAR LOCALIZAÇÃO DE COORDENADAS NO PLANO CARTESIANO .....                            | 247 |
| GRANDEZAS GEOMÉTRICAS: UMA APLICAÇÃO ENVOLVENDO HABILIDADES DE VISUALIZAÇÃO E O GEOGEBRA TAREFAS .....                             | 252 |
| PROGRAMAÇÃO LINEAR NO ENSINO MÉDIO: INDO ALÉM DO ESTUDO DE DESIGUALDADES LINEARES ATRAVÉS DO USO DE TECNOLOGIAS DIGITAIS ..        | 257 |
| ANÁLISE DA RESPOSTA PARA UMA QUESTÃO INVESTIGATIVA DE GEOMETRIA                                                                    |     |

|                                                                                                                             |     |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| USANDO REALIDADE AUMENTADA .....                                                                                            | 262 |
| ENADE: UMA ANÁLISE PRÉVIA DO ANO DE 2014 DOS ESTUDANTES DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA .....                                 | 267 |
| NÍVEL DE LETRAMENTO MATEMÁTICO DE ESTUDANTES DO 4º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL: PERFIL DE ENTRADA .....                       | 272 |
| O SISTEMA NUMÉRICO MAIA EM LIVROS DIDÁTICOS DE MATEMÁTICA DO 6º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL .....                             | 277 |
| FRAÇÕES E O REGISTRO DE SUAS OPERAÇÕES .....                                                                                | 282 |
| O ENSINO DA MATEMÁTICA PARA PESSOAS COM DEFICIÊNCIA VISUAL: VIVÊNCIAS, RECURSOS E POSSÍVEIS ESTRATÉGIAS PARA O ENSINO ..... | 287 |
| A IMPORTÂNCIA DO MATERIAL CONCRETO PARA O ENSINO DE GEOMETRIA PARA ALUNOS COM DEFICIÊNCIA VISUAL .....                      | 292 |
| EXPLORANDO A ETNOMATEMÁTICA ATRAVÉS DO JOGO MANCALA .....                                                                   | 297 |
| AS OPERAÇÕES BÁSICAS NO 5º ANO: UM OLHAR À LUZ DO PENSAMENTO MATEMÁTICO AVANÇADO .....                                      | 301 |

## **5. Relatos de Experiência**

|                                                                                                                                                                      |     |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| MODELAGEM MATEMÁTICA NA CONFECÇÃO DE BONECAS ABAYOMI .....                                                                                                           | 308 |
| IMPACTOS DO MODELO MTSK NO DESENVOLVIMENTO PROFISSIONAL DE DUAS PROFESSORAS DE MATEMÁTICA DA EDUCAÇÃO BÁSICA .....                                                   | 314 |
| ENSINO E APRENDIZAGEM DE INEQUAÇÕES: EXPLORANDO REPRESENTAÇÃO ALGÉBRICA E GRÁFICA NO GEOGEBRA ATRAVÉS DA CONSTRUÇÃO DE QUEBRA-CABEÇAS PARA A CORTADORA A LASER ..... | 319 |
| CONTRIBUIÇÕES DO PIBID NA FORMAÇÃO DOCENTE EM MATEMÁTICA .....                                                                                                       | 324 |
| MÁGICAS MATEMÁTICAS: UMA VIVÊNCIA JUNTO AO PIBID .....                                                                                                               | 329 |
| VIVÊNCIAS JUNTO AO PIBID COM JOGO MATEMÁTICO: NA PANDEMIA E PÓS-PANDEMIA .....                                                                                       | 333 |
| EDUCAÇÃO FINANCEIRA NO ENSINO MÉDIO: HORAS EXTRAS X IMPOSTO DE RENDA RETIDO NA FONTE .....                                                                           | 338 |
| RELATO DE UMA INTERVENÇÃO COM TURMAS DO 6º ANO A PARTIR DA ADAPTAÇÃO DE JOGOS MATEMÁTICOS COM FOCO NOS TÓPICOS DE MULTIPLICAÇÃO E DIVISÃO .....                      | 344 |
| ENSINO DE MATEMÁTICA POR MEIO DE METODOLOGIAS ATIVAS NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL NUMA ESCOLA PÚBLICA .....                                               | 349 |
| CRIAÇÃO DE UM CLUBE DE MATEMÁTICA COMO ESTRATÉGIA PARA A RECOMPOSIÇÃO DAS APRENDIZAGENS .....                                                                        | 356 |

|                                                                                                                                       |     |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| ENSINO DE MATEMÁTICA NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL .....                                                                    | 362 |
| EXPERIÊNCIA NO PROGRAMA DE INICIAÇÃO A DOCÊNCIA: FAIXA DE MÖBIUS .....                                                                | 367 |
| UMA TAREFA PARA EXPLORAR E RETOMAR O CONHECIMENTO DOS ALUNOS NO ÂMBITO DA TRANSFORMAÇÃO GEOMÉTRICA ISOMÉTRICA REFLEXÃO ....           | 373 |
| EUR3KA: EXPERIÊNCIAS MATEMÁTICAS .....                                                                                                | 378 |
| EXPLORANDO INVARIANTES GEOMÉTRICOS NA SALA DE AULA .....                                                                              | 384 |
| DESCOBRINDO ÁREAS: UMA JORNADA MATEMÁTICA ATRAVÉS DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS .....                                                     | 390 |
| MEDICAMENTOS GENÉRICOS: UMA PROPOSTA PARA SE TRABALHAR PORCENTAGEM .....                                                              | 396 |
| UMA VIAGEM PELOS NÚMEROS PRIMOS: DAS FAMÍLIAS À APLICAÇÃO NA CRIPTOGRAFIA .....                                                       | 402 |
| DINÂMICA PARA INTRODUÇÃO DO CONCEITO DE FUNÇÃO .....                                                                                  | 410 |
| EXPERIÊNCIA NA UTILIZAÇÃO DE JOGOS EDUCACIONAIS PARA O ENSINO DE MATEMÁTICA .....                                                     | 415 |
| AULA DE ACOLHIMENTO ANUAL DE MATEMÁTICA COM TURMAS DE OITAVO ANO A PARTIR DE UM BRAINSTORMING .....                                   | 420 |
| EXPLORANDO PORCENTAGENS NO COTIDIANO: UMA AVENTURA INVESTIGATIVA EM SUPERMERCADOS .....                                               | 425 |
| RELATO DE EXPERIÊNCIA DE UMA AULA SOBRE ÁREA E PERÍMETRO .....                                                                        | 430 |
| UMA TAREFA ESPECIALIZADA NO ÂMBITO DA REFLEXÃO .....                                                                                  | 434 |
| MATH EN JEANS NA ESCOLA FIRJAN SESI RESENDE .....                                                                                     | 439 |
| O USO DE OFICINAS COMO FERRAMENTA PARA PREPARAÇÃO A OBMEP .....                                                                       | 444 |
| MATEMÁTICA PARA O SUCESSO: UM PROJETO DE EMPREENDEDORISMO PARA JOVENS .....                                                           | 450 |
| ATIVIDADE DE MONITORIA: UMA FERRAMENTA PARA O PENSAMENTO MATEMÁTICO AVANÇADO .....                                                    | 455 |
| WORKSHOP – JOGOS MATEMÁTICO: O ENSINO LÚDICO ATRELADO À VALORIZAÇÃO DA MATEMÁTICA BRASILEIRA. ....                                    | 460 |
| O EJA SOB A PERSPECTIVA DE LICENCIANDOS EM MATEMÁTICA .....                                                                           | 465 |
| IMPLEMENTAÇÃO DE UM TAREFA PARA A FORMAÇÃO SOBRE MEDIDAS DE TENDÊNCIA CENTRAL COM FOCO NOS PROCEDIMENTOS DE OBTENÇÃO DA MEDIANA ..... | 470 |
| EXPERIÊNCIAS COM O USO DE VÍDEOS NA FORMAÇÃO INICIAL E CONTINUADA PARA PROFESSORES .....                                              | 476 |

|                                                                                                                                |     |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| FORMAÇÃO DOCENTE EM CONSTRUÇÃO: RESIDÊNCIA PEDAGÓGICA EM ESCOLA DE ENSINO INTEGRAL .....                                       | 481 |
| ATIVIDADES DO CLUBE DE MATEMÁTICA DA UFOPA .....                                                                               | 486 |
| DE ESTUDANTE A EDUCADOR: VIVÊNCIAS E APRENDIZADOS NO PIBID DE MATEMÁTICA DA UFOPA .....                                        | 491 |
| PERCEPÇÕES DE LICENCIANDOS EM MATEMÁTICA SOBRE A SÉRIE DE EXERCÍCIOS DO GOOGLE COMO FERRAMENTA DE AVALIAÇÃO .....              | 496 |
| O LABORATÓRIO DE ENSINO DE MATEMÁTICA EM UMA AÇÃO DE FORMAÇÃO CONTINUADA .....                                                 | 501 |
| O APOIO PRESENCIAL NAS AULAS DE MATEMÁTICA COMO POSSIBILIDADE DE FORMAÇÃO .....                                                | 506 |
| MATEMÁTICA NA COZINHA: “FRUTEIRA OCTOGONAL COM PALITOS” .....                                                                  | 511 |
| MERCADINHO DOS DECIMAIS .....                                                                                                  | 517 |
| MATEMÁTICA NA COZINHA: “MÃOS NA ARGILA & CANECA CILÍNDRICA” .....                                                              | 521 |
| ENSINO DE ESTATÍSTICA DESCRITIVA POR MEIO DE UMA ABORDAGEM STEAM .....                                                         | 526 |
| ELETIVA: OLIMPIADAS DE MATEMÁTICA - DE ALUNO PARA ALUNO .....                                                                  | 531 |
| O USO DE JOGOS E MATERIAS MANIPULAVEIS COMO FERRAMENTA PEDAGOGICA PARA O ENSINO DE MATEMÁTICA .....                            | 536 |
| MATEMÁTICA NA COZINHA: “BOLO <i>FAKE</i> E ESPÁTULA DE TEXTURA: UMA CONFEÇÃO USANDO GEOMETRIA” .....                           | 541 |
| MATEMÁTICA NA COZINHA: “COZINHA OTIMIZADA: GRANDEZAS E MEDIDAS COM <i>LAYOUTS</i> ” .....                                      | 546 |
| OIMC-OLIMPIADA INTERNACIONAL DE MATEMÁTICA E DO CONHECIMENTO: EDUCAÇÃO POR MEIO DA INOVAÇÃO E DA CONEXÃO .....                 | 552 |
| INTEGRAÇÃO DE GEOMETRIA E PROGRAMAÇÃO: EXPLORANDO CONCEITOS MATEMÁTICOS E TECNOLÓGICOS NO ENSINO FUNDAMENTAL .....             | 557 |
| A UTILIZAÇÃO DE TDIC COMO INSTRUMENTO DE APRENDIZAGEM DE UMA ESCOLA PÚBLICA EM SANTARÉM - PA .....                             | 562 |
| EXPLORANDO AINDA MAIS A ADIÇÃO DE FRAÇÕES UTILIZANDO O JOGO DA ABELHA MATEMÁTICA .....                                         | 567 |
| UMA PROPOSTA DE ENSINO DE MATEMÁTICA PARA O 1º ANO DO ENSINO MÉDIO COM O AUXÍLIO DA FERRAMENTA <i>PORTUGOL WEBSTUDIO</i> ..... | 572 |
| ESTIMULAÇÃO MATEMÁTICA PARA UMA CRIANÇA DE 3 ANOS DE IDADE COM SÍNDROME DE DOWN .....                                          | 577 |
| ROMPENDO BARREIRAS, TRAZENDO LUZ À VOZES INVISIBILIZADAS:                                                                      |     |

|                                                                                                                                        |     |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| EXPERIÊNCIAS E IMPACTOS DO MOI E QERMAT NA SEGREGAÇÃO DE GÊNERO E ÉTNICO-RACIAL .....                                                  | 582 |
| DESENVOLVIMENTO DE PROCESSOS MENTAIS NA EDUCAÇÃO INFANTIL E SÍNDROME DE DOWN .....                                                     | 587 |
| UM RELATO DE EXPERIÊNCIA SOBRE ADAPTAÇÃO DE JOGOS MATEMÁTICOS PARA UM ALUNO CEGO E SUA IMPORTÂNCIA PARA UMA MATEMÁTICA INCLUSIVA ..... | 592 |
| OFICINA DE SOROBAN COMO INTERVENÇÃO PEDAGÓGICA PARA OS SEXTOS ANOS .....                                                               | 596 |

## **6. Minicursos**

|                                                                                                                                                                       |     |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| A LINGUAGEM COMO GUIA PARA O ENSINO DE MATEMÁTICA .....                                                                                                               | 603 |
| A MATEMÁTICA DO CÉU GREGO POR PAPPUS DE ALEXANDRIA .....                                                                                                              | 603 |
| CONHECENDO, INVESTIGANDO E UTILIZANDO O GEOGEBRA NA PRÁTICA DOCENTE: QUER PARTICIPAR? .....                                                                           | 604 |
| HABILIDADES DE VISUALIZAÇÃO ESPACIAL NO ENSINO MÉDIO .....                                                                                                            | 605 |
| INVESTIGAÇÕES, MODELAGEM E PENSAMENTO MATEMÁTICO AVANÇADO NO ENSINO DE FUNÇÕES REAIS .....                                                                            | 605 |
| MATEMÁTICA BÁSICA COM PYTHON .....                                                                                                                                    | 606 |
| MUSEU DA MATEMÁTICA UFMG: JOGOS ARITMÉTICOS E OUTROS DIVERTIMENTOS .....                                                                                              | 606 |
| O ENSINO DAS ISOMETRIAS COM APOIO DO SOFTWARE GEOGEBRA .....                                                                                                          | 607 |
| TAXA DE VARIAÇÃO NO ENSINO MÉDIO: A PROPOSTA DO LIVRO ABERTO DE MATEMÁTICA .....                                                                                      | 607 |
| AVALIAÇÃO PROFISSIONAL FORMATIVA E INTERCÂMBIO INTERNACIONAL DE PRÁTICAS PEDAGÓGICAS: A EXPERIÊNCIA DA OLIMPIADA DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA DO BRASIL (OPMbr) ..... | 608 |
| APOIO À TRANSIÇÃO PARA OS ANOS FINAIS .....                                                                                                                           | 609 |

## **7. Oficinas**

|                                                                                    |     |
|------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| A CRIPTARITMÉTICA NAS AULAS DE MATEMÁTICA: DESAFIOS E REFLEXÕES .....              | 611 |
| ARTE E MATEMÁTICA: EXPLORANDO O GEOGEBRA COMO RECURSO DIDÁTICO E CRIATIVO .....    | 611 |
| COMPUTAÇÃO NA EDUCAÇÃO BÁSICA: POSSIBILIDADES DE INTEGRAÇÃO COM A MATEMÁTICA ..... | 612 |
| CONSTRUINDO CURVAS CÔNICAS NO CONTEXTO DA GEOMETRIA DINÂMICA .....                 | 612 |

|                                                                                                                                |     |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| CRIAÇÃO DE ROTEIROS DIDÁTICOS DE EDUCAÇÃO FINANCEIRA PARA A EDUCAÇÃO BÁSICA A PARTIR DE QUESTÕES DO ENEM .....                 | 613 |
| E OS 6º ANOS? AS MENTALIDADES MATEMÁTICAS COMO UMA ABORDAGEM METODOLÓGICA PARA ENSINAR DIVISÃO E FRAÇÃO .....                  | 614 |
| EXPLORANDO O LÚDICO EM SALA DE AULA ATRAVÉS DAS MATEMÁTICAS: UMA PROPOSTA PEDAGÓGICA PARA PROFESSORES DA EDUCAÇÃO BÁSICA ..... | 614 |
| FUNÇÃO QUADRÁTICA E OS SEUS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA .....                                                         | 615 |
| JOGO DA ONÇA: CAMINHOS PARA O ENSINO DE MATEMÁTICA ALIADO À CULTURA DOS POVOS ORIGINÁRIOS .....                                | 616 |
| MATEMÁTICA E DEFICIÊNCIA VISUAL .....                                                                                          | 616 |
| MATEMÁTICA NAS BRINCADEIRAS DE INFÂNCIAS: CRIANDO MATERIAIS DIDÁTICOS COM BRINCADEIRAS DO COTIDIANO .....                      | 617 |
| MODELOS PROBABILÍSTICOS COM URNAS E BOLAS PARA O ENSINO BÁSICO .....                                                           | 618 |
| OFICINA DE DOBRADURAS E CANUDOS DO LEMAT: GEOMETRIA EM AÇÃO NO ESTUDO DOS POLIEDROS .....                                      | 619 |
| POTENCIALIDADES DO TRABALHO DA LITERATURA DE CORDEL NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA COM PESSOAS JOVENS, ADULTAS E IDOSAS .....          | 620 |
| TRANSIÇÃO DA DIVISÃO DOS ANOS INICIAIS PARA O 6º ANO .....                                                                     | 620 |
| PRODUÇÃO DE PROVAS E DEMONSTRAÇÕES MATEMÁTICAS: AÇÕES E REFLEXÕES PARA SEU ENSINO E APRENDIZAGEM .....                         | 621 |



# Palestras Plenárias



## **1. Palestras Plenárias**

### **JOGOS NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA ESCOLAR**

Regina Célia Grando – UFSC

#### **Resumo:**

Propõe-se discutir a Educação Matemática Escolar nos seus diferentes níveis de ensino, compreendendo o processo de problematização e significação como constituintes do pensamento e da linguagem matemática. Nesse contexto, compreender o lugar do jogo de tabuleiro e digital, presentes na cultura lúdica de crianças e jovens, na perspectiva da Educação Matemática Escolar.

### **USO PEDAGÓGICO DE AVALIAÇÕES FORMATIVAS EM MATEMÁTICA**

Jorge Lira – UFC

#### **Resumo:**

As avaliações devem refletir os objetivos de aprendizagem expressos no currículo e trazer evidências que norteiam a prática docente. Discutiremos em que medida as avaliações somativas no Brasil têm desempenhado esse papel, analisando as matrizes e tarefas usuais nesses sistemas de avaliação. Finalizamos mostrando exemplos de avaliações formativas que temos utilizado em redes públicas no estado do Ceará.

### **O IMPACTO DO CONHECIMENTO DO CONTEÚDO PEDAGÓGICO DOS PROFESSORES NO PROGRESSO DA APRENDIZAGEM DOS ALUNOS**

Stefan Krauss e Nicole Steib Krauss – Universität Regensburg

#### **Resumo:**

Primeiro apresentamos a construção de um teste sobre o conhecimento do conteúdo e o conhecimento do conteúdo pedagógico dos professores de matemática no âmbito do estudo alemão COACTIV. Depois demonstramos empiricamente os determinantes (como é aprendido?) e as consequências (como afeta o ensino qualidade e progresso de aprendizagem dos alunos?) de ambas as categorias de conhecimento com base em dados do estudo internacional PISA.

## **CONHECIMENTO DOS PROFESSORES DE MATEMÁTICA E PRÁTICA DOCENTE**

Nuria Climent Rodriguez - Universidad de Huelva

### **Resumo:**

O conhecimento docente é uma variável relevante para compreender sua prática. Em particular, conhecimentos específicos relacionados com o ensino de uma disciplina, no nosso caso matemática. A investigação mostrou como diferentes elementos deste conhecimento apoiam a prática em sala de aula e como intervêm em diferentes tipos de prática. Refletir sobre esses vínculos nos permite orientar a formação inicial e continuada de professores e tirar dúvidas sobre nossa própria prática. Através de exemplos e resultados de pesquisas sobre o conhecimento dos professores de matemática utilizando o modelo Conhecimento Especializado dos Professores de Matemática (MTSK), esta palestra apresentará algumas dessas questões e orientações.

## **PLANEJAMENTO, IMPLEMENTAÇÃO E REFLEXÃO: FERRAMENTAS PARA ACESSO À MATEMÁTICA**

Paola Stazjn – Faculdade de Educação da North Carolina State University

### **Resumo:**

Garantir o acesso de todos os alunos ao conteúdo e às discussões matemáticas é o papel fundamental do professor de matemática. Ferramentas desenvolvidas ao longo de 15 anos de pesquisa e prática na formação do professor de matemática para focar e facilitar o trabalho do professor durante o planejamento, implementação, e reflexão sobre a aula de matemática serão compartilhadas nesta apresentação.

# Mesas Redondas



## **2. Mesas Redondas**

### **FORMAÇÃO DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA: A PERSPECTIVA DAS TRÊS SOCIEDADES, ANPMAT, SBM E SBEM**

Marcela Luciano Vilela de Souza (UFTM), presidente da ANPMat  
Agnaldo Esquincalha (UFRJ), representante da SBEM  
Jaqueline Godoy Mesquita (UNB), presidente da SBM

### **OLIMPIADAS CIENTÍFICAS: ALGUMAS OPORTUNIDADES DIFERENTES**

Roseli de Deus Lopes (POLI-USP)  
Giuliano Angelo Zugliani (Unicamp)  
Élio Mega (UPMAT Educacional)  
José Antonio Puppim de Oliveira (FGV)

# Bloco Temático: A transição do 5º para o 6º ano



### **3. Bloco Temático: a transição do 5º para o 6º ano**

A organização do 7º Simpósio Nacional da Formação do Professor de Matemática, decidiu dedicar parte da programação do evento para discutir a transição dos anos iniciais para os anos finais do ensino fundamental, o 6º ano. É nessa fase que começam a atuar os professores e professoras especialistas e a transição tem sido um assunto que preocupa a comunidade de professores de matemática.

Para pautar as discussões, foi constituído um grupo com profissionais de perfil variado, incluindo professoras e professores do ensino fundamental e médio, pesquisadores, formuladores de política pública. Este grupo sugeriu três temas a serem abordados nas atividades deste bloco e, para cada um desses, fez um arrazoado circunstanciado, em que são propostas questões específicas para orientar o debate.

#### **Tema 1: Aprender Matemática: do concreto ao abstrato**

Convidado: Lino de Macedo – USP

##### **Abordagem:**

As atividades escolares que usualmente são oferecidas aos estudantes nas aulas de matemática permitem ampliar o campo conceitual desses estudantes. A expectativa é que isso fornecerá o subsídio para que o estudante trabalhe com as novas informações que recebe, interpretando-as e selecionando-as de acordo com as exigências da situação. A aprendizagem e o ensino de conceitos é essencial e a escola os coloca como um dos seus principais objetivos.

Muitos dos estudos realizados sobre a formação e a aquisição de conceitos matemáticos versaram sobre a possibilidade de identificar o que é sucessivamente representado na estrutura cognitiva ao longo do período de desenvolvimento, as operações mentais envolvidas na aprendizagem de diferentes conceitos e as condições de ensino que favorecem a aprendizagem, observando que os vários níveis de um conceito são atingidos. Podemos considerar que o concreto e o formal (abstrato) seriam alguns dos níveis de aprendizagem de conceitos? Como se dá o processo de transição entre o nível concreto para o nível abstrato no que concerne à aprendizagem de conceitos matemáticos, sobretudo quando se trata de estudantes que estão fazendo a passagem do 5º ano para o 6º ano do Ensino Fundamental? Como a professora ou o professor pode apoiar o estudante nessa transição? A aquisição de cada conceito particular em níveis cada vez mais complexos e abrangentes é entendida como um processo de construção? Que tipo de atividades podem ser elaboradas ou propostas para potencializar essa construção a partir do estudante?

Na busca de tentar ilustrar, por exemplo, pode-se inferir que uma criança é capaz de reconhecer o objeto com o qual já tenha tido uma experiência prévia. As operações cognitivas presentes no nível concreto são prestar atenção ao objeto, realizar uma discriminação, reconhecendo o objeto mesmo quando ele estiver em um conjunto de outros objetos, lembrar o objeto mesmo quando estiver ausente. É o caso quando mostramos à criança um triângulo e, posteriormente, ela é capaz de reconhecer a forma e lembrar o nome da figura, podemos inferir que ela formou o conceito de triângulo no nível concreto. Por outro lado, podemos inferir que o estudante apresenta um nível formal

de pensamento quando ele for capaz de reconhecer e discriminar exemplos de não exemplos, saber todos os atributos definidores e conseguir definir que triângulo é uma figura plana, simples, formada por três segmentos de reta e três ângulos. Além disso, precisa dominar a prova de teoremas, baseado no princípio mais amplo de isolar e provar a congruência de triângulos.

É consenso que a aquisição de conceitos, incluindo seus significados, é fundamental para a aprendizagem escolar. Assim, a maioria das atividades em sala de aula está baseada na aquisição de conceitos, que serão, posteriormente, utilizados para a aprendizagem de novos conceitos e na resolução de problemas.

A partir das considerações anteriores, como a escola deve sistematizar o ensino de conceitos de forma a adequá-los à capacidade cognitiva dos estudantes, estruturando-os de acordo com os princípios, dependência entre os conceitos e as relações entre eles? Quais atividades podem ser formuladas levando em consideração atributos definidores de conceitos que podem determinar da maneira como se dará a aprendizagem tais como utilidade, validade, generalidade, importância, estrutura, perceptibilidade de exemplos.

## **Tema 2: Desafios para além da matemática**

Convidadas: Carmen Carvalho Gisela Lobo Tartuce – FCC; Patrícia Albieri Almeida – FCC; Lilian Ianishi - EMEF Desembargador Amorim Lima

### **Abordagem:**

A mudança de segmento entre os anos iniciais e os anos finais do Ensino Fundamental, do 5º para o 6º, opera uma das transições mais complexas da Educação Básica. É nessa transição que ocorre, para a maior parte dos(as) estudantes, o término da infância e o início da adolescência; é nesse momento em que um número elevado de crianças/adolescentes enfrentam os desafios da puberdade; é também o tempo marcado por um misto de desejo e medo das mudanças e novidades, acompanhados pela insatisfação de se transformar, de um ano para o outro, dos maiores para os menores, dos mais experientes para os mais “ingênuos”.

Na escola, em geral, esses(as) estudantes transitam também de uma organização polivalente, com um(a) ou dois (duas) professores(as) que lecionam a maior parte das disciplinas escolares, assumindo ou dividindo entre si a gestão mais geral da turma; para uma outra que divide as áreas do conhecimento em muitas disciplinas, cada uma ministrada por um(a) professor(a) diferente. Nessa estrutura disciplinar, mais comumente, é esperado que as crianças ou adolescentes do 6º ano assumam a organização de suas tarefas com autonomia: os registros na agenda e no caderno, as datas de provas e entregas de trabalhos, a localização de horários de aulas e trocas de salas, a solução de seus conflitos de forma rápida e eficaz, entre outras demandas. No entanto, ainda pela organização disciplinar, nas escolas onde não existe uma figura que centralize a orientação das rotinas dos(as) estudantes, é comum que eles(as) se percam nos relacionamentos entre colegas e nas diferentes formas de sistematização em cada disciplina, deixando por vezes a impressão de que “não têm maturidade”, “são infantis” ou “são desorganizados(as)” e, nas piores situações, não são capazes de gerir suas relações, tarefas e prazos, perdendo oportunidades de apresentar suas dúvidas nas atividades ou aperfeiçoar suas produções, o que acarreta em dificuldades de



aprendizagem e mau desempenho nas tarefas avaliativas.

A transição do 5º para o 6º ano é uma ruptura importante que acompanha também a formação dos(as) professores(as). Nos cursos de pedagogia, em geral, os(as) professores(as) têm muitas horas de estudos dedicados aos processos de ensino e aprendizagem, à avaliação, ao conhecimento do desenvolvimento infantil; e tempos curtos dedicados à reflexão sobre os conteúdos escolares que irão ensinar. Por outro lado, professores(as) formados nas demais licenciaturas, estudam majoritariamente sobre os conteúdos de suas disciplinas e têm um tempo reduzido formação sobre questões ligadas ao ensino e aprendizagem de forma mais geral, e ao desenvolvimento de crianças e adolescentes.

Consequência ou não desses fatos, o que vemos em muitas escolas são alunos(as) e professores(as) que relatam dificuldades com o 6º ano. Dúvidas sobre o que fazer e como fazer e, em não poucas situações, dificuldades para encontrar quem são as professoras e professores que estão no 6º ano porque escolheram estar ali.

Diante de tantas questões que se colocam para o trabalho dos(as) professores(as) no 6º ano, entendemos a importância de compartilhar, pela sua própria voz, experiências que nos ajudem a pensar a transição do 5º para o 6º ano, tanto do ponto de vista das aprendizagens dos conteúdos escolares, quanto das rotinas e procedimentos que favoreçam a ampliação da autonomia dos(as) estudantes, de forma gradual e sem tantas rupturas.

A proposta desse “espaço/sessão/grupo de trabalho” é ampliar a reflexão acerca dos processos de transição do 5º para o 6º ano, por meio da partilha de experiências que foram capazes de amenizar as rupturas, tornando o processo de adaptação ao 6º ano mais natural para os(as) estudantes, professores(as), famílias e profissionais da escola em geral. Experiências que, com foco nos conteúdos de matemática, nos procedimentos e rotinas de estudos ou nas relações entre alunos(as), alunos(as) e professores(as), alunos(as) e tempo e espaço escolar, conseguiram superar as dificuldades encontradas no processo de transição e redundaram em aprendizagens para toda a comunidade do 6º ano.

### **Tema 3: Conceitos e Currículo no Processo de Transição**

Convidado: Luiz Roberto Dante

#### **Abordagem:**

Refletir acerca da implementação de propostas curriculares é sempre complexo e gera controvérsias, pois implica em fazer escolhas, tomar decisões que nem sempre contemplam todas as expectativas nem agradam todos os pontos de vista, sobretudo daqueles que serão os principais usuários de tais documentos norteadores: os professores da educação básica.

A passagem dos anos iniciais para os anos finais do Ensino Fundamental envolve uma mudança substancial no desenvolvimento da formação matemática dos estudantes. O objetivo é comum: conduzir os estudantes na aprendizagem da matemática. A BNCC atravessa esse processo com a proposta de uma matriz curricular que lista objetos de conhecimento e uma relação sequencial de habilidades a serem desenvolvidas durante essa etapa da educação escolar. O binômio “ensinar e aprender” não cabe em uma lista!

Mas ter uma orientação pode ser positivo para fundamentar propostas, favorecer a equidade, conferir unidade e, especialmente, promover a reflexão sobre o tema.

Em se tratando da área de Matemática, há alguns questionamentos que norteiam e provocam reflexões acerca do Currículo: Quais seriam as ideias fundamentais que permeiam todos os campos da Matemática e suas interconexões? Além disso, como é tratada a questão do pré-requisito entre etapas do ensino (do anos iniciais para os anos finais do Ensino Fundamental, por exemplo) em termos de conteúdos e habilidades? Quais os objetos de conhecimento, os conceitos que poderiam ser “mais ou menos priorizados” (ênfase dada)? Como trabalhar com um currículo cuja abordagem é espiralada, em que os conceitos são revisitados, ampliados, aprofundados em um nível de complexidade cada vez maior? De que forma abordar os temas integradores e transversais considerados contemporâneos e contextualizadores das práticas sociais no campo do ensino da Matemática?

É importante discutir também sobre quais os objetos de conhecimento e habilidades essenciais ou elementares que devem ser priorizados em propostas curriculares, a exemplo da BNCC. Qual deve ser a ênfase dada a cada uma das unidades temáticas como Álgebra, Geometria, Grandezas e Medidas, Estatística e Probabilidade e Números? Como trabalhar as unidades temáticas de maneira articulada, integrada (e não estanque, fragmentada), entre outros aspectos?

Os currículos derivados da BNCC têm apresentado variações muito positivas (por exemplo, adaptá-la para a organização em ciclos, como o do Pará, que permite não vincular uma habilidade ao período de um ano escolar), mas também outras preocupantes (por exemplo, currículos com uma quantidade exagerada de habilidades, como o do Estado do Rio Grande do Sul, que praticamente dobra o conjunto de habilidades dessa etapa da escolaridade). Dentre muitas críticas importantes, o documento tem sido reconhecido por ser excessivamente amplo, deixando pouco para adaptações e adequações locais. É (ainda) urgente fomentar a discussão sobre a proposta da BNCC visando às melhores interpretações e, especialmente, à formação docente para o exercício crítico do documento.

Não se discute a pertinência de as primeiras habilidades listadas na BNCC - Ensino Fundamental serem relativas ao letramento numérico, visando à contagem e à representação dos números naturais. O mesmo vale para os primeiros passos em geometria, em estatística e probabilidade ou em álgebra. Também não se discute que seja esperado que os estudantes cheguem ao 6º ano do Ensino Fundamental conhecendo amplamente o sistema de numeração decimal e habilitados a realizar as operações de adição e de subtração. No entanto, há pontos controversos que merecem ser avaliados de maneira coletiva. Em particular, esses pontos precisam ser discutidos visando a superar rupturas na transição dos anos iniciais para os anos finais do ensino fundamental. Envolvendo todas e todos os docentes que ensinam matemática nessa etapa da escolaridade. São, certamente, também exemplos de temas que oferecem desafios na passagem do ensino fundamental a operação de divisão, as frações, a noção de volume. Espera-se que a mesa, à luz da BNCC, discuta criticamente a abordagem de conceitos que são cruciais no processo de transição dos anos iniciais para os anos finais do Ensino Fundamental.

### **Participantes do Grupo de Trabalho**

**Carlos Eduardo de Oliveira:** professor do Instituto Federal de Hortolândia (SP) e coordenador do curso de Licenciatura em Matemática.

**Fabiana Andréa Dias Jacobik:** professora experiente nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental e, atualmente, orientadora pedagógica dos Anos Finais do Ensino Fundamental na Escola de Aplicação da USP (SP).

**Leonardo Barichello:** professor de Matemática dos Anos Finais do Ensino Fundamental na Escola de Aplicação da USP (SP).

**Letícia Guimarães Rangel:** professora de matemática aposentada pelo Colégio de Aplicação da UFRJ (RJ) atuando em projetos diversos relacionados à educação.

**Regina Celi Melo André:** pesquisadora em Educação Matemática e, atualmente, atua na formação continuada da Secretaria de Educação de Pernambuco e na Licenciatura em Matemática da UPE (PE).

**Silvana Damião Ferreira da Silva:** professora especialista de currículo na área de Matemática na Diretoria de Ensino de Sumaré (SP).

# Comunicações Orais



#### **4. Comunicações Orais**

##### **Temas:**

- T1: Abordagens e metodologias inovadoras em Matemática na Educação Básica
- T2: Ensino de Matemática nos anos iniciais (1º a 5º) do Ensino Fundamental
- T3: Ensino de Matemática nos anos finais do Ensino Fundamental (6º ao 9º ano) e no Ensino Médio.
- T4: Ensino de Matemática na Educação de Jovens e Adultos e nos cursos técnicos integrados ao Ensino Médio
- T5: Formação inicial e continuada de professores de Matemática
- T6: Desenvolvimento de materiais e recursos didáticos de Matemática
- T7: Tecnologias digitais no ensino de Matemática
- T8: Avaliação no ensino de Matemática
- T9: História da Matemática e prática docente
- T10: Educação Inclusiva e Matemática
- T11: Sessão especial: A transição do 5º para o 6º ano



## PROJETOS TEMÁTICOS: RELATO E REFLEXÃO DOCENTE

Gisele Pampanini Dias<sup>1</sup>  
Vivili Maria Silva Gomes<sup>2</sup>

**Resumo:** Este trabalho é parte dos estudos preliminares de uma pesquisa em nível de doutorado em andamento sobre o professor reflexivo que visa ampliar e aprofundar a reflexão docente sobre o desenvolvimento de projetos temáticos no ensino de matemática. Trata-se, portanto, de uma pesquisa na qual a pesquisadora-professora reflete sobre sua própria prática. Para isso, neste artigo, parte-se do relato de dois projetos temáticos desenvolvidos no 1º semestre de 2023 com três turmas de 9º ano do Ensino Fundamental (EF) de uma escola particular no Município de Campinas/SP. Pesquisas recentes pontuam o quanto o ensino por projetos temáticos auxilia no processo de aprendizagem dos alunos, tanto em habilidades técnicas quanto socioemocionais. Em contrapartida, descrevem dificuldades enfrentadas pelos professores como a insegurança em lidar com a incerteza e a dificuldade de relacionar os projetos temáticos com o currículo escolar. Para realização dos projetos discutidos neste artigo foi necessária uma reorganização do planejamento escolar do componente curricular matemática da escola, uma das dificuldades apontadas na literatura.

**Palavras-chave:** professor reflexivo, projetos temáticos, ensino fundamental, geometria.

### 1. INTRODUÇÃO

Com o objetivo de ampliar a reflexão docente e auxiliar na atual pesquisa de doutorado, este trabalho descreve projetos temáticos desenvolvidos com o 9º ano do EF, como complemento da pesquisa de especialização em docência na Educação Básica realizada (Pampanini, 2023a, 2023b, 2023d) e do projeto “Matemática fora dos livros” de Pampanini (2022a, 2022b), desenvolvidos com 1º e 2º ano do Ensino Médio (EM), respectivamente.

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (Brasil, 2017), tanto para o EF quanto para o EM, utiliza o termo “letramento matemático”, que corresponde a capacidade individual de raciocinar, representar, comunicar e argumentar matematicamente em contextos diversos. Também destaca a importância da interdisciplinaridade, do protagonismo do aluno e da contextualização com a realidade vivida pela comunidade escolar. Objetivando que os estudantes concluam a educação básica capazes de resolverem demandas complexas da vida cotidiana e de exercer o pleno exercício da cidadania e do mundo do trabalho, o documento está organizado em competências, as quais se definem como a mobilidade de conhecimentos (conceitos e procedimentos), habilidades (práticas, cognitivas e socioemocionais), atitudes e valores.

Dado que é necessário compreender que os professores, assim como os alunos, são diferentes e que encarar a educação como algo padronizado tira da profissão o prazer

<sup>1</sup> Doutoranda do Programa de Pós-graduação em Ensino e História das Ciências e da Matemática; UFABC, Valinhos, São Paulo, Brasil, [gisele.pampanini@ufabc.edu.br](mailto:gisele.pampanini@ufabc.edu.br).

<sup>2</sup> Doutora; UFABC, Santo André, São Paulo, Brasil, [vivili.gomes@ufabc.edu.br](mailto:vivili.gomes@ufabc.edu.br).

por aprender e a chance de aproximar os conteúdos programáticos à realidade da comunidade escolar, parte-se dos pressupostos de que a BNCC visa orientar o trabalho docente e não engessar e/ou limitar, que o planejamento escolar não é estático, ou seja, o professor pode reorganizá-lo para aprimorar o trabalho docente e que o livro didático deve atuar como um suporte e não como um manual. Segundo Contreras (2012, p. 131-132), “o currículo necessita ser sempre interpretado, adaptado e, inclusive, (re)criado por meio do ensino que o professor realiza”, pois atua como “mediador na relação entre ideias e ação nos processos de ensino”.

Acredita-se que essa visão sobre a docência proporciona a abertura para o novo e a experimentação, ou seja, atua como um caminho para lidar com as dificuldades enfrentadas pelos professores e pontuadas por Ceolim e Caldeira (2016), como a insegurança de lidar com a incerteza e a dificuldade de relacionar os projetos com o currículo escolar. Auxiliando, também, na aplicação da ideia de D'Ambrosio (2009) que propõe como um bom exercício para o professor “preparar uma justificativa para cada um dos tópicos do programa – mas não vale dar justificativas internalistas, isto é, do tipo “progressões são importantes para entender logaritmos”. Pede-se justificativas contextualizadas no mundo de hoje e do futuro.” (*ibid*, p. 32).

Desenvolver projetos temáticos nas aulas de matemática auxilia na contextualização dos conteúdos programáticos uma vez que a matemática é composta por procedimentos e registros e, desta forma, oferece “um enorme arsenal que pode ser relacionado com áreas diversas, para temas diferenciados, capazes de apoiar práticas e ações investigativas” e pelo interesse da educação matemática em ampliar a “a capacidade de pensar e analisar das crianças, jovens e adultos, especialmente no entendimento das questões que cercam a sociedade geral e local, desempenhando um papel de conhecimento engajado” (Zaidan, 2019, p. 516).

Para isso, a seguir apresenta-se a análise da proposta do currículo escolar do 9º ano do EF com a reorganização dos tópicos para propiciar o desenvolvimento de projetos temáticos. Depois, apresenta-se um breve relato dos projetos desenvolvidos no 1º semestre de 2023 e finaliza-se com a proposta da pesquisa de doutorado.

## **2. PROJETOS NO 9º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL**

Os projetos foram realizados com 96 alunos, distribuídos em três turmas de 9º ano do EF de uma escola particular de Campinas, interior de São Paulo. Para isso, primeiro analisou-se o planejamento escolar do 9º ano do EF da escola e observou-se que o conteúdo programático de geometria estava intercalado com álgebra e que a distribuição dos tópicos acompanhava a proposta do livro didático adotado. Como esse tipo de distribuição dificulta o desenvolvimento de projetos temáticos, após alinhamento com a coordenação de matemática, reorganizou-se o planejamento de forma a ser possível realizar dois projetos relacionados com os tópicos de geometria e trigonometria no triângulo retângulo durante o 1º semestre.

Inicialmente, a ordem dos conteúdos programáticos era: semelhança; 5ª e 6ª operações; equações e fatoração; medidas; proporcionalidade; juros simples; trigonometria; círculo e cilindro e; geometria dedutiva. Após a análise, a ordem ficou: semelhança e medidas; trigonometria; geometria dedutiva; círculo e cilindro; proporcionalidade; juro simples e; equações e fatoração. Também se desenvolveu a

escrita de relatórios com informações matemáticas e o planejamento de um projeto.

Na primeira aula do ano letivo, os alunos foram informados sobre os temas dos projetos e, também, que um deles seria realizado em conjunto com as aulas teóricas e, que o outro seria realizado no final do semestre, após finalização dos conteúdos.

### **2.1. Teodolito: construção, matemática e análise de normas**

O primeiro projeto (Pampanini, 2023f) iniciou-se após o período de revisão do 8º ano e permeou a teoria dos tópicos de geometria do 9º ano: semelhança de triângulos e trigonometria no triângulo. Pode-se dizer que o projeto aproximou a matemática do cotidiano, apresentando um novo olhar para as construções. Ademais, os alunos aperfeiçoaram as habilidades necessárias para trabalho em grupo como tolerância, diálogo e argumentação.

Durante o projeto, os alunos construíram o próprio teodolito, criaram estratégias para responder aos desafios propostos, analisaram a plausibilidade dos números obtidos e exploraram o documento NBR 9050/2020 que estabelece critérios e parâmetros técnicos para construções e instalações do meio urbano e rural, como: alcance visual, inclinação de rampas para acesso de veículos ou para garantir a acessibilidade, dentre outros. Para compreender o projeto, divide-se em cinco momentos: conceituação de semelhança de triângulos; construção do teodolito; aplicação dos conceitos de semelhança de triângulos; conceituação de trigonometria no triângulo retângulo e; verificação de espaços da escola a partir do documento NBR 9050.

### **2.2. Uma avaliação diferenciada**

Com o olhar atento às singularidades de cada aluno, durante o semestre, eles foram avaliados de diversas formas, sendo: participação nas aulas dialogadas, rubricas para avaliação do envolvimento e colocações matemáticas realizadas durante as atividades em grupo propostas pelo projeto, avaliação dissertativa, escrita do relatório, atividade com uma problemática envolvendo trigonometria e rubrica para autoavaliação.

Das avaliações, explica-se com mais detalhes a “atividade com uma problemática envolvendo trigonometria”. Para aplicá-la, elaborou-se quatro problemáticas, depois, cada aluno sorteou uma delas para que respondessem de forma coerente e buscando utilizar os conceitos aprendidos no semestre. São elas: decidir o tamanho dos degraus de uma escada sabendo a distância entre os pisos e o espaço disponível; analisar uma imagem replicada nas redes sociais com uma reta na Serra Ubatuba-Taubaté e o questionamento do porquê tantas curvas; escolha do ingresso para o show da cantora e compositora norte-americana Taylor Swift; análise do resultado do relatório de um grupo que identificou uma rampa da escola acima do limite estabelecido para acessibilidade e apresentação de uma proposta de correção.

### **2.3. Projeto planadores: da teoria à prática**

A proposta do projeto foi divulgada para os alunos na primeira aula do ano letivo, o que fez com que os alunos perguntassem com frequência quando construiriam um planador. De certa forma, pode-se dizer que essa ação fez com que os alunos se mantivessem



atentos às aulas por saberem que usariam o que estavam aprendendo. Iniciado após o projeto “Teodolito: construção, matemática e análise de normas”, o projeto foi realizado em 2 aulas por semana durante 7 semanas. Nas outras 3 aulas de cada semana, os alunos aprenderam projeção ortogonal, círculo e circunferência. O objetivo do projeto foi integrar os tópicos de geometria e, também, auxiliar os alunos na compreensão e identificação dos conceitos no cotidiano. Pontua-se que detalhes do projeto podem ser vistos em Pampanini (2023c, 2023e).

A escolha do modelo e dos materiais para a confecção dos planadores foi livre, mas, no geral, os alunos utilizaram o modelo de planador com pasta de escritório do canal do Youtube “Manual do Mundo” (2021). Esse modelo foi escolhido por possibilitar ajustes, pela facilidade de encontrar os materiais necessários e pelo vídeo passo a passo. Para desenhar a planta do planador, os alunos utilizaram conceitos de escala. Cada equipe utilizou uma escala, sendo recorrente as: 1 : 1; 1 : 2 e; 1: 2,5. Das vistas solicitadas (frontal, lateral e superior), os alunos encontraram dificuldades na vista frontal. Então, optou-se por orientar esses grupos a esperarem a construção do planador para que pudessem visualizar o objeto antes de desenhar. Percebeu-se que, no geral, alunos que tem facilidade em realizar exercícios de fixação propostos em aula, encontraram dificuldades em aplicar o conhecimento em algo prático. Como compreender qual valor deveriam utilizar nos cálculos e como construir um planador a partir do projeto desenhado. Um grupo destacou essa dificuldade na parte de conclusão do relatório: “Acreditamos que com o projeto, pudemos compreender melhor sobre essas diferenças entre teoria e prática, de forma que na prática precisamos utilizar ferramentas de improviso e adaptação, as quais sabemos serem muito importantes para nosso futuro”.

O projeto possibilitou que os alunos se desenvolvessem no próprio ritmo e estabeleceu um rico diálogo entre eles e com o professor. Acredita-se que o fato de espaçar as 14 aulas em 7 semanas intensificaram o diálogo e respeitou o tempo de cada aluno para compreensão da proposta.

### 3. À GUIA DE CONCLUSÃO

Nos projetos temáticos relatados, os alunos puderam verificar a presença dos conteúdos programáticos de matemática em situações reais e na norma NBR 9050 que orienta a construção de espaços públicos. Agora, ao subirem uma escada ou escolherem um local para se sentar, se lembrarão dos conceitos aprendidos e, de certa forma, poderão utilizar, de forma consciente, a matemática para tomada de decisões.

Com base nos estudos realizados em Pampanini (2021, 2022, 2023), pode-se dizer que esse tipo de abordagem se mostra satisfatória, pois aproxima a matemática de outros saberes além de desenvolver habilidades tanto matemáticas quanto socioemocionais. Para mais, por serem realizadas durante o desenvolvimento do conteúdo programático, possibilita maior envolvimento dos alunos nas aulas expositivas e o professor não necessita pausar o planejamento de aulas teóricas. Desse modo, avalia-se que projetos temáticos são um caminho para a aprendizagem dos alunos, mas que, para isso, antes é necessário desenvolver o mínimo do protagonismo do aluno, a autonomia dos alunos com a matemática e assegurar que a relação do professor com os alunos seja de posição crítica quanto à matemática e aos assuntos cotidianos.

Analisando a trajetória das pesquisas realizadas, observa-se a ação de um professor

que reflete sua prática e que, a cada projeto, passa a refletir durante a própria prática. Essas ações são, segundo Schön apud Contreras (2012), conhecimento na ação e reflexão-na-ação. E, o processo de reflexão na ação transforma o profissional em um “pesquisador no contexto da prática”. Dado o exposto, pretende-se, com base em novos projetos temáticos, analisar, com maior atenção e rigor científico, as ações de um professor para identificar as características de um professor-reflexivo de matemática que trabalha com projetos temáticos.

## AGRADECIMENTOS

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES – Código de financiamento 001).

## REFERÊNCIAS

- ABNT. ABNT NBR 10719:2015. Disponível em: <https://projetoacademico.com.br/wp-content/uploads/2019/11/nbr-10719-atualizada.pdf>. Acesso em: 12 jun. 2024.
- BRASIL, MEC. **Base Nacional Comum Curricular** – BNCC, versão aprovada pelo CNE, novembro de 2017.
- CEOLIM, A.; CALDEIRA, A. **Modelagem matemática na educação matemática**: obstáculos segundo professores da educação básica. Educação Matemática, 2016, pp. 25-34.
- CONTRERAS, J. **Autonomia de professores**. 2ª ed. Tradução de Sandra Trabucco Valenzuela. SP: Cortez, 2012.
- D'AMBROSIO, U. **Educação matemática: da teoria à prática**. 17ª ed. Campinas/SP: Papirus, 2009.
- MANUAL DO MUNDO. AVIÃO de PASTA de escritório: VOA MUITO!. Youtube, 25 mar. de 2021. Disponível em: [https://www.youtube.com/watch?v=j-2a1nFZ\\_A](https://www.youtube.com/watch?v=j-2a1nFZ_A). Acesso em 12 jun. 2024.
- PAMPANINI, G. **O uso de noticiários para trabalhar conceitos de Estatística na Educação Básica**. Unifesp - SJC, 2021. Disponível em: [repositorio.unifesp.br/xmlui/handle/11600/62379](https://repositorio.unifesp.br/xmlui/handle/11600/62379). Acesso em: 12 jun. 2024.
- PAMPANINI, G. BNCC, Docência e a Modelagem Matemática. In: **Simpósio Nacional da Formação do Professor de matemática**, 6º, 2023, Rio de Janeiro/RJ. 1. ed. 2023. p. 40-47. (a)
- PAMPANINI, G. ENSINO DE FUNÇÕES POR MEIO DE PROJETOS. In: **Simpósio Nacional da Formação do Professor de matemática**, 6º, 2023, Rio de Janeiro/RJ. 1. ed. Ed. dos Autores, 2023. p. 376-377. (b)
- PAMPANINI, G. Matemática fora dos livros. In: **Revista VPEM**. 2º Festival de vídeos de práticas de Ensino de matemática do CAEM. Volume 2. 2022. (a)
- PAMPANINI, G. **Matemática fora dos livros**. Youtube, canal CAEM-IME-USP, 18 mai. 2022. Disponível em: [www.youtube.com/watch?v=hhDWrK2F7mw&t=5s](https://www.youtube.com/watch?v=hhDWrK2F7mw&t=5s). Acesso: 12 jun. 2024. (b)
- PAMPANINI, G. Matemática fora dos livros: ensino por meio de projetos. In: **Anais do 5º Simpósio Nacional do Professor de matemática da Região Sul**. 1. ed. Ed. dos Autores, 2023. p. 350-351. (c)
- PAMPANINI, G. **Modelagem matemática na educação básica**: relatos sob o olhar de uma professora reflexiva. IFSP- SJC, 2023. Disponível em: <https://pergamum.biblioteca.ifsp.edu.br/acervo/92110>. Acesso em: 12 jun. 2024. (d)
- PAMPANINI, G. **Projeto planadores**: da teoria à prática. Youtube, canal CAEM-IME-USP, 9 nov. de 2023. Disponível em: <https://www.youtube.com/live/zzkbe38mgY0?si=bVn2u0u1sB4T0wEZ>. Acesso em: 12 jun. 2024. (c)
- PAMPANINI, G. **Projeto Planadores**: Matemática, física e diversão. Youtube, 2 set. 2023e. Disponível em: <https://youtu.be/CS6cXrKxpMM>. Acesso em 12 jun. 2024. (e)
- PAMPANINI, G. **Projeto Teodolito**: construção, matemática e análise de normas. Youtube, 13 set. 2023f. Disponível em: [https://www.youtube.com/watch?v=e7bi2\\_4\\_HL8](https://www.youtube.com/watch?v=e7bi2_4_HL8). Acesso em 12 jun. 2024. (f)
- ZAIDAN, S. **Transdisciplinaridade, ensino e formação de professores de Matemática. Perspectivas da Educação Matemática**, p. 502-518, 17 jan. 2020.



## CONTRIBUIÇÕES DA GAMIFICAÇÃO NO ENSINO DE MATEMÁTICA

Higor Eduardo Soares da Silva<sup>1</sup>  
Emily de Vasconcelos Santos<sup>2</sup>  
Fabiana Fiorezi de Marco Matos<sup>3</sup>

**Resumo:** Este estudo explora a gamificação como uma abordagem para o ensino de Matemática, destacando algumas de suas potencialidades. Neste viés, o presente trabalho tem como objetivo discutir como a gamificação pode ser utilizada como uma ferramenta pedagógica inovadora para aprimorar o ensino de Matemática. A metodologia utilizada inclui uma revisão bibliográfica de estudos sobre gamificação e sua utilização na educação matemática, além de uma análise de casos práticos em que a gamificação foi implementada em salas de aula. Foram observados os efeitos sobre o engajamento dos alunos, o interesse e o desenvolvimento de habilidades cognitivas. Os resultados indicam que a gamificação, quando utilizada de forma intencional e bem planejada pelo professor, pode criar um ambiente de aprendizagem dinâmico e envolvente. Conclui-se que a gamificação tem um potencial significativo para as aulas de matemática, sugerindo sua integração como uma prática complementar às outras metodologias. Este estudo evidencia que a gamificação não só promove a participação ativa dos alunos, melhorando a habilidade dos alunos em resolver problemas e fortalecer diversas outras.

**Palavras-chave:** gamificação, jogos, ensino, matemática.

### 1. INTRODUÇÃO

A disciplina de Matemática, geralmente, é percebida pelos estudantes como uma disciplina complexa e de difícil compreensão, o que leva ao desinteresse e à falta de comunicação entre professor e aluno (Carneiro, 2018). Além disso, o autor destaca que muitos alunos percebem a Matemática como abstrata e sem relação com a realidade, o que dificulta o trabalho do professor. Alguns professores ainda utilizam métodos tradicionais, como exercícios repetitivos e fórmulas, levando os alunos a memorizar os conteúdos sem compreendê-los, fazendo com que os alunos percam o interesse pelas aulas de matemática.

Essa problemática é muito discutida e não é exclusiva do Brasil. Sadovsky (2007) destaca que o baixo desempenho dos alunos em Matemática é uma realidade em muitos países. Muitos alunos enfrentam dificuldades em se engajar e manter a motivação ao aprender conceitos matemáticos. No entanto, segundo Prazeres (2019) por meio da

<sup>1</sup> Licenciando; Universidade Federal de Uberlândia/UFU, Uberlândia, Minas Gerais, Brasil, [higor.soares@ufu.br](mailto:higor.soares@ufu.br).

<sup>2</sup> Doutoranda; Secretária Municipal de Educação/SME, Uberlândia, Minas Gerais, Brasil, [emily.vasconcelos@gmail.com](mailto:emily.vasconcelos@gmail.com).

<sup>3</sup> Pós-Doutora; Universidade Federal de Uberlândia/UFU, Uberlândia, Minas Gerais, Brasil, [fabiana.marco@ufu.br](mailto:fabiana.marco@ufu.br).

gamificação, é possível transformar essa percepção negativa, proporcionando um ambiente de aprendizagem envolvente e estimulante.

A gamificação é uma técnica utilizada para trabalhar com dinâmicas de jogos em contextos nos quais o ensino seja desenvolvido de maneira lúdica. O termo foi popularizado em 2002 por autores e é visto como técnica eficaz para engajar estudantes no aprendizado. Karl Kapp (2012) define gamificação como o uso de mecânica, estética e pensamento de jogo para motivar, ensinar e resolver problemas.

Vários autores citam o programador britânico Nick Pelling como um dos criadores do termo que, essencialmente, consiste na utilização de mecanismos e dinâmicas dos jogos em outros contextos (Alves; Minho; Diniz, 2014). A gamificação, no ensino de Matemática, combina elementos de jogos, como desafios, recompensas, rankings e narrativas, com o objetivo de promover a participação ativa dos alunos e aprofundar seu aprendizado matemático (Alves; Carneiro; Carneiro, 2022).

Diante tais contribuições apontadas, o presente trabalho tem como objetivo discutir como a gamificação pode ser utilizada como uma ferramenta pedagógica inovadora para aprimorar o ensino de Matemática. Este estudo apresenta possíveis para a implementação da gamificação nas aulas de Matemática. A estrutura do trabalho está organizada em quatro partes principais, sendo elas: introdução, que apresenta a importância e os objetivos do estudo; análise teóricas relevantes sobre gamificação, proposta da gamificação para o ensino da Matemática; e a conclusão, que sintetiza os achados do estudo e discute as implicações das práticas desenvolvidas.

## **2. JOGO E GAMIFICAÇÃO NA PRÁTICA EDUCACIONAL**

No contexto da Educação Matemática, o conceito de jogo pode ser entendido de várias formas, cada uma destacando aspectos diferentes da aprendizagem. Grando (2000) define o jogo como uma ferramenta que cria uma situação-problema, desencadeando a aprendizagem ao envolver os alunos em desafios que estimulam a busca por soluções. Moura (1992) descreve o jogo como um problema dinâmico, exigindo que os jogadores desenvolvam métodos para a resolução, o que promove habilidades de raciocínio lógico. Além disso, Marco (2004) observa que o jogo proporciona uma situação lúdica, permitindo ao professor acompanhar o pensamento do aluno durante a resolução de problemas, oferecendo insights valiosos sobre seu processo cognitivo. Contudo, é fundamental ressaltar que, embora o jogo seja uma ferramenta interessante no ensino-aprendizagem, ele não garante por si só a apropriação de conceitos matemáticos. Seu verdadeiro potencial é alcançado quando utilizado com objetivos pedagógicos claros, capazes de estimular o pensamento crítico e a criação de estratégias pelos alunos.

De maneira semelhante, mas não idêntica, a gamificação é uma abordagem que auxilia a aprendizagem e pode estimular os alunos utilizando elementos e mecânicas de jogo. Karl Kapp (2012), ressalta que a simples adição de mecânicas de jogo ao currículo não garante automaticamente o engajamento dos alunos. Portanto, a gamificação deve ser vista como uma ferramenta que oferece tanto vantagens quanto desvantagens, dependendo do contexto e do ambiente em que é implementada.

Enquanto os jogos são situações estruturadas com regras específicas para resolver problemas, a gamificação incorpora elementos de jogo em propostas educativas para aumentar o engajamento dos alunos, sem necessariamente seguir uma estrutura de jogo

completa.

### 3. VANTAGENS DA GAMIFICAÇÃO NO ENSINO DE MATEMÁTICA

A gamificação se destaca como uma ferramenta interessante na educação, transformando o aprendizado em uma experiência divertida e interativa. Essa abordagem é caracterizada por sua natureza voluntária e temporária, criando um ambiente com regras e objetivos específicos.

Segundo Huizinga (2000), isso reforça a compreensão das consequências e disciplina entre os alunos. A gamificação tem o poder de transformar o aprendizado em uma experiência enriquecedora, promovendo um maior envolvimento dos estudantes em comparação com as metodologias tradicionais. Ela permite que os alunos se tornem protagonistas do seu próprio processo de aprendizagem, desenvolvendo mais autonomia na busca por novos conhecimentos. Segundo estudos de Figas, Hagel e Bartel (2013), a gamificação também pode melhorar a motivação dos estudantes ao despertar curiosidade e oferecer incentivos ao aprendizado. Além disso, ela incentiva a independência e ajusta o nível de dificuldade conforme o conhecimento prévio dos alunos.

Em resumo, a gamificação no ensino de Matemática pode trazer resultados positivos, desde que utilizada com intencionalidade e preparação adequadas, promovendo um ambiente educativo mais engajador e eficaz.

### 4. RESULTADOS E REFLEXÕES SOBRE A PRÁTICA

Nos dois últimos anos, o primeiro autor deste estudo teve a oportunidade de explorar e implementar a gamificação nas aulas de Matemática durante a participação no Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID). Ao fazê-lo, o principal objetivo foi criar um ambiente de aprendizagem estimulante que incentivasse a participação ativa dos alunos e promovesse o desenvolvimento de habilidades matemáticas.

Neste tópico, de maneira breve, compartilhamos experiências práticas com a gamificação no ensino de Matemática, destacando os desafios encontrados, as estratégias adotadas e os resultados alcançados. Realizamos diversas propostas, onde trabalhamos e reforçamos diversos conceitos matemáticos utilizando tablets e outros recursos disponíveis na escola.

**Figura 1- Proposta elaborada para turma do 6º ano**



Fonte: Arquivo dos autores

Uma das primeiras propostas que realizamos dentro do contexto da Gamificação, foi realizada em uma turma de 7º ano utilizando tablets para trabalhar conceitos geométricos

presentes em uma circunferência por meio de um jogo digital<sup>4</sup> desenvolvido pelo autor principal na plataforma “Wordwall”. Em seguida, explicamos as regras do jogo (Quadro 1).

#### Quadro 1 - Regras do jogo

- |      |                                                                                                                                                                          |
|------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| i.   | O jogo apresenta diversas imagens de circunferência com os seus elementos (raio, corda e diâmetro) e dispõe de várias alternativas de respostas para o jogador escolher. |
| ii.  | O jogador terá que selecionar a alternativa correta. A cada acerto que o jogador fizer, a alternativa é eliminada do painel de respostas.                                |
| iii. | O jogador só pode errar até no máximo 5 alternativas e, caso o jogador perca essas 5 chances, o jogo será encerrado.                                                     |

Fonte: Autoria própria

Inicialmente os alunos receberam orientações com relação à proposta e foram organizados em duplas para seu desenvolvimento. A intervenção foi realizada em uma aula de 50 minutos.

Percebemos que, antes da realização da proposta os alunos apresentavam certa dificuldade em diferenciar cada elemento geométrico (raio, corda e diâmetro) presente em uma circunferência. Após a execução da proposta, percebemos que houve melhor compreensão e entendimento dos conceitos e das representações geométricas dos elementos estudados, apresentadas nas imagens contidas no jogo.

## 5. CONCLUSÕES OU CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ao refletir sobre tudo que foi desenvolvido, consideramos que uma das principais vantagens da gamificação é a capacidade de tornar o processo de aprendizagem mais divertido e atraente. Os elementos lúdicos dos jogos despertam o interesse dos alunos e diminuem a sensação de monotonia que pode estar associada às aulas tradicionais. Isso resulta em maior engajamento e disposição para aprender, o que pode levar a um melhor desempenho.

Concluimos que a gamificação no ensino tem o potencial de modificar a forma como os alunos aprendem, tornando o processo mais envolvente. Ao combinar diversão e aprendizado, a gamificação cria um ambiente propício para o desenvolvimento de habilidades cognitivas, sociais e emocionais. Desde que seja implementada de maneira intencionalmente planejada pelo professor, a gamificação pode contribuir significativamente para o sucesso educacional e preparar os alunos para os desafios do mundo contemporâneo.

## REFERÊNCIAS

- ALVES, D. M.; CARNEIRO, R. S.; CARNEIRO, R. S. Gamificação no ensino de matemática: uma proposta para o uso de jogos digitais nas aulas como motivadores da aprendizagem. **Revista Docência e Cibercultura**. Rio de Janeiro. v. 6, n. 3, p. 143-164. Maio/Ago. 2022.
- ALVES, L. R. G.; MINHO, M. R. S.; DINIZ, M. V. C. Gamificação: diálogos com a educação. In: FADEL, L. M.; ULBRICHT, V. R.; BATISTA, C. R.; VANZIN, T. (orgs.). **Gamificação na educação**. São Paulo: Pimenta Cultural, 2014. p. 74-97.
- CARNEIRO, L. N. S. **Aprendizagem da matemática**: Dificuldades para aprender conteúdos matemáticos

<sup>4</sup> Disponível: <https://wordwall.net/pt/resource/53998316>

- por estudantes do Ensino Médio. TCC, Universidade Federal do Pará. Campus Universitário de Castanhal, Faculdade de Matemática. Maio/2018.
- FIGAS, P.; HAGEL, G.; BARTEL, A. The furtherance of motivation in the context of teaching software engineering. In: **Global Engineering Education Conference (EDUCON)**, 2013 IEEE. IEEE, 1299– 1304.
- GRANDO, R. C. **O Conhecimento Matemático e o Uso de Jogos na Sala de Aula**. 2000. 239f. Tese (Doutorado), Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2000.
- HUIZINGA, J. **Homo Ludens**: o jogo como elemento da cultura. 4. ed. Tradução: João Paulo Monteiro. São Paulo: Perspectiva, 2000.
- KAPP, K. M. **“The gamification of learning and instruction: game-based methods and strategies for training and education”**. John Wiley & Sons. 2012.
- MARCO, F. F. **Estudo dos processos de resolução de problema mediante a construção de jogos computacionais de matemática no ensino fundamental**. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Estadual de Campinas. Campinas, SP. 2004.
- MOURA, M. O. **A construção do signo numérico em situação de ensino**. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade de São Paulo. São Paulo, SP. 1992.
- PRAZERES, I. M. S. **Gamificação do ensino de matemática**: aprendizagem do campo multiplicativo. Dissertação de Mestrado – Universidade Federal de Alagoas. Centro de Educação. Programa de Pós-Graduação em Educação. Maceió, 2019.
- SADOVSKY, P. **Falta Fundamentação Didática no Ensino da Matemática**. Nova Escola. São Paulo, Ed. Abril, Jan./Fev. 2007.





## MATEMÁTICA E MÚSICA: INVESTIGAÇÕES EM SALA DE AULA A PARTIR DA EXPERIÊNCIA PITAGÓRICA DA CRIAÇÃO DAS ESCALAS MUSICAIS

Irla Leite de Souza<sup>1</sup>

Augusto Cesar de Castro Barbosa<sup>2</sup>

**Resumo:** As relações entre a Música e os números podem ser grandes motivadores para os estudantes de Matemática, despertando curiosidade devido à conexão entre o lógico e exato com o emocional e o subjetivo. Este trabalho objetiva trazer ao ensino da Matemática mais uma peça para a percepção de que essa disciplina está intimamente ligada à nossa própria natureza através dos teóricos construtivistas. Introduzindo os primeiros elementos dessas relações com investigações sobre os métodos e as fundamentais descobertas de Pitágoras com seu monocórdio, serão demonstradas as razões Matemáticas simples na formação das escalas musicais, das interações harmônicas e da percepção de ritmos. Considerou-se também a relevância das investigações em sala de aula no sentido do desenvolvimento do senso crítico e de relações interpessoais motivacionais e igualitárias. A ideia de proporcionar aos estudantes o debate acerca da trigonometria, a partir da experimentação concreta do monocórdio, é um fator determinante para o desenvolvimento da curiosidade e do pensamento matemático.

**Palavras-chave:** construtivismo, matemática, música, Pitágoras, monocórdio.

### 1. INTRODUÇÃO

A origem do pensamento matemático nos remete aos processos investigativos, processos estes que, ao longo do tempo, foram sendo abandonados e substituídos pela formalização dos conceitos matemáticos, provocando, dessa forma, um distanciamento das ideias originais e uma falsa percepção da simples “criação” dos conceitos apresentados. De acordo com Ponte, Brocardo e Oliveira (2003, p.19), “Aprender Matemática sem forte intervenção da sua faceta investigativa é como tentar aprender a andar de bicicleta vendo os outros andarem e recebendo informação sobre como o conseguem.”

A investigação Matemática pressupõe a procura da informação a partir das questões formuladas pelo próprio indivíduo, é procurar saber o que não se sabe. Investigamos em nossa vida cotidiana – esta é uma necessidade intrínseca do ser humano. A percepção da realidade através de processos investigativos é o modo mais natural através do qual adquirem-se novos conceitos. É a partir deste pressuposto que a educação através de modelos investigativos se faz necessária.

Como indicam Ponte, Brocardo e Oliveira (2003), a realização de uma investigação

<sup>1</sup> Licenciada em Matemática; Universidade do Estado do Rio de Janeiro/UERJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil, irla.ilsouza@gmail.com.

<sup>2</sup> Doutor em Física; Universidade do Estado do Rio de Janeiro/UERJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil, accb@ime.uerj.br.

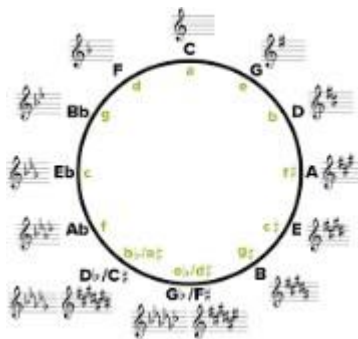


matemática envolve quatro momentos principais. O primeiro momento envolve o reconhecimento da situação, a sua exploração preliminar e a formulação de questões. O segundo refere-se ao processo de formulação de conjecturas. O terceiro inclui a realização de testes e o eventual refinamento das conjecturas. E, finalmente, o último, diz respeito à argumentação, demonstração e avaliação do trabalho realizado.

A construção do conhecimento humano pelo uso da razão tem o objetivo de alcançar os patamares mais elevados do pensamento lógico, do julgamento e da argumentação, sempre no sentido de haver reciprocidade na transmissão e na compreensão das ideias ditas pelo outro (Leão, 1999, p. 9).

Este trabalho trata da relação entre Matemática e música e implica a reprodução do experimento Pitagórico em sala de aula. A proposta de uma sequência didática oferecerá uma abordagem para que o professor crie uma aula interativa, na qual o aluno possa, através de uma experiência investigativa, construir o Círculo das Quintas, conforme representado na Figura 1.

Figura 1 - Círculo das Quintas



Fonte: [www.blogs.unicamp.br/musicologia/tag/o-eterno-ciclo-das-quintas](http://www.blogs.unicamp.br/musicologia/tag/o-eterno-ciclo-das-quintas)

## 2. Os Pitagóricos e o experimento do Monocórdio

É atribuído aos pitagóricos o experimento do monocórdio, que “(...) não somente estabeleceu a relação inversamente proporcional entre o que hoje se denomina **altura musical** e comprimento de corda e a correspondência entre **intervalos musicais** e razões matemáticas verificadas em uma corda – **oitava** 1:2, **quinta** 2:3, **quarta** 3:4, mas ainda a consequência natural de que à composição de intervalos musicais contígua subjaz a composição de razões matemáticas” (Abdounur, 2012, p. 03).

Assim, a relação entre música e Matemática é muito mais profunda do que se pode imaginar. Pitágoras, com suas observações e estudos, foi o pioneiro em estabelecer essa relação de forma científica. Desde então, a música tem sido utilizada como uma ferramenta pedagógica e terapêutica, proporcionando benefícios emocionais e cognitivos aos seus ouvintes.

De acordo com Abdounur (2012), no século VI a.C., Pitágoras começou a explorar a relação entre a Matemática e a Música por meio de experimentos com um monocórdio.

O monocórdio (Figura 2) é um instrumento composto por uma única corda estendida entre dois cavaletes fixos sobre uma prancha ou mesa, possuindo ainda um cavalete

móvel colocado sob a corda para dividi-la em duas seções (Abdounur, 2002, p. 4).

**Figura 2 - Monocórdio**



Fonte: <http://gesiel-blogdogesiel.blogspot.com/2021/02/temperamento-justo-e-matematica.html>.

A sequência didática a seguir trata da aplicação em sala de aula de um estudo de Matemática aplicada à Música fazendo uso de um monocórdio. A ideia é contextualizar a Matemática para um melhor aprendizado e elaborar a atividade partindo da exploração de um instrumento musical pouco conhecido da maioria dos alunos, o Monocórdio, mostrado na Figura 2.

Os contextos vivenciados no desenrolar da atividade serão relacionados ao conhecimento de frações, sucessão e sequência, relação funcional, medidas, frequências e movimento ondulatório.

A atividade se resumirá a criar um modelo da **escala cromática**, destacando os saberes matemáticos necessários para a construção dessa escala percebendo a necessidade do saber e do esquema matemático a empregar, ou seja, realizar de forma correta as divisões fracionárias do comprimento de uma corda sonora, no sentido de escalonar em ordem sequencial de som (agudo crescente), como processo de contextualização da Matemática que é requisitada.

A experiência em sala de aula terá como objetivo reproduzir o experimento de Pitágoras, que realizou a compreensão da relação entre o comprimento de uma corda vibrante e o tom musical produzido por ela, construindo todo um formato de conexões entre conhecimento matemático e música, ou seja, um modelo que representa essa relação.

### **3. Sequência Didática**

A proposta de sequência didática envolve o experimento de Pitágoras do monocórdio para o estudo de frações, a ser aplicada nos anos finais do ensino fundamental, bem como no ensino médio e se baseia nas obras de Abdounur (2008) e Fonseca (2013).

O desenvolvimento desta aplicação em sala de aula considera uma sequência de aulas com a duração de 6 tempos de 50 minutos.

Apresentação e Objetivo Geral:

Compreender a relação entre frequências sonoras e Matemática através do experimento de Pitágoras do monocórdio.

Público-alvo: Alunos dos anos finais do ensino Fundamental ou do Ensino Médio.  
Objetivos Específicos e conteúdo científico abordado

- Observar e analisar as diferentes frequências sonoras produzidas pelo monocórdio quando a corda é dividida em partes iguais.
- Identificar a relação entre a divisão da corda e as notas musicais produzidas.
- Utilizar a Matemática para calcular as frequências sonoras produzidas pelo monocórdio.
- Relacionar as frequências sonoras produzidas pelo monocórdio com a escala musical.

#### Atividades e Número de Aulas:

##### 1ª Atividade: Introdução do Experimento

- Apresentação do experimento de Pitágoras do monocórdio.
- Discussão sobre a relação entre frequências sonoras e Matemática.

##### 2ª Atividade: Observação das Frequências Sonoras

- Demonstrar o experimento com o monocórdio em sala de aula.
- Dividir a corda em partes iguais e observar as diferentes frequências sonoras produzidas.
- Registrar as frequências sonoras produzidas em uma tabela.

##### 3ª Atividade: Identificação das Notas Musicais

- Identificar as notas musicais produzidas a partir das frequências sonoras observadas.
- Relacionar as notas musicais com a escala musical.

##### 4ª Atividade: Cálculo das Frequências Sonoras

- Utilizar a Matemática para calcular as frequências sonoras produzidas pelo monocórdio.
- Comparar os resultados obtidos com as frequências sonoras observadas.

##### 5ª Atividade: Relação das Frequências Sonoras com a Escala Musical

- Relacionar as frequências sonoras produzidas pelo monocórdio com a escala musical.
- Identificar a relação entre as frequências sonoras e as notas musicais na escala musical.

##### 6ª Atividade: Conclusão

- Realizar uma discussão em sala de aula sobre as relações entre frequências sonoras e Matemática.
- Refletir sobre a importância do experimento de Pitágoras do monocórdio para a compreensão da música e da Matemática.

#### Recursos Didáticos:

- Monocórdio.
- Tabela para registro das frequências sonoras.
- Calculadora.

#### Estratégia de desenvolvimento e avaliação

- Observação da participação dos alunos nas atividades propostas.
- Avaliação da compreensão dos alunos sobre a relação entre frequências sonoras e Matemática mediante a correção dos registros feitos durante o experimento.
- O Professor solicitará a que os alunos indiquem as suas descobertas e construam relatórios a partir de suas observações.

- Avaliação da relação dos alunos com a Matemática e a música após a realização da sequência didática através da análise dos relatórios produzidos.

#### 4. CONSIDERAÇÕES FINAIS

É possível pensar em educar para a Matemática e não pela Matemática, o formalismo exacerbado distancia o aluno dos métodos de investigação que deram origem aos conceitos matemáticos. O uso de processos investigativos desperta o interesse e a curiosidade do indivíduo.

A reprodução do experimento de Pitágoras em sala de aula habitua os alunos à atividade científica e promove a aquisição de métodos. O lugar de descobertas, de exploração de situações, de reflexão e de debate sobre as estratégias seguidas e os resultados obtidos proporcionam ideias e métodos essenciais à formação da identidade do indivíduo.

A educação extremamente conteudista e voltada para avaliações externas tornou o ensino de Matemática um processo meramente metodológico, distanciando o aluno dos princípios que nortearam as descobertas Matemáticas ao longo do tempo.

O processo de construção do conhecimento através do envolvimento do aluno na realização de investigações possibilita a percepção da Matemática e a disseminação do trabalho criativo e independente, através de desafios e provocações que convidam o aluno à especulação e ao trabalho árduo.

Por termos consciência de que a escola deva ser um espaço de socialização e sociabilidade, este trabalho tem como objetivo apresentar e oferecer uma proposta, que possibilite pensar em uma educação emancipadora, na qual seus sujeitos têm autonomia e são capazes de aprender de forma a se tornarem elementos ativos, e consequentemente atores históricos em seus processos educativos.

#### REFERÊNCIAS

- ABDOUNUR, O. J. S. A Música e a Matemática: o que há de comum? **Revista Scientia Plena**, v. 4, n. 4, 2008.
- ABDOUNUR, O. J. S. Uma abordagem histórico/didática de analogias envolvendo razões e proporções em contexto musical: um ensaio preliminar. **Educação Matemática e Pesquisa**, v. 14 n. 3, SP, 2012.
- FONSECA, M. C. F. A Música e a Matemática: a importância do ensino da música para o desenvolvimento da Matemática. **Revista Educação e Cultura Contemporânea**, v. 10, n. 21, 2013.
- LEÃO, Denise Maria Maciel. Paradigmas Contemporâneos de Educação: Escola Tradicional e Escola Construtivista. **Cad. Pesq**, São Paulo, n. 107, p. 187-206, July 1999.
- PONTE, J. P.; BROCARD, J.; OLIVEIRA, H. **Investigações matemáticas na sala de aula**. Belo Horizonte: Autêntica, 2003.



## CALEIDOSCÓPIO NO ENSINO DA GEOMETRIA PLANA

Claudio Iavorski<sup>1</sup>  
Mayara Lopes de Oliveira<sup>2</sup>  
Mylene Cristine Sabim<sup>3</sup>

**Resumo:** Este texto apresenta uma abordagem discutida pelos estudantes do 4º semestre do curso de Licenciatura em Matemática, do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Paraná, *Campus* Campo Largo (IFPR) que discorre no uso de Caleidoscópios para um ensino da Geometria, em que tópicos como ângulos, polígonos e segmentos de reta podem ser abordados. A combinação de espelhos do Caleidoscópio produz a multiplicação de imagens, gerando um efeito de ligação entre o ângulo do espelho e o número de imagens formadas. O Caleidoscópio proporciona uma aprendizagem significativa, apresentando a matemática de uma maneira lúdica e visual.

**Palavras-chave:** caleidoscópio, ensino, geometria, visualização.

### 1. INTRODUÇÃO

O presente trabalho apresenta os estudos de Geometria, a partir de uma ferramenta lúdica que é o Caleidoscópio. O material pode ser utilizado para explicar conceitos de simetria, resultando em benefícios para o aprendizado dos estudantes. A utilização de materiais manipuláveis e lúdicos tende a desenvolver nos alunos a capacidade de observar e buscar a matemática no dia a dia. Nesse viés, entre as habilidades previstas na BNCC, encontra-se a EF07MA21 que visa:

Reconhecer e construir figuras obtidas por simetrias de translação, rotação e reflexão, usando instrumentos de desenho ou softwares de geometria dinâmica e vincular esse estudo a representações planas de obras de arte, elementos arquitetônicos, entre outros. (Brasil, 2018, p. 309)

É necessário desenvolver nos licenciandos em matemática o interesse em abordar a disciplina de maneira dinâmica. Por meio dessa prática, a aprendizagem do aluno será efetiva. Os educadores são responsáveis por procurar alternativas para aumentar a motivação na aprendizagem. Assim, as atividades lúdicas e interativas são de grande importância para o bom andamento da aula.

<sup>1</sup> Mestre; IFPR, Telêmaco Borba, Paraná, Brasil, claudio.iavorski@ifpr.edu.br

<sup>2</sup> Licenciando; IFPR, Campo Largo, Paraná, Brasil, 20220000471@estudantes.ifpr.edu.br

<sup>3</sup> Licenciando; IFPR, Campo Largo, Paraná, Brasil, 20220001361@estudantes.ifpr.edu.br

## 2. O CALEIDOSCÓPIO

Em 1817, o físico escocês David Brewster patenteou um “brinquedo” chamado Caleidoscópio, cujo nome é derivado do grego: kalos (belo), eidos (aspecto) e skopein (ver). Essa ferramenta óptica foi criada para exibir imagens geométricas e é o resultado de seus estudos sobre a polarização dos raios de luz por múltiplas reflexões. A reflexão em um espelho plano simples produz imagens idênticas, enquanto o uso de vários espelhos gera padrões diferentes e mais complexos. A combinação desses espelhos cria o efeito de multiplicação, formando infinitas imagens.

Daffer e Clemens (1977) sugeriram o uso de espelhos para ensinar o conceito de linhas de simetria, observando-as em um espelho quando este é colocado sobre as linhas de simetria da figura. Assim como na física, o ensino usando espelhos pode ser aplicado à matemática, especialmente na Geometria Plana. Isso proporciona uma experiência lúdica enquanto desenvolve a identificação de formas, congruências, simetrias, rotação, reflexão, linhas de simetria, homotetia, entre outros. Muitos estudantes demonstram dificuldades em compreender significativamente a Geometria Plana. O uso do Caleidoscópio tem como objetivo auxiliar nessas dificuldades, oferecendo maior apoio visual e experimental para os padrões e conjecturas que os estudantes possam criar. O material manipulável torna a aprendizagem mais significativa.

## 3. METODOLOGIA

A partir de um seminário para a disciplina de metodologia do ensino da matemática, do curso de Licenciatura em Matemática, do Instituto Federal do Paraná, *Campus* Campo Largo, e com base no livro “Educação matemática: pesquisa em movimento”, surgiu a ideia de apresentar o Caleidoscópio e sua importância para o ensino da Geometria Plana. Por meio de aulas expositivas, foram apresentados os conceitos pertinentes. Em seguida, realizou-se uma atividade para mostrar exemplos de diferentes imagens formadas pelo Caleidoscópio, com formato de prisma, conforme ilustrado na **Figura 1**.

**Figura 1 - Disposição em forma de prisma de espelhos planos**



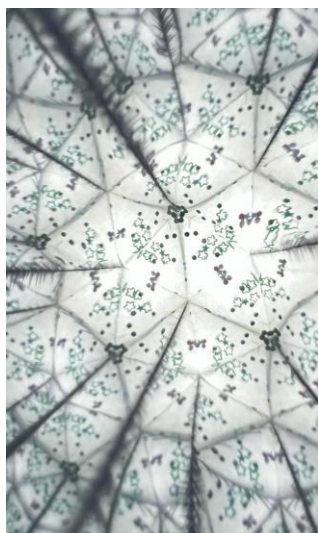
Fonte: Eco Timber (2024)

Uma das formas de construir um Caleidoscópio é a partir de três pedaços retangulares e iguais de espelhos planos dispostos na forma de um prisma triangular, com as faces refletoras voltadas para dentro. Para maior segurança durante o manuseio, é recomendado isolar os espelhos com fita crepe. Por fim, coloca-se outro espelho em uma das bases do prisma.

Outra forma testada é utilizando régua. Essa montagem é mais barata, segura e viável dentro da sala de aula. No entanto, a qualidade das imagens fica muito afetada, já que com espelhos, a reflexão é mais nítida, formando inclusive imagens “infinitas”, diferentemente da régua. Em ambas as possibilidades de construção, foram usadas miçangas e lantejoulas.

Como resultado das construções realizadas durante a aula, exemplifica-se a **Figura 2**, uma das projeções possíveis de um Caleidoscópio usando espelhos. Já na **Figura 3**, foram utilizadas régua para a sua construção e projeção. Nota-se a perda na qualidade da imagem.

**Figura 2 - Caleidoscópio com espelhos**



Fonte: Os autores (2024)

**Figura 3 - Caleidoscópio com régua**



Fonte: Os autores (2024)

Segundo Roger (1824), o Caleidoscópio é descrito como um instrumento óptico que, por meio de um arranjo específico de espelhos colocados em posições definidas, produz combinações simétricas de imagens. Conhecido por sua beleza e infinitas possibilidades, o Caleidoscópio é famoso por sua ampla variação de imagens. O objetivo deste trabalho foi construir materiais didáticos com espelhos para o ensino de Geometria Plana. Com isso, pretende-se que o material construído possa ser usado como uma possibilidade concreta dentro da sala de aula, complementando os demais materiais didáticos utilizados nas escolas.

Na prática profissional, muitos educadores enfrentam dificuldades em promover momentos interdisciplinares, especialmente na disciplina de matemática. Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) (Brasil, 2002), a interdisciplinaridade pode se constituir em uma prática pedagógica que vai além da justaposição das disciplinas. Desse modo, é necessário promovê-la também na matemática.

#### **4. CONSIDERAÇÕES FINAIS**

Promover atividades envolvendo o Caleidoscópio desperta a curiosidade nos estudantes, resultando em uma visão da Geometria como algo interessante e lúdico. Isso incentiva a aprendizagem devido à facilidade de absorção proporcionada pela introdução



dos conteúdos de forma intuitiva e natural. Com isso, fica evidente a importância de possibilitar um maior entendimento, que se concretiza com a utilização de materiais manipuláveis como o Caleidoscópio.

O desenvolvimento da proposta de ensino permitiu-nos fazer o levantamento e a análise das possibilidades do uso do Caleidoscópio no estudo de conceitos relacionados à Geometria Plana. Assim, foram apresentadas aos estudantes de Licenciatura em Matemática sugestões para aperfeiçoar a prática profissional como professores de Matemática. Partindo do pressuposto de que o Caleidoscópio pode ser mais bem aproveitado, considerando sua aplicação no contexto da sala de aula, ele também se apresenta como uma possibilidade para contornar as dificuldades enfrentadas pelos alunos em conceitos como simetria e reta. Além disso, novas aplicações podem surgir aos olhos de educadores interessados em utilizar esse recurso.

Há necessidade de uma mudança na postura do educador para facilitar o processo de ensino-aprendizagem e melhorar a relação entre professor e aluno. É importante ter consciência da relevância de proporcionar aos estudantes novas experiências, vivências, contatos e formas de adquirir conhecimentos para aprofundar conceitos, bem como expressar sua compreensão.

Ao promover aulas diferenciadas, mais dinâmicas, interativas, intuitivas e prazerosas, os alunos se aplicam mais ao aprendizado. Portanto, a aprendizagem se torna mais efetiva, eficiente e duradoura, contribuindo para a formação integral do estudante. A matemática não é apenas um componente curricular; é uma ferramenta essencial para o desenvolvimento pessoal, acadêmico e profissional dos indivíduos.

## REFERÊNCIAS

- BRASIL, Ministério da Educação, 2002. **Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio**. Brasília, MEC/SEF.
- BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018.
- CARVALHO, M.; BICUDO, M. A. V. **Educação matemática: pesquisa em movimento**. 4ed. São Paulo: Cortez, 2012.
- DAFFER, P. G. O.; CLEMENS, R. S. **Geometria: uma abordagem investigativa**. 2. ed. Menlo Park: Addison-Wesley, 1977.
- Eco Timber, 2024. Disponível em: [Triângulo Espelhado Caleidoscópio \(ecotimber.com.br\)](https://ecotimber.com.br). Acesso em: 21 fev. 2024.
- LINS, R. C. Matemática, monstros, significados e educação matemática. In: **Educação matemática: pesquisa em movimento**. São Paulo: Cortez, p. 92-120, 2004.
- ROGER, P. M. Kaleidoscope. In: **ENCICLOPÉDIA Britânica**. 4. ed., Edimbourg: Editora Enciclopédia Britânica, 1824. v. 5, p. 163-171.





## O ESTUDO DOS CONJUNTOS INFINITOS NO ENSINO MÉDIO

Marcos Paulo Dias Nascimento<sup>1</sup>  
Paula Eveline da Silva dos Santos<sup>2</sup>

**Resumo:** Sabe-se que muitos conteúdos de matemática da Educação Básica utilizam o conceito do infinito. Sendo assim, este trabalho tem como objetivo apresentar os resultados de uma pesquisa acerca da percepção de professores de Matemática a respeito de uma proposta didática investigativa sobre Conjuntos Infinitos no Ensino Médio. O presente trabalho caracteriza-se como uma pesquisa exploratória com abordagem qualitativa. Foi elaborada uma proposta de atividades investigativas organizada em 5 partes. Elaborou-se um questionário para reunir as percepções e opiniões dos professores a respeito de uma possível aplicação da proposta, e além disso, saber se eles realizariam alguma adaptação na mesma. Após análise das respostas do questionário, notou-se que abordar os Conjuntos Infinitos por meio de atividades investigativas foi considerado bem assertivo, por poder minimizar os erros causados pela falta da noção do conceito de infinito pelos alunos da Educação Básica. Foi afirmado também, a importância de estimular um estudante mais participativo e curioso, mostrando que temas complexos podem ser aplicados para o Ensino Médio, de maneira mais simples, mas com o raciocínio correto.

**Palavras-chave:** conjuntos infinitos, investigação matemática, ensino médio.

### 1. INTRODUÇÃO

Segundo Lopes (2011), a Matemática atual faz uso do conceito de Conjunto Infinito a todo momento. Apesar da complexidade dos assuntos de finitude e infinitude, que exigem muita abstração, os seus conceitos estão presentes em conteúdos básicos da Matemática, sendo os principais Conjuntos Numéricos e Funções, podendo assim ser compreendidos, entendidos e explicados ao estudante do Ensino Médio desde seu primeiro ano (Camargo, 2020).

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) destaca, entre as habilidades esperadas pelo estudante de 1º ano do Ensino Fundamental, o conceito de conjunto e de estimar e comparar quantidades de objetos de dois conjuntos em torno de 20 elementos (Brasil, 2018).

Segundo Espírito Santo (2019), o desenvolvimento e compreensão dos conceitos de Funções Bijetivas é importantíssimo para trabalhar a relação entre os Conjuntos Infinitos. Lopes (2011) afirma que devido ao conceito de número estar profundamente ligado ao

---

<sup>1</sup> Licenciado em Matemática; Instituto Federal Fluminense IFF, Campos dos Goytacazes, Rio de Janeiro, Brasil. E-mail: [d.marcos@gsuite.iff.edu.br](mailto:d.marcos@gsuite.iff.edu.br).

<sup>2</sup> Mestre em Matemática; Instituto Federal Fluminense IFF, Campos dos Goytacazes, Rio de Janeiro, Brasil. E-mail: [paula.santos@gsuite.iff.edu.br](mailto:paula.santos@gsuite.iff.edu.br).

processo de contagem, até o sexto ano do Ensino Fundamental, os estudantes ficam frente à noção de infinito com a ideia de “somar mais um e mais um”, e assim sucessivamente. Para mais, Lopes (2011) relata que os estudantes ficam sem compreender como entre dois números racionais quaisquer existem outros infinitos números racionais.

Com base nessa problemática formulou-se a seguinte questão de pesquisa: Qual a percepção de professores de Matemática a respeito de uma proposta didática investigativa sobre Conjuntos Infinitos e Funções Bijetivas no Ensino Médio?

Dessa forma, pretende-se neste artigo apresentar os resultados de uma pesquisa para sala de aula que buscou a opinião de professores de Matemática a respeito do estudo dos Conjuntos Infinitos e Funções Bijetivas no Ensino Médio.

## 2. METODOLOGIA

Esta pesquisa é exploratória com uma abordagem qualitativa. Os questionários compostos por 7 perguntas e a proposta didática foram enviados para 9 professores de Matemática, que atuam ou já atuaram no Ensino Médio, com o intuito de coletar suas opiniões e sugestões acerca da proposta.

Esta proposta conta com a metodologia de ensino Investigação Matemática. Para os autores Ponte, Brocardo e Oliveira (2020), a Investigação Matemática pode ser levada para a sala de aula e colaborar com o desenvolvimento de um estudante mais participativo, pois são trabalhadas as habilidades de argumentação, debate, formulação de questões, investigações, entre outras. Uma Investigação Matemática envolve 4 momentos: i) o reconhecimento da situação, a sua exploração preliminar e a formulação de questões; ii) formulação de conjecturas; iii) realização de testes e o eventual refinamento das conjecturas e iv) argumentação, demonstração e avaliação do trabalho realizado (Ponte; Brocardo; Oliveira, 2020, p. 13, 20).

A proposta didática foi dividida em 5 partes: Requisitos, Trabalhando a Bijeção, Trabalhando com a Bijeção no Conjunto dos Números Naturais, trabalhando com a Bijeção dos números naturais com os números inteiros e Conjuntos Não-Enumeráveis.

A Parte 1 tem por objetivo fazer com que o estudante relembra algumas definições necessárias para a realização das questões propostas. São elas: definição de função, função injetiva, sobrejetiva e bijetiva.

A Parte 2 é composta por 2 questões e tem por objetivo fazer com que o estudante reconheça e classifique as situações apresentadas.

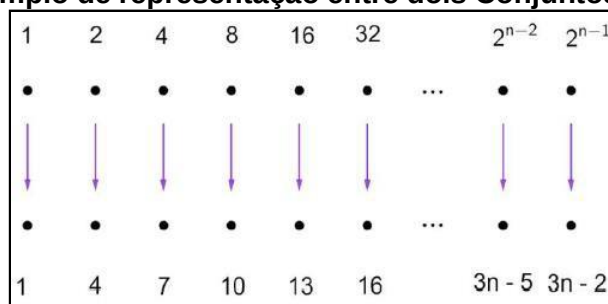
Na Questão 1 é apresentada uma situação que simula a brincadeira de Dança das Cadeiras com 6 crianças e o número de cadeiras diminuindo a cada rodada. Em itens separados é sugerido um número de cadeiras e um número de crianças e questionado se em alguma situação ocorre a relação de injetividade, sobrejetividade e bijetividade. Em todos os itens foi requisitado que o estudante explique seu raciocínio.

Na Questão 2 são expostos dois conjuntos finitos e perguntado qual conjunto possui o maior número de elementos; se existe uma relação de bijeção  $f: A \rightarrow B$  e vice-versa. Em seguida, cria-se uma relação com a Questão 1, indagando se existe uma relação de bijeção entre o número de pessoas e o número de cadeiras. No último item, pergunta-se: “Com base nas respostas dos anteriores, o que se pode observar a respeito das relações entre o número de elementos do domínio e do contradomínio das funções bijetivas?”.

A Parte 3 é composta de 3 questões sobre Conjuntos Infinitos. Antes de iniciar a

realização dessa etapa, o professor deve apresentar os exemplos de representação pictórica de Conjuntos Infinitos disponíveis na proposta (Figura 1).

**Figura 1 - Exemplo de representação entre dois Conjuntos Infinitos**



Fonte: Elaboração própria.

Essa visualização pretende facilitar o raciocínio nas próximas questões. Feito isso, é solicitada a resolução da Questão 3, cujo enunciado pede-se que considere o Conjunto dos Números Naturais e o Conjunto dos Números Naturais Pares.

É questionado então, em subitens, se o número de elementos do Conjunto dos Números Naturais é maior que o número de elementos do Conjunto dos Números Naturais Pares. Em seguida, é solicitado que os estudantes ilustrem a relação entre os dois conjuntos conforme foi exemplificado. Logo após, eles devem classificar a relação entre esses dois conjuntos entre injetiva, sobrejetiva ou bijetiva; e pede-se novamente para comparar o número de elementos de cada conjunto dizendo se um é maior que o outro.

Na Questão 4 são realizadas as mesmas indagações da Questão 3 para comparar o número de elementos do Conjunto dos Números Naturais e o Conjunto dos Números Naturais Ímpares.

Na Questão 5 pergunta-se ao estudante de forma direta, sem o auxílio dos subitens, se existe bijeção entre o Conjunto dos Números Naturais e o Conjunto dos Números que são Potências de 10.

A Parte 4 é composta por apenas uma questão com 6 subitens. Nesta questão, pretende-se estabelecer relações entre o Conjunto dos Números Naturais e o Conjunto dos Números Inteiros. Desse modo, pede-se para que o estudante ilustre a relação entre o Conjunto dos Números Inteiros Negativos ( $\mathbb{Z}_-$ ) e o Conjunto dos Números Inteiros Positivos ( $\mathbb{Z}_+$ ); defina a lei de função da aplicação  $\mathbb{Z}_- \rightarrow \mathbb{Z}_+$ ; ao final o estudante deve verificar se a relação é bijetiva. Posterior a isso, inicia-se o questionamento da relação entre o Conjunto dos Números Inteiros e o Conjunto dos Números Naturais com a sugestão de que ele organize os elementos da seguinte maneira:  $\mathbb{Z} = \{0, 1, -1, 2, -2, 3, -3, \dots\}$  e  $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$ . Em seguida, eles devem ilustrar a relação entre os conjuntos, baseando-se nos exemplos que foram apresentados na Parte 3. A lei da função entre esses conjuntos é dada e pede-se para ilustrar a relação e o que pode ser concluído em relação ao número de elementos dos conjuntos.

Pretende-se que os estudantes percebam que, apesar de parecer logicamente que um infinito é menor ou maior que o outro, eles podem conter o mesmo número de elementos. A Parte 5 foi planejada para ser realizada de forma expositiva. Dessa forma, deve ser apresentado e explicado o conceito de Cardinalidade, Enumerabilidade e o de Não-Enumerabilidade. Posteriormente, na Questão 7 busca-se a opinião deles se existem

Conjuntos Infinitos maiores que outros Conjuntos Infinitos.

Após a resposta dos alunos, existe a intenção de que o mesmo assista ao vídeo “Infinitos maiores dos que outros?”<sup>3</sup> que consta na Questão 8 e realize um comentário do que foi compreendido. Após a Parte 5, tem um aprofundamento do assunto que consta dos vídeos intitulados de “O paradoxo do Hotel Infinito”<sup>4</sup> e “O que é o infinito? Uma explicação curta”<sup>5</sup>, disponibilizados em QR Code.

### 3. RESULTADOS E DISCUSSÕES

Na primeira pergunta buscava-se obter respostas em relação à classificação dos professores quanto à importância do estudo de Conjuntos Infinitos e Funções Bijetivas para estudantes do 2º. ano do Ensino Médio. Todos os professores consideram o conteúdo relevante. Um professor comentou que o conceito de função é um dos mais relevantes temas da Matemática e sua aplicação é amplamente utilizada tanto em outros temas matemáticos, quanto no dia a dia e em outras áreas do conhecimento. Porém seu estudo, na opinião do professor, fica um pouco negligenciado: “Trabalhos que buscam um aprofundamento do estudo de função é sempre bem-vindo e importante para relembrarmos e destacarmos com os alunos todo o potencial desse tema tão importante”, indo de encontro com o que diz Espírito Santo (2019, p. 10): “Para estudar de forma contundente a noção de conjunto infinito é necessário um conhecimento preliminar bem explorado dos conceitos de conjunto, função, injetividade, sobrejetividade e bijetividade.”

A segunda pergunta visava saber dos professores se eles utilizariam a proposta didática elaborada em uma turma de 2º. ano do Ensino Médio. Todos os professores afirmaram que utilizariam a proposta, porém 4 professores sinalizaram ter a intenção de aplicá-la em uma turma do 1º ano do Ensino Médio, etapa em que estudam conjuntos e funções.

A terceira pergunta teve como objetivo saber se os professores realizariam alguma modificação em uma das 5 partes da proposta didática. Quatro dos nove educadores realizariam alterações na atividade.

Na Parte 1, foram sugeridas modificações em algumas figuras e nas definições de Função injetiva, sobrejetiva e bijetiva.

Já na Parte 2, embora tenham gostado muito do exemplo da dança das cadeiras, 2 professores sugeriram repensar a definição de função para que contemplasse situações para além dos Conjuntos Numéricos.

Na parte 3 foram realizados comentários de correção de digitação.

Na parte 4, foram realizados comentários quanto a possíveis dificuldades dos estudantes na compreensão do que seja a lei da função e, com isso, sugere-se acrescentar essa palavra em alguns enunciados anteriores.

As mudanças sugeridas foram mais relacionadas às escolhas das definições e organização das questões, fazendo com que fosse notado que as sugestões eram mais estruturais do que alteração na proposta em si.

A quarta e quinta pergunta tiveram como objetivo capturar a opinião dos professores a respeito das ilustrações feitas para os conjuntos numéricos e conjuntos infinitos utilizados

<sup>3</sup> Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=230KxRZg1ns>

<sup>4</sup> Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=WK47hxmVdv4>

<sup>5</sup> Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=a9Z23dPC4iM>

na proposta. Considera-se que a escolha das ilustrações foi bem aceita com os professores afirmando que ela cumprirá sua função de orientar os estudantes. Desse modo, entende-se que a escolha de não utilizar o diagrama de Venn foi assertiva, pois teve total apoio dos professores.

Na sexta pergunta, pretendia-se obter a opinião dos professores sobre o cumprimento do objetivo de formulação de uma proposta de atividade investigativa. Verificou-se que os professores acreditam que as atividades investigativas irão cumprir o papel de estimular o raciocínio e a curiosidade dos estudantes. Um professor sugeriu que no início, deveria haver uma conversa sobre a temática um infinito maior do que outro.

Por fim, foi deixado um espaço, para comentários gerais (Figura 2).

**Figura 2 – Comentários feitos por alguns professores**

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>E<sub>1</sub>: Acho a temática bastante diferenciada em relação aos conteúdos que geralmente são estudados com esse público-alvo. As definições apresentadas na Parte 5, em geral, não são vistas, mas o assunto "conjuntos infinitos" desperta o interesse e a curiosidade dos estudantes nesta fase.</p> <p>E<sub>4</sub>: A proposta ficou bastante interessante, com os vídeos sugeridos no final complementando bem o material. É uma sequência coerente e tranquila para ser aplicada com alunos do Ensino Médio.</p> |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

Fonte: Elaboração própria.

Delfino (2015) considera tal estudo como imprescindível e que pode ser trabalhado desde a Educação Básica, pelo fato de o conceito de infinito ser fundamental para o desenvolvimento dos saberes matemáticos, tais como Conjuntos Numéricos e Sequências. Desse modo, a ideia de aproveitar o estudo de funções bijetivas para abordar os Conjuntos Infinitos, conteúdo, este, que permeia o imaginário de grande parte dos seres humanos, está corroborando com Bargas (2020) que afirma o estudo destes conteúdos na Educação Básica totalmente válido, pois é nesta etapa que os estudantes se deparam com tais conceitos.

## REFERÊNCIAS

- BARGAS, C. L. D. **Uma perspectiva sobre o ensino de funções bijetivas e cardinalidade no ensino médio**. 2020. Dissertação (Mestrado Profissional) – Instituto de Matemática Estatística e Computação Científica, Universidade Estadual de Campinas, SP, 2020. Disponível em: <https://hdl.handle.net/20.500.12733/1639472>. Acesso em: 23 set. 2023.
- BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**. Ensino Médio. Brasília: Ministério da Educação, 2018. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/>. Acesso em: 23 set. 2023.
- CAMARGO, B. A. A. **Explorando o infinito de Cantor e apresentando-o ao ensino médio**. 2020. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) - Faculdade de Ciências, Universidade Estadual Paulista, Bauru, 2019. Disponível em: <http://hdl.handle.net/11449/191355>. Acesso: 14 jun. 2023.
- DELFINO, H. S. **O conceito de infinito: uma abordagem para a Educação Básica**. 2015. 70 f. Dissertação (Mestrado em Matemática) - Universidade Federal de Viçosa, Viçosa. 2015. Disponível em: <http://www.locus.ufv.br/handle/123456789/8385>. Acesso em: 23 set. 2023.
- SANTO, A. E. **Conjuntos Infinitos e Funções Bijetivas: Uma abordagem na Educação Básica**. 2019. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) - Universidade Tecnológica Federal

do Paraná, Curitiba, 2019. Disponível em: <http://repositorio.utfpr.edu.br/jspui/handle/1/4292>.

Acesso em: 14 jun. 2023.

LOPES, S.J. **A noção de infinito em livros didáticos do Ensino Básico**, Dissertação de mestrado, PUC - SP, São Paulo, 2011. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/7755>.

Acesso em: 23 set. 2022.

PONTE, J. P.; BROCARD, J.; OLIVEIRA, H. **Investigações Matemáticas em Sala de Aula**. 4. ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2020.



## A FEIRA E A MATEMÁTICA: LITERATURA DE CORDEL NO AMBIENTE ESCOLAR

Thiago Campos Assunção<sup>1</sup>  
Gabriel Coelho Públio<sup>2</sup>

**RESUMO:** A Literatura de Cordel é uma marca da cultura brasileira, em especial do nordeste do país. Suas contribuições culturais atravessam décadas. Os textos de cordel, expressam através de bom humor, sátira, crítica, romance, situações reais ou fantasiosas. Pensando nessa pluralidade de situações e de conceitos associados a tal manifestação cultural, este relato tem como objetivo apresentar uma proposta do trabalho com a literatura de cordel na aula de matemática desenvolvida por dois licenciandos em matemática da Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia (UESB). Esta atividade foi realizada em uma escola particular na cidade de Vitória da Conquista – Bahia, e envolveu os temas literatura de cordel, para o ensino de conceitos matemáticos, tais como: volume, densidade e capacidade. A oficina foi feita com uma turma do 8º ano do Ensino Fundamental, e através dela é possível perceber o potencial dos textos de cordel para a abordagem de diversos saberes. Proporcionando um ambiente dialógico, a literatura de cordel também se mostra uma ferramenta pedagógica que pode formar leitores críticos, despertando interesse nos educandos que ainda não são familiarizados com esse gênero.

**Palavras-chave:** Literatura de Cordel, ensino de matemática, abordagem pedagógica.

### 1. INTRODUÇÃO

Um Patrimônio Cultural Imaterial Brasileiro, a literatura de cordel se difunde no território brasileiro no período colonial, mesclando em sua estrutura a ironia e o humor com a abordagem crítica, apresentando lendas, fatos do cotidiano, episódios históricos e temáticas religiosas, como dizem Marques e Silva (2020). Em consonância a isto, “o trabalho com a literatura de cordel pode oportunizar debater com os educandos, os saberes relacionados à temática proposta e que são oriundos de contextos sociais distintos”(Santos; Dias, 2022, p. 9).

No contexto escolar, o trabalho com o cordel possibilita discutir a poesia popular, bem como a apresentação de fatos que ocorreram, pelas perspectivas das minorias, podendo despertar o interesse dos estudantes com a leitura e levando expressões regionais, principalmente do Nordeste, para a sala de aula, segundo Silva (2022). O autor ainda traz que esse gênero literário pode ser inserido nesse contexto com a ideia de temas geradores, possibilitando que os educandos reflitam coletivamente a partir de suas experiências de vida.

<sup>1</sup> Licenciando em Matemática; Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia/ Vitória da Conquista, Bahia, Brasil, [tiqocampos15@gmail.com](mailto:tiqocampos15@gmail.com)

<sup>2</sup> Licenciando em Matemática; Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia/ Vitória da Conquista, Bahia, Brasil, [gabrielpublio1998@gmail.com](mailto:gabrielpublio1998@gmail.com)



No ambiente das aulas de matemática, os textos de cordel contribuem para a mobilização de diversos conceitos, uma vez que promove a interdisciplinaridade e aborda situações do cotidiano dos estudantes. Conforme afirma Trigueiro e Santos (2019), a literatura de cordel, por apresentar uma linguagem mais acessível, contribui para a discussão de saberes e a construção do conhecimento matemático de uma maneira mais significativa. Desse modo, a utilização dos textos de cordel é uma ferramenta pedagógica que permite o professor e os estudantes dialogarem sobre situações cotidianas, problemas sociais, econômicos e educacionais, além da matemática.

Tendo em vista essa perspectiva, foi pensado em realizar uma oficina temática que envolvesse a literatura de cordel e a matemática. Assim a oficina "A feira e matemática: Entre brigas e afetos", que foi realizada em uma escola da rede particular do município de Vitória da Conquista - Bahia teve a proposta de trabalhar esse gênero literário com estudantes e, a partir de sua história, discutir conceitos matemáticos, tais como: volume, densidade e capacidade.

Desse modo, o presente trabalho tem como objetivo apresentar uma proposta do trabalho com a literatura de cordel na aula de matemática, assim, espera-se que esse relato possa incentivar outros educadores e pesquisadores a se interessarem por esse tema. A seguir será detalhado o desenvolvimento da oficina, bem como as considerações finais dos autores.

## **2. DESENVOLVIMENTO DA OFICINA**

A oficina, intitulada "A feira e a matemática: Entre brigas e afetos", foi realizada no dia 9 de maio de 2024, em uma escola particular do município de Vitória da Conquista - Bahia, em uma turma de 8º ano do Ensino Fundamental. A faixa etária dos estudantes que participaram da oficina era de 11 a 14 anos, sendo um total de 21 estudantes na turma. Com autorização prévia dos pais/responsáveis pelos estudantes e da escola, a oficina foi gravada com uma câmera, não expondo o rosto dos estudantes, apenas a dinâmica dos ministrantes.

O trabalho desenvolvido foi parte das ações do Projeto "Literatura de Cordel na sala de aula de Matemática", do qual os autores são integrantes. O cordel utilizado na oficina foi o "Briga na Feira Livre", de autoria do poeta pernambucano Marcos Silva. O cordel trata basicamente de uma situação de compra e venda em uma feira livre, na qual os personagens estão discutindo sobre a forma de venda do feijão, por quilo e por litro, e em qual das duas vem mais feijão, já que o litro está dois reais mais caro.

Para melhor organização, a oficina foi dividida em quatro momentos. No primeiro momento, os ministrantes iniciaram a oficina distribuindo um cordel para duplas de estudantes. Em seguida, a leitura foi feita conjuntamente entre os ministrantes e os educandos, que se mostraram solícitos para a realização da leitura; cada qual lia uma estrofe e assim se seguiu até o final da leitura do cordel. Após esse momento, houve um questionamento: "Qual dos protagonistas da história, Dona Josefa ou Seu João, estava correto?".

Os estudantes logo perceberam que, para responder à pergunta, precisavam saber quantas gramas havia em um litro de feijão. Também observaram que a lata de metal, comumente utilizada nas feiras para venda por litro, media 900 ml. Os ministrantes então forneceram uma medida aproximada do peso do litro de feijão, que foi de 800 gramas. O cordel ainda destaca que o litro de feijão está sendo vendido a dois reais mais caro do



que o litro.

Diante do exposto, os estudantes, a partir do uso de uma proporção direta, perceberam que 1 quilo, que tem 1000 gramas de feijão, estava dois reais mais barato do que o litro e vinha mais feijão do que no litro, que tinha apenas 800 gramas; ou seja, nessa situação, Dona Josefa estava correta. Porém, foi questionado também: “E se fosse ao contrário? Se o quilo fosse dois reais mais caro do que o litro, qual compensaria mais?”. A partir do questionamento, os estudantes ficaram divididos em suas respostas. Alguns acreditavam que seria a mesma coisa, outros que seria melhor o feijão por quilo, e outros acreditavam que o litro seria melhor. Então, a fim de solucionar a questão, os ministrantes colocaram três exemplos no quadro: no primeiro, o quilo do feijão valia 10 reais; no segundo, valia 12 reais; e no terceiro, valia 8 reais. Com o uso da proporção direta, conseguimos construir o quadro abaixo:

**Quadro 1 - Proporção entre os exemplos**

|           | Quilo=1000g | Litro=800g  | Valor de 100 g do quilo | Valor de 100 g do litro |
|-----------|-------------|-------------|-------------------------|-------------------------|
| Exemplo 1 | 10,00 reais | 8,00 reais  | 1,00                    | 1,00                    |
| Exemplo 2 | 12,00 reais | 10,00 reais | 1,20                    | 1,25                    |
| Exemplo 3 | 8,00 reais  | 6,00 reais  | 0,80                    | 0,75                    |

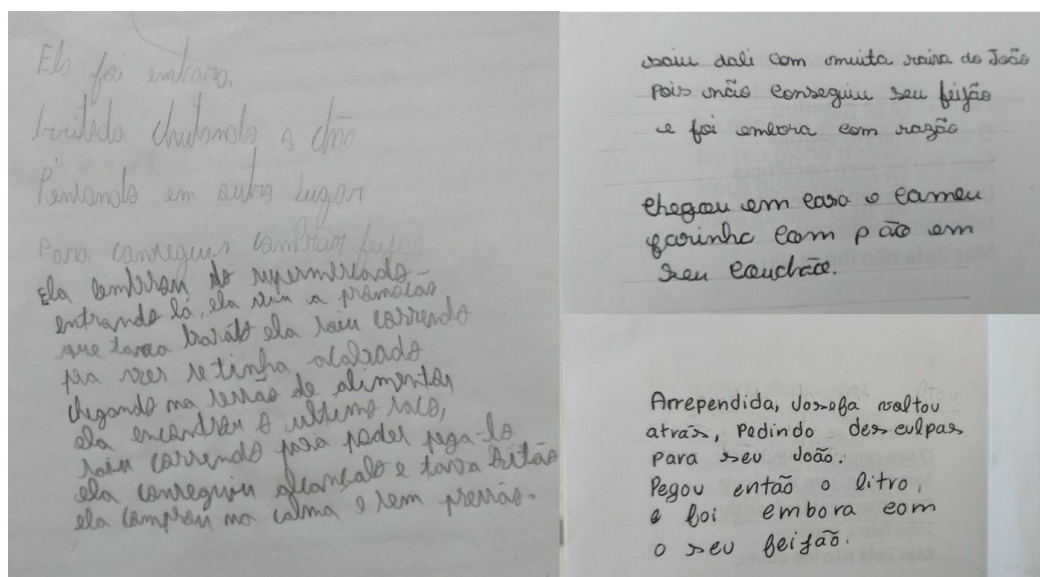
Portanto, a partir da construção do quadro 1, os estudantes concluíram, em conjunto com os ministrantes, que a resposta para qual compensa mais no segundo caso é "depende", pois no exemplo 1 seria indiferente, no exemplo 2 seria melhor comprar o feijão no quilo e no exemplo 3 seria melhor comprar o feijão de litro.

No terceiro momento, houve exemplos de substâncias que seriam melhores de serem compradas no litro, como por exemplo, o sal que em um litro vem mais do que no quilo. Ao serem questionados sobre o porquê disso ocorrer, um dos estudantes cita que é por conta do sal "ficar mais socadinho, então dá pra colocar mais". Percebe-se que o estudante fez uma analogia com o conceito de densidade das substâncias, feijão e sal. Então, houve uma explanação sobre o conceito de densidade e um exemplo do porquê o quilo da água pesa o mesmo que um litro de água, o que está associado à densidade da mesma.

Ainda nesse momento, os ministrantes falaram sobre o método de conversão de unidades, de quilo para grama, litro para ml, centímetro cúbico ou metro cúbico para litro, associando com o conceito de volume para objetos tridimensionais e o conceito de área para objetos bidimensionais. No quadro dois, foram passados exemplos de cálculo de área, um sobre quadrado e outro sobre triângulo.

Por fim, no quarto momento, foi pedido aos estudantes que construíssem o final do cordel. Na figura abaixo, temos três produções dos educandos:

**Figura 1- Produção dos estudantes dos cordéis**



Fonte: Dados dos autores

A partir da construção do final do cordel, é possível perceber três diferentes finais idealizados pelos estudantes: em um deles, Josefa resolve ir ao supermercado comprar seu feijão “sem pressão”; em outro, Josefa, irritada, fica sem feijão e tem de comer “farinha com pão”; e, por último, Josefa se desculpa e faz as pazes com seu João. O encerramento da oficina se deu com os estudantes declamando suas escritas, com um fundo musical com temática nordestina.

### 3. CONSIDERAÇÕES FINAIS

A oficina “A feira e a matemática: Entre brigas e afetos” proporcionou aos estudantes uma experiência de aprendizado diversificada, que vai além das abordagens tradicionais do ensino de matemática. A utilização do cordel como recurso didático mostrou-se benéfica, pois além de propiciar a mobilização dos saberes dos estudantes, favoreceu a interligação de diversos conceitos matemáticos. Além disso, ao incentivar a leitura e a escrita dos estudantes, o trabalho favoreceu o desenvolvimento da criatividade, raciocínio lógico e do pensamento crítico dos estudantes.

O trabalho com uma situação do cotidiano, por meio do cordel, como a ida à feira livre, proporcionou um ambiente de aprendizagem mais dinâmico. Por fim, acredita-se que o trabalho com o cordel em sala de aula de matemática criou um ambiente propício para os estudantes mobilizarem saberes e trazerem suas experiências do cotidiano para o contexto escolar, favorecendo assim uma participação ativa dos educandos.

### REFERÊNCIAS

- MARQUES, F. C. A.; SILVA, E. G. A literatura de cordel brasileira: poesia, história e resistência. FERREIRA, El Ap. G. R.; MARQUES, F. C. A.; BULHÕES, R. M. **Literatura de cordel contemporânea**. Campinas: Mercado das Letras, 2020, p. 21-48.
- TRIGUEIRO, A. N.; SANTOS, R. M. B. Estudo dos sólidos geométricos por meio do gênero literário popular “cordel”: uma abordagem interdisciplinar nas aulas de matemática. In: **XV Conferência Interamericana de Educação Matemática**, 2019, Medellín. XV CIAEM, 2019.

SANTOS, J. C.; SILVA, J. N.D. CONTRIBUIÇÕES DA LITERATURA DE CORDEL NO TRABALHO COM CONTEÚDOS MATEMÁTICOS NA EJA.. In: Anais do Encontro Pernambucano de Educação Matemática. **Anais...Caruaru(PE)** Webconferência, 2022. Disponível em: <https://www.even3.com.br/anais/VIIIPEM/455282-CONTRIBUICOES-DA-LITERATURA-DE-CORDEL-NO-TRABALHO-COM-CONTEUDOS-MATEMATICOS-NA-EJA>. Acesso em: 28/05/2024.

SILVA, J. N. D. **Trabalhando Literatura de Cordel na Educação Matemática com Jovens e Adultos**, 2022.



## BNCC E ENSINO DE ESTATÍSTICA: UMA ANÁLISE DE LIVRO DIDÁTICO

Flávia Maria Pinto Ferreira Landim<sup>1</sup>  
Letícia Guimarães Rangel<sup>2</sup>  
Maria Helena Monteiro Mendes Baccar<sup>3</sup>

**Resumo:** Este trabalho é um desdobramento de uma pesquisa documental sobre a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) à luz do Guidelines for Assessment and Instruction in Statistics Education (GAISE) da American Statistical Association (ASA) para o desenvolvimento do letramento estatístico na educação básica. A pesquisa resultou em algumas reflexões, entre elas a de que a BNCC tem potencial para o desenvolvimento do letramento estatístico, embora a ordem em que as habilidades de probabilidade e estatística do ensino fundamental são apresentadas no documento normativo possam comprometer esse potencial. O propósito deste trabalho é ilustrar tal reflexão a partir da análise de livros didáticos aprovados pelo Plano Nacional do Livro Didático (PNLD), após a homologação da BNCC. Em particular, destaca-se um volume do sexto ano do ensino fundamental por se tratar de um ano de transição para os anos finais do ensino fundamental. Nesse volume, observou-se que a estatística é trabalhada ao final de todas as unidades, o que a princípio parece ser promissor pelo caráter ubíquo da estatística, mas os conteúdos são sempre deixados para o fim das unidades, sugerindo, implicitamente, que são menos centrais e descolados da matemática. Além disso, a proposição das atividades procura seguir a ordem em que as habilidades da BNCC são apresentadas, deixando a resolução de problema de investigação estatística para o final, quando deveria ser o ponto de partida.

**Palavras-chave:** habilidades, ensino de estatística, ensino fundamental, letramento estatístico, BNCC.

### 1. INTRODUÇÃO

Este trabalho é um desdobramento de pesquisa conduzida pelo Projeto Fundão: Estatística e Probabilidade, projeto de extensão com foco no desenvolvimento profissional docente quanto ao ensino de estatística para a promoção do letramento estatístico, que investiga modelos e práticas de ensino nas diferentes etapas da Educação Básica. Integram o projeto professoras e professores da Educação Básica, estudantes de graduação e pós-graduação da UFRJ e docentes da UFRJ. Esta comunicação reflete o trabalho de todo o grupo. Na pesquisa original (Rangel *et al.*, 2024), que motiva este trabalho, foi realizada uma análise documental sobre a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (Brasil, 2018) à luz das diretrizes para avaliação e ensino em Educação Estatística (GAISE) da American Statistical Association (ASA) para o desenvolvimento do letramento estatístico na educação básica.

<sup>1</sup> DrSc; Departamento de Métodos Estatísticos, IM/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil. [flavia@im.ufrj.br](mailto:flavia@im.ufrj.br).

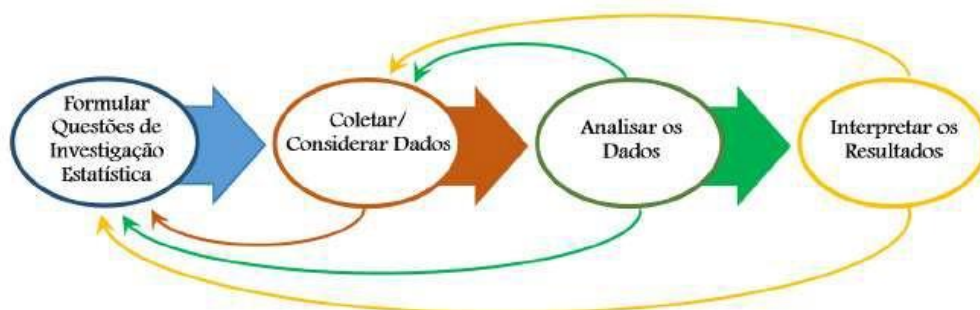
<sup>2</sup> DrSc; Colégio de Aplicação/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil. [leticiagrangel@gmail.com](mailto:leticiagrangel@gmail.com).

<sup>3</sup> Doutoranda do PEMAT/UFRJ e MSc, Colégio Pedro II, Rio de Janeiro, RJ, Brasil. [mhbaccar@gmail.com](mailto:mhbaccar@gmail.com).

Tem sido um objetivo da Educação Estatística, que o ensino do assunto promova a formação adequada dos cidadãos, incluindo de forma mais consistente e significativa o trabalho com base em dados e propicie uma aprendizagem ativa. Para Gal (2021), letramento estatístico é uma competência que envolve: “a motivação e a capacidade de acessar, compreender, interpretar, avaliar criticamente e, se relevante, expressar opiniões a respeito de mensagens estatísticas, argumentos relacionados a dados ou questões envolvendo incerteza e risco”. (Gal, 2021, p. 41, tradução nossa).

A BNCC, homologada em 2018, documento de caráter normativo sobre as áreas de conhecimento da Educação Básica, reflete a importância da estatística, incluindo probabilidade e estatística como uma das cinco unidades temáticas de Matemática no Ensino Fundamental. Tendo como foco o ensino, o GAISE (Franklin *et al.*, 2005; Bargagliotti *et al.*, 2020) recomenda o desenvolvimento do letramento estatístico, para o nível escolar segundo um modelo bidimensional em que uma das dimensões está relacionada ao nível de desenvolvimento do letramento estatístico (inicial, intermediário e avançado) e a outra dimensão está associada a etapas do processo de resolução de problemas de investigação estatística (PRPIE), ilustradas na Figura 1.

**Figura 1 - Etapas do PRPIE**



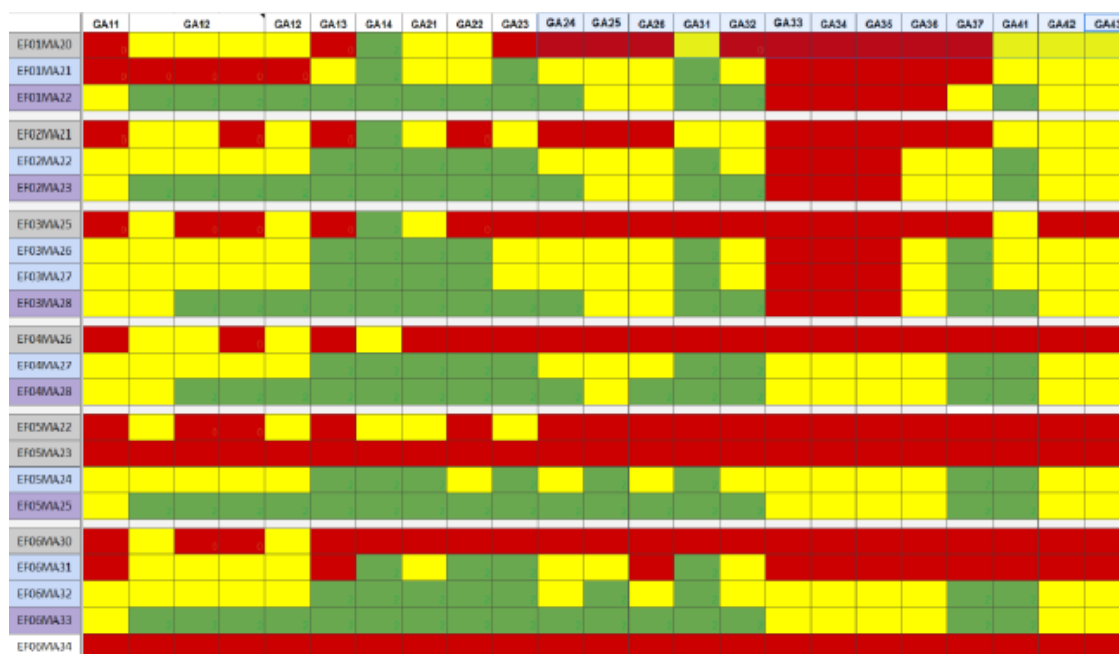
Fonte: Bargagliotti *et al.* (2020, tradução nossa)

Em Rangel *et al.* (2024) investigou-se em que medida as habilidades de Estatística e Probabilidade da BNCC para os seis primeiros anos do Ensino Fundamental têm potencial para desenvolver o letramento estatístico segundo o modelo proposto pelo GAISE. Para conduzir o estudo, foi realizada uma análise documental fundada na leitura combinada (Correa; Rangel, 2024), que relacionou todas as habilidades da unidade temática Probabilidade e Estatística da BNCC do primeiro ao sexto ano escolar com todas as habilidades características da etapa inicial do desenvolvimento do letramento estatístico segundo o GAISE. Na Figura 2, tem-se o esquema em cores que fundamenta e caracteriza a leitura combinada realizada. As cores distinguem o desenvolvimento da análise identificando qualitativamente a relação entre habilidades da BNCC e do GAISE. A cor verde caracteriza uma paridade, ou seja, uma forte associação entre as habilidades relacionadas; a cor amarela identifica uma paridade condicional, ou seja, a relação entre as habilidades não é direta, dependendo da intervenção docente ou de uma ação didático-pedagógica intencional; já a cor vermelha identifica um contraste, quando se entende que não há relação entre as habilidades relacionadas.

Em particular, observando-se a predominância das cores verde e amarela, destaca-se como reflexão emergente do estudo que a BNCC tem potencial para desenvolver o

letramento estatístico nos anos iniciais do Ensino Fundamental a partir da proposição de investigações. No entanto, a ordem na qual a BNCC apresenta as habilidades de probabilidade e estatística para o ensino fundamental pode comprometer este potencial.

**Figura 2 - Recorte ilustrativo da representação esquemática da análise**



Fonte: elaborado pelos autores (2023)

O propósito desta comunicação é ilustrar o desdobramento dessa reflexão emergente do estudo original, a partir de uma investigação em andamento que analisa livros didáticos do 6º ano do Ensino Fundamental de três coleções aprovadas pelo PNLD após a homologação da BNCC: “Matemática Bianchini” (Bianchini, 2018), “A Conquista da Matemática” (Giovanni; Castrucci, 2018) e “Trilhas da Matemática” (Sampaio, 2018). A escolha dessas coleções visou a títulos mais usados em unidades públicas de ensino no Rio de Janeiro. Em particular, com o objetivo de ilustrar tal investigação, aqui destacamos o observado em um dos volumes com a análise conduzida até o momento.

## 2. ANÁLISE DE LIVRO DIDÁTICO DE SEXTO ANO QUANTO AO CONTEÚDO DE PROBABILIDADE E ESTATÍSTICA

A escolha pelo sexto ano do ensino fundamental deveu-se ao fato da pesquisa conduzida (Rangel *et al.*, 2024) ter se voltado para os seis primeiros anos do ensino fundamental e por ser o sexto ano um ano de transição para uma escolarização mais formal. Nosso objetivo é ilustrar, a partir de como o livro didático apresenta os conteúdos de estatística, porque a ordem das habilidades na BNCC pode comprometer o potencial de desenvolvimento do letramento estatístico.

## 2.1 Organização do volume em destaque

O volume aqui destacado faz parte da coleção Matemática Bianchini (Bianchini, 2018) da Editora Moderna. A coleção é composta por quatro volumes, dirigidos aos quatro anos finais do Ensino Fundamental, cada um com 12 (doze) capítulos. Em particular, ressaltase a análise realizada sobre o volume da coleção voltado para o sexto ano. Nesse volume, os 12 capítulos se referem a tópicos da Matemática: 1 Números, 2 Operações com números naturais, 3 Estudando figuras geométricas, 4 Divisibilidade, 5 Um pouco de Álgebra, 6 Um pouco de Geometria plana, 7 Números racionais na forma de fração, 8 Operações com números racionais na forma de fração, 9 Números racionais na forma decimal e operações, 10 Polígonos e poliedros, 11 Comprimentos e áreas e 12 Outras unidades de medida. Em geral, no final dos capítulos são sugeridas algumas seções adicionais: “Para Saber Mais” (PSM), “Trabalhando a Informação” (TAI), “Diversificando” (DVR) e “Pense um Pouco Mais” (PPM).

O autor desse volume optou por trabalhar as habilidades de probabilidade e estatística, distribuindo-as pelos 12 capítulos, sempre ao final, na seção nomeada “Trabalhando a Informação”. Essa forma de distribuição da abordagem de Probabilidade e Estatística pode sugerir que se esteja tratando o tema de forma transversal. No entanto, a nossa análise aponta que não se visa a contextualização de forma articulada com os diversos temas dos capítulos. Vale lembrar ainda que antes da BNCC os conteúdos de Estatística no Ensino Fundamental eram chamados de “Tratamento da informação”. Tal denominação, utilizada nos PCN (Brasil, 1998), que se reproduziu por muito tempo nos materiais didáticos, diverge do encaminhamento atual, como preconiza um dos princípios elencados pela ABE para o ensino de estatística na Educação Básica: “Denominar “Estatística” todo o conteúdo da Educação Básica que está atualmente organizado sob a denominação de “Análise de Dados” ou “Tratamento da Informação”. (Louzada *et al.*, 2015, p.5).

Além disso, observa-se que a organização sequencial em que as atividades são propostas respeita a ordem em que as habilidades da BNCC são apresentadas, deixando a resolução de problema de investigação estatística para o final, quando, de acordo com o Gaise e a literatura de Ensino de Estatística (Batanero; Borovcnik, 2016), deveria ser o ponto de partida.

## 2.2 Análise do conteúdo de probabilidade e estatística do volume selecionado quanto às habilidades da BNCC

No Quadro 1, estão descritas as habilidades de probabilidade e estatística da BNCC para o sexto ano e na coluna de observação indica-se em que capítulos do volume analisado essas habilidades foram relacionadas. Como é possível verificar, o lugar comum nesse volume é tratar essas habilidades no final dos capítulos em seções de tratamento da informação.



**Quadro 1: Relação das habilidades de probabilidade e estatística da BNCC para o sexto ano e distribuição das mesmas pelo volume analisado**

| Código   | Descrição da habilidade                                                                                                                                                                                                                                                                             | Observação                                                                                                                                                                                                                                                                |
|----------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| EF06MA30 | Calcular a probabilidade de um evento aleatório, expressando-a na forma de um número racional (forma fracionária, decimal e percentual) e comparar esse número com a probabilidade obtida por meio de experimentos sucessivos.                                                                      | Indicadas ao final dos capítulos 8 e 10 nas respectivas seções “Trabalhando a Informação”.                                                                                                                                                                                |
| EF06MA31 | Identificar as variáveis e suas frequências e os elementos constitutivos (título, eixos, legendas, fontes e datas) em diferentes tipos de gráfico.                                                                                                                                                  | Indicadas ao final dos capítulos 2, 4, 5 e 10 e também no meio do capítulo 2.                                                                                                                                                                                             |
| EF06MA32 | Interpretar e resolver situações que envolvam dados de pesquisas sobre contextos ambientais, sustentabilidade, trânsito, consumo responsável, entre outros, apresentadas pela mídia em tabelas e em diferentes tipos de gráficos e redigir textos escritos com o objetivo de sintetizar conclusões. | Essa habilidade apenas não é indicada nos capítulos 6 e 10. Em geral, ela nunca aparece isolada e vem sempre acompanhada de alguma outra habilidade de Probabilidade e Estatística do sexto ano.                                                                          |
| EF06MA33 | Planejar e coletar dados de pesquisa referente a práticas sociais escolhidas pelos alunos e fazer uso de planilhas eletrônicas para registro, representação e interpretação das informações, em tabelas, vários tipos de gráficos e texto.                                                          | Indicada ao final do capítulo 7 e como um exercício no capítulo 12.                                                                                                                                                                                                       |
| EF06MA34 | Interpretar e desenvolver fluxogramas simples, identificando as relações entre os objetos representados (por exemplo, posição de cidades considerando as estradas que as unem, hierarquia dos funcionários de uma empresa etc.).                                                                    | Essa habilidade, mais voltada para o pensamento computacional e talvez encaixada de forma artificial na unidade de Probabilidade e Estatística na BNCC é trabalhada no capítulo 2, no contexto da construção de árvore de possibilidades como aplicação da multiplicação. |

Fonte: elaborado pelos autores (2024)

### 3. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Uma das reflexões apresentadas em Rangel *et al.* (2024) foi a de que o potencial de promoção do letramento estatístico está fortemente ancorado na habilidade EF06MA33, que determina a realização de uma investigação estatística. Mas, essa é a penúltima habilidade de matemática das trinta e quatro habilidades dessa área do conhecimento relacionadas para o sexto ano. No volume analisado, essa habilidade aparece indicada apenas no final do capítulo 7, na seção “Agora quem trabalha é você”, na forma de um exercício que sugere uma pesquisa sobre “consumo de água na sua cidade”. Além disso, verificou-se que apesar dos contextos envolverem muitas vezes dados reais, as questões propostas para os estudantes são em geral apenas de leitura de gráfico sem incluir questões por trás dos dados tais como: Para que servem esses dados? Por que realizar essa investigação?

A partir da análise realizada quanto ao volume de sexto ano em tela, é possível observar



que, embora promissora, a proposta de trabalhar a estatística de forma transversal ao longo de todos os capítulos corre alto risco de negligenciar definitivamente o desenvolvimento do letramento estatístico nessa etapa escolar, pois a estatística fica relegada a um apêndice nos capítulos e nunca como um tópico central.

## REFERÊNCIAS

- BARGAGLIOTTI, A. *et al.* **Pre-K–12 Guidelines for Assessment and Instruction in Statistics Education (GAISE II): A Framework for Statistics and Data Science Education**. Alexandria, VA: American Statistical Association, 2020. DOI: <https://doi.org/10.5951/MTLT.2020.0343>. 2020
- BATANERO, C.; BOROVCHNIK, M. **Statistics and probability in high school**. Springer, 2016. Disponível em: [http://portal.mec.gov.br/seesp/arquivos/pdf/lei9394\\_ldbn1.pdf](http://portal.mec.gov.br/seesp/arquivos/pdf/lei9394_ldbn1.pdf). Acesso em: 28 fev. 2024.
- BIANCHINI, E. **Matemática Bianchini – Sexto Ano**. Editora Moderna, 2018.
- BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, DF, 2018.
- BRASIL. Ministério da Educação. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Terceiro e quarto ciclo do Ensino Fundamental. Brasília, DF, 1998. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/matematica.pdf>
- CORRÊA, P. D.; RANGEL, L. Combined Reading – A Methodological Approach for Documental Curricular Analysis. In: THOMPSON, D.; HUNTLEY, M.A.; SUURTAMM, C. **Lessons Learned from Research on Mathematics Curriculum**. Information Age Publishing, 2024.
- FRANKLIN, C. *et al.* **Guidelines for Assessment and Instruction in Statistics Education (GAISE) Report - A Pre-K–12 Curriculum Framework**. Alexandria: American Statistical Association, 2005. Disponível em: [https://www.amstat.org/asa/files/pdfs/gaise/gaisepek12\\_full.pdf](https://www.amstat.org/asa/files/pdfs/gaise/gaisepek12_full.pdf). Acesso em: 30 jun. 2023.
- GAL, I. Promoting statistical literacy: Challenges and reflections with a Brazilian perspective. In: MONTEIRO, Carlos; CARVALHO, Liliane (org). **Temas emergentes em letramento estatístico**, Recife: Ed. UFPE, v.1, p.37-59. 2021.
- GIOVANNI, J. R.; CASTRUCCI, B. **A conquista da Matemática - sexto ano**. FTD, 2018.
- LOUZADA, F.; CORDANI, L.; BAZÁN, J.; BARBOSA, T. **Reflexões a respeito dos conteúdos de probabilidade e estatística na escola no Brasil – uma proposta**. Associação Brasileira de Estatística (ABE), Brasil, 2015. DOI: <http://dx.doi.org/10.13140/RG.2.1.2210.5368>.
- RANGEL, L. *et al.* Letramento estatístico segundo o GAISE e a BNCC: paridades e contrastes. **Ensino em Re-Vista**, [S. l.], v. 31, n. Contínua, p. 1–25, 2024. DOI: 10.14393/ER-v31e2024-08. Disponível em: <https://seer.ufu.br/index.php/emrevista/article/view/72698>. Acesso em: abril de. 2024.
- SAMPAIO, F. A. **Trilhas da Matemática**. Sexto ano. São Paulo: Saraiva, 2018.



## UMA PROPOSTA DE ATIVIDADE PARA O ENSINO DE GEOMETRIA UTILIZANDO O SOFTWARE GEOGEBRA E UMA IMPRESSORA 3D

Flaviane Stella Gonzaga Stort<sup>1</sup>  
Marcela Luciano Vilela de Souza<sup>2</sup>

**Resumo:** Neste trabalho, vamos apresentar uma proposta de atividade para ser desenvolvida em uma sala de aula e um laboratório de informática, para o ensino e aprendizagem de Geometria utilizando Tecnologias da Informação e Comunicação (TICs) e a manipulação de materiais concretos, alinhadas às diretrizes da Base Nacional Comum Curricular (BNCC). Mais especificamente, trabalharemos com o volume de um cilindro circular reto, que envolverá o *software* livre *GeoGebra*, para a construção virtual do mesmo, e uma impressora 3D, para a confecção das peças geométricas que serão utilizadas durante a atividade. Esta atividade poderá ser aplicada para turmas da Educação Básica, do 9º ano do Ensino Fundamental e do Ensino Médio.

**Palavras-chave:** geometria, cilindro, volume, *geogebra*, impressora 3D.

### 1. INTRODUÇÃO

O uso de Tecnologias da Informação e Comunicação (TICs) está cada vez mais presente no cotidiano das pessoas, e não seria diferente na educação matemática. As TICs, aliadas ao desenvolvimento de materiais concretos, têm desenvolvido um papel cada vez mais importante para o ensino e aprendizagem de Matemática, proporcionando diversas vantagens tanto para os alunos quanto para os professores, tornando o processo educacional mais eficiente e estimulante. Tendo isto em vista, o trabalho foi pensado para o ensino e aprendizagem de Geometria utilizando o *software* livre *GeoGebra*<sup>3</sup> e uma impressora 3D<sup>4</sup>, com o intuito de produzir as peças geométricas para o desenvolvimento de uma atividade e de possibilitar a exploração de conceitos matemáticos no Ensino Básico, utilizando metodologias ativas.

O uso de TICs e de materiais concretos, como recursos que auxiliam no ensino e aprendizagem de Matemática, incentiva os alunos a desenvolverem habilidades essenciais para a formação e a trajetória acadêmica, como pensamento crítico, resolução de problemas e competências digitais. Deborah Ball argumenta que a integração das TICs pode transformar a sala de aula, proporcionando novas maneiras para os alunos se envolverem com o conteúdo e desenvolverem habilidades críticas (Ball; Forzani, 2009).

<sup>1</sup> Graduanda em Licenciatura em Matemática; Universidade Federal do Triângulo Mineiro/UFTM, Uberaba, Minas Gerais - Brasil, [stortflaviane@gmail.com](mailto:stortflaviane@gmail.com).

<sup>2</sup> Doutora em Matemática; Universidade Federal do Triângulo Mineiro/UFTM, Uberaba, Minas Gerais - Brasil, [marcela.souza@uftm.edu.br](mailto:marcela.souza@uftm.edu.br).

<sup>3</sup> Disponível para download em [www.geogebra.org](http://www.geogebra.org).

<sup>4</sup> Modelo da impressora 3D utilizado para o desenvolvimento deste trabalho: *Creality cr 200B*.

Vamos explorar a construção de um cilindro circular reto utilizando a teoria básica de uma função real de uma variável real e o *GeoGebra Classic*, para fazermos uma proposta de atividade envolvendo uma investigação sobre o cilindro como uma superfície de revolução e o cálculo do seu volume, que pode ser aplicada em sala de aula do Ensino Básico, e ainda possibilitando o uso do *software GeoGebra* e de uma impressora 3D para gerar as superfícies que serão manipuladas durante a atividade.

Segundo a BNCC, os estudantes devem desenvolver habilidades relativas aos processos de investigação, de construção de modelos e de resolução de problemas. Para tanto, eles devem mobilizar seu modo próprio de raciocinar, representar, comunicar, argumentar e, com base em discussões e validações conjuntas, aprender conceitos e desenvolver representações e procedimentos cada vez mais sofisticados (Brasil, 2018, p. 529).

Alinhada às diretrizes da Base Nacional Comum Curricular (BNCC), a proposta de atividade se baseia no ensino e aprendizagem de Geometria com a motivação de que o professor possa exercer o papel de mediador do ensino e os alunos possam protagonizar um aprendizado de maneira lúdica, motivadora e colaborativa, executando as etapas da proposta: organização em equipe, investigação sobre o tema proposto, discussão sobre o tema no cotidiano, problematização, matematização, análise dos materiais e interpretação dos resultados utilizando TICs e materiais concretos.

O presente trabalho baseia-se numa pesquisa de iniciação científica que está sendo desenvolvida na Universidade Federal do Triângulo Mineiro (UFTM), como parte das atividades realizadas por uma bolsista do Programa de Educação Tutorial (PET) Matemática desta instituição, no caso da 1ª autora, sob a orientação da 2ª autora.

## 2. DESENVOLVIMENTO

Para a aplicação da atividade proposta na próxima seção, construímos cilindros circulares retos de diferentes dimensões utilizando o *software GeoGebra Classic* e uma impressora 3D, como mostraremos a seguir.

### 2.1 Construção do Cilindro no *GeoGebra*

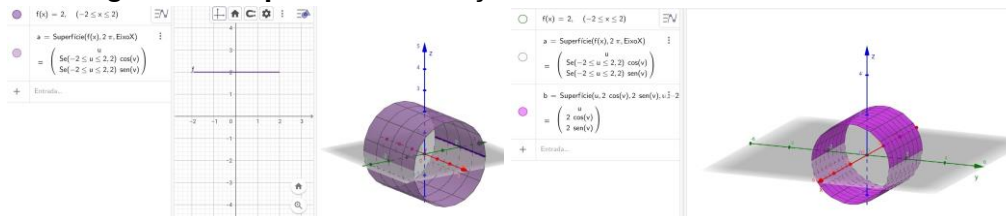
Considerando o cilindro como uma superfície de revolução, vamos apresentar um modelo de sua construção, utilizando o *GeoGebra Classic*, via rotação de um segmento de reta em torno do eixo  $x$ .

Rotação de uma função constante  $y=2$ , com domínio restrito ao intervalo  $[-2,2]$ , em torno do eixo  $x$ . Neste caso, construímos o cilindro  $C$  com raio ( $r$ ) da base sendo 2 e a altura ( $h$ ) sendo 4, ou seja, igual ao comprimento do intervalo  $[-2,2]$ , conforme Figura 1. Com o comando *Função(Função, Valor de  $x$  Inicial, Valor de  $x$  Final)*, criaremos um segmento de reta. Com o segmento de reta, utilizando o comando *Superfície(Curva, Ângulo, Reta)*, criaremos o cilindro. No nosso caso, com o comando *Função( $y=2, -2, 2$ )*, criamos um segmento de reta. Com o segmento de reta, utilizando o comando *Superfície( $f(x), 2\pi, EixoX$ )*, construímos o cilindro  $C$ . Para a construção do cilindro, também poderia fazer via rotação de um segmento de reta em torno do eixo  $y$ .

## 2.2 Criação do cilindro para a impressão 3D

Para a impressão 3D, utilizaremos o comando *Superfície(Expressão, Expressão, Expressão, Variável 1, Valor Inicial, Valor Final, Variável 2, Valor Inicial, Valor Final)*. No nosso caso, geramos o comando *Superfície(u, 2cos(v), 2sen(v), u, -2, 2, v, 0, 2pi)* no *GeoGebra Classic*, conforme ilustrado na Figura 1.

**Figura 1 - Etapas da construção do cilindro C no GeoGebra**



Fonte: As autoras

## 2.3 Impressão da peça criada

Após gerar o cilindro pelo *software GeoGebra Classic*, baixamos o arquivo no formato *.stl* e com este, criamos o arquivo do tipo *G-code* pelo fatiador *Creativity Slicer 4.8.2*, necessário para a impressão 3D, e imprimimos os cilindros da Figura 2.

Para a atividade proposta, nomeamos os cilindros a seguir, respectivamente: Cilindro Base, nomeado C e com volume V.

Cilindro com o dobro do Raio de C, nomeado C<sub>1</sub>, com volume V<sub>1</sub>.

Cilindro com metade do Raio de C, nomeado C<sub>2</sub>, com volume V<sub>2</sub>.

Cilindro com o dobro da Altura de C, nomeado C<sub>3</sub>, com volume V<sub>3</sub>.

Cilindro com a metade da Altura de C, nomeado C<sub>4</sub>, com volume V<sub>4</sub>.

Cilindro com o dobro do Raio e a metade da Altura de C, nomeado C<sub>5</sub>, com volume V<sub>5</sub>.

Cilindro com a metade do Raio e o dobro da Altura de C, nomeado C<sub>6</sub>, com volume V<sub>6</sub>.

Pela construção no *GeoGebra* do Cilindro Base C, obtida na seção 2.1, obtemos um cilindro de raio 2 cm e altura 4 cm.

**Figura 2 - Cilindros impressos pela Impressora 3D e utilizados na atividade**



Fonte: As autoras

## 3. PROPOSTA DE ATIVIDADE

A atividade proposta foi desenvolvida para ser aplicada em turmas do 9º ano do Ensino Fundamental e turmas do Ensino Médio. A atividade foi planejada conforme as habilidades previstas na Base Nacional Comum Curricular (BNCC), para que o aluno primeiro desenvolva a capacidade de trabalhar com o volume de um cilindro circular reto de forma intuitiva, sem o cálculo, assim como deve ser iniciado a percepção do volume

em Geometria no Ensino Básico, para depois relacionar o volume com a fórmula desenvolvida para o seu cálculo.

A proposta consiste na aplicação de oito etapas, planejadas para duas aulas de 50 minutos cada, sendo a primeira fase das etapas (etapas 1 a 7) desenvolvida em uma sala de aula para a preparação do aluno com a teoria, e a segunda fase (etapa 8), desenvolvida em um laboratório de informática, para que o aluno seja capaz de utilizar a teoria trabalhada na primeira fase e produzir o próprio material utilizando o *software GeoGebra* e uma impressora 3D.

Para o desenvolvimento da atividade, usaremos os 7 cilindros construídos pela impressora 3D e nomeados na seção anterior como C, C<sub>1</sub>, C<sub>2</sub>, C<sub>3</sub>, C<sub>4</sub>, C<sub>5</sub> e C<sub>6</sub>.

### **Etapla 1: Investigando a teoria e o cilindro no cotidiano (10 minutos)**

Dividir os alunos em grupos de 3 a 4 membros. Cada grupo deverá investigar a teoria sobre cilindro circular reto, superfície de revolução e cilindro como uma superfície de revolução. Discutir sobre as percepções e visualizações de cilindros no cotidiano. Para finalizar esta etapa, socializar com a turma as investigações e discussões feitas.

### **Etapla 2: Comparando os volumes de cilindros intuitivamente (5 minutos)**

Entregar um kit com os 5 primeiros cilindros para cada grupo (C, C<sub>1</sub>, C<sub>2</sub>, C<sub>3</sub> e C<sub>4</sub>). Cada grupo deverá fazer uma análise de comparação dos volumes entre os cilindros e registrar a ordem do cilindro com maior volume para o menor volume, baseado no que estão observando, sem fazer o cálculo. Espera-se que os alunos cheguem à conclusão de que  $V_1 > V_3 > V > V_4 > V_2$ . Mas nesta etapa, ainda não se deve compartilhar este resultado correto. Por fim, socializar a análise e o registro desta etapa com a turma.

### **Etapla 3: Comparando os volumes de cilindros com preenchimento (5 minutos)**

Entregar um material para preenchimento dos cilindros para cada grupo (bolinha de isopor, milho de pipoca, ou outro similar). Cada grupo deverá fazer a conferência da ordem estabelecida na etapa anterior, agora utilizando o material para preencher cada cilindro e comparando os volumes com a quantidade de material utilizado para cada preenchimento, utilizando a noção do espaço preenchido para representar o volume. Se for necessário, alterar a ordem estabelecida pelo grupo na etapa anterior. Após a percepção do volume por espaço ocupado, socializar a experiência feita e se houve alteração na ordem dos volumes, registrada na etapa anterior.

### **Etapla 4: Conferindo os volumes de cilindros com medição (10 minutos)**

Investigar sobre a fórmula do volume de um cilindro circular reto. Cada grupo deverá fazer a medição da altura e do raio da base do cilindro, com o auxílio de uma régua. A partir das medições, deve-se realizar o cálculo dos volumes dos cilindros e conferir a ordem estabelecida dos volumes nas etapas anteriores. Refletir e compartilhar os resultados com a turma.

### **Etapla 5: Comparando os volumes de cada cilindro alterado (C<sub>1</sub>, C<sub>2</sub>, C<sub>3</sub> e C<sub>4</sub>) com o cilindro base C (5 minutos)**

Cada grupo deverá estabelecer uma relação dos volumes de cada cilindro alterado (C<sub>1</sub>,

$C_2$ ,  $C_3$  e  $C_4$ ) com o cilindro base  $C$ , obtendo:  $V_1=4V$ ;  $V_2=V/4$ ;  $V_3=2V$ ;  $V_4=V/2$ . A partir das medições, do cálculo e comparação dos volumes, refletir sobre os volumes de  $C_1$  e  $C_3$ , obtidos dobrando o raio e a altura de  $C$ , respectivamente. Refletir também sobre os volumes de  $C_2$  e  $C_4$ , cilindros obtidos considerando a metade do raio e da altura de  $C$ , respectivamente. Compartilhar as discussões e conclusões com a turma.

#### **Etapla 6: Comparando os volumes dos cilindros ( $C_5$ e $C_6$ ) (5 minutos)**

Entregar um kit com os cilindros  $C_5$  e  $C_6$  para cada grupo. Seguindo os passos das etapas anteriores, cada grupo deverá analisar qual deles tem maior volume. Primeiro, deve-se analisar intuitivamente, sem fazer cálculos e estabelecer uma ordem. Depois, conferir essa ordem estabelecida com o material de preenchimento. E por fim, utilizar a fórmula para a conferência final. Com o conhecimento anterior, espera-se que os grupos cheguem mais rapidamente à conclusão de que  $V_5 > V_6$ . Socializar as reflexões.

#### **Etapla 7: Formalizando a teoria e as análises das etapas anteriores (10 minutos)**

Para finalizar a fase da atividade em sala de aula, o docente deverá apresentar as resoluções das etapas anteriores, abrir para discussões e formalizar o conteúdo.

#### **Etapla 8: Produzindo no laboratório (50 minutos)**

Nesta fase e última etapa, o docente deverá levar os alunos a um laboratório de informática. Caso tenha disponibilidade de *internet*, ele poderá optar por trabalhar com a versão do *GeoGebra Classic on-line*. Primeiro, deve-se seguir as orientações das seções 2.1 e 2.2 para a criação do cilindro  $C$  no *GeoGebra*, e da seção 2.3 para a impressão de todos os cilindros. Para o uso de uma impressora 3D, se necessário, o docente pode fazer parcerias com alguma instituição ou projeto que possa emprestar.

### **4. CONSIDERAÇÕES FINAIS**

Espera-se que a atividade proposta seja uma possibilidade para professores que atuam na Educação Básica, que possuem ou podem fazer uso de uma impressora 3D, de abordagem para o ensino de Matemática utilizando metodologias ativas.

O próximo passo do desenvolvimento desta pesquisa é aplicar a proposta da atividade em uma escola, para coletar sugestões e dados destas metodologias do ensino, aperfeiçoar a atividade, e por fim, compartilhar a experiência com apresentações de trabalhos e publicações, para disseminar cada vez mais a ideia e a importância de integrar as TICs e materiais concretos com o ensino e aprendizagem da Matemática.

O uso de TICs, aliadas ao uso de materiais concretos, incentiva os alunos a desenvolverem habilidades essenciais, como pensamento crítico, resolução de problemas e competências digitais. Destacamos assim, a importância e os benefícios dessas metodologias ativas no ensino de Matemática, reforçando a necessidade de integrá-las no ensino para criar uma educação mais eficiente, personalizada e transformadora, capacitando os alunos com as competências necessárias para o futuro.

### **REFERÊNCIAS**

BALL, D. L.; Forzani, F. M. The Work of Teaching and the Challenge for Teacher Education. **Journal of Teacher Education**, 60(5), 497-511, 2009.  
BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, 2018.



## LABORATÓRIO DE ENSINO DE MATEMÁTICA (LEM): DO CONCRETO AO ABSTRATO NO ENSINO MÉDIO

Franciely Machado Dutra Cezar<sup>1</sup>

**Resumo:** A matemática no Ensino Médio se torna desafiadora ao percebermos que estudantes a temem como algo inalcançável para si, o que ocasiona muitas das vezes, desinteresse em aprender por sua abstração. Nota-se um desafio no processo do concreto ao abstrato ou o contrário. Um dos objetivos desse trabalho é comunicar uma Matemática Divertida e Curiosa no Ensino Médio, trazendo o Laboratório de Ensino de Matemática (LEM) como um recurso auxiliador às práticas pedagógicas diárias em sala de aula, integrando o estudante na Matemática e em seu ambiente escolar. Como proposta perpassar aos professores e futuros professores, o Laboratório de Ensino de Matemática (LEM) à luz de Julio Cesar de Mello e Souza, conhecido como Malba Tahan, como uma possibilidade da implementação do LEM na própria sala de aula com apoio de tecnologias e metodologia ativas. A aplicação desta pesquisa teve como suporte a *Malbatemática*, um evento realizado pelo Grupo de Pesquisa Psicologia da Educação Matemática e Formação de Professores (PSIEM-GEPEMAI) da Faculdade de Educação da Universidade Estadual de Campinas (FE/Unicamp). Ele acontece em comemoração ao Dia Nacional da Matemática - 6 de maio - data escolhida em homenagem ao professor Julio Cesar de Mello e Souza.

**Palavras-chave:** laboratório de ensino de matemática (LEM), ensino médio, Malba Tahan, matemática divertida e curiosa, malbatemática.

### 1. INTRODUÇÃO

Ao iniciar uma abordagem do uso do Laboratório nas aulas de Matemática, muitos professores deparam-se com a dúvida do início do processo para introduzir a metodologia em aulas de Matemática. Aqui referimos aos aspectos atuais com avanços de tecnologias, com uso de metodologias ativas e participação dos estudantes em aulas de matemática, possibilitando-os protagonistas de seu aprendizado.

Como membro do Grupo de Pesquisa Psicologia da Educação Matemática e Formação de Professores (PSIEM-GEPEMAI) da Faculdade de Educação da Universidade Estadual de Campinas (FE/Unicamp) e mestranda em Educação Escolar (FE/Unicamp), a pesquisa de abordagem qualitativa, teve como objetivo a implementação do Laboratório de Ensino de Matemática (LEM) em sala de aula no Ensino Médio. Foi um dos projetos realizados pela pesquisadora durante o estudo do mestrado na instituição citada *a priori*.

Em 2024, foi realizada a X Malbatemática, em parceria com a Universidade Federal do Piauí (UFPI) e Universidade Estadual do Ceará (UECE). O tema escolhido, 10 anos de Malbatemática: por uma matemática divertida e curiosa, é alusivo a uma das obras de Malba Tahan intitulada Matemática divertida e curiosa (1ª edição, 1934, Editora Calvino

<sup>1</sup> Mestranda em Educação Escolar (FE/Unicamp) -Campinas/SP. franciely.machado@hotmail.com



Filho/RJ; 37ª edição, 2022, Editora Record/RJ). Como ministrante da roda de conversa com o tema do evento, o trabalho foi apresentado.

Alguns desafios que muitos professores se deparam na implementação do LEM, é o local, pois, muitas escolas não possuem o local denominado “Laboratório” ou espaço semelhante, além das salas de aulas numerosas de estudantes.

Partindo desse pressuposto, notamos que as dificuldades em elaborar propostas pedagógicas tomam conta das narrativas de alguns professores.

Segundo Lorenzato:

*É mais difícil lecionar utilizando o LEM.*

Essa frase insinua uma limitação do LEM. Se a dificuldade aqui se refere ao aumento de movimentação e de motivações dos alunos e de troca de informação entre eles, causadas pelo LEM, podemos dizer que o LEM exige do professor uma conduta diferente da exigida pela aula tradicional; se a dificuldade for referente ao fato de que os alunos, influenciados pelo LEM, passam a fazer perguntas difíceis ou fora do planejamento da aula, então, realmente, usar o LEM pode ser mais difícil para parte dos professores. Em ambos os casos, não se trata de limitações próprias ao LEM, mas sim de situações em que os alunos efetivamente trabalham mais do que quando apenas assistem à explanação do professor. Em outras palavras, o LEM pode ocasionar nos alunos uma mudança de comportamento. (Lorenzato, 2010)

Essa mudança de comportamento é desafiadora, faz o aluno refletir, o faz querer fazer parte. Ainda com Lorenzato (2010), “a contribuição dos alunos para a construção do LEM é muito importante para o processo educacional deles, pois é fazendo que se aprende”. Esse *fazer*, é parte de uma narrativa de estudantes interessados na matemática e ativos em sala de aula.

A reverberação de um LEM sem o espaço “Laboratório” na escola, começa a nascer dentro da própria sala de aula. Com isso, os alunos possuem contato diário com suas produções, exercem o cuidado do espaço e dos itens, trabalham a interdisciplinaridade com as aulas de História, Geografia, Português, Química, Física dentre outras.

## **2. LABORATÓRIO DE ENSINO DE MATEMÁTICA (LEM) NA SALA DE AULA**

Ao convidar os professores a discutirem sobre o LEM, iniciamos com a fala de Malba Tahan:

O professor de Matemática, que dispõe de um bom Laboratório poderá, com a maior facilidade, motivar seus alunos por meio de experiências e orientá-los, mais tarde, com a maior segurança, pelo caminho das pesquisas mais abstratas. (Tahan, 1962)

Essa motivação por meio de experiências, parte do concreto ao abstrato. O concreto não se remete apenas a materiais manipulativos como jogos, blocos lógicos, material dourado etc., mas também a uma imagem ou um problema de vestibular trazido por um estudante do Ensino Médio.

O conceito de abstração por Piaget foi distinguido em três tipos: a abstração empírica,



a abstração pseudo-empírica e a abstração reflexiva. Abstração empírica é um tipo de abstração mais simples, que se baseia na observação direta do indivíduo ao objeto, as propriedades estão no objeto. A pseudo-empírica, também depende das propriedades dos objetos, porém depende do sujeito colocando suas configurações nos objetos. Envolve a elaboração da capacidade cognitiva reflexiva sobre as características atribuídas ao objeto anteriormente.

Segundo Dubinsky,

[...] a abstração reflexiva difere da abstração empírica, pois lida com ação em oposição a objetos e difere da abstração pseudo-empírica no sentido de que trata, não tanto com as ações propriamente ditas, mas com as interrelações entre ações (Dubinsky, 1991).

Nas fases do desenvolvimento cognitivo, Jean Piaget, ressalta a aquisição do pensamento abstrato ou pensamento formal como a capacidade do indivíduo pensar independente da realidade concreta que o cerca.

O pensamento formal, é portanto, “hipotético-dedutivo”, isto é, capaz de deduzir as conclusões de puras hipóteses e não somente através de uma observação real. Suas conclusões são validas, mesmo independentemente da realidade de fato, sendo por isto que esta forma de pensamento envolve uma dificuldade e um trabalho mental muito maiores que o pensamento concreto. (Piaget, 1999)

No Ensino Médio, nos deparamos com os estudantes na fase do pensamento formal, o que para alguns a dificuldade de relacionar o abstrato com a realidade concreta, torna-se um desestímulo na aprendizagem das aulas de matemática. Para os professores o desafio aumenta a cada dia com o avanço da tecnologia e as informações instantâneas que os estudantes recebem a todo o momento.

Segundo Lorenzato (2008), “o concreto palpável possibilita apenas o primeiro conhecimento, isto é, o concreto é necessário para a aprendizagem inicial, embora não seja suficiente para que aconteça a abstração matemática”. O Laboratório de Ensino de Matemática (LEM), vem como uma possibilidade de auxiliar a transição das operações concretas às operações formais.

## 2.1A Matemática Divertida e Curiosa do Ensino Médio

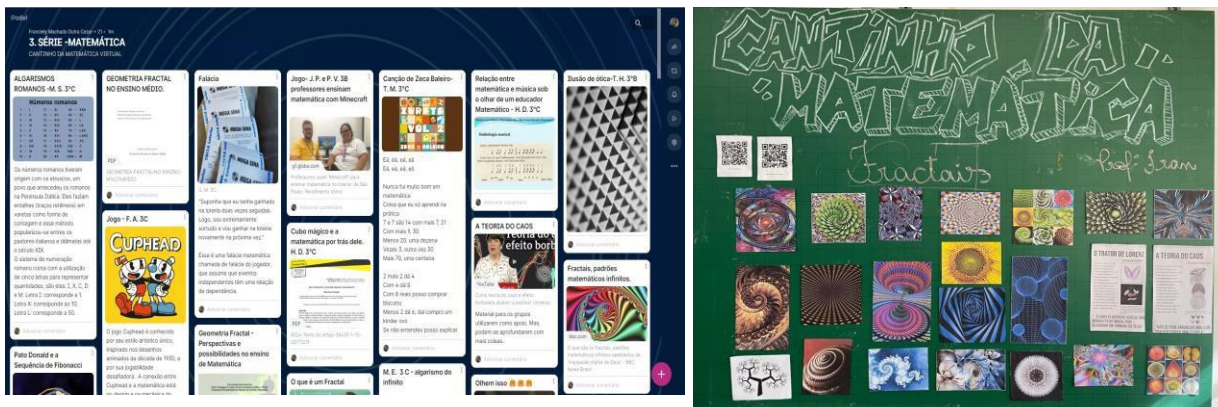
O primeiro convite ao Laboratório de Ensino de Matemática (LEM), no Ensino Médio, é apresentando aos estudantes uma matemática “diferente”, uma matemática divertida e curiosa. De acordo com Lorenzato (2002), “ninguém ama o que não conhece”: este pensamento explica por que tantos alunos não gostam da matemática. Se a eles não foi dado conhecer a matemática, como podem vir a admirá-la?

Assim, foi inspirado em Malba Tahan, que apresentamos aos estudantes do Ensino Médio a matemática por meio de: *Etnomatemática, História da Matemática, Falácias, Paradoxos, Jogos, Ilusão de Ótica, Contação de História, Música, Enigmas, Símbolos Matemáticos, Escape Room, Tecnologias e Recursos Digitais*. E devolvemos o questionamento aos estudantes: “Onde você vê matemática?”.

O convite surge utilizando recursos digitais, para isso pode-se criar um mural *online*

para os alunos anexarem suas pesquisas e também, um mural físico em sala de aula para que os estudantes fiquem próximos de suas descobertas e integrem os demais professores de outras áreas do conhecimento.

Figura 1 - Murais com produções em sala de aula e meio digital.



Fonte: Autora (2024)

De tempo, a ser combinado com os estudantes, pode-se abordar um tema em específico, como sugestão foi: “A Matemática Divertida e Curiosa”, inspirado na obra de Malba Tahan. O Cantinho da Matemática, começa a ser criado com instigações aos estudantes, como: A mágica do número 6, O Paradoxo do Barbeiro e o problema: Os quatro quattros, que foi apresentado na obra O Homem que Calculava, de Malba Tahan.

Ao convidar os estudantes ao LEM, é preciso motivá-los. Essa motivação, surge de algo que os mesmos relacionam como tema importante, para isso o Dia Nacional da Matemática, que foi instituído pela Lei 12.835/2013, pode ser abordada por meio de uma comemoração em sala de aula ou projetos que envolvam a comunidade escolar. Tal interação na proposta, também existe quando selecionamos alguns estudantes para trazerem o que gostam relacionados as aulas de matemática, é preciso valorizar o papel e a contribuição de cada estudante, para isso, selecionar de maneira justa para que todos participem de algum modo na proposta. Possibilitando que selecionem alguns exercícios de vestibulares, exames nacionais dentre outros.

Essa motivação não fica restrita apenas aos estudantes, mas aos demais professores. É importante trabalhar temas transversais em parcerias com professores de outras áreas do conhecimento.

O LEM, além de tecnológico, manipulável, passa a ser um lugar de pertencimento do estudante dentro da matemática.

### 3. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Práticas pedagógicas combinadas com pesquisas são possibilidades para que professores dialoguem sobre salas de aulas. Esse trabalho comunica a importância do uso do Laboratório de Ensino de Matemática (LEM) como um recurso pedagógico em aulas de matemática. Um dos pontos importantes levantados, é o LEM não se restringir a um espaço designado “Laboratório”, pois muitas escolas não o possuem, mas fazer com que o LEM seja parte dos professores, estudantes e comunidade escolar.

O Ensino Médio, é uma etapa de diversas descobertas dos estudantes. Uma das etapas de seu processo de desenvolvimento cognitivo, segundo Jean Piaget, ressalta a aquisição do pensamento formal como a capacidade do indivíduo pensar independente da realidade concreta que o cerca. É a etapa de fazer relações com o concreto e o abstrato. Sendo assim, o LEM, vem como uma oportunidade de desenvolver essa fase por meio do concreto e abstração.

O uso de materiais manipuláveis não limita-se ao concreto, também pode ser abordado uma situação-problema, uma ilusão de ótica para trabalhar geometria, uma falácia no ensino de probabilidade, uso de *softwares* dinâmicos, maquetes, murais físicos e *online* dentre outras propostas.

Com o LEM, a interdisciplinaridade faz presente em sala de aula. Se o estudante não gosta de matemática, podemos trazer o que lhe interessa integrando-o em seu processo de ensino aprendizagem.

## REFERÊNCIAS

- DUBINSKY, E. Reflective abstraction in Advanced Mathematical Thinking. In **D. Tall (Ed.), Advanced Mathematical Thinking** (pp. 95-123). Dordrecht: Kluwer Academic Publisher, 1991.
- LORENZATO, S. **Manipulando ideias matemáticas**. Unicamp – FE, set. 2002. Mimeografado.
- LORENZATO, S. Malba Tahan, um precursor. **Educação Matemática em Revista**, São Paulo, ano 11, n. 16, p. 63-66, maio 2004.
- TAHAN, M. **Didática da Matemática** – volumes 1 e 2. São Paulo: Saraiva Livresiros Editores, 1965.
- TAHAN, M. **A arte de ser um perfeito mau professor**. Rio de Janeiro: Ed. Vecchi, 1967. Disponível em: A arte de ser um perfeito mau professor. Acesso em: 20/05/2024.
- PIAGET, J. **Seis estudos de psicologia**. Tradução: Maria Alice Magalhães D' Amorim e Paulo Sergio Lima Silva - 24º Ed. Rio de Janeiro: FORENSE UNIVERSITARIA, 1999.



## O ENSINO DE PORCENTAGEM POR MEIO DE ESTIMATIVA E CÁLCULO MENTAL

Gabriela Gibim<sup>1</sup>  
Carla Alves<sup>2</sup>

**Resumo:** Este trabalho é uma investigação sobre o ensino de porcentagem abordado com alunos do 6º ano em uma escola particular de uma cidade do interior de São Paulo. Buscou-se adotar uma metodologia de ensino de porcentagem por meio da estimativa e cálculo mental diferente da geralmente usada através de regras e algoritmos. A investigação apontou que o desenvolvimento de estratégias de cálculo mental e estimativa permite a consolidação do sentido do número e a melhoria da capacidade crítica dos alunos frente às suas soluções.

**Palavras-chave:** porcentagem, sentido de número, estratégias de cálculo mental.

### 1. INTRODUÇÃO

A porcentagem é um conteúdo da Matemática essencial, pois está presente em nossas vidas e diariamente como, por exemplo, vemos no comércio o símbolo (%) descrito nos descontos ou em taxa de juros. Porém, este é um tópico em que os alunos apresentam dificuldades em fazer cálculos percentuais utilizando uma base 100, além disso, o seu ensino é muitas vezes realizado por meio de regras e sem compreensão. O ensino de porcentagem muitas vezes se baseia na aplicação de fórmulas, de um algoritmo, regras ou macetes no qual o aluno resolve o problema de forma mecânica, sem compreensão. Assim, o professor não tem a oportunidade de observar e analisar as produções de significados dos seus alunos de modo a contribuir com o seu conhecimento matemático conceitual.

Deste modo, é essencial que o ensino de porcentagem tenha uma conexão com o dia a dia do aluno, ou seja, o aluno deve deter um conhecimento que o ajude a entender por exemplo, o quanto de desconto ou taxa de juros está expresso por meio da porcentagem em um produto, se há vantagens ou desvantagens ao se adquirir este produto. Portanto faz-se necessário um ensino de porcentagem contextualizado e que leve o aluno a construir conceitos e elaborar suas conclusões de forma crítica.

Pesquisas (Brocardo; Serrazina, 2008; McIntosh; Reys; Reys, 1992; Maaß; Schoglmann, 2009) apontam a importância da estimativa, pois esta não é feita de resultados exatos, mas de elaboração de argumentos, aproximações, raciocínios e justificativas. O processo de estimar apoia-se em conceitos referentes aos números e operações como: ordem de grandeza, proporcionalidade e equivalência, procedimentos de decompor e substituir, arredondar, compensar e aplicar estratégias de cálculo mental.

<sup>1</sup> Doutoranda; Universidade de Campinas/UNICAMP, Campinas, São Paulo, Brasil, [gabi.gibim@gmail.com](mailto:gabi.gibim@gmail.com).

<sup>2</sup> Doutora; Universidade de Campinas/UNICAMP, Campinas, São Paulo, Brasil, [carla0934@gmail.com](mailto:carla0934@gmail.com).

O cálculo mental pode ser entendido como cálculo exato, realizado de forma rápida e eficaz, utilizando representações mentais, recorrendo a uso de propriedades e relações numéricas, podendo usar registros intermediários em papel (Carvalho, 2011), ou seja, o cálculo pensando não mecanizado.

A BNCC (Brasil, 2018) traz a estimativa não como um conteúdo a ser trabalhado, mas como uma habilidade a ser desenvolvida. Também aponta a necessidade de estimar no contexto das operações, pois temos pouca prática em relação a isso na sala de aula. A estimativa e o cálculo mental estão associados ao sentido de número, pois este inclui o conhecimento sobre os números, as operações e seu uso flexível na realização de julgamentos matemáticos e na resolução de problemas (Mcintosh; Reys; Reys, 1992; Buys, 2001).

Deste modo, este trabalho apresenta e discute uma prática realizada com alunos do 6º ano sobre porcentagem utilizando estratégias de cálculo mental e estimativa devido a sua importância para um ensino com compreensão por parte do aluno.

## 2. ASPECTOS METODOLÓGICOS

Nesta pesquisa utilizamos uma abordagem metodológica de caráter qualitativo (Creswell, 2014) e apresentamos uma metodologia pautada no ensino da porcentagem. Essa pesquisa foi desenvolvida no ano letivo de 2019 em uma escola particular do Estado de São Paulo no âmbito de uma turma de alunos do 6º ano do Ensino Fundamental, composta por 32 alunos, na faixa etária de 11 a 12 anos. A análise se deu a partir da transcrição da produção dos alunos e discussão na plenária em sala de aula. Propusemos que os alunos realizassem tarefas envolvendo o tema porcentagem, em grupos pequenos, para que pudessem realizar suas estratégias e depois cada grupo as compartilhasse e discutisse em plenária com o restante da sala. Nossa postura foi de mediador dos diálogos que ocorreram durante a aplicação das tarefas, com o objetivo de instigar os alunos a ponderar sobre suas produções e assim ampliar o seu conhecimento sobre o tema.

Tendo como foco a porcentagem, foram solicitadas diferentes estratégias de cálculo (como recurso) para que os alunos refletissem e explicassem o raciocínio efetuado. A tarefa (Figura 1) tem por objetivo conhecer o modo como os alunos pensam e lidam com o conceito e os cálculos de porcentagem, bem como elaboram e expressam suas diferentes estratégias de cálculo a fim de resolver um problema por meio de cálculo mental.

**Figura 1 – Tarefa: Porcentagem**

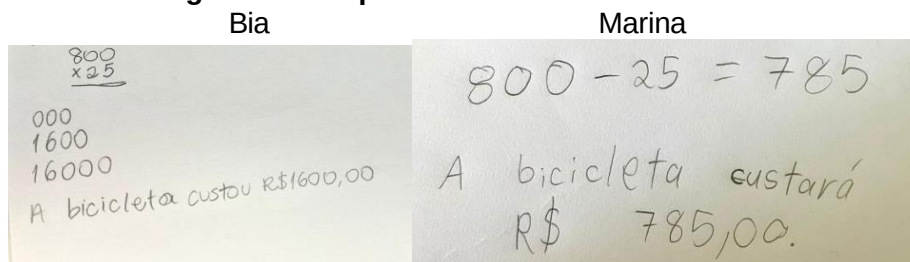
|                                                                                                                                                                                                                                      |  |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--|
| <p><b>Tarefa: Calculando porcentagem</b></p> <p>Observe a imagem e responda à questão:</p> <p>Se o valor da bicicleta era R\$ 800,00, quanto custou pagou após o desconto?<br/>Justifique sua resposta e apresente o raciocínio.</p> |  |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--|

Fonte: As autoras.

### 3. ANÁLISE DOS RESULTADOS

A estratégia mais utilizada pelos alunos foi a resolução por regras mecânicas sem que, no entanto, pudessem justificar seus procedimentos, demonstrando não entender o que faziam quando, por exemplo, afirmavam que para efetuar a porcentagem bastava “multiplicar pelo de cima (numerador) e dividir pelo de baixo (denominador)”. Ainda que apresentassem o conhecimento de algumas regras (ou procedimentos), também houve casos em que as respostas foram desconexas como mostra a Figura 2, onde a aluna Marina calculou 25% de 800 fazendo  $800 - 25 = 785$ . Aqui, a aluna parece associar a palavra desconto apenas à uma simples subtração, desconsiderando o percentual envolvido e, além disso, não percebeu que efetuou a subtração de 15 e não de 25 reais. Em uma outra resposta desconexa a aluna Bia apresentou um valor final maior que o inicial da bicicleta evidenciando, por um lado, que talvez não compreenda o significado da palavra “desconto”, e por outro lado, uma confiança extrema “no algoritmo” que utilizou. Isto é, a aluna aplica a regra e encontra uma resposta incoerente, impossível em relação a ordem de grandeza e não é capaz de perceber o seu erro. Tais equívocos ocorrem porque os alunos utilizam a regra sem compreensão, sem senso crítico da sua solução (Mcintosh; Reys; Reys, 1992).

**Figura 2 – Resposta das alunas Marina e Bia**

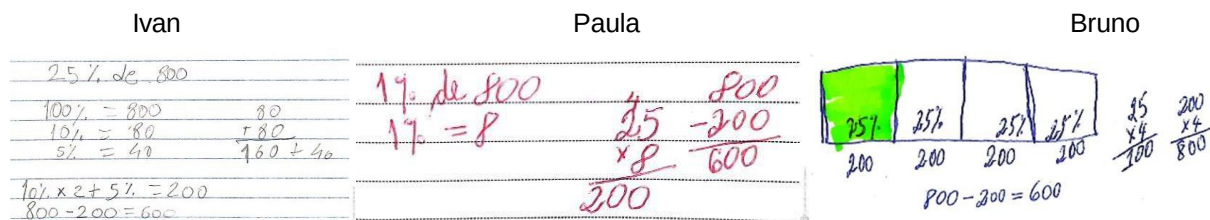


Fonte: As autoras.

De modo geral, os alunos têm dificuldades não somente para pensar em estratégias distintas da regra aprendida em anos anteriores na escola ou mesmo com seus pais em casa, como também na compreensão entre o contexto e o cálculo ou ainda uma sensibilidade em rever os dados e resultados quando incorretos. Um exemplo disso é quando o aluno responde o problema da tarefa acima com “A bicicleta custou R\$ 200,00”. Essa resposta evidencia que ele calculou o valor do desconto, mas esqueceu (e/ou não se deu conta) de que precisava ainda calcular o valor final da bicicleta a partir da diferença de valores, mostrando assim uma fragilidade no entendimento dos próprios resultados.

A metodologia proposta do trabalho com estimativa e cálculo mental permitiu aos alunos pensar para além da regra e macete, sobretudo ao compartilharem suas diferentes estratégias com os colegas, dando-lhes oportunidade de explicar e justificar seu raciocínio e conhecer novas formas de pensar, outras estratégias para resolver problemas. A figura 3 apresenta algumas diferentes estratégias usadas pelos alunos para a resolução da tarefa.



**Figura 3 – Resposta dos alunos Ivan, Paula e Bruno**


Fonte: As autoras

Percebe-se que os alunos Ivan, Paula e Bruno articularam ideias diferentes da aplicação direta de regras e foram capazes de estruturar as estratégias de cálculo mental nos registros apresentados. O aluno Ivan indica conhecer que 100% do valor equivale a R\$ 800,00 e opta por calcular o equivalente a 10% (R\$ 80,00) e 5% (R\$ 40,00); em seguida, calcula o desconto equivalente a 25% como a soma de duas parcelas de 10% e uma parcela de 5% ( $10\% \times 2 + 5\%$ ) e iguala a expressão a R\$ 200,00 e, para finalizar, calcula a diferença entre 800 e 200, resultando no valor pago pela bicicleta (R\$ 600,00). Apesar dos equívocos em termos dos registros (por exemplo, “10% = 80” em lugar de 10% de 800 = 80; além da expressão final que dá o resultado de R\$ 200,00) o aluno evidencia compreender os que está fazendo. O mesmo se dá nos registros da aluna Paula que opta por calcular 1% do valor total (1% de 800 = 8) para, em seguida, calcular o equivalente a 25 partes iguais a essa ( $25 \times 8 = 200$ ) e, por fim, calcular o valor da bicicleta após o desconto dos 20 reais. O aluno Bruno traz em sua representação pictórica a evidência de que conhece a equivalência entre 25% e  $\frac{1}{4}$ , uma vez que divide o todo em quatro partes iguais, indica ainda o total de 100(%) pelo produto de  $25 \times 4$  e o total de (R\$) 800 pelo produto de  $200 \times 4$ . O desconto obtido está destacado na parte colorida (em verde) no desenho (os R\$ 200,00) e o valor que responde ao problema aparece calculado abaixo ( $800 - 200 = 600$ ).

Na ocasião da plenária – momento em que os alunos puderam expor aos colegas suas resoluções – surgiram comentários como: “*Eu não pensei desta forma, mas eu vejo que é outra maneira correta de resolver*” (Paulo); “*Nunca pensaria nisso! Achei muito interessante!*” (Henrique); “*Agora, vendo o jeito dos meus colegas, consigo pensar em uma forma de resolver.*” (Fernanda). “*Não sabia que poderia ter tantas soluções; pensei que na matemática só tinha um jeito de responder certo.*” (Carlos). Tais depoimentos mostram a importância de se promover oportunidades dos alunos experienciarem discussões que os desafiem e desenvolvam suas habilidades que os desafiem e desenvolvam suas habilidades para argumentar matematicamente e possam, assim, ampliar seus conhecimentos nesta área.

#### 4. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Permitir que os alunos produzissem significados na interação e resolução de uma tarefa na qual foram desafiados a buscar soluções criativas e autênticas a partir de estratégias de cálculo mental e ainda pudessem compartilhar as diferentes ideias surgidas em sala de aula contribuiu para que o processo de aprendizagem acontecesse com compreensão.

Esta metodologia nos revelou um processo de aprendizagem rico em reflexões, discussões e argumentações matemáticas que permitiram aos alunos fazer novas descobertas sobre o conteúdo de porcentagem, sobretudo, ao socializar suas ideias e modos de resolver problemas estabelecendo associações com outros conteúdos já aprendidos. Além disso, permitiu aos alunos considerar os conceitos, as diferentes estratégias e o compartilhamento delas, problematizar suas descobertas e significados, diferentemente do que ocorre no ensino tradicional no qual a ênfase está apenas na regra e algoritmos. Deste modo, promoveu-se nos alunos, o desenvolvimento do sentido de número, pois foram confrontados com situações concretas, experienciaram estratégias diversificadas de cálculo mental e estimativa compreendidas de forma consciente para serem utilizadas de modo fluente na resolução de problemas do cotidiano.

## REFERÊNCIAS

- BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular** (BNCC). Brasília: MEC. 2017. Disponível em: [http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC\\_20dez\\_site.pdf](http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_20dez_site.pdf). Acesso 20 maio 2018.
- BUYS, K. Mental arithmetic. In: HEUVEL-PANHUIZEN, M. (Ed.). **Children Learn Mathematics: a learning-teaching trajectory with intermediate attainment targets for calculation with whole numbers in primary school**. Netherlands: Freudenthal Institute (FI) Utrecht University and National Institute for Curriculum Development (SLO). 2001. p. 121-146.
- BROCARD, J.; SERRAZINA, L. O sentido de número no currículo de Matemática. In: BROCARD, J.; SERRAZINA, L.; ROCHA, I. (Eds.) **O sentido do número: reflexões que entrecruzam teoria e prática**. Lisboa: Escolar Editora, 2008. p. 97-115.
- CRESWELL, J. W. **Research Design: Qualitative, Quantitative and Mixed Methods Approaches** (4th ed.). Thousand Oaks, CA: Sage, 2014.
- CARVALHO, R. Calcular de cabeça ou com a cabeça. **Anais do ProfMat** 2011. Lisboa: Associação de Professores de Matemática-APM, p. 1-8, 2011.
- MCINTOSH, A.; REYS, B. J.; REYS, R. E. A proposed framework for examining basic number sense. **For the Learning of Mathematics**, v. 12, n. 3, p. 2-8, 1992.
- MAAß, J.; SCHLÖGLMANN, W. **Beliefs and attitudes in mathematics education: new research results**. Rotterdam: Sense Publishers, 2009.





## TAREFA PARA DESENVOLVER O CONHECIMENTO ESPECIALIZADO DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA NO ÂMBITO DA MULTIPLICAÇÃO COM NÚMEROS INTEIROS

Helena Iwamoto<sup>1</sup>  
Sandra Menezes<sup>2</sup>  
Miguel Ribeiro<sup>3</sup>

**Resumo:** Utilizar diferentes registros de representação e atribuir significado à multiplicação envolvendo números inteiros é um problema para a maioria dos alunos e, também, para os professores. Tópicos matemáticos problemáticos exigem uma discussão aprofundada e um conhecimento especializado por parte do professor, de modo que os alunos compreendam o que fazem e por que o fazem a cada momento, pois as pesquisas mostram que o conhecimento do professor é o fator que mais impacta nas aprendizagens e resultados dos alunos. Esse conhecimento especializado, entendido na perspectiva do *Mathematics Teacher's Specialised Knowledge*, associado a atribuir significado às operações aritméticas; atribuir significado ao sinal negativo; à relação das operações com a reta numérica e outros registros de representação necessita ser desenvolvido para erradicar as dificuldades de compreensão do tópico. Para o professor desenvolver o seu conhecimento especializado são necessários contextos formativos que discutam Tarefas para Formação conceitualizadas com essa intencionalidade. Uma das possibilidades para essas Tarefas para a Formação é assumir como ponto de partida uma tarefa que se torne matematicamente potente para os alunos. Nesta comunicação, apresentamos uma tarefa para os alunos no âmbito da multiplicação envolvendo números inteiros e, as denominadas cinco dimensões fundamentais para otimizar a sua implementação e as aprendizagens matemáticas dos alunos.

**Palavras-chave:** multiplicação, números inteiros, *mathematics teacher's specialised knowledge*, tarefa para os alunos.

### 1. INTRODUÇÃO

O ensino dos números inteiros no Brasil é indicado na Base Nacional Comum Curricular (BNCC) para o 7º ano. Compreender que  $-20$  é menor que  $-2$  não é uma tarefa fácil para os alunos (Lepellere; Gasparo, 2022).

Para que o ensino dos números inteiros seja compreendido pelos alunos, é necessário que ocorra, durante a aprendizagem, um conflito entre o conhecimento prático e o

---

<sup>1</sup> Mestranda no Programa de Pós-Graduação em Educação – PPGE; Universidade Estadual de Campinas/Unicamp, Campinas, SP, Brasil. [helenaiwamoto@hotmail.com](mailto:helenaiwamoto@hotmail.com)

<sup>2</sup> Doutora em Educação Matemática; Universidade Estadual de Campinas / UNICAMP, Campinas, SP, Brasil. [sandra.smenezes@hotmail.com.br](mailto:sandra.smenezes@hotmail.com.br)

<sup>3</sup> Doutor em Didática da Matemática; Universidade Estadual de Campinas / UNICAMP, Campinas, SP, Brasil. [cmribas78@gmail.com](mailto:cmribas78@gmail.com)

conhecimento formal dos números (Iriarte; Jimeno; Vargas, 1990). Diante desse conflito, os alunos buscam preencher as lacunas sobre as limitações impostas pelos números naturais e têm a oportunidade de as ultrapassar ao generalizar os conceitos de número, operação aritmética e ordem (Teixeira, 1993).

No estudo do tópico multiplicação com números inteiros, os alunos aplicam estratégias semelhantes para multiplicar números naturais e números inteiros, recorrendo à adição sucessiva de parcelas iguais, mas encontram dificuldades quando se deparam com a operação  $-3 \times (-4)$ , pois não conseguem estender esse raciocínio, ficando apenas no uso de “regras” (Carpenter; Wessman-Enzinger, 2018).

O conhecimento do professor é o fator que mais impacta nos resultados (e aprendizagens) dos alunos (Nye; Konstantopoulos; Hedges, 2004), assim, para melhorar essas aprendizagens precisamos desenvolver o conhecimento do professor, aqui entendido na perspectiva do *Mathematics Teacher's Specialised Knowledge – MTSK* (Carrillo et al., 2018). Com esse fito temos conceitualizado Tarefas para a Formação que se associam ao objetivo de desenvolver as especificidades do conhecimento do professor e que assumem como um dos pontos de partida uma tarefa para os alunos. Para a implementação de qualquer tarefa para os alunos temos vindo também a conceitualizar as denominadas cinco dimensões fundamentais, que buscam otimizar a implementação e maximizar a qualidade das discussões matemáticas a serem desenvolvidas com os alunos.

Nesta comunicação, apresentamos uma tarefa para os alunos (Ta) no âmbito da multiplicação com números inteiros, as cinco dimensões fundamentais e discutimos o seu papel na nossa formação enquanto professores.

## 2. ALGUMAS NOTAS TEÓRICAS

O conceito de número inteiro necessita ser consolidado a partir do princípio da extensão do conjunto dos números naturais para o conjunto dos números inteiros (Caraça, 1951), permitindo que os alunos compreendam o que é próprio dos números inteiros e as diferenças entre as operações nos dois conjuntos.

Na multiplicação com números naturais, o operador multiplicativo (primeiro fator) representa a quantidade de vezes que o outro fator se repete. Entretanto, na multiplicação com números inteiros, esse conceito se torna mais complexo, envolvendo não apenas a multiplicação de quantidades equivalentes, mas também uma transformação que pode manter ou inverter a região do produto (Teixeira, 1993).

Para apoiar o aprendizado dos alunos neste tópico, podemos utilizar o sistema de coordenadas cartesianas, utilizando “linhas de multiplicação” (Peterson, 1972, p. 400, nossa tradução).

A “linha de multiplicação que representa o +2” está relacionada com a função  $y = 2x$  (Figura 1, Imagem 1), que pode ser entendida como duas vezes a coordenada  $x$  é igual a coordenada  $y$ . A multiplicação  $+2 \times (+3)$  tem correspondência com o ponto  $A(3,6)$  (Imagem 1), ou seja, duas vezes a coordenada  $x$ , +3, é igual a coordenada  $y$ , +6. A multiplicação  $+2 \times (-3)$  tem correspondência com o ponto  $C(-3, -6)$  (Imagem 1), ou seja, duas vezes a coordenada  $x$ , -3, é igual a coordenada  $y$ , -6 (Peterson, 1972, p. 400). A “linha de multiplicação que representa o -2” está relacionada com a função  $y = -2x$  (Figura 1, Imagem 2), que pode ser entendida como menos duas vezes a

coordenada  $x$  é igual a coordenada  $y$ . A multiplicação  $-2 \times (+3)$  tem correspondência com o ponto  $C(3, -6)$  (Imagem 2), ou seja, menos duas vezes a coordenada  $x$ ,  $+3$ , é igual a coordenada  $y$ ,  $-6$ . A multiplicação  $-2 \times (-3)$  tem correspondência com o ponto  $D(-3, +6)$  (Imagem 2), ou seja, menos duas vezes a coordenada  $-3$  é igual a coordenada  $+6$  (Peterson, 1972, p. 400).

**Figura 1 – “Linhas de multiplicação”**

Imagem 1 - "Linha de multiplicação que representa o  $+2$ "

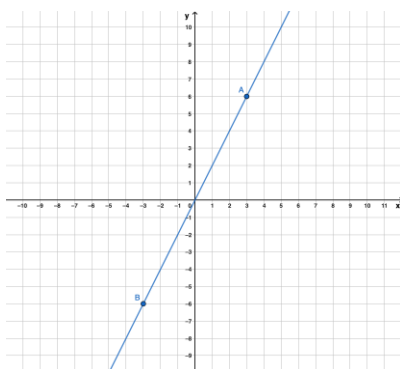
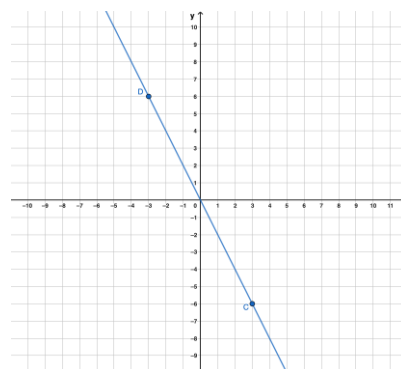


Imagem 2 - "Linha de multiplicação que representa o  $-2$ "



Fonte: Adaptado de Peterson (1972)

Assim, podemos desenvolver uma noção intuitiva da “regra dos sinais” da multiplicação através das coordenadas cartesianas:

**Tabela 1 – Referente à “Linha de multiplicação que representa o  $+2$ ”**

| $+2 \times$ | $x$  |     | $y$  |
|-------------|------|-----|------|
| $+2 \times$ | $+1$ | $=$ | $+2$ |
| $+2 \times$ | $+2$ | $=$ | $+4$ |
| $+2 \times$ | $+3$ | $=$ | $+6$ |
| $+2 \times$ | $-1$ | $=$ | $-2$ |
| $+2 \times$ | $-2$ | $=$ | $-4$ |
| $+2 \times$ | $-3$ | $=$ | $-6$ |

Fonte: Elaborado pela pesquisadora (2024)

**Tabela 2 – Referente à “Linha de multiplicação que representa o  $-2$ ”**

| $-2 \times$ | $x$  |     | $y$  |
|-------------|------|-----|------|
| $-2 \times$ | $+1$ | $=$ | $-2$ |
| $-2 \times$ | $+2$ | $=$ | $-4$ |
| $-2 \times$ | $+3$ | $=$ | $-6$ |
| $-2 \times$ | $-1$ | $=$ | $+2$ |
| $-2 \times$ | $-2$ | $=$ | $+4$ |
| $-2 \times$ | $-3$ | $=$ | $+6$ |

Fonte: Elaborado pela pesquisadora (2024)

Na Tabela 1 e na Tabela 2 podemos compreender que os elementos de mesma natureza ( $+, +$  ou  $-, -$ ), quando multiplicados, resultam em um produto positivo, enquanto elementos de natureza diferente ( $+, -$  ou  $-, +$ ), quando multiplicados, resultam em um produto negativo.

### 3. CONTEXTO E MÉTODO

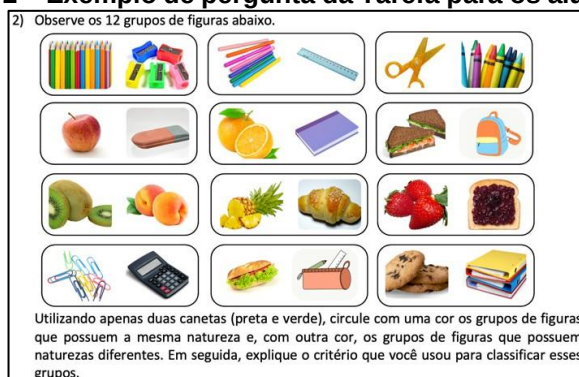
Com o objetivo de melhorar o entendimento matemático dos alunos, no contexto do

CIEspMat<sup>1</sup>, desenvolvemos as denominadas Tarefa para a Formação (TpF). Cada uma dessas tarefas tem por objetivo aceder e desenvolver o conhecimento especializado do professor de matemática em um contexto formativo (Ribeiro; Almeida; Mellone, 2021), e tem como origem uma Tarefa para o aluno (Ta) que introduz algum tópico matemático. A Ta, para uma implementação matematicamente inovadora, é acompanhada das denominadas cinco dimensões fundamentais para sua implementação que contemplam um conjunto de orientações para o professor implementar, debater e alcançar o objetivo de aprendizagens matemáticas estabelecido para essa Ta.

As cinco dimensões fundamentais referem-se a: (i) objetivo de aprendizagens matemáticas que se persegue com a tarefa; (ii) recursos necessários e forma(s) de trabalho dos alunos; (iii) habilidade da Base Nacional Comum Curricular (Brasil, 2018) associada à tarefa; (iv) possíveis dificuldades dos alunos e (v) comentários para implementação e discussões matemáticas associadas.

Consideremos a tarefa para os alunos com o título “Multiplicação Radical: Explorando os Inteiros”, que foi implementada e validada no grupo CIEspMat, e tem por objetivo desenvolver o aprendizado matemático dos alunos sobre multiplicação com números inteiros, explorando a relação entre a natureza dos fatores e o produto.

**Figura 2 – Exemplo de pergunta da Tarefa para os alunos**



Fonte: Elaborado pela pesquisadora (2024)

Composta por oito questões, esta tarefa é desenvolvida em um processo construtivo em que o aluno inicia refletindo sobre grupos de imagens de mesma natureza e de naturezas diferentes (Figura 2). Ele então avança para grupos de números de mesma natureza (positivo e positivo ou negativo e negativo) e de naturezas diferentes (positivo e negativo ou negativo e positivo), ampliando essa discussão através do sistema de coordenadas cartesianas e os pares ordenados utilizando as “linhas de multiplicação”. Esse caminho levará à exploração da relação entre a natureza dos fatores e o produto em uma multiplicação com números inteiros.

A Ta foi pensada para que os alunos trabalhem em duplas, sendo que o recurso necessário para sua implementação é a tarefa impressa e pode ser associada a uma das habilidades da BNCC: EF07MA04 – resolver e elaborar problemas que envolvam operações com números inteiros (Brasil, 2018, p. 307).

Antes da implementação, é necessário que os alunos já conheçam o sistema de

<sup>1</sup> O CIEspMat é um grupo de Pesquisa e Formação que desenvolve trabalhos focados no desenvolvimento do Conhecimento Interpretativo e Especializado do professor de e que ensina matemática desde a Educação Infantil ao Ensino Médio. [www.ciespmat.com.br](http://www.ciespmat.com.br)

coordenadas cartesianas e os pares ordenados. Durante a implementação, o professor deverá estabelecer um tempo para os alunos pensarem e discutirem sobre cada uma das questões e, em seguida, as discutam em grande grupo de modo a que todos sejam corresponsáveis pelas aprendizagens.

#### 4. CONSIDERAÇÕES FINAIS

No trabalho que desenvolvemos, conceitualizamos tarefas de introdução aos tópicos matemáticos, pois entendemos que no momento de introdução de um tópico as discussões são mais ricas e nós, professores, mobilizamos nosso conhecimento matemático especializado para apoiar o entendimento matemático dos alunos.

Nessa comunicação foi apresentada uma Tarefa para os alunos no âmbito da multiplicação com números inteiros, acompanhada de um conjunto de elementos fundamentais associados à sua implementação, que, em um contexto formativo, servirá para desenvolver o conhecimento matemático e pedagógico especializado do professor de matemática. Além disso, no contexto da sala de aula, permitirá aos alunos ampliarem seu conhecimento matemático.

#### 5. AGRADECIMENTOS

O presente trabalho forma parte do projeto de pesquisa financiado pelo CNPq “Desenvolvimento do Conhecimento Interpretativo e Especializado do professor e suas relações com as Tarefas para a Formação no âmbito da Medida, e do Pensamento Algébrico, Geométrico e Estatístico” (404959/2021-0).

#### REFERÊNCIAS

- BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília-DF: Ministério da Educação, 2018.
- CARAÇA, B. J. **Conceitos Fundamentais da Matemática**. 5. ed. Lisboa: Gradiva, 1951.
- CARPENTER, Camilla H.; WESSMAN-ENZINGER, Nicole M. Grade 5 Students' Negative Integer Multiplication Strategies. **North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education**, 2018.
- CARRILLO, J. *et al.* The mathematics teacher's specialised knowledge (MTSK) model. **Research in Mathematics Education**, v. 20. n. 3, p. 236-253, 2018.
- IRIARTE, D.; JIMENO, M.; VARGAS, I. Obstáculos en el aprendizaje de los números enteros. **Suma**, v. 7, p. 13-18, 1990.
- LEPELLERE, M. A.; GASPARO, D. An outdoor activity to learn operations with integers. In: FERNANDES, C. *et al.* **Proceedings of the 45th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education**, v. 3, p. 123-130, PME, 2022.
- NYE, B.; KONSTANTOPOULOS, S.; HEDGES, L. V. How large are teacher effects?. **Educational evaluation and policy analysis**, v. 26, n. 3, p. 237-257, 2004.
- PETERSON, John C. Fourteen different strategies for multiplication of integers or why  $(-1)(-1)=+1$ . **The Arithmetic Teacher**, v. 19, n. 5, p. 396-403, 1972.
- RIBEIRO, M.; ALMEIDA, A.; MELLONE, M. Conceitualizando tarefas formativas para desenvolver as especificidades do conhecimento interpretativo e especializado do professor. **Perspectivas da Educação Matemática**, v. 14, n. 35, p. 1-32, 2021.
- TEIXEIRA, L. R. M. Aprendizagem operatória de números inteiro: obstáculos de dificuldades. **Pro-Posições**, v. 4, n. 1, p. 60-72, 1993.



## A MATEMÁTICA NO CONTEXTO DO NOVO ENSINO MÉDIO

Hellen Grace Melo Gomes<sup>1</sup>

**Resumo:** A Lei 13.415, sancionada em fevereiro de 2017, trouxe importantes mudanças para o Ensino Médio no Brasil, promovendo transformações significativas na maneira como o currículo é estruturado e implementado. Uma das diretrizes principais estabelecidas por essa lei é a flexibilização do currículo, que passou a ser organizado em uma parte comum e uma parte diversificada, com o intuito de atender às diferentes demandas e interesses dos estudantes. Este artigo visa apresentar a importância e relevância da matemática no contexto do Novo Ensino Médio, destacando sua influência no desenvolvimento educacional e na formação dos estudantes. Buscamos compreender os desafios complexos e multifacetados que surgem com as transformações implementadas, analisando cuidadosamente a reformulação do currículo e seu impacto nas práticas pedagógicas nas escolas. A metodologia consiste em discussão teórica e análise documental das normativas, de base qualitativa, que tomou como referência, a Lei 13.415, que alterou a LDB 9394/96 e estabeleceu mudanças na estrutura do ensino médio. Ao concluir este estudo é possível refletir sobre o impacto das mudanças propostas e que o impacto na disciplina de Matemática é significativo. A reorganização curricular, aliada à Base Nacional Comum Curricular (BNCC), demanda uma abordagem mais integrada e contextualizada, o que pode contribuir para maior entendimento e aplicabilidade dos conteúdos matemáticos. Além disso, a adoção de metodologias ativas e o uso de tecnologias digitais ampliam as possibilidades de ensino e aprendizagem, proporcionando um ambiente mais dinâmico e participativo. No entanto, é fundamental que os professores estejam preparados para atender às novas demandas e que haja um acompanhamento contínuo da avaliação da aprendizagem, a fim de garantir a efetividade do processo educacional.

**Palavras-chave:** Lei 13.415, ensino médio, flexibilização do currículo, matemática.

### 1. INTRODUÇÃO

A reforma do Ensino Médio no Brasil, instituída pela Lei nº 13.415/2017, trouxe uma série de mudanças significativas na estrutura e no currículo dessa etapa da educação básica. A matemática, como uma disciplina fundamental, tem um papel crucial no desenvolvimento cognitivo dos estudantes, sendo fundamental para a compreensão de diversas áreas do conhecimento, tais como ciências, engenharia, economia e até mesmo aspectos do cotidiano.

Assim, o aprimoramento do ensino de matemática se faz essencial para preparar os estudantes para os desafios do século XXI, contribuindo para sua formação integral e preparação para a vida adulta e o mercado de trabalho. Como expõe Souza e Lara (2021), é importante ressaltar que o ensino da matemática não deve se restringir apenas aos aspectos teóricos, mas também enfatizar a sua aplicação prática, conectando os

---

<sup>1</sup> Licenciada em Matemática. Doutoranda em Ensino de Ensino de Ciências e Matemática na Universidade Luterana do Brasil - ULBRA, Canoas, Rio Grande do Sul, Brasil. [hellengrace13@gmail.com](mailto:hellengrace13@gmail.com)

conceitos matemáticos com situações do dia a dia dos estudantes.

Desta forma, é fundamental que os educadores estejam preparados para oferecer um ensino de qualidade, utilizando metodologias inovadoras e recursos tecnológicos para tornar a disciplina mais atrativa e significativa para os estudantes. Em um mundo em constante transformação, é crucial que o ensino de matemática acompanhe essas mudanças, preparando os estudantes para enfrentar os desafios e oportunidades do futuro (Costa Júnior *et al.*, 2023).

Buscando apresentar o contexto e a importância do ensino da matemática nessa etapa de ensino, este artigo traz através de uma abordagem crítica a discussão da necessidade de atualização das práticas educacionais para atender as demandas da sociedade contemporânea, bem como da necessidade de uma formação mais ampla e diversificada para os estudantes, incluindo habilidades matemáticas essenciais para a vida, enfatizando que se faz necessário que o ensino de matemática no ensino médio promova não apenas o desenvolvimento de competências técnicas, mas também habilidades socioemocionais, preparando os estudantes para uma atuação cidadã consciente e responsável.

## 2. CONTEXTO DO NOVO ENSINO MÉDIO NO BRASIL

O novo Ensino Médio no Brasil surge como uma resposta à necessidade de atualização da estrutura curricular e organizacional dessa etapa escolar. Essa reforma histórica tem como principal objetivo promover a formação integral do estudante, por meio de uma proposta pedagógica mais flexível e inovadora, que esteja alinhada com as demandas e desafios do século XXI (Navarro *et al.*, 2020).

Os educadores precisam reformular suas práticas de ensino, buscando metodologias inovadoras se atualizando em relação ao novo currículo, já os estudantes precisarão se adaptar a um ensino mais interdisciplinar, que busca integrar a matemática com outras áreas do conhecimento, exigindo maior capacidade de compreensão e aplicação dos conceitos matemáticos em situações do cotidiano.

Além disso, as mudanças propostas visam aprimorar a articulação entre a educação básica e o mundo do trabalho, onde os estudantes terão maior oportunidade de vivenciar e compreender as práticas e demandas do mercado de trabalho, preparando-se de forma mais adequada para ingressar nesse ambiente dinâmico e competitivo (Lima, 2024).

Essa transformação também tem como objetivo fortalecer a autonomia dos estudantes e a sua capacidade de protagonismo na construção do próprio conhecimento. Com uma proposta pedagógica mais flexível, eles terão maior liberdade para escolher as disciplinas e conteúdos que desejam aprofundar, valorizando seus interesses e aptidões individuais (Araújo *et al.*, 2020).

Desta forma, o novo ensino médio requer um esforço conjunto da comunidade escolar para promover uma educação matemática de qualidade, preparando tanto os professores quanto os estudantes para os desafios e oportunidades que surgem com as mudanças curriculares para a disciplina.

Diante dessas mudanças, espera-se uma nova dinâmica nas escolas, com professores atuando como mediadores do processo de ensino-aprendizagem, estimulando o pensamento crítico, a criatividade e a colaboração entre os estudantes.

Essa abordagem pedagógica mais participativa contribuirá para a formação de cidadãos



conscientes, atuantes e preparados para enfrentar os desafios e transformações da sociedade contemporânea. Desta forma, espera-se que os estudantes tenham uma educação mais significativa, contextualizada e conectada com a realidade em que vivem.

### **3. FUNDAMENTOS DO ENSINO DA MATEMÁTICA NO ENSINO MÉDIO**

Os fundamentos do ensino da matemática no ensino médio são essenciais para promover o desenvolvimento de habilidades lógicas, analíticas e críticas nos estudantes, preparando-os para desafios futuros. A disciplina contribui significativamente para a formação intelectual e para a compreensão de diversos conteúdos interdisciplinares, além de auxiliar no raciocínio quantitativo e na resolução de problemas complexos, o que justifica a sua importância no currículo escolar.

Além disso, é importante destacar que o ensino de matemática não se resume apenas à transmissão de conhecimentos teóricos, mas também envolve a aplicação prática desses conhecimentos em situações do cotidiano. Desta forma os estudantes serão capazes de compreender a importância da matemática em suas vidas e como utilizá-la de forma eficiente. Vargas (2023), afirma que os educadores podem utilizar diferentes estratégias pedagógicas, como o uso de recursos tecnológicos, métodos de resolução de problemas e atividades práticas, para tornar o ensino de matemática mais interessante e envolvente.

Além disso, é fundamental que os educadores criem um ambiente de aprendizado positivo e colaborativo, incentivando os estudantes a participarem ativamente das aulas e a desenvolverem habilidades de raciocínio lógico e pensamento crítico. Com isso, os estudantes não apenas adquirem conhecimentos matemáticos, mas também aprendem a analisar problemas complexos, a buscar soluções criativas e a comunicar suas ideias de forma clara e precisa.

Para tanto, (Júnior *et al.*, 2023) afirma que é fundamental que os educadores estejam bem-preparados e atualizados com as melhores práticas de ensino de matemática, a fim de promover um aprendizado eficaz e significativo para os estudantes. Por meio do estudo da matemática, os estudantes são capacitados a pensar de forma estruturada e analítica, a identificar padrões e a tomar decisões fundamentadas em dados e evidências. Além disso, a matemática oferece uma base sólida para o desenvolvimento de habilidades de resolução de problemas complexos, que são cruciais em carreiras em áreas como engenharia, ciência, tecnologia e matemática. Como afirmam Nahirne e Boscarioli (2023), ao adquirirem conhecimentos matemáticos no ensino médio, os estudantes estão se preparando para enfrentar os desafios do mundo contemporâneo e para prosperar em um ambiente cada vez mais exigente.

### **4. DESAFIOS E OPORTUNIDADES NO ENSINO DA MATEMÁTICA A PARTIR DA LEI 13.415**

Os desafios para o ensino da matemática no novo ensino médio são variados e incluem a necessidade de adaptação tanto dos professores quanto dos estudantes. Os educadores precisam reformular suas práticas de ensino, buscando metodologias inovadoras e se atualizando em relação ao novo currículo. Isso demandará esforço e empenho por parte dos profissionais da educação, que precisarão contar com apoio e



recursos oferecidos pelas instituições de ensino e órgãos responsáveis pela formação docente.

Esta mudança no paradigma educacional exigirá uma reavaliação profunda das estratégias de ensino e aprendizagem, requerendo que os professores estejam dispostos a explorar novas técnicas e ferramentas educacionais para garantir que os estudantes possam adquirir as habilidades necessárias no mundo contemporâneo (Nascimento, 2023).

Já os estudantes, por sua vez, terão que se adaptar a uma nova forma de aprender matemática, mais conectada com a realidade e o contexto social, o que certamente trará desafios, mas também oportunidades de desenvolvimento e aprendizado mais significativo. No entanto, eles precisarão se adaptar a um ensino mais interdisciplinar, que busca integrar a matemática com outras áreas do conhecimento, exigindo maior capacidade de compreensão e aplicação dos conceitos matemáticos em situações do cotidiano.

Diante desse processo, é fundamental promover um ambiente de aprendizagem inclusivo, que atenda às necessidades individuais, incentivando a participação ativa e o desenvolvimento de habilidades matemáticas essenciais para sua formação acadêmica e profissional. O uso de tecnologias educacionais e recursos multimídia pode enriquecer o processo de ensino-aprendizagem, tornando-o mais dinâmico e atrativo.

## **5. CONSIDERAÇÕES FINAIS**

O novo ensino médio impacta diretamente o ensino da matemática, uma vez que propõe mudanças curriculares significativas, tais como a flexibilização do currículo com os itinerários formativos e a ampliação da carga horária.

A adaptação de professores e estudantes, a implementação de metodologias inovadoras e o uso de tecnologias educacionais sinalizam a necessidade de um constante processo de atualização e aprimoramento.

Nesse contexto, como expõe Nóbrega (2023), é preciso que os educadores estejam preparados para utilizar diferentes estratégias de ensino, como o uso de recursos audiovisuais, jogos educativos e simulações online, a fim de proporcionar uma aprendizagem significativa e envolvente aos estudantes.

Além disso, é fundamental promover a reflexão crítica dos estudantes, incentivando-os a pensar de forma independente e a resolver problemas de maneira colaborativa. Todos os envolvidos no processo educacional precisam estar abertos a novas possibilidades e dispostos a se adaptar às mudanças, com o objetivo de promover uma educação de qualidade e relevante para toda a sociedade.

As mudanças trazem consigo também a necessidade de fortalecer a relação entre a matemática e outras disciplinas, integrando conteúdos e promovendo a interação entre áreas de conhecimento. Dessa forma, é possível potencializar as habilidades e competências dos estudantes, preparando-os para os desafios do mundo contemporâneo.

Em suma, o novo ensino médio demanda uma transformação profunda no ensino da matemática, buscando uma abordagem mais abrangente, criativa e conectada com a realidade dos estudantes.

## REFERÊNCIAS

- ALBUQUERQUE, E. F. de; A, OLIVEIRA, E. G. de; SOUSA A. A. de; FILHO, S. B. Mudança no Ensino Médio no Brasil atual. **Revista Brasileira da Educação Profissional e Tecnológica**, 2(19), e9031 - e9031, 2020.
- JUNIOR, J. F. C. *et al.* Os novos papéis do professor na educação contemporânea. **Rebena-Revista Brasileira de Ensino e Aprendizagem**, 6, 124-149, 2023.
- JÚNIOR, J. H. T. *et al.* Promovendo a Aprendizagem Significativa em diferentes contextos educacionais. **Revista Internacional de Estudos Científicos**, 1(2), 98-123. 2023.
- LIMA, W. D. S. **Análise crítica da proposta curricular pedagógica da Educação de Jovens e Adultos –EJA do estado do Amazonas sob a perspectiva freiriana na concepção da emancipação do cidadão**, 2024. Disponível em: [https://www.riu.ufam.edu.br/bitstream/prefix/7389/2/TCC\\_WilliansLima.pdf](https://www.riu.ufam.edu.br/bitstream/prefix/7389/2/TCC_WilliansLima.pdf). Acesso: 05 jun. 2024.
- SOUSA, E. S. de; LARA, I. C. M. de. Percepções de um grupo de professores de Matemática da Educação Básica em relação à estratégia de ensino Aplicação de Modelos. **Educação Matemática Pesquisa**, 2021. Disponível em: [https://meriva.pucrs.br/dspace/bitstream/10923/18945/2/Percepes\\_de\\_um\\_grupo\\_de\\_professores\\_de\\_Matemática\\_da\\_Educação\\_Básica\\_em\\_relação\\_à\\_estratégia\\_de\\_ensino\\_Aplicação\\_de.pdf](https://meriva.pucrs.br/dspace/bitstream/10923/18945/2/Percepes_de_um_grupo_de_professores_de_Matemática_da_Educação_Básica_em_relação_à_estratégia_de_ensino_Aplicação_de.pdf). Acesso: 05 jun. 2024.
- NAHIRNE, A. P.; BOSCARIOLI, C. A Educação do/no Campo na Base Nacional Comum Curricular e na reforma do novo Ensino Médio: desafios para o ensino de Matemática. **Revista Eletrônica de Educação Matemática**, 1-23, 2023.
- NASCIMENTO, F. C. A. **Avaliação da aprendizagem centrada no desenvolvimento das competências prescritas na BNCC: o caso de uma escola pública de ensino médio em Sobral–CE**, 2023. Disponível em: [2023\\_dis\\_fcanascimento.pdf \(ufc.br\)](https://repositorio.ufc.br/rdu/bitstream/handle/riufc/10000/1/2023_dis_fcanascimento.pdf). Acesso: 03 jun. 2024.
- KOEPSSEL, E. C. N.; GARCIA, S. R. de O.; CZERNISZ, E. C. da S. A Tríade da Reforma do Ensino Médio Brasileiro: LEI Nº 13.415/2017, BNCC e DCNEM. **Educação em Revista**, 36, e222442, 2020.
- Nóbrega, J. D. S. (2023). Jogos didáticos para o ensino de frações. Disponível em: [TCC - versao final.docx \(ufpb.br\)](https://repositorio.ufpb.br/bitstream/handle/riufpb/10000/1/TCC_-_versao_final.docx). Acesso: 05 jun. 2024.
- VARGAS, L. A. **Percepções de docentes iniciantes sobre o uso das TIC nas suas dinâmicas de ensino de matemática**. Disponível em: <https://arandu.iffarroupilha.edu.br/jspui/bitstream/itemid/305/1/TCC%20Leonardo%20Alves%20Vargas%20FINAL.pdf>. Acesso: 02 jun. 2024.



## TAREFA PARA O ALUNO NO ÂMBITO DAS TRANSFORMAÇÕES GEOMÉTRICAS HOMOTÉTICAS: UM RECURSO PEDAGÓGICO PARA PROFESSORES DOS ANOS FINAIS

Janaina Cazita<sup>1</sup>  
Sandra Menezes<sup>2</sup>  
Miguel Ribeiro<sup>3</sup>

**Resumo:** A nossa prática profissional enquanto professores é baseada na preparação e implementação de tarefas para os alunos. Assim, é fundamental pensar nas tarefas e como as implementar de modo a desenvolver o conhecimento, entendimento e competências matemáticas dos alunos e para maximizar as discussões precisamos focar onde é mais necessário – nos tópicos em que os alunos revelam dificuldades como seja a transformação geométrica homotética. Nesta comunicação apresentamos uma tarefa para o aluno, considerada como recurso pedagógico, no âmbito das transformações geométricas homotéticas e discutimos as denominadas cinco dimensões fundamentais que permitem a implementação da tarefa de modo a se alcançar os objetivos de aprendizagens matemáticas definidos.

**Palavras-chave:** tarefa para o aluno, transformações geométricas homotéticas, homotetia, anos finais.

### 1. INTRODUÇÃO

O conhecimento do professor é o elemento central para o desenvolvimento das aprendizagens matemáticas dos alunos e, tem sido ao longo dos últimos anos, objeto de estudo na Educação Matemática (Nye; Konstantopoulo; Hedges, 2004). Esse conhecimento é assumido aqui como especializado e na perspectiva do *Mathematics Teacher's Specialized Knowledge* – MTSK (Carrillo, *et al.*, 2018) e que tem implicação direta na prática do professor no tocante às discussões com os alunos (Ribeiro, 2018).

Considerando que a prática profissional do professor se sustenta no uso de tarefas (Mason; Johnston-Wilder, 2006), é imprescindível considerar que para cumprirem os objetivos a que se propõem, tais tarefas sejam de natureza especializada.

Sob esse enfoque, no trabalho realizado no CIEspMat<sup>4</sup>, temos desenvolvido um conjunto de tarefa para os alunos e, de forma associada, um conjunto de indicações para sua implementação que se associam às denominadas cinco dimensões fundamentais. Essas dimensões fundamentais formam parte de um dos quatro elementos das

<sup>1</sup> Mestranda no Programa de Pós-Graduação Multiunidades em Ensino de Ciências e Matemática; Universidade Estadual de Campinas / Unicamp, Campinas, SP, Brasil. [janaina.cazita@gmail.com](mailto:janaina.cazita@gmail.com)

<sup>2</sup> Doutora no Ensino de Ciências e Matemática; Universidade Estadual de Campinas / Unicamp, Campinas, SP, Brasil. [sandra.menezes@hotmail.com.br](mailto:sandra.menezes@hotmail.com.br)

<sup>3</sup> Doutor em Educação Matemática; Universidade Estadual de Campinas / Unicamp, Campinas, SP, Brasil. [cmribas78@gmail.com](mailto:cmribas78@gmail.com)

<sup>4</sup> Grupo de pesquisa e formação que desenvolve trabalhos com foco no Conhecimento Interpretativo e Especializado do professor de e que ensina matemática.

denominadas Tarefas Formativas (Ribeiro; Almeida; Mellone, 2021).

Dentre os tópicos matemáticos que os alunos têm o direito de conhecer e de entender estão as transformações geométricas homotéticas. As transformações geométricas homotéticas são um caso particular das semelhanças de figuras (Lima, 1992) que necessita ser discutido, tanto por sua dimensão de suporte ao estudo das semelhanças de figuras, como por suas propriedades e aplicações. Neste tópico, algumas das dificuldades dos alunos associam-se ao uso do raciocínio aditivo, ao invés do multiplicativo, ao resolverem problemas envolvendo as figuras semelhantes (Fioreze *et al.*, 2013); à identificação de pares de figuras semelhantes (Menezes, 2014); e em entender que uma homotetia inversa é a composição de uma isometria com uma homotetia (Stepień; Stepień; Ziółkowski, 2014).

Neste texto apresentamos o conteúdo de uma tarefa para os alunos e efetuamos uma discussão do conteúdo das cinco dimensões fundamentais para que a tarefa – entendida como um recurso pedagógico – para o 7.º ano com foco no tópico transformações geométricas homotéticas. Esta discussão busca ampliar e refinar o nosso conhecimento especializado enquanto professores e possibilitar entender mais e melhor sobre a problemática das tarefas matematicamente ricas e desafiadoras para que os alunos entendam o que fazem e por que fazem, a cada momento.

## 2. ALGUMAS NOTAS TEÓRICAS

Independentemente de sua origem (por exemplo, livro didático, apostila, internet) as tarefas que propomos aos alunos sempre necessitam estar associadas a algum objetivo de desenvolvimento do conhecimento matemático dos nossos alunos.

As transformações geométricas se constituem como um conteúdo indispensável para o desenvolvimento do pensamento geométrico dos alunos, permitindo explorar propriedades da Geometria por meio da experimentação e do movimento (Silva; Pietropaolo, 2014). Tal tópico começa a ser incluído na educação básica com o conceito de figuras semelhantes no 7º ano (Brasil, 2018), associado à habilidade (EF07MA19) de realizar transformações de polígonos representados no plano cartesiano, decorrentes da multiplicação das coordenadas de seus vértices por um número inteiro (p. 309). Mas, apenas no Ensino Médio as transformações geométricas isométricas e homotéticas são mencionadas, associadas à habilidade (EM13MAT105) de utilizar as noções de transformações isométricas (translação, reflexão, rotação e composições destas) e transformações homotéticas para construir figuras e analisar elementos da natureza e diferentes produções humanas – fractais, construções civis, obras de arte, entre outras (Brasil, 2018, p. 535).

No entanto, as semelhanças deveriam ser trabalhadas do ponto de vista das transformações geométricas, uma vez que representam oportunidade de estabelecer conexões com as funções, nomeadamente as proporcionalidades diretas e, para aprofundar o conceito de razão (Bastos, 2007). Além disso, relacionam-se com o cotidiano dos alunos por meio da ampliação e redução de fotos, na construção de maquetes e plantas baixas, em alguns modelos para o conceito de números racionais (Bairral, 2010).

Para que a compreensão das transformações geométricas homotéticas possa ser significativa e efetiva, cumpre-nos desenvolver no aluno a compreensão deste tópico

a partir do conceito de semelhança de figuras, partindo do estudo das propriedades comuns, culminando nas propriedades específicas de cada um deles, bem como antecipar possíveis dificuldades que os alunos podem apresentar. Para atingir tal compreensão, é fundamental conceitualizar tarefas que sejam matematicamente potentes e possam ser implementadas de forma a maximizar as discussões a efetuar para alcançar os objetivos de aprendizagens matemáticas. Considera-se assim que necessitamos de um conjunto de indicações para desenvolver o nosso conhecimento enquanto professores e, de forma associada, contribuir para desenvolver as aprendizagens dos alunos (Ribeiro; Almeida; Mellone, 2021).

Para cada tarefa para os alunos que se conceitualiza são consideradas cinco dimensões fundamentais que trazem informações essenciais que possibilitam ao professor fazer uso do recurso de forma potente: (i) objetivo de aprendizagens matemáticas que se persegue com a tarefa; (ii) habilidade da BNCC associada à tarefa; (iii) recursos necessários e forma(s) de trabalho dos alunos; (iv) possíveis dificuldades dos alunos; (v) comentários para a implementação.

### 3. APRESENTANDO A TAREFA

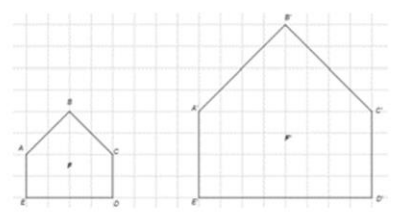
A tarefa que apresentamos para os alunos (Figura 1), é parte de uma Tarefa para a Formação com foco no conhecimento especializado do professor de matemática no âmbito das transformações geométricas homotéticas.

**Figura 1: Uma parte da Tarefa para o aluno**

**Tarefa: Para além das semelhanças**  
(Você deve explicar sempre o seu raciocínio, descrevendo o processo que usar para responder à questão. Pode fazê-lo usando esquemas, palavra cálculos, ...)

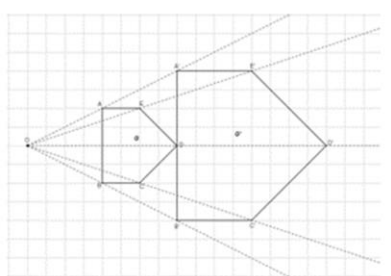
1. Responda e justifique sua resposta.

a) As duas figuras  $F$  e  $F'$  são semelhantes. Justifique.



b) Qual é a relação entre as medidas dos comprimentos dos lados correspondentes das figuras  $F$  e  $F'$ ?

c) E as figuras  $G$  e  $G'$ , também são semelhantes? Justifique.



d) O que o conjunto de figuras do item c) tem de diferente do conjunto de figuras do item a)?

e) Qual é a relação entre as medidas dos comprimentos dos lados correspondentes das figuras  $G$  e  $G'$ ?

f) Qual é a relação entre as medidas dos segmentos  $OD'$  e  $OD$ ? E entre os demais segmentos correspondentes?

g) Que nome querem dar para figuras que tenham os mesmos atributos matemáticos do conjunto de figuras do item c)?

Para cada tarefa para os alunos, elabora-se o documento das cinco dimensões fundamentais. Aqui, apresenta-se uma síntese do conteúdo desse conhecimento.

(i) **Objetivo de aprendizagens matemáticas que se persegue com a tarefa:** desenvolver o conhecimento dos alunos associado às principais propriedades das transformações homotéticas (a figura inicial, o centro de homotetia e a constante de homotetia como fundamentos da homotetia; congruência entre amplitude de ângulos e proporcionalidade entre as medidas de comprimento dos lados correspondentes).

(ii) **Habilidade da BNCC** que mais se associa à tarefa EF07MA19.

(iii) **Recursos necessários e forma(s) de trabalho dos alunos:** será necessária a tarefa impressa, régua, material para escrita e uma folha de sulfite para os registros escritos. Os alunos devem ser organizados em duplas.

(iv) **Possíveis dificuldades dos alunos:** A partir do objetivo de aprendizagens matemáticas dos alunos, várias dificuldades podem ser consideradas. Elencamos aqui algumas dificuldades relacionadas com: congruências entre amplitude dos ângulos; não identificar a ampliação da figura inicial (de razão 2); identificar o centro de homotetia.

(v) **Comentários para a implementação:** (Incluem-se aqui uma breve síntese desses comentários). Necessidade de explicitar as propriedades comuns e não comuns entre os dois conjuntos de figuras (semelhança de figuras em (a) até homotetia em (c); discutir a proporcionalidade entre as medidas dos lados correspondentes; discutir explicitamente a relação entre o centro e vértices da figura inicial e a imagem e as posições relativas dos lados correspondentes (sempre são paralelos não coincidentes).

### 3. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Considerar as tarefas como um recurso implica conhecer suas potencialidades bem como suas limitações e, as indicações associadas a tal recurso tornam-se essenciais, para que nós possamos implementar a tarefa de forma a aproveitar todas as suas potencialidades, além disso, tais indicações focam nas especificidades do conhecimento especializado que sustentam a nossa prática profissional e não em generalidades (Ribeiro, 2018). Este foi um exemplo de tarefa para o aluno, no âmbito das transformações geométricas homotéticas, um tipo de recurso em que se buscou, além de introduzir tal tópico na sala de aula, discutir algumas dimensões do nosso conhecimento especializado no intuito de melhorar a qualidade do entendimento dos alunos.

### 4. AGRADECIMENTO

O presente trabalho forma parte do projeto de pesquisa financiado pelo CNPq “Desenvolvimento do Conhecimento Interpretativo e Especializado do professor e suas relações com as Tarefas para a Formação no âmbito da Medida e do Pensamento Algébrico, Geométrico e Estatístico” (404959/2021-0).

### REFERÊNCIAS

- BAIRRAL, M. A.; SILVA, M. A. **Instrumentação do ensino de geometria**. V. 2, Rio de Janeiro: Fundação CECIERJ, 2010.
- BASTOS, Rita. Transformações geométricas. **Grupo de trabalho de geometria da APM**, 2007.
- BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília-DF: Ministério da Educação, 2018)

- CARILLO, J. et al. The Mathematics teacher's specialized knowledge (MTSK) model. **Research in Mathematics Education**, v. 20, n.3, p. 236-256, 2018.
- FIOREZE, L. A., et al. Análise da construção dos conceitos de proporcionalidade com a utilização do software geoplano virtual. **Ciência & Educação**, v. 19, n. 02, p. 267-278, 2013.
- LIMA, E. L. **Coordenadas no plano**. IMPA/VITAE.1992.
- MASON, J; JOHNSTON-WILDER. S. **Designing and using mathematical tasks**. St Albans: Tarquin, 2006.
- MENEZES, L. et al. Conhecimento de Geometria de estudantes da Licenciatura em Educação Básica. **XXV Seminário de Investigação em Educação Matemática**, p. 243-261, 2014.
- NYE, B; KONSTANTOPOULOS, S.; HEDGES, L. How large are the teacher effects? Educational evaluation and policy analysis. **Educational Evaluation and Policy Analysis**, v. 26, n. 3, p. 237-257, 2004.
- RIBEIRO, M.; ALMEIDA, A.; MELLONE, M. Conceitualizando tarefas formativas para desenvolver as especificidades do conhecimento interpretativo e especializado do professor. **Perspectivas da Educação Matemática**, v. 14, n. 35, p. 1-32, 2021.
- RIBEIRO, M.. Das generalidades às especificidades do conhecimento do professor que ensina Matemática: metodologias na conceitualização (entender e desenvolver) do conhecimento interpretativo. Abordagens teóricas e metodológicas nas pesquisas em educação matemática. Biblioteca do Educador. Brasil: **SBEM**, v. 13, p. 167-185, 2018.
- SILVA, J. C. D.; PIETROPAULO, R. C. Um estudo sobre as contribuições de Félix Klein para a introdução das transformações geométricas nos currículos prescritos de matemática no ensino fundamental. **Perspectivas em Educação Matemática**: revista do programa de pós-graduação em educação matemática da UFMS, v. 7 (14), 299-316. Disponível em: <https://seer.ufms.br/index.php/pedmat/article/view>. Acesso: 12 mar. 2024.
- STĘPIEŃ, L.; STĘPIEŃ, M. R.; ZIÓŁKOWSKI, M. On teaching of geometric transformations in school. **Scientific Issues of Jan Długosz University in Częstochowa. Mathematics**, v. 19, 2014.



## APLICAÇÃO DE OFICINA DE ENSINO DE GEOMETRIA EM UMA TURMA DO ENSINO MÉDIO

José Marcos Gomes dos Santos<sup>1</sup>  
Maianne Riqueza Luz<sup>2</sup>  
Marcos Leão Neves<sup>3</sup>

**Resumo:** Este trabalho visa relatar as experiências vividas durante a aplicação da oficina “Desvendando a Geometria” com os alunos do 3º ano “A” do Complexo Integrado de Educação Básica, Profissional e Tecnológica de Caetité (CIEBTEC), na cidade de Caetité/BA. A oficina aconteceu ao longo de quatro aulas, em dias diferentes. Durante a sua realização, foram desenvolvidas atividades práticas com o uso de objetos manipuláveis que visaram melhorar a aprendizagem dos alunos na disciplina de Geometria, visto que muitos deles tinham dificuldade em assimilar conceitos geométricos básicos. Foi utilizada uma abordagem centrada nos alunos, tornando-os protagonistas do processo de aprendizado, assim como defendido por Rogers (1973), Montessori (1965) e Dewey (1916). Tal estratégia revelou-se ser de grande valia, mas com a qual os alunos não estavam acostumados. Nesse sentido, foi possível observar alguns comportamentos dos estudantes que influenciaram o andamento das atividades da oficina, como a timidez em ir até a lousa e/ou de responder perguntas oralmente, os diferentes métodos usados para resolver as questões propostas e o tempo gasto para elaborar um raciocínio lógico – deixando claro que cada aluno tem suas especificidades, como proposto por Gardner (1995) - entre outros. Todo esse cenário foi capaz de ressaltar o quanto a profissão docente é complexa e exige que o professor de matemática tenha a capacidade de improvisar e elaborar novas estratégias de ensino num curto espaço de tempo, pois não é sempre que é possível seguir o planejamento feito anteriormente.

**Palavras-chave:** prática docente, oficina, geometria, ensino médio, experiências e reflexões.

### 1. INTRODUÇÃO

A Geometria, assim como outras áreas da Matemática, está presente constantemente no cotidiano das pessoas (embora a maioria delas não perceba), desempenhando papel fundamental na sociedade, visto que ela é parte integral e indispensável de muitas atividades humanas, como navegação e geolocalização, e profissões, como arquitetos e engenheiros. Logo, é de suma importância que a escola ofereça um aprendizado sólido dessa disciplina aos seus alunos, tornando-os capazes de resolverem situações-problemas tanto em sala de aula, quanto no seu dia a dia.

Nesse sentido, a aplicação da oficina “Desvendando a Geometria” com os alunos do 3º ano “A” do Complexo Integrado de Educação Básica, Profissional e Tecnológica de

<sup>1</sup> Graduando em Licenciatura em Matemática; Universidade do Estado da Bahia/UNEB, Caetité, Bahia, Brasil. josemarcosuneb@gmail.com

<sup>2</sup> Graduanda em Licenciatura em Matemática; Universidade do Estado da Bahia/UNEB, Caetité, Bahia, Brasil. luzmaianne@gmail.com

<sup>3</sup> Graduando em Licenciatura em Matemática; Universidade do Estado da Bahia/UNEB, Caetité, Bahia, Brasil. Marcosleao012@gmail.com



Caetité (CIEBTEC), na cidade de Caetité/BA, visou melhorar a aprendizagem dos estudantes dessa turma na disciplina de Geometria, pois notamos que muitos deles tinham dificuldade em visualizar e entender conceitos geométricos básicos, levando-os a ter um desempenho acadêmico insatisfatório que, aliado ao método de ensino a qual estavam submetidos, gerava, infelizmente, desmotivação em relação à disciplina. Para alcançar tal objetivo, a oficina fez uso de materiais concretos e manipuláveis, como o Tangram, e também optou por uma abordagem centrada nos alunos, a qual

[...] é uma abordagem de aprendizado que coloca os alunos no centro da instrução, como construtores ativos de significado e pensamento. Os professores trabalham como facilitadores, promovendo dinâmicas de sala de aula que incentivam os estudantes a compartilhar, negociar e coletivamente construir significados e conhecimentos (Costa; Ponte; Moura, 2015 *apud* Boscov, p. 84, 2020).

Nomes como Carl Rogers (1973), Maria Montessori (1965) e John Dewey (1959) foram defensores e propagadores marcantes dessa abordagem de ensino-aprendizado frente à abordagem centrada no professor, conhecida como abordagem/método tradicional de ensino.

Ao longo da realização da oficina, foi possível observar certos comportamentos nos alunos que chamaram atenção, como: timidez em ir até à lousa, receio em responder oralmente às questões, diferenças na elaboração de um raciocínio, entre outros. Com efeito, tais comportamentos moldaram o andamento da oficina, uma vez que exigiu adaptações no planejamento inicial, a fim de garantir aos alunos o melhor cenário possível para aprenderem os assuntos abordados.

Assim, o relato a seguir visa mostrar uma visão detalhada do que foi exposto na oficina “Desvendando a Geometria”, bem como mostrar as situações que aconteceram durante a sua realização. Desse modo, se algum professor de matemática optar por aplicar uma oficina semelhante a essa, ele terá o conhecimento prévio de quais situações ele poderá enfrentar e, assim, poderá, desde já, pensar nas melhores estratégias para contorná-las.

## 2. A OFICINA

A oficina “Desvendando a Geometria” foi aplicada num período de quatro aulas (cada uma com 50 minutos de duração) na turma do 3º ano “A” do Complexo Integrado de Educação Básica, Profissional e Tecnológica de Caetité (CIEBTEC), na cidade de Caetité/BA, durante a última unidade letiva do ano escolar, mais precisamente no mês de outubro de 2023. Essa turma era formada por vinte e um alunos, contudo, apenas dezoito (dez mulheres e oito homens) participaram das atividades desenvolvidas na oficina. De modo geral, os alunos demonstraram empenho nas tarefas propostas e não hesitaram em pedir ajuda quando não entendiam ou não conseguiam fazer algo que lhes era solicitado.

Na primeira aula, foi feita uma dinâmica: construir um Tangram através de dobraduras. A escolha do Tangram se deu pelo fato dele ser um material manipulável, cujo uso pode ter três ações:

[...] ação motivadora – pois podem despertar o desejo no aluno de gostar de matemática através do manuseio dos objetos; ii) ação auxiliadora – na busca de facilitar o entendimento sobre os conteúdos abordados, o uso pode fazer com que as explicações se tornem mais fácil; iii) ação fixadora – no momento em que os alunos estão em constante contato com os Objetos, podem através da prática, fixar o estudo de conteúdos já trabalhados ou que estão sendo propostos no momento (jogos de reflexão). (Gomes, 2016, p. 6).

Antes dos alunos iniciarem a construção do Tangram, mostramos aos discentes um já feito e aproveitamos a ocasião para fazer-lhes algumas perguntas sobre as figuras geométricas que o constituíam, como: “Quais figuras vocês conseguem identificar?”, “Como esse triângulo é classificado?”, “O quadrado é um paralelogramo? E o paralelogramo, é um quadrado?”. Tais perguntas serviram para os alunos relembrem conceitos básicos de Geometria.

Para a construção do Tangram, os alunos foram agrupados em dupla e observaram (um membro da equipe fazer) o passo a passo que deveriam seguir para obterem êxito nessa tarefa. As duplas que sentiram dificuldades durante o processo de dobraduras foram auxiliadas por nós. Quando todas as duplas terminaram as dobraduras, pedimos que enumerassem, de um a sete, cada figura do Tangram.

Na segunda aula, com os alunos agrupados em duplas, as mesmas da aula anterior, solicitamos que recortassem as peças do Tangram. Nessa etapa, um aluno, cuja carteira ficava próxima à mesa do professor, estava empolgado com as peças, manipulando-as e formando diversas figuras. Esse fato evidencia a ação motivadora que os objetos manipuláveis causam, como mencionada por Gomes (2016). No entanto, os demais alunos não tiveram o mesmo comportamento, apenas recortaram as peças e esperaram por novas instruções.

O objetivo dessa aula foi o cálculo de área utilizando as figuras do Tangram. Para tal, explicamos para os alunos o conceito de área, diferenciando-o do conceito de perímetro e fizemos perguntas a respeito das fórmulas utilizadas para calcular a área de figuras geométricas (quadrado, triângulo, trapézio, etc.), e, por sinal, a maioria dos alunos conheciam essas fórmulas. Para fixarem o aprendizado, solicitamos que respondessem as alternativas a) e b) da atividade 5 e 6 da página 58 do livro “Geometria: na era da imagem e do movimento”, de Maria Laura M. Leite Lopes e Lilian Nasser.

Essa atividade tinha como objetivo medir áreas utilizando unidades não padronizadas. Enquanto respondiam a atividade, foi possível ouvir frases como: “Um quadrado não cabe dentro de um triângulo” e “Como eu vou medir usando essas coisas?!”. Essas falas evidenciaram que a proposta da atividade era algo novo para eles, ou seja, o cálculo de áreas para eles só poderia ser feito através de fórmulas e medidas convencionais. Ao finalizar a aula, os alunos levaram consigo a atividade.

No primeiro momento da terceira aula, convidamos os alunos para responderem na lousa, o item a) da atividade proposta na aula anterior. Contudo, devido à timidez, estes recusaram-se a ir até a lousa, mas ditaram as respostas para que nós anotássemos na tabela feita no quadro branco. Na sequência, os estudantes começaram responder o item b) da atividade. Nessa etapa, foi possível notar os diferentes modos de pensar e de elaborar estratégias de cada um dos alunos, indo de encontro a Gardner (1995). Em seguida, algumas duplas utilizaram os dados da tabela feita na questão anterior para

calcular a área das figuras apresentadas nesse item, enquanto outras calcularam a área sobrepondo as peças do Tangram, assim como haviam feito no item a). Novamente, na hora da correção desse item, foram os alunos que assumiram o protagonismo e ditaram para nós as respostas e o raciocínio utilizado por eles para chegarem em tais respostas.

Na quarta e última aula da oficina, propomos um desafio aos alunos: responder uma questão da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP). Essa questão envolvia alguns dos assuntos trabalhados nas aulas anteriores. Com o intuito de atrair a maior quantidade possível de alunos para participar dessa atividade, falamos que haveria um prêmio surpresa para o aluno que resolvesse e apresentasse no quadro a resolução por ele encontrada. Nesse momento, foi visível o desinteresse por parte de alguns alunos, mas, ao mesmo tempo, houve mais destes que se empolgaram com o desafio proposto.

Dois alunos (uma menina e um menino) resolveram a questão desafio. Cada um chegou à resposta final por caminhos diferentes, algo corriqueiro quando se trata de questões que envolvem assuntos matemáticos como a Geometria. A aluna respondeu algebricamente, enquanto o aluno resolveu por meio de definições expressas no enunciado da questão. Esse aluno, a priori, não soube explicar precisamente como tinha chegado à resposta. Então, o acompanhamos durante a resolução, analisando a sua linha de raciocínio e apontando caminhos que o ajudaram entender o passo a passo da resposta elaborada por ele. Durante esse acompanhamento, atuamos como professores mediadores, fazendo pontes entre o aluno e o conhecimento, tal qual dito por Ramos e Goeten (2015).

No link a seguir, estarão expostas em duas pastas separadas, as fotos das respostas dos alunos à atividade proposta e as fotos dos momentos mais importantes da oficina realizada, bem como a atividade proposta durante a segunda aula e a questão do desafio da última aula: <https://bit.ly/GaleriaOficinaGeometria>.

### 3. CONSIDERAÇÕES FINAIS

A aplicação dessa oficina foi uma verdadeira jornada de descobertas e aprendizado para nós, futuros professores de matemática. Durante sua realização, fomos expostos às complexidades reais da sala de aula, como a diversidade e a falta de motivação e engajamento dos alunos. Esse fato foi um choque de realidade, pois, enquanto graduandos de licenciatura em Matemática, tínhamos uma visão um tanto quanto utópica da sala de aula, na qual tudo (ou quase tudo) acontecia de acordo o planejamento do professor, mas vimos que a realidade do ambiente escolar é diferente.

A elaboração das aulas e a interação direta com os alunos revelaram-se ser atos desafiadores, pois cada aluno tem suas especificidades, seu modo de pensar e aprender, como dito por Gardner (1995). Assim, é necessário estar sempre atento para que seja possível elaborar estratégias dinâmicas e envolventes para os alunos durante a explicação de algum assunto, já que é provável que alguns deles não demonstrem o mínimo interesse diante de estratégias pedagógicas que não os motivem.

Por fim, a nossa escolha pela abordagem centrada nos alunos, tornando-os protagonistas das aulas, embora, a priori, tenha causado estranhamento por parte deles, mostrou ser uma estratégia de ensino altamente benéfica, pois permite que os alunos fiquem livres para explorar e aprender, sendo seres ativos na construção do próprio

conhecimento, assim como dito por Montessori (1965). Assim sendo, essa estratégia, indubitavelmente, terá lugar cativo nos nossos futuros planejamentos e nas nossas futuras aulas de matemática.

## REFERÊNCIAS

- BOSCOV, C. O impacto do ensino centrado no aluno no processo de aprendizado. **RAGC**, v. 8, n. 36, p. 79-93, 2020.
- DEWEY, J. **Democracia e Educação**. Tradução de Godofredo Rangel e Anísio Teixeira, 3. ed., São Paulo: Companhia Editora Nacional (1959b).
- GARDNER, H. **Inteligências Múltiplas: a Teoria na Prática**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1995.
- GOMES, C. P. V. L. **O lúdico e o material manipulável: reflexões para o ensino de matemática nas séries iniciais**. Natal. 2016. Disponível em: [https://repositorio.ufrn.br/bitstream/123456789/42638/2/O%20I%C3%BAdico%20e%20o%20material%20manipul%C3%A1vel\\_reflex%C3%B5es%20para%20o%20ensino%20de%20matem%C3%A1tica%20nas%20s%C3%A9ries%20iniciais\\_Monografia\\_2016.pdf](https://repositorio.ufrn.br/bitstream/123456789/42638/2/O%20I%C3%BAdico%20e%20o%20material%20manipul%C3%A1vel_reflex%C3%B5es%20para%20o%20ensino%20de%20matem%C3%A1tica%20nas%20s%C3%A9ries%20iniciais_Monografia_2016.pdf). Acesso em: 25 nov. 2023.
- MONTESSORI, M. **Pedagogia científica**. Flamboyant: São Paulo, 1965.
- RAMOS, K.R. & GOETEN A.P.M. **Aspectos motivacionais e a relação professor aluno: um estudo com alunos do ensino médio**. Caminhos da Educação, França, v. 7, n. 1, 2015.
- ROGERS, C. R. **Liberdade para Aprender**. Tradução de Edgard de Godói da Mata Machado e Márcio Paulo de Andrade. 2. ed. Belo Horizonte: Interlivros, 1973.



## ANÁLISE DE ERROS: UM ESTUDO ACERCA DE RESOLUÇÕES DE UMA QUESTÃO ENVOLVENDO A FUNÇÃO QUADRÁTICA

Luísi Emanuely Silveira do Nascimento<sup>1</sup>  
Carmen Vieira Mathias<sup>2</sup>

**Resumo:** O presente trabalho, recorte de uma pesquisa realizada pelas autoras, tem como objetivo analisar os erros cometidos por alunos que se preparam para a realização do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) em uma questão envolvendo a função quadrática. Relata-se aqui os erros observados em uma questão inédita elaborada pela primeira autora. Os erros cometidos pelos estudantes foram classificados de acordo com três categorias: erros de entrada, erros de organização e erros de execução. Por meio da análise das resoluções dos participantes da pesquisa, observou-se dificuldades envolvendo os conceitos de função quadrática atrelados a contextos diversos. Dentre essas, destacam-se a obtenção da lei da função quadrática a partir de uma situação problema e a confusão com o significado matemático das coordenadas do vértice de uma parábola em um contexto.

**Palavras-chave:** função quadrática, ENEM, análise de erros.

### 1. INTRODUÇÃO

A análise de erros tem sido vista ao longo dos anos como uma possibilidade de metodologia de ensino, em que se trabalha tomando como ponto de partida os erros dos estudantes (Cury, 2013). Dessa maneira, o erro cometido pelo aluno ao solucionar problemas pode tanto ser visto como positivo quanto ser um reflexo das qualidades e defeitos dos métodos de ensino e das aprendizagens dos estudantes. Assim, professores que se interessem por tal metodologia, podem investigar as dificuldades que seus alunos apresentam, evidenciadas pelos seus erros em questões discursivas e utilizar os dados obtidos para propor alternativas de aprendizado. Em vista disso, o objetivo deste trabalho é apresentar e analisar alguns erros cometidos por estudantes ao resolverem uma questão modelo ENEM, acerca do conteúdo de função quadrática.

No presente trabalho optou-se por tratar da função quadrática tendo em vista seu protagonismo durante o Ensino Médio e suas diversas aplicações no cotidiano. Com relação à definição de função quadrática, tomou-se como referencial o disposto em Lima (2006).

De acordo com Lima (2006, p. 127), “uma função  $f : R \rightarrow R$  chama-se quadrática quando existem números reais  $a$ ,  $b$  e  $c$ , com  $a \neq 0$  tais que  $f(x) = ax^2 + bx + c$  para todo  $x \in R$ ”. As constantes  $a$ ,  $b$  e  $c$  são chamadas de coeficientes. Ainda, segundo o autor, o gráfico da função quadrática constitui-se como uma parábola e “tem concavidade voltada para cima se  $a > 0$  ou para baixo se  $a < 0$ ”.

<sup>1</sup> Mestranda do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Ensino de Física, UFSM, Santa Maria - RS, Brasil. E-mail: [luisiemanelly@gmail.com](mailto:luisiemanelly@gmail.com)

<sup>2</sup> Docente do departamento de Matemática, UFSM, Santa Maria - RS, Brasil. E-mail: [carmen@ufsm.br](mailto:carmen@ufsm.br)

Ao analisar o gráfico da função, em particular, o ponto cujas coordenadas são  $y_v = \frac{-b}{2a}$  e  $x_v = \frac{-b^2+4ac}{4a}$  encontra-se o vértice da parábola. “Neste ponto,  $f(x)$  atinge seu valor mínimo quando  $a > 0$  e seu valor máximo quando  $a < 0$ ” (Lima, 2006, p. 143).

Por outro lado, de acordo com Cury (2013)

Conhecer o conteúdo “funções” não é saber recitar a definição tantas vezes repetida em livros de Matemática: uma relação  $f$  de um conjunto  $A$  em um conjunto  $B$  é uma função, se e somente se, para cada  $x$  pertencente ao conjunto  $A$  existe um único  $y$  pertencente ao conjunto  $B$ , tal que  $(x, y) \in f$ . É claro que se isso não for atendido, ocorrem problemas quando se usa uma função para modelar uma situação real. [...] Conhecer uma função é ter a ideia de como as variáveis se comportam quando são “governadas” por uma determinada lei. (Cury, 2013, p.75).

Em vista disso, infere-se que, para conhecer uma função e para saber solucionar problemas envolvendo funções, o estudante deve ser familiarizado com a definição, compreender o comportamento das variáveis e dominar suas diferentes representações.

## 2. ANÁLISE DE ERROS

Segundo Torre (2007, p. 130) “a análise de erros no ensino da matemática se centra nas falhas de compreensão e no processo lógico seguido, quando o estudante realiza uma tarefa ou resolve um problema matemático de forma errônea”. Dessa forma, o professor pode identificar quais as dificuldades dos alunos, suas falhas lógicas e até mesmo adaptar o método de ensino utilizado para a turma. Além disso, Torre (2007) classifica os erros em matemática utilizando três categorias: erros de entrada, erros de organização e erros de execução.

Os erros de entrada se configuram como erros de compreensão do problema, onde o estudante não entende o que está sendo solicitado ou interpreta a questão de forma errônea. Dessa forma, existe uma dificuldade em partir das informações que se dispõe chegar na solução que se procura. Quanto aos erros de organização, esses consistem em erros de síntese da informação, isto é, mesmo identificando as informações que se possui e compreendendo onde se deseja chegar, avalia-se e escolhe-se de forma incorreta os procedimentos para concluir a tarefa. Segundo Torre (2007),

[...] deve-se levar em conta a organização interna da informação. Isto é, como cada sujeito organiza os dados facilitados pela percepção ou dados em um problema. É aqui que entram em jogo os processos cognitivos do sujeito. Os erros de organização ocorrem quando o sujeito trata de mudar a informação que dispõe para dar com a resposta que lhe é pedida. (Torre, 2007, p. 117 - 118)

Esse tipo de erro é interessante pois envolve a capacidade do aluno em assimilar o problema, realizar conexões com o conhecimento que possui e descobrir maneiras para resolvê-lo. Nos erros de organização, o estudante pode apresentar dificuldades para identificar de forma correta as informações essenciais para resolver o problema dentre

todas as que são fornecidas, realizar estratégias erradas ou fora de ordem para solucioná-lo, ou utilizar experiências anteriores para inferir sobre como resolver a questão, sem verificar se as experiências realmente coincidem e fazem sentido com o novo contexto.

Por fim, os erros de execução são erros caracterizados como equívocos, falhas em cálculos, confusões ou causados por distração. Esses podem ser erros mecânicos, como a troca de um sinal por outro, operacionais, quando o estudante utiliza algum procedimento e esquece parte da resolução ou erros estratégicos, quando o método escolhido para resolução não foi correto.

Neste artigo, são avaliados os erros de alunos de acordo com as três classificações de Torre (2007). Dessa forma, os erros encontrados são categorizados como erros de entrada, organização e execução.

### 3. DESENVOLVIMENTO

Para a construção deste trabalho, considerou-se a pesquisa inicial, realizada em meados de 2023, em que foi aplicada uma sequência de atividades composta por quatro questões envolvendo funções afim e quadrática modelo ENEM, elaboradas pela autora, para uma turma de alunos que se preparava para o exame. Em especial, neste trabalho é tratado a respeito da análise de erros de uma dessas questões, envolvendo os conceitos de função quadrática.

Os participantes da pesquisa foram 22 alunos que possuíam de 18 a 22 anos e que já haviam concluído o Ensino Médio. Todos os estudantes frequentavam cursos preparatórios para a prova do ENEM a pelo menos um ano. Destaca-se que, de acordo com a ética de pesquisa, todos os participantes da atividade assinaram um termo de consentimento, no qual autorizavam a utilização das suas respostas às questões no desenvolvimento da pesquisa. Ademais, os alunos solucionaram os problemas de forma anônima e, para identificação das respostas neste trabalho, foram indicados por A1, A2, A3, etc, sem que o número dado a cada um tenha qualquer relação com seu desempenho nas questões.

Pensando no contexto dos alunos, os quais já se preparavam para o ENEM a mais de um ano, era provável que já conhecessem a maioria das questões envolvendo os conceitos de funções de edições anteriores da prova. Assim, optou-se construir questões inéditas com a finalidade de que os estudantes não soubessem de antemão as estratégias que deveriam ser utilizadas na resolução. Ainda, segundo Cury (2013),

Uma estratégia bastante comum em provas de múltipla escolha, a saber, a testagem das alternativas. Não se pode considerar que essa solução seja errada e, além disso, os estudantes estão acostumados a usá-la em exames vestibulares para economizar tempo em cálculos. (Cury, 2013, p. 57).

Por conseguinte, como planejava-se analisar as resoluções dos estudantes, optou-se por construir questões sem alternativas, com a finalidade de evitar o método de testagem. Ademais, convém definir o que é uma questão modelo ENEM. Para a autora deste artigo, define-se uma questão modelo ENEM como uma situação problema que contextualiza o conteúdo a realidade, além de possuir, na maioria das vezes, uma imagem, gráfico ou tabela que ilustra essa situação. É um tipo de questão que avalia mais do que a



aplicação de valores em fórmulas de maneira mecânica, mas sim, a interpretação do aluno.

A questão foco desse trabalho, cujas resoluções foram analisadas e os erros foram classificados está ilustrada na Figura 1. Nessa, existe um contexto envolvendo a produção e venda de velas aromáticas, onde é fornecida a função custo e é indicado o preço de venda de cada vela. Com esses dados, o estudante precisaria construir a função lucro e responder alguns itens sobre. Depois de analisar as soluções dos estudantes, constatou-se que houveram oito erros de entrada, doze erros de organização e seis erros de execução. Para produzir esses dados, foram consideradas respostas de 18 alunos que solucionaram a questão de forma incorreta ou parcialmente correta. Vale destacar que um mesmo aluno pode ter cometido mais de um tipo de erro. Ainda, tomou-se como base a resolução proposta pelas autoras durante a pesquisa<sup>3</sup>.

**Figura 1 - Questão aplicada na pesquisa**

As velas aromáticas estão em alta, principalmente na internet. De acordo com o Google Trends, no Brasil, o interesse pelo assunto cresceu mais de 100% nos últimos 12 meses. [...] A vantagem vai muito além do bom cheiro, do toque decorativo e da sensação de aconchego que esses produtos podem deixar no ambiente. Segundo especialistas, o uso dos itens perfumados pode ser benéfico para a saúde mental e também emocional.



Disponível em: <https://www.metropoles.com/vida-e-estilo/interesse-por-velas-aromaticas-dobra-em-um-ano-veja-onde-encontrar>

Sabendo da “febre” das velas aromáticas, uma artesã decidiu iniciar a produção de velas aromáticas em seu ateliê. Ela deseja vender cada vela por R\$60,00 e sabe que seu custo com água, luz, matéria prima e mão de obra é dado pela função  $C(x) = x^2 - 10x + 264$  onde  $x$  representa o número de velas produzidas. Supondo que não exista nenhum outro custo, qual a quantidade mínima de velas que a artesã precisará vender para não ter prejuízo? E quantas velas precisará vender para que seu lucro seja máximo? Justifique sua resposta.

Fonte: As autoras (2023)

Acerca dos erros de entrada, um método de resolução incorreto ocorreu quando o aluno interpretou que o número mínimo de velas para não obter prejuízo era representado pelo  $x_v$  e o número de velas para obter lucro máximo era representado pelo  $y_v$  da função. A Figura 2 ilustra a resolução do aluno A11, o qual utilizou dessa estratégia para encontrar a solução.

<sup>3</sup> A resolução esperada nessa questão pode ser acessada em: <https://encurtador.com.br/Jvevi>.



**Figura 2 - Resolução da questão pelo aluno A11**

$P_v = 60x$   
 $P_c = x^2 - 10x + 264$   
 $L = P_v - P_c$   
 $L = 60x - x^2 + 10x - 264$   
 $L = -x^2 + 70x - 264$

$x_v = \frac{-70}{2 \cdot -1} = \boxed{35}$

$y_v = \frac{-(4900 - 4 \cdot -1 \cdot -264)}{4(-1)}$   
 $y_v = \frac{-3844}{-4} = \frac{3844}{4} = \frac{961}{1} = \boxed{961}$

A quantidade mínima de velas a serem produzidas é 35 para que a artista não tenha prejuízo. E seu lucro máximo será de 961 reais.

Fonte: Acervo das autoras (2023)

O aluno A11 cometeu um erro de entrada uma vez que se equivocou na interpretação do que estava sendo solicitado e nas estratégias escolhidas para obter o resultado. Observa-se que o estudante possui dificuldade para relacionar o cálculo das coordenadas do vértice com seu significado em um contexto aplicado. A partir da resolução, constata-se que o aluno tem um entendimento errado de que o  $x_v$  é utilizado para calcular o valor mínimo e o  $y_v$  para calcular o valor máximo. Assim, ao deparar-se com o questionamento sobre a quantidade mínima de velas que deve-se produzir para não ter prejuízo, deduziu que deveria calcular o valor de  $x_v$ . Igualmente, ao observar a pergunta sobre quantas velas deveriam ser produzidas para que o lucro fosse máximo, julgou que o correto seria calcular o valor de  $y_v$ .

Quanto aos erros de organização, vários alunos interpretaram e calcularam corretamente o número de velas que deveriam ser produzidas e vendidas para não se ter prejuízo. No entanto, quanto a indicação do número de velas que devem ser produzidas e vendidas para se obter o lucro máximo, houveram estudantes que indicaram ser apenas um valor maior do que o encontrado anteriormente ou então julgaram ser infinito. A resolução do aluno A4, ilustrada pela Figura 3, exemplifica um erro de resolução como o citado.

A interpretação realizada pelo estudante A4 e por outros surge da ideia de que a receita obtida com a venda corresponde a uma função crescente, portanto quanto mais velas vendidas maior é o valor obtido. Porém, esse raciocínio não considera a função lucro que, nesse caso, está representada por uma função quadrática, de forma que existe um lucro máximo e uma quantidade específica de velas que devem ser produzidas e vendidas para obtê-lo. Esse tipo de interpretação equivocada, sobre qual função deve ser analisada, qualifica um erro de organização.

**Figura 3 - Resolução da questão pelo aluno A4**

$C(x) = x^2 - 10x + 264$   
 $L(x) = 60x - (x^2 - 10x + 264)$   
 $L(x) = 70x - x^2 - 264$   
 $L(x) = -x^2 + 70x - 264$   
 $-x^2 + 70x - 264 = 0$   
 $S = \frac{-b}{a} = \frac{70}{-1} = -70$   
 $P = \frac{-264}{-1} = 264$   
 $\Delta = b^2 - 4ac$   
 $\Delta = (70)^2 - 4 \cdot (-1) \cdot 264$   
 $\Delta = 4900 - 1056$   
 $\Delta = 3844$   
 $x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$   
 $x = \frac{-70 \pm \sqrt{3844}}{2 \cdot (-1)}$   
 $x = \frac{-70 + 62}{-2} = \frac{-8}{-2} = 4$

Fonte: Acervo das autoras (2023)

Finalmente, a Figura 4 ilustra um exemplo de erro de execução encontrado na resolução do aluno A13, o qual ocorreu ao construir a lei de formação da função receita.

**Figura 4 – Resolução da questão pelo aluno A13**

$L = 60 - (x^2 - 10x + 264)$   
 $L = 60 - x^2 + 10x - 264$   
 $L = -x^2 + 10x - 204$   
 $x_v = \frac{-b}{2a}$   
 $x_v = \frac{-10}{-2}$   
 $x_v = 5$  -> 5 velas para obter lucro máximo  
 $\Delta = b^2 - 4ac$   
 $\Delta = (10)^2 - 4 \cdot (-1) \cdot (-204)$   
 $\Delta = 100 - 816$   
 $\Delta = -716$   
 \* a quantidade mínima  
 cp, não obter prejuízo é  
 501, pois  
 somente obter o  
 lucro será maior  
 que zero e não  
 negativo.

Fonte: Acervo das autoras (2023)

Analisando a resolução do aluno A13, percebe-se que ele dispunha das estratégias corretas de resolução, calculando o número de velas para obter o lucro máximo através do  $x_v$  e buscando as raízes da equação para encontrar o número mínimo de velas a serem produzidas e vendidas para não ter prejuízo. No entanto, a escrita incorreta da lei da função receita foi um equívoco vital para a solução do problema. Ao considerar a função receita como  $R(x) = 60$  e não  $R(x) = 60x$ , o estudante obteve a função lucro incorreta e todos os demais valores também.

## CONCLUSÃO

Após a análise das resoluções dos alunos, é possível confirmar algumas dificuldades que, em um primeiro momento, representavam apenas suspeitas da autora. Dentre essas

dificuldades, encontram-se a obtenção da lei de formação da função sendo fornecido um contexto e a compreensão do significado das coordenadas dos vértices em situação problema. Assim, é interessante observar que a análise de erros pode servir como uma estratégia para diagnosticar as aprendizagens dos estudantes e ser um primeiro passo para a mudança de perspectiva no ensino aprendizagem, seja por parte do professor, com a modificação dos métodos utilizados, seja por parte dos alunos, quando se tornam conscientes dos equívocos cometidos.

## REFERÊNCIAS

- BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, 2018.
- CURY, H. N. **Análise de erros**: o que podemos aprender com as respostas dos alunos. Autêntica, 2013.
- INEP - Ministério da Educação e Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. **Matriz de Referência para o ENEM 2023**. Brasília, Distrito Federal, 2023. 24p.
- LIMA, E. L.; CARVALHO, P. C. P.; WAGNER, E.; MORGADO, A. C. A matemática do ensino médio – volume 1. 9. ed. Rio de Janeiro. **Sociedade Brasileira de Matemática**. 2006.
- TORRE, S. D. L. **Aprender com os erros**: o erro como estratégia de mudança. Porto Alegre: Artmed, 2007.



## EXPLORANDO O VOLUME DE SÓLIDOS GEOMÉTRICOS ATRAVÉS DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Manuela Engelmann dos Santos<sup>1</sup>  
Fabiane Cristina Höpner Noguti<sup>2</sup>

**Resumo:** Esta investigação, recorte de um Trabalho de Conclusão de Curso, foi realizada em sala de aula e visou trabalhar com o volume de sólidos geométricos a partir da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas. Para isso, elaborou-se a seguinte questão norteadora: “Quais as contribuições da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas para o estudo do volume de sólidos geométricos?”. Sendo assim, desenvolveu-se, na forma de estudo de caso e com abordagem qualitativa, a pesquisa cujo processo de resolução de problemas foi realizado por alunos do 3º ano do Ensino Médio diurno de uma escola pública de Santa Maria/RS. Para tanto, foram adaptados três problemas geradores que abordaram o volume do paralelepípedo, do cilindro e do cone, aplicados no decorrer de quatro encontros. Os instrumentos de coleta de dados consistiram em um diário de campo, fotografias e as resoluções escritas dos discentes. A partir da análise dos dados, concluiu-se que a metodologia empregada para o desenvolvimento das aulas contribuiu junto aos estudantes, tendo em vista o trabalho colaborativo, as discussões e os materiais utilizados, os quais auxiliaram na resolução dos problemas. Além disso, os encontros oportunizaram relembrar como calcular o volume dos sólidos geométricos mencionados, visto que os discentes já haviam estudado este tópico no início do ano e estabelecer, na prática, algumas relações. Nesse sentido, os alunos foram retirados de sua zona de conforto por diferentes momentos, seja na busca por uma solução para os problemas ou nas apresentações realizadas acerca das resoluções desenvolvidas. No mais, considera-se que os estudantes puderam ter momentos de desenvolvimento da autonomia, criatividade e criticidade.

**Palavras-chave:** geometria espacial; materiais manipuláveis; ensino médio.

### 1. INTRODUÇÃO

Diferentes pesquisas desenvolvidas a partir de Pavanello (1993) apontam a pouca ênfase dada aos conteúdos de Geometria na Educação Básica, embora os documentos oficiais elucidem a sua importância durante todo o período de escolarização. Conforme a Base Nacional Comum Curricular (BNCC):

A Geometria envolve o estudo de um amplo conjunto de conceitos e procedimentos necessários para resolver problemas do mundo físico e de

<sup>1</sup> Mestranda do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Ensino de Física pela Universidade Federal de Santa Maria (UFSM), Santa Maria, Rio Grande do Sul, Brasil. E-mail: [manuzinhaengelmann@gmail.com](mailto:manuzinhaengelmann@gmail.com).

<sup>2</sup> Doutora em Educação Matemática pela Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho (Unesp/Rio Claro); Universidade Federal de Santa Maria (UFSM), Santa Maria, Rio Grande do Sul, Brasil. E-mail: [fabiane.noguti@ufsm.br](mailto:fabiane.noguti@ufsm.br).

diferentes áreas do conhecimento. Assim, nessa unidade temática, estudar posição e deslocamentos no espaço, formas e relações entre elementos de figuras planas e espaciais pode desenvolver o pensamento geométrico dos alunos. Esse pensamento é necessário para investigar propriedades, fazer conjecturas e produzir argumentos geométricos convincentes. (Brasil, 2018, p. 271).

Nessa perspectiva, o estudo, sendo um recorte de um Trabalho de Conclusão de Curso (TCC), delineou-se com o objetivo de trabalhar com o volume de sólidos geométricos, resolução de problemas e materiais manipuláveis, considerando as habilidades específicas relacionadas ao cálculo do volume de sólidos geométricos que constam na BNCC (EM13MAT309 e EM13MAT504) referentes ao Ensino Médio.

Posto isto, elaborou-se a seguinte questão norteadora da pesquisa: “Quais as contribuições da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas para o estudo do volume de sólidos geométricos?”.

## **2. RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS, HABILIDADES DE VISUALIZAÇÃO E MATERIAIS MANIPULÁVEIS**

A resolução de problemas se constitui como uma atividade natural do cotidiano das pessoas, seja para suprir dificuldades do dia a dia, por diversão ou passatempo. No que diz respeito à resolução de problemas matemáticos, estes se constituem desde a Antiguidade e, com o passar do tempo, a noção de resolução de problemas foi considerada no âmbito do ensino (Onuchic, 1999).

Desta forma, com vistas a investigar sobre Geometria Espacial e materiais manipuláveis, este estudo apoia-se na Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas (MEAAMRP) que, segundo Onuchic *et al.* (2021), tem como objetivo expressar uma concepção de que o ensino, a aprendizagem e a avaliação devam ocorrer simultaneamente durante a construção do conhecimento pelo aluno. Nesse sentido, o professor desempenha um papel de mediador, auxiliando os estudantes na compreensão do problema gerador, além de incentivar e observar as resoluções e discutir as ideias e os raciocínios por eles utilizados.

A partir dessa abordagem, considera-se que a MEAAMRP pode desafiar os alunos e, conseqüentemente, aguçar seu interesse pela resolução dos problemas, possibilitando que participem ativamente em sala de aula na construção dos conhecimentos a serem desenvolvidos por eles e com o auxílio do professor. Além disso, tendo em vista que nesta pesquisa os problemas consideram a planificação dos sólidos geométricos envolvidos, torna-se necessário investigar as contribuições e importância de trabalhar este tópico com os discentes.

Conforme Meireles (2021, p. 23), “A planificação é o único tipo de representação bidimensional que permite representar todos os elementos que compõem a superfície da figura espacial em um único plano e em sua totalidade.” Desse modo, é pertinente trabalhar com situações de aprendizagem que direcionem o aluno a estabelecer relações entre as representações das figuras espaciais e suas representações planas.

No mais, conforme Oliveira e Leivas (2017), os materiais manipuláveis podem contribuir para o desenvolvimento da capacidade de visualização, uma vez que a utilização de modelos concretos permite que o estudante observe as figuras geométricas em diversas

posições e ângulos, tornando o registro da imagem mental mais dinâmico. Nesse sentido, podem despertar a curiosidade e criatividade dos alunos, bem como possibilita, a exploração de propriedades e viabilizam a formulação de conjecturas.

Nessa perspectiva, nesta pesquisa foram utilizados materiais manipuláveis com os alunos, tais como folha de ofício, régua, transferidor, dentre outros, pois entende-se que as manipulações podem facilitar a compreensão dos conceitos geométricos, especialmente, os espaciais.

### **3. CAMINHOS METODOLÓGICOS**

A pesquisa é de abordagem qualitativa, pois o objetivo é analisar a forma como os alunos resolvem os problemas indicados, sem o intuito de quantificar os dados. De acordo com Lüdke e André (2013, p. 4), uma pesquisa em educação utiliza a abordagem qualitativa na validação de seus dados, pois “[...] em educação as coisas acontecem de maneira tão inextricável que fica difícil isolar as variáveis envolvidas”.

Para tanto, a pesquisa, delineada como estudo de caso, foi desenvolvida no segundo semestre letivo de 2023 com alunos do 3º ano do Ensino Médio diurno de uma escola pública localizada no município de Santa Maria/RS. Nesse sentido, os sujeitos da pesquisa foram 13 alunos e o desenvolvimento da investigação ocorreu durante o horário de aula da disciplina de Matemática com encargos de 6h/aula por semana.

Nesse aspecto, buscou-se analisar de que forma os estudantes resolveriam os problemas envolvendo volume de sólidos geométricos na perspectiva da MEAMRP, com a finalidade de identificar os procedimentos adotados, bem como as diferentes formas de raciocínio e as dificuldades apresentadas. Como instrumentos de coleta de dados, utilizou-se um diário de campo, fotografias e as resoluções escritas dos problemas desenvolvidos pelos alunos.

### **4. DESCRIÇÃO E ANÁLISE DOS ENCONTROS**

Foram organizados quatro encontros, os quais totalizaram 7h/aula. Os problemas selecionados foram adaptados de pesquisas que também investigaram aspectos relevantes da Geometria Espacial em diferentes níveis escolares. No primeiro encontro explicou-se aos alunos como funcionariam as aulas, bem como foram realizados alguns questionamentos a respeito dos sólidos geométricos, com o intuito de verificar os seus conhecimentos a respeito deste tópico. Na sequência, os alunos formaram quatro grupos, sendo três grupos compostos por três alunos e um composto por quatro alunos, e iniciaram os trabalhos com o primeiro problema proposto que abordava a construção de uma caixa de papel para a indústria. No segundo encontro, o problema 2 buscou discutir o volume de cilindros a partir da construção de dois cilindros de tamanhos diferentes. Os problemas podem ser consultados na íntegra em Santos (2023). Apresentaremos aqui as discussões referentes ao terceiro problema que foi desenvolvido pelos estudantes no terceiro encontro.

Neste encontro, foi entregue para cada aluno uma folha com o problema 3 (Figura 1), o qual é denominado “Feira”, e foi elaborado pelas pesquisadoras. Ainda, foram formados quatro grupos, na mesma configuração do primeiro problema, e entregues duas folhas de ofício, transferidor, 1kg de feijão, fita adesiva, régua, tesoura e uma tampa de caixa.



Foi preciso intervir questionando os estudantes por diversas vezes durante a resolução deste problema, pois eles estavam com dificuldade em construir o cilindro e, principalmente, o cone.

**Figura 1 – Problema 3**

**PROBLEMA 3: FEIRA**

Sabrina trabalha em uma feira. No início de cada semana, a menina organiza as sacas de feijão e, para isso, distribui os feijões em determinadas latas que têm o formato de um cilindro reto. As latas possuem 17,7cm de altura e 3cm de raio.

Certo dia, Sabrina resolveu criar uma estratégia para encher as latas mais rapidamente. Para isso, decidiu construir um cone reto. Inicialmente, ela lembrou que esse sólido geométrico pode ser gerado a partir de um triângulo retângulo, para isso basta girá-lo. Desse modo, construiu um triângulo retângulo, conforme o ilustrado ao lado.

A partir disso, Sabrina construiu o cone, sem considerar a sua base. Dessa forma, conseguiu agilizar a transferência dos feijões para as latas.

**Questionamentos:**

- Quantos cones cheios de feijão serão necessários para preencher a lata cilíndrica?
- Qual o volume do cilindro construído? Apresente os cálculos.
- Qual o volume do cone construído? Apresente os cálculos.
- Existe alguma relação entre os volumes do cone e do cilindro? Se sim, especifique.



Fonte: Dados da pesquisa (2023).

Os alunos nunca haviam usado um transferidor, à vista disso foi necessário explicar como utilizá-lo. Na figura 2, segue uma das soluções encontradas.

**Figura 2 – Resolução encontrada do problema 3**

**Questionamentos:**

- Quantos cones cheios de feijão serão necessários para preencher a lata cilíndrica?  
*São necessários 03 "cones feitos" para preencher o cilindro feito. (volumen :)*
- Qual o volume do cilindro construído? Apresente os cálculos.  
 $V = 159,37 \text{ cm}^3$  *→ feita*
- Qual o volume do cone construído? Apresente os cálculos.  
 $V = 53,11 \text{ cm}^3$  *→ feita*
- Existe alguma relação entre os volumes do cone e do cilindro? Se sim, especifique.  
*Sim, o volume do cilindro feito é exatamente 3 vezes maior que o volume do cone feito.*

Fonte: Dados da pesquisa (2023).

No quarto e último encontro, foi realizada a formalização do problema 3 e realizados alguns questionamentos aos alunos com o objetivo de verificar quais as percepções em relação às aulas fundamentadas na MEAMRP. Os estudantes se mostraram bastante receptivos, e, em suas palavras, indicaram que as aulas foram “*bem didáticas*” e que “*dá ânimo, motivo para estudar*”. Com relação ao trabalho em grupo, os discentes responderam que gostaram de trabalhar com os colegas e se fossem resolver individualmente seria mais trabalhoso. Com relação ao uso de materiais manipuláveis durante as aulas, no geral, responderam que foi importante, pois “*ajudaram a entender os problemas e o porquê de estar fazendo aquilo*”. Ainda, quando questionados sobre qual problema mais gostaram de resolver, apontaram os problemas 1 e 2 e destacaram que também acharam o problema 3 interessante, embora mais trabalhoso.

## 5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

A partir da análise dos encontros, é notório que a metodologia utilizada para o desenvolvimento das aulas contribuiu junto aos discentes, pois o trabalho colaborativo, as discussões realizadas e os materiais manipuláveis utilizados auxiliaram na resolução dos problemas. Além disso, oportunizaram lembrar como calcular o volume dos sólidos geométricos envolvidos, bem como comparar os seus volumes e estabelecer, na prática, algumas relações.

Acerca das dificuldades evidenciadas no processo de resolução dos problemas propostos, estas estão relacionadas com o fato de os alunos não estarem habituados com a metodologia utilizada, pois os problemas, diferentemente dos exercícios, demandam uma maior interpretação e uma busca por outros caminhos, muitas vezes indiretos, que convirjam para a solução do problema. Obstáculos evidenciados no decorrer do processo de resolução dos problemas também se concentraram no manuseio dos materiais, tendo em vista que os estudantes, aparentemente, não costumam utilizá-los nas aulas, seja régua, transferidor ou outros materiais didáticos que não o livro didático.

Ademais, percebeu-se que os estudantes foram retirados da sua zona de conforto em diferentes momentos, ora na busca por uma solução para os problemas, ora nas apresentações realizadas acerca das resoluções. Nesse aspecto, ressalta-se as potencialidades da metodologia empregada, visto que permite com que os alunos desenvolvam a autonomia, criatividade e habilidades de pensamento crítico e de trabalho em grupo.

## REFERÊNCIAS

- BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018.
- LÜDKE, M.; ANDRÉ, M. E. D. A. **Pesquisa em educação: uma abordagem qualitativa**. São Paulo, SP: EPU, 2013.
- MEIRELES, D. M. **Conhecimento especializado de futuros professores da educação infantil e anos iniciais no âmbito da planificação de figuras geométricas espaciais**. 2021. 96 p. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Estadual de Campinas, Campinas, SP: 2021.
- OLIVEIRA, M. T.; LEIVAS, J. C. P. Visualização e Representação Geométrica com suporte na Teoria de Van Hiele. **Ciência e Natura**, Santa Maria, v. 39, n. 1, p. 108-117, jan./abr. 2017.
- ONUICHIC, L. R. Ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas. In: BICUDO, M. A. V. (Org.). **PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: CONCEPÇÕES E PERSPECTIVAS**. São Paulo: Editora UNESP, 1999. p. 199-218.
- ONUICHIC, L. R. *et al.* (Orgs). **Resolução de problemas: teoria e prática**. Jundiaí: Paco Editorial, 2021.
- PAVANELLO, R. M. **O abandono do ensino da Geometria no Brasil: causas e consequências**. Revista Zetetiké. Campinas: UNICAMP, ano 1, n. 1, 1993.
- SANTOS, M. E. dos. **Estudo do volume de sólidos geométricos através da Resolução de Problemas**. Trabalho de Conclusão de Curso (Matemática Licenciatura). Universidade Federal de Santa Maria, RS, 2023.





## ESTUDO EXPLORATÓRIO DE PORCENTAGEM NO ENSINO MÉDIO

Maurício de Moraes Fontes<sup>1</sup>

**Resumo:** O tópico de Porcentagem aparece constantemente em várias situações do cotidiano de alunos do ensino médio, como, cartazes, propagandas, livros, revistas, entre outros meios. Este trabalho teve como propósito explorar os conhecimentos básicos de porcentagem dos alunos do primeiro ano do ensino médio de uma escola pública em Belém do Pará em 2024. A metodologia utilizada no presente estudo foi qualitativa com estudo descritivo. A amostra foi intencional com vinte e cinco estudantes dessa escola, sendo vinte e quatro homens e uma mulher. O instrumento utilizado para coletar os dados foi um questionário com seis questões abertas sobre o cálculo percentual. A última questão queria saber se eles apresentaram dificuldades na resolução das questões propostas. Os resultados demonstram pouco ou quase nenhum conhecimento sobre a temática estudada.

**Palavras-chave:** dificuldade, porcentagem, alunos, ensino médio.

### 1. INTRODUÇÃO

Vários tópicos compõe a matemática financeira, e “saber lidar com esses conhecimentos fará uma enorme diferença na formação de qualquer cidadão” (Fontes, 2024, p. 311). Um deles é o de porcentagem, que é fundamental para o entendimento de muitas notícias veiculadas nos diversos meios de comunicação. Para Dante e Viana (2022, p. 100) “você já estudou que as porcentagens correspondem a frações de denominador 100 ou frações equivalentes a ela”.

Esse tópico tão importante para a formação dos estudantes está presente no currículo de matemática da educação básica, pois a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) recomenda o trabalho em sala de aula por meio de competências e habilidades, dentre elas temos:

**Competência 1:** Utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos para interpretar situações em diversos contextos, sejam atividades cotidianas, sejam fatos das Ciências da Natureza e Humanas, ou ainda questões econômicas ou tecnológicas, divulgados por diferentes meios, de modo a consolidar uma formação científica geral. E da **Habilidade (EM13MAT104):** Interpretar taxas e índices de natureza socioeconômica, tais como índice de desenvolvimento humano, taxas de inflação, entre outros, investigando os processos de cálculo desses números. (Brasil, 2018, p. 524, 525)

Observa-se que essa competência e essa habilidade proporcionam muitas aplicações de porcentagem em diversos campos do saber, como na Química, na Física, na Biologia, na Sociologia, na Economia, entre outros.

---

<sup>1</sup> Licenciatura Plena em Matemática - UFPA. Seduc -PA. Brasil. [mauriciofontes@gmail.com](mailto:mauriciofontes@gmail.com)

Pelo exposto, esse trabalho teve como objetivo explorar os conhecimentos básicos de porcentagem dos alunos do primeiro ano do ensino médio de uma escola pública em Belém do Pará em 2024.

## 2. MARCO TEÓRICO

Para Castelo Branco (2016, p. 2), “o cálculo de porcentagem é uma operação das mais antigas, em termos de cálculos comerciais e financeiros. A expressão por cento é indicada geralmente por meio do sinal %”. A expressão “por cento originou-se do latim per centum e significa por um cento” (Longen, 2022, p. 192).

O tema de porcentagem está inserido em diversas partes do nosso cotidiano, haja vista que “provavelmente você já se deparou com a expressão por cento em seu dia a dia. Essa expressão pode aparecer em notícias veiculadas em jornais, TV ou internet, em ofertas comerciais e nos bate-papos diários com a família ou amigos” (Giovanni Júnior, 2022, p. 240).

Dessa forma, para Fontes (2024, p. 311): “o tópico de porcentagem é um conceito básico para entendermos a matemática financeira, por isso deve ser bem trabalhado no ensino fundamental, em outras disciplinas e no seu cotidiano”.

Com isso, todo cidadão deve aprender esse tema, pois “o entendimento sobre porcentagem se mostra como um importante campo a ser dominado, haja vista o poder de decisão que se cria em várias situações financeiras e que pode ajudar para uma melhor tomada de decisão” (Saraiva; Albuquerque, 2020, p. 102).

## 3. MARCO METODOLÓGICO

Esta pesquisa foi realizada no dia primeiro de fevereiro de 2024 em uma escola pública de ensino médio em Belém do Pará. A metodologia aplicada no presente trabalho foi qualitativa, pois “a investigação qualitativa é a sondagem com que os investigadores recolhem os dados em situações reais por interação com pessoas selecionadas em seu próprio entorno” (Mcmillan; Schumacher, 2005, p. 400). A amostra foi intencional, formada por vinte e cinco estudantes dessa escola, sendo vinte e quatro meninos e uma menina. Esses alunos foram representados nesse trabalho por  $E_1, E_2, \dots, E_{25}$ .

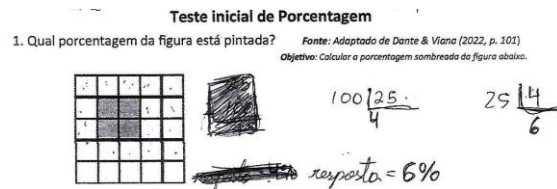
O instrumento utilizado para coletar os dados foi um questionário com seis questões básicas sobre porcentagem. A maioria dessas questões foram retiradas dos livros de Dante e Viana (2022), Giovanni Júnior (2022) e Longen (2022), material aprovado no Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) 2024. A última questão teve como objetivo verificar as possíveis dificuldades encontradas pelos alunos nesse estudo. Essa atividade teve a duração de uma aula de quarenta e cinco minutos.

## 4. ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

A primeira questão desse estudo teve como objetivo calcular a porcentagem sombreada na figura abaixo. Nenhum aluno resolveu corretamente o que foi pedido, 40% deles não apresentaram nenhuma resolução, 12% do total resolveram parcialmente e 48% deles erraram o que foi pedido. Os alunos  $E_6$  e  $E_{23}$  dividiram  $25/4$ , como mostra a resolução de

um deles abaixo.

**Figura 1- Resolução do aluno E<sub>23</sub>**



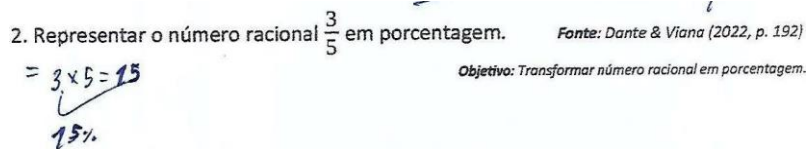
Fonte: Pesquisa de campo

Observamos que os alunos inverteram os cálculos pedidos, ou seja, era para calcular  $4/25 = 16\%$ .

E também tivemos os alunos E<sub>2</sub>, E<sub>4</sub> e E<sub>11</sub>, que visualizaram a fração sombreada, isto é,  $4/25$ , porém, não transformaram em porcentagem como a questão pedia.

A segunda questão teve como objetivo *transformar número decimal em porcentagem*. Nenhum aluno resolveu corretamente o que foi pedido, 76% dos alunos não apresentaram nenhuma resolução e 24% deles erraram o que foi pedido. Vários erros básicos sobre o cálculo percentual foram cometidos nesta questão. O aluno E<sub>4</sub> escreveu  $3/5 = 2\%$ , o aluno E<sub>9</sub> escreveu 3,5% e o E<sub>22</sub> dividiu  $3/5 = 1,2$ . Para ilustrar uma dessas situações, temos a resolução do aluno E<sub>5</sub> na Figura 2 abaixo, em que ele multiplicou o numerador pelo denominador da fração, obtendo assim 15%.

**Figura 2- Resolução do aluno E<sub>5</sub>**



Fonte: Pesquisa de campo

Transformar um número racional em porcentagem não se realiza dessa forma, e sim  $3/5 = 0,60 = 60\%$ .

A terceira questão deste estudo teve como objetivo *transformar porcentagem em número racional*. Nenhum aluno resolveu corretamente o que foi pedido, 80% dos alunos não apresentaram nenhuma resolução e 20% deles erraram o que foi pedido. Nesta questão, cinco educandos erraram o que foi pedido. O aluno E<sub>1</sub> registrou  $0/35$ , O aluno E<sub>5</sub> escreveu  $3/5$ , o aluno E<sub>9</sub> escreveu 3,5%, o aluno E<sub>12</sub> registrou 0,35 e a aluna E<sub>16</sub> registrou 000,000035.

**Figura 3- Resolução da aluna E<sub>16</sub>**



Fonte: Pesquisa de campo

Na resolução da aluna acima, fica perceptível que ela não sabe transformar porcentagem em número racional. Os outros, também.

A quarta questão deste estudo teve como objetivo *transformar porcentagem em número decimal*. Somente o aluno E<sub>1</sub> resolveu corretamente o que foi pedido, 84% dos alunos não apresentaram nenhuma resolução e 12% deles erraram o que foi pedido. Na Figura 4, abaixo, temos que o aluno transformou de forma correta a porcentagem em número decimal.

**Figura 4- Resolução da aluna E<sub>1</sub>**

4. Escreva a porcentagem 27% na forma decimal.  
 0,27

Objetivo: Transformar porcentagem em número decimal.

Fonte: Pesquisa de campo

Mas os alunos E<sub>5</sub>, E<sub>9</sub> e E<sub>16</sub> erraram suas resoluções, como mostra a resolução de E<sub>9</sub> na Figura 5.

**Figura 5- Resolução da aluna E<sub>9</sub>**

4. Escreva a porcentagem 27% na forma decimal.

10107 27%

Objetivo: Transformar porcentagem em número decimal.

Fonte: Pesquisa de campo

A quinta questão deste estudo teve como objetivo *calcular porcentagem*. Apenas um educando resolveu corretamente o que foi pedido, 84% do total de alunos não apresentaram nenhuma resolução e 12% deles erraram o que foi pedido. O aluno E<sub>23</sub> resolveu corretamente o que foi pedido, como demonstra a Figura 6 abaixo.

**Figura 6- Resolução da aluna E<sub>23</sub>**

5. Calcule 32% de R\$ 2.500,00.

~~100 2.500~~  
~~32 X~~

$100x = 2.500 \cdot 32$   
 $100x = 80.000$   
 $x = 800,00$

$80.000 / 100$   
 $800$

Fonte: Longen (2022, p. 193)

Objetivo: Calcular porcentagem.

2.500  
 $\times 32$   
 $50.000$   
 $+ 75.000$   
 $80.000$

Fonte: Pesquisa de campo

Para Castelo Branco (2016, p. 2): “com base nos conceitos de porcentagem, é possível resolver várias situações que envolvem negociações com mercadorias, ou seja, o cálculo do lucro, o preço de venda, o custo, etc.”.

A última questão queria saber se eles apresentaram dificuldades na resolução das questões propostas. Os comentários desses estudantes estão no quadro 1.

**Quadro 1- Principais dificuldades registradas pelos alunos no teste de porcentagem**

| Principais dificuldades                    | Estudantes                                                                                                                                                                                                                                            | Percentual |
|--------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------|
| Nunca estudei porcentagem                  | E <sub>2</sub> , E <sub>4</sub> , E <sub>14</sub> e E <sub>18</sub>                                                                                                                                                                                   | 16%        |
| Não tive professor de matemática           | E <sub>19</sub>                                                                                                                                                                                                                                       | 4%         |
| Já estudei, mas esqueci como fazer a conta | E <sub>1</sub> , E <sub>5</sub> , E <sub>7</sub> , E <sub>8</sub> , E <sub>10</sub> , E <sub>12</sub> , E <sub>13</sub> , E <sub>17</sub> , E <sub>20</sub> , E <sub>21</sub> , E <sub>22</sub> , E <sub>23</sub> , E <sub>24</sub> e E <sub>25</sub> | 56%        |
| Dificuldade em matemática                  | E <sub>9</sub>                                                                                                                                                                                                                                        | 4%         |
| Não sei calcular porcentagem               | E <sub>3</sub> , E <sub>6</sub> , E <sub>11</sub> , E <sub>15</sub> e E <sub>16</sub>                                                                                                                                                                 | 20%        |

Fonte: Construção do autor

O Quadro 1 acima, registra os comentários dos estudantes dessa turma. Observamos que são muitas dificuldades apresentadas em relação ao tópico de porcentagem. Vamos registrar alguns desses comentários. Na Figura 7 abaixo, temos o comentário de um aluno afirmando que nunca estudou esse tópico.

**Figura 7- Comentário do aluno E<sub>2</sub>**

6. Você encontrou alguma dificuldade na resolução dessas questões? Caso sua resposta seja positiva, qual(ais)? Justifique sua resposta.

*EU NÃO ESTUDEI ISSO NA OUTRA ESCOLA*

Fonte: Pesquisa de campo

Quando leio esse tipo de comentário, fico tentando entender por que esse assunto não foi ministrado no ensino fundamental.

## 5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho teve como objetivo explorar os conhecimentos básicos de porcentagem dos alunos do primeiro ano do ensino médio de uma escola pública em Belém do Pará em 2024.

Os alunos dessa turma estão chegando em nossa escola com pouquíssimo conhecimento sobre cálculo percentual.

De forma geral, os dados obtidos e registrados acima demonstram que a maioria desses discentes não sabem transformar porcentagem em número decimal e fracionário, número decimal em porcentagem, número fracionário em decimal e porcentagem e fazer um cálculo percentual de um valor dado.

Essas lacunas registradas nesse trabalho demonstram que precisamos fazer no ensino médio uma boa fundamentação a respeito dos fundamentos do cálculo percentual, pois os estudantes precisarão aplicar esses conhecimentos em vários estudos no ensino médio, no ensino superior e no seu dia a dia.

## REFERÊNCIAS

- BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular (BNCC)** – Ensino Médio. Ministério da Educação e Cultura (MEC). Brasília, 2018.
- BRANCO, A. C. C. **Matemática financeira aplicada**: método algébrico, HP-12C: Microsoft Excel. 4. ed. São Paulo: Cengage Learning, 2016.

DANTE, L. R.; VIANA, F. **Teláris essencial**: matemática: 7º ano. 1 ed. São Paulo: Ática, 2022.

FONTES, M. M. Dificuldades em porcentagem registradas por alunos do ensino médio técnico. In: ROCHA, B. B. *et al* (Orgs.). **Educação Contemporânea**: interfaces entre saberes e práticas educativas: volume 2. Ipiranga: SCHREIBEN, 2024. JÚNIOR, G. J. R. **A conquista da matemática**: 7º ano: ensino fundamental: anos finais. 1 ed. São Paulo: FTD, 2022.

LONGEN, A. **Conexões e vivências: matemática**, 7: ensino fundamental: anos finais. 1 ed. São Paulo: Editora do Brasil, 2022.

McMILLAN, J.; SHUMACHER, S. **Investigación Educativa**: una introducción conceptual. 5.ed. Pearson Educación, S. A. Madrid, 2005.

SARAIVA, F. S.; ALBUQUERQUE, I. A. O. O ensino de Porcentagem por meio da Educação Financeira. In: **Revista Multidebates** v.4 n.4. Palmas-TO. Outubro de 2020.



## VAMOS COMPLETAR O QUADRADO? UMA TAREFA PARA O ALUNO NO ÂMBITO DE EQUAÇÕES QUADRÁTICAS

Renata Recchia<sup>1</sup>  
Sandra Menezes<sup>2</sup>  
Miguel Ribeiro<sup>3</sup>

**Resumo:** A prática profissional de professores se baseia na preparação e implementação de tarefas para a sala de aula, porém, muitas vezes repetitivas e sem sentido para o aluno. Entretanto, acreditamos no desenvolvimento de tarefas potentes e frutíferas que contribuam com o entendimento matemático do aluno, de maneira que entendam o que fazem e por que o fazem a cada momento, uma vez que as tarefas são recursos matemáticos ricos e que possibilita maximizar as discussões onde são mais essenciais nos tópicos em que os alunos apresentam dificuldades. Considera-se que essas tarefas para os alunos são de natureza especializada para que cumpram os objetivos a que se propõem e, nesse sentido, é essencial que o professor desenvolva o seu conhecimento especializado. Apresentamos uma Tarefa para os alunos, entendida como um recurso pedagógico no âmbito do tópico equações quadráticas, que busca desenvolver o conhecimento especializado do professor na perspectiva do *Mathematics Teacher's Specialised Knowledge*, e para uma implementação que maximize as aprendizagens, encontra-se uma proposta composta por cinco dimensões fundamentais.

**Palavras-chave:** tarefa para os alunos; equações quadráticas, *mathematics teacher's specialised knowledge*, cinco dimensões fundamentais.

### 1. INTRODUÇÃO

Muitos professores de matemática resumem suas práticas de sala de aula em exercícios repetitivos, utilizando-se de regras e fórmulas para a resolução de problemas ou para obter um resultado correto, o que não contribui efetivamente para a compreensão matemática dos alunos (Ribeiro; Gibim; Alves, 2021). Entretanto, o professor e sua prática assumem um papel central na aprendizagem e nos resultados de seus alunos (Nye; Konstantopoulos; Hedges, 2004), o que implica considerar que para incrementar o conhecimento e habilidades matemáticas, é fundamental discutir e desenvolver a especificidade conhecimento do professor de matemática, pois requer dele um conhecimento amplo e profundo, em relação ao conteúdo a ser ensinado (Ribeiro, 2018).

Esse conhecimento especializado que aqui consideramos, assume-se na perspectiva do *Mathematics Teacher's Specialised Knowledge* – MTSK (Carrillo *et al.*, 2018), no âmbito do conhecimento matemático e do conhecimento pedagógico, indissociáveis e

<sup>1</sup> Mestranda no Programa de Pós Graduação em Educação; Universidade Estadual de Campinas/Unicamp, Campinas, SP, Brasil. [renatarecchia2024@gmail.com](mailto:renatarecchia2024@gmail.com)

<sup>2</sup> Doutora no Ensino de Ciências e Matemática; Universidade Estadual de Campinas/UNICAMP, Campinas, SP, Brasil. [sandra.smeneses@hotmail.com.br](mailto:sandra.smeneses@hotmail.com.br)

<sup>3</sup> Doutor em Didática da Matemática; Universidade Estadual de Campinas/UNICAMP, Campinas, SP, Brasil. [cmribas78@gmail.com](mailto:cmribas78@gmail.com)



essenciais para uma prática matemática que possa potencializar que os alunos entendam o que fazem e por que o fazem (Ribeiro, 2018) e que moldará as Tarefas para os alunos que preparam e implementam em sala de aula (Ribeiro, 2020), uma vez que as atividades matemáticas em sala de aula estão relacionadas a resolução de tarefas, sendo um papel central na prática do professor (Ribeiro; Gibim; Alves, 2021).

Assumindo que as Tarefas devam possibilitar uma atividade matemática frutífera (Mason; Johnston-Wilder, 2006), e que o objetivo e o foco da tarefa devam contribuir para o desenvolvimento do conhecimento matemático (Ribeiro; Gibim; Alves, 2021), apresentamos uma tarefa para o aluno, entendida como um recurso pedagógico, no âmbito equações quadráticas para o 9.º ano e, de forma associada, as denominadas cinco dimensões fundamentais que possibilita implementar essa tarefa para o aluno, de forma a maximizar alcançar os objetivos de aprendizagens matemáticas definidos.

## 2. ALGUMAS NOTAS TEÓRICAS

As tarefas para os alunos são ferramentas essenciais para o entendimento matemático e não têm vida própria sem a participação dos alunos e professores (Chapman, 2013). No entanto, para que possam cumprir o seu papel, essas tarefas devem ser elaboradas e associadas com o objetivo de desenvolver o conhecimento matemático dos alunos, sendo fundamental, para essa preparação e implementação um conhecimento especializado por parte do professor – entendido aqui na perspectiva do *Mathematics Teacher's Specialised Knowledge* – MTSK (Carrillo *et al.*, 2018).

De modo a contribuir para a melhora da qualidade das discussões matemáticas e das aprendizagens dos alunos é fundamental focar a atenção onde é mais necessária e, portanto, torna-se crucial discutir os tópicos em que os alunos revelam maiores dificuldades como as equações quadráticas (Thomas; Mahmud, 2021). Na Base Nacional Comum Curricular – BNCC (Brasil, 2018) as equações quadráticas aparecem de forma explícita nos Anos Finais e as maiores dificuldades dos alunos se referem a interpretar problemas algébricos em forma de texto (Didis, Erbas, 2015), a entendê-la como uma manipulação de símbolos sem sentido (Lima; Tall; Heally, 2014), em não a reconhecer como sendo de segundo grau (Baybayon; Lapinid, 2024); no processo de fatoração, no preenchimento do método de completar quadrados e em processos operacionais ao utilizar a fórmula quadrática e o discriminante (Zacaria, 2010).

Quando pensamos as tarefas para os alunos sempre se encontram associadas a um conjunto de informações de modo a otimizar a sua implementação e que denominamos de cinco dimensões fundamentais. Essas dimensões (Silva; Torrezan; Ribeiro, 2022), referem-se a: (i) **Objetivo de aprendizagens matemáticas que se persegue com a tarefa**: que conhecimento matemático se espera que os alunos desenvolvam ao resolver e discutir a Tarefa proposta, sem considerar aspectos relacionados a objetivos gerais, como saber se comunicar ou trabalhar em grupo, por exemplo; (ii) **Habilidade da BNCC**: habilidade matemática apontada pela BNCC que mais se associa ao objetivo matemático que se pretende alcançar com a tarefa; (iii) **Recursos necessários e forma de trabalho com os alunos**: aqui se relaciona aos recursos físicos e tecnológicos essenciais para implementação da Tarefa, incluindo os materiais que os alunos necessitam para realizar a Tarefa como também os materiais necessários para a organização da sala de aula; (iv) **Maiores dificuldades dos alunos**: estão relacionadas às possíveis dificuldades que os



alunos poderão apresentar em termos de conhecimentos matemáticos associados a tarefa, e quais possíveis erros poderão apresentar durante o desenvolvimento da atividade; (v) **Comentários para a implementação**: refere-se a toda informação necessária e suficiente para que qualquer professor que tenha participado de discussões relacionadas ao desenvolvimento do conhecimento especializado, possa implementá-la.

### 3. UMA TAREFA PARA O ALUNO E INDICAÇÕES PARA A IMPLEMENTAÇÃO

Apresentamos aqui uma Tarefa para os alunos com o título “Vamos completar o quadrado?”, no âmbito de equações quadráticas, conceitualizada no grupo de pesquisa e formação CIEspMat<sup>4</sup>, de forma complementar a que é usual nos livros didáticos, e abrange processos do Pensamento Algébrico, Aritmético e Geométrico e uma síntese do conteúdo de cada uma das cinco dimensões fundamentais que otimizam a sua implementação com os alunos. Inicialmente, os alunos são convidados a representar as multiplicações  $12 \square 12$ ,  $22 \square 22$  e  $32 \square 32$  em suas configurações retangulares, partindo do modelo  $12 \square 13$  representado na **Figura 1** – Imagem 1.

Essa representação forma uma base para o entendimento da representação geométrica do quadrado perfeito, em que é possível desenvolver produtos notáveis e fatoração através da relação área e perímetro e posteriormente relacionar essa representação com o método de completar quadrado. Ao construir as representações, com as fichas ou graficamente, os alunos poderão observar que os lados dos quadrados representados estão variando e que essa variação pode estar relacionada com um fator multiplicativo. Em continuidade, os alunos irão representar algebricamente essa relação multiplicativa, apresentada na **Figura 1** – Imagem 2, para que se possa generalizar a observação anterior para a forma  $(ax \square b) \square (ax \square b) \cdot$

**Figura 1: Parte inicial da Tarefa**

**Imagem 1: Configuração retangular**

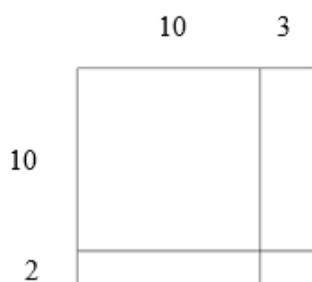


**Imagem 2 - Base para generalização**

- (a)  $12 \times 12 = [(\square \times \square) + \square] \times [(\square \times \square) + \square]$   
 (b)  $22 \times 22 = [(\square \times \square) + \square] \times [(\square \times \square) + \square]$   
 (c)  $32 \times 32 = [(\square \times \square) + \square] \times [(\square \times \square) + \square]$

Fonte: os autores (2024)

Essa construção se torna potente para que os alunos relacionem o significado dos coeficientes  $a$  e  $b$ , do fator multiplicativo  $x$  nessa expressão algébrica, observar cada

<sup>4</sup> Grupo de pesquisa e formação que desenvolve trabalhos com foco no Conhecimento Interpretativo e Especializado do professor de e que ensina matemática, desde a educação Infantil ao Ensino Médio. [www.ciespmat.com.br](http://www.ciespmat.com.br).

área que irá compor a área total do quadrado maior formado e área que se refere a  $b^2$ , para que ao ser apresentada uma equação quadrática do tipo  $x^2 \pm 4x \pm 5$  o aluno seja capaz de relacioná-la a um quadrado perfeito e entender a área que falta a completar, não necessitando de manipulações simbólicas e sem sentido.

Nesta Tarefa, são consideradas as cinco dimensões fundamentais: (i) Objetivo de aprendizagens matemáticas que se persegue com a tarefa: desenvolver o conhecimento matemático dos alunos em relação às equações quadráticas, para que através da representação geométrica do trinômio do quadrado perfeito na forma  $(ax \pm b)^2 \pm (ax \pm b) \pm (ax \pm b) \pm a^2 x^2 \pm 2ab \pm b^2$ , possam relacionar o

significado dos coeficientes  $a, b$  e do fator multiplicativo  $x$ , e fazer conexão futura com uma equação quadrática do tipo  $a^2 x^2 \pm bx \pm c$ ; (ii) Habilidade da BNCC associada à tarefa: (EF09MA09) “Compreender os processos de fatoração de expressões algébricas, com base em suas relações com os produtos notáveis, para resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações polinomiais do 2º grau” (Brasil, 2018, p. 317); (iii) Recursos necessários e forma(s) de trabalho dos alunos: Será necessária a tarefa impressa, as fichas contendo figuras que formem um quadrado perfeito (dois quadrados com medidas de áreas diferentes e dois retângulos com mesma medida de área), régua, folha sulfite, lápis, borracha, caneta, um computador, um retroprojetor e lousa para discussão. Os alunos poderão se organizar em duplas para resolução e discussão entre eles.; (iv) Possíveis dificuldades matemáticas dos alunos: algumas dificuldades poderão ser apresentadas pelo alunos, por exemplo, no processo de fatoração, pois alguns alunos ao optarem pela propriedade distributiva, poderão errar em seu processo e não relacioná-la com a área do total quadrado a ser formado; confusão em medidas de área e perímetro, visto que para o cálculo de medida das áreas é necessário multiplicar as distâncias referentes aos dois lados dos quadrados e retângulos, bem como relacionar o contrário; não conseguir realizar a configuração retangular bem como relacionar as três configurações apresentadas; optar por aplicar a propriedade distributiva e errar no seu processo, em vez de relacionar com a área total da figura formada. (v) Comentários para a implementação: Distribuir inicialmente a folha da tarefa para cada dupla de alunos e as fichas para montagem do quadrado perfeito; direcionar a observação das multiplicações em representações na forma retangular para que possam relacionar com a configuração das fichas; exibir as respostas fornecidas para uma discussão final e realizar perguntas potentes durante a discussão para que se possa alcançar o objetivo da tarefa

#### 4. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Com essa Tarefa almeja-se desenvolver o conhecimento matemático dos alunos em relação ao tópico equações quadráticas, de modo a que possam fazer conexões entre a multiplicação em sua configuração retangular, entender a relação entre área e perímetro, observar os produtos notáveis e fatoração e atribuir significado ao que chamamos de “completar quadrado”, de uma forma complementar às apresentadas nos livros didáticos, que permita fazemos diferente do que já tenha sido feito e de modo a contribuir com algo novo, atrelado as cinco dimensões fundamentais (Silva; Torrezan; Ribeiro, 2022) que contribuirão para a qualidade da implementação e discussão dessa tarefa e para

desenvolver o conhecimento matemático dos alunos em relação ao tópico.

## 5. AGRADECIMENTO

O presente trabalho forma parte do projeto de pesquisa financiado pelo CNPq “Desenvolvimento do Conhecimento Interpretativo e Especializado do professor e suas relações com as Tarefas para a Formação no âmbito da Medida e do Pensamento Algébrico, Geométrico e Estatístico (404959/2021-0)

## REFERÊNCIAS

- BAYBAYON, G. G.; LAPINID, M. R. C.; Students' common erros in quadratic euations: towards improved mathematics performance. **Journal of Mathematics Education**, v. 13, n. 1, p. 83-98, 2024.
- BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**. 4. ed. Brasília: MEC, 2018.
- CARRILLO, J. *et al.* The mathematics teacher's specialised konowledge (MTSK) model, **Research in Mathematics Education**, v. 20, n. 3, p. 236-253, 2018.
- CHAPMAN, O. Mathematical-task knowledge for teaching. **Journal of Mathematics Teacher Education**: Springer, v. 16, p. 1-16, 2013.
- SILVA, M. C. da; TORREZAN, E.; RIBEIRO, M. Tarefa como recurso pedagógico: um exemplo no âmbito da proporcionalidade para os Anos Finais. **Educação Matemática em Revista**, v. 27, n. 77, p. 227–238, 2022.
- DIDIS, M. G.; ERBAS, A. K. Performance and Difficulties of Students in Formulating and Solving Quadratic Equations with One Unknown. **Educational Sciences: Theory & Practice**, v. 15, n. 4, p. 1137-1150, 2015.
- LIMA, R. N.; TALL, D.; HEALY, L. Corporificações Procedimentais e suas Consequencias para a Transição de Equações Lineares para Quadráticas. **Jornal Internacional De Estudos Em Educação Matemática**, v. 4, n. 2, p. 1-34, 2014.
- MASON, J.; JOHNSTON-WILDER, S. **Designing and using mathematical tasks**. St Albans: Tarquin, 2006.
- NYE, B.; KONSTANTOPOULOS, S.; HEDGES, L. V. How large are teacher effects? **Educational Evaluation and Policy Analysis**, v. 26, n. 3, p. 237-257, 2004.
- RIBEIRO, M. Das generalidades às especificidades do conhecimento do professor que ensina matemática: metodologias na conceitualização (entender e desenvolver) do conhecimento interpretativo In: OLIVEIRA, A. M. P.; ORTIGÃO, M. I. R. (Org.) **Abordagens teóricas e metodológicas nas pesquisas em educação matemática**. Brasília: SBEM, p. 167-185, 2018.
- RIBEIRO, M. Discutindo o conhecimento especializado do formador de professores de e que ensinam matemática - um exemplo focando tarefas para a formação. In: TRALDI JR; TINTI, A. D. S.; RIBEIRO, R. M. (Org.). **Formação de professores que ensinam matemática**: processos, desafios e articulações com a educação básica. São Paulo: SBEM, p. 241-257, 2020.
- RIBEIRO, M.; GIBIM, G.; ALVES, C. A Necessária Mudança de Foco na Formação de Professores de e que Ensinam Matemática: discussão de Tarefas para a Formação e o Desenvolvimento do Conhecimento Interpretativo. **Perspectivas da Educação Matemática**, v.1, n. 34, p. 1-24, 2021.
- THOMAS, D. S., MAHMUD, M. S. Analysis of Students' Error in Solving Quadratic Equations Using Newman's Procedure. **International Journal of Academic Research in Business and Social**, v. 11, n. 12, p. 222–237, 2021.
- ZACARIA, E. Analysis of Students' Error in Learning of Quadratic Equations. **International Education Studies**, v. 3, n. 3, p. 105-110, 2010.



## ENSINO MÉDIO: FUNÇÃO INVERSA APLICADA EM QUESTÕES DE CONCURSOS

Anderson da Silva Gonçalves<sup>1</sup>  
Marcelo André Abrantes Torraca<sup>2</sup>

**Resumo:** Este estudo introduz um teorema para a resolução eficiente de funções inversas, especialmente relevante para estudantes em preparação para concursos públicos e militares, nos quais o conhecimento desse conteúdo é frequentemente avaliado por meio de provas objetivas. O estudo foi motivado pela necessidade de encontrar estratégias que permitam aos estudantes alcançar respostas precisas e rápidas durante o exame. Após uma revisão dos conceitos teóricos essenciais para entender funções inversas, foi desenvolvido um teorema que possibilita aos estudantes obter em uma alternativa vantajosa para a resolução desses problemas matemáticos e alcançar o resultado desejado sem recorrer ao método tradicional, ampliando assim sua eficiência durante a resolução das questões. Exemplos ilustrativos são apresentados para comprovar a eficácia do teorema, evidenciando sua praticidade e facilidade na resolução de questões que envolvem a determinação da lei de formação de uma função inversa.

**Palavras-chave:** função inversa, teorema, estudantes, eficiência, resolução.

### 1. INTRODUÇÃO

A teoria das funções inversas desempenha um papel central na análise matemática e fornece ferramentas poderosas para a compreensão das relações entre funções e suas transformações. Quando estudamos funções inversas, estudamos uma propriedade fundamental das funções: a capacidade de alterar uma transformação matemática.

Nem todas as funções possuem inversa (Adami *et al.*, 2015, p.127). Para que uma função tenha inversa, ela deve ter certas propriedades. Antes de entrarmos nesses recursos, vamos revisar algumas definições.

**I. Definição:** Uma função  $f$  de  $A$  em  $B$  é injetora se, e somente se, quaisquer que sejam  $x^1$  e  $x^2$  de  $A$ , se  $x^1 \neq x^2$ , então  $f(x^1) \neq f(x^2)$ . Em símbolos:

$$f: A \rightarrow B$$

$$f \text{ é injetora} \Leftrightarrow (\forall x^1, x^2 \in A, \forall x^1 \neq x^2 \Rightarrow f(x^1) \neq f(x^2))$$

Notemos que a definição proposta é equivalente a: uma função  $f$  de  $A$  em  $B$  é injetora se, e somente se, quaisquer que sejam  $x^1$  e  $x^2$  de  $A$ , se  $f(x^1) = f(x^2)$ , então  $x^1 = x^2$ .

$$f: A \rightarrow B$$

$$f \text{ é injetora} \Leftrightarrow (\forall x^1, x^2 \in A, \forall x^1 \neq x^2 \Rightarrow f(x^1) \neq f(x^2))$$

Em lugar de dizermos “ $f$  é uma função injetora de  $A$  em  $B$ ”, poderemos dizer “ $f$  é uma injeção de  $A$  em  $B$ ”.

**II. Definição:** Uma função  $f$  de  $A$  em  $B$  é sobrejetora se, e somente se, para todo  $y$  pertencente a  $B$  existe um elemento  $x$  pertencente a  $A$  tal que:  $f(x) = y$ . Em símbolos:

<sup>1</sup> Graduando Engenharia Civil; Univassouras, Rio de Janeiro, Brasil, [anderson.518200@gmail.com](mailto:anderson.518200@gmail.com)

<sup>2</sup> Mestre; Seeduc/RJ, Rio de Janeiro, Brasil, [professor.matematica.abrantes@gmail.com](mailto:professor.matematica.abrantes@gmail.com)

$$f: A \rightarrow B$$

$$f \text{ é sobrejetora} \Leftrightarrow \forall y, y \in B, \exists x, x \in A \mid f(x) = y$$

Notemos que  $f: A \rightarrow B$  é sobrejetora se, e somente se,  $Im(f) = B$ .

$$f: A \rightarrow B$$

$$f \text{ é sobrejetora} \Leftrightarrow Im(f) = B$$

Em lugar de dizermos “ $f$  é uma função sobrejetora de  $A$  em  $B$ ”, poderemos dizer “ $f$  é uma sobrejeção de  $A$  em  $B$ ”.

**III. Definição:** Uma função  $f$  de  $A$  em  $B$  é bijetora se, e somente se,  $f$  é sobrejetora e injetora. Em símbolos:

$$f: A \rightarrow B$$

$$f \text{ é bijetora} \Leftrightarrow f \text{ é sobrejetora e injetora}$$

A definição acima é equivalente a: uma função  $f$  de  $A$  em  $B$  é bijetora se, e somente se, para qualquer elemento  $y$  pertencente a  $B$ , existe um único elemento  $x$  pertencente a  $A$  tal que  $f(x) = y$

$$f: A \rightarrow B \text{ é bijetora} \Leftrightarrow \forall y, y \in B, \exists x, x \in A \mid f(x) = y$$

Em lugar de dizermos “ $f$  é uma função bijetora de  $A$  em  $B$ ”, poderemos dizer “ $f$  é uma bijeção de  $A$  em  $B$ ”.

Segundo Murakami e Iezzi (2004, p. 233), seja  $f: A \rightarrow B$ . A relação  $f^{-1}$  é uma função de  $B$  em  $A$  se, e somente se,  $f$  é bijetora.

### Demonstração:

**1ª parte:** Se  $f^{-1}$  é uma função de  $B$  em  $A$ , então  $f$  é bijetora.

i. Para todo  $y \in B$  existe um  $x \in A$  tal que  $f^{-1}(y) = x$ , isto é,  $(y, x) \in f^{-1}$ , ou, ainda,  $(x, y) \in f$ . Assim,  $f$  é sobrejetora.

ii. Dados  $x_1 \in A$  e  $x_2 \in A$ , com  $x_1 \neq x_2$ , seja  $f(x_1) = f(x_2) = y$  resultará  $f^{-1}(y) = x_1$  e  $f^{-1}(y) = x_2$ , o que é absurdo, pois  $y$  só tem uma imagem em  $f^{-1}$ . Assim,  $f(x_1) \neq f(x_2)$  e  $f$  é injetora.

**2ª parte:** Se  $f$  é bijetora, então  $f^{-1}$  é uma função de  $B$  em  $A$ .

i. Como  $f$  é sobrejetora, para todo  $y \in B$  existe um  $x \in A$  tal que  $(y, x) \in f$ ; portanto,  $(y, x) \in f^{-1}$ .

ii. Se  $y \in B$ , para duas imagens  $x_1$  e  $x_2$  em  $f^{-1}$ , vem:

$$(y, x_1) \in f^{-1} \text{ e } (y, x_2) \in f^{-1}$$

Portanto:

$$(x_1, y) \in f \text{ e } (x_2, y) \in f$$

Como  $f$  é injetora, resulta  $x_1 = x_2$ .

Os concursos públicos e militares exigem dos estudantes não apenas um amplo domínio dos conteúdos, mas também habilidades de resolução rápida e precisa, dada a natureza competitiva desses exames. Nesse contexto, o conhecimento sobre Funções Inversas é fundamental, pois frequentemente é cobrado em provas objetivas. Diante dessa demanda, o presente estudo busca apresentar uma solução que permite aos candidatos otimizar seu tempo e alcançar resultados assertivos na resolução dessas questões.

## 2. TEOREMA

Sejam  $a, c$  e  $d \in \mathbb{R}^*$  e  $b \in \mathbb{R}$ . Se  $f: \mathbb{R} - \left\{\frac{-d}{c}\right\} \rightarrow \mathbb{R} - \left\{\frac{a}{c}\right\}$  dada por  $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ , então  $f^{-1}: \mathbb{R} - \left\{\frac{a}{c}\right\} \rightarrow \mathbb{R} - \left\{\frac{-d}{c}\right\}$  é definida por  $f^{-1}(x) = \frac{-dx+b}{cx-a}$ .

Em outras palavras, de acordo com o teorema, para determinarmos a inversa de  $f(x)$  devemos permutar o coeficiente angular e linear do numerador e do denominador, respectivamente, e inverter seus sinais.

### Demonstração:

Seja a função bijetora  $f$  de  $A$  em  $B$ , definida pela sentença  $y = f(x)$ , para obtermos a sentença aberta que define  $f^{-1}(x)$ , procedemos do seguinte modo:

1º na sentença  $y = f(x)$  fazemos uma mudança de variável, isto é, trocamos  $x$  por  $y$  e  $y$  por  $x$ , obtendo  $x = f(y)$ ;

2º transformamos algebricamente a expressão  $x = f(y)$ , expressando  $y$  em função de  $x$  para obtermos  $y = f^{-1}(x)$ .

Portanto, sabendo-se que  $f(f^{-1}(x)) = x$ . Logo:

$$f(f^{-1}(x)) = \frac{ay+b}{cy+d} \Rightarrow x = \frac{ay+b}{cy+d} \Rightarrow$$

$$x(cy+d) = ay+b \Rightarrow cxy+dx = ay+b \Rightarrow$$

$$cxy-ay = -dx+b \Rightarrow y(cx-a) = -dx+b \Rightarrow$$

$$y = f^{-1}(x) = \frac{-dx+b}{cx-a}$$

Desse modo, a função  $f^{-1}$  em  $\mathbb{R}$  é definida por:  $f^{-1}(x) = \frac{-dx+b}{cx-a}$

A pesquisa envolveu uma revisão bibliográfica sobre Funções Inversas e uma análise comparativa entre o método tradicional de resolução e teorema proposto. A partir disto, realizamos exemplos para avaliar a eficácia e a rapidez da aplicação do teorema, utilizando questões de provas anteriores de concursos públicos e militares.

### 2.1 Corolário

Sejam  $a$  e  $c \in \mathbb{R}^*$  e  $b \in \mathbb{R}$ . Se  $f: \mathbb{R} - \{0\} \rightarrow \mathbb{R} - \{0\}$  dada por  $f(x) = \frac{ax+b}{c}$ , então  $f^{-1}: \mathbb{R} - \{0\} \rightarrow \mathbb{R} - \{0\}$  é definida por  $f^{-1}(x) = \frac{-cx+b}{-a}$ .

Seguindo-se os mesmos conceitos do teorema acima, para determinarmos a inversa de  $f(x)$  devemos permutar o coeficiente angular e a constante do numerador e do denominador, respectivamente, e inverter seus sinais.

**Demonstração:**

Sabendo-se que  $f(f^{-1}(x)) = x$ . Logo:

$$\begin{aligned} (f^{-1}(x)) &= \frac{ay + b}{c} \Rightarrow x = \frac{ay + b}{c} \Rightarrow \\ cx &= ay + b \Rightarrow -ay = -cx + b \Rightarrow \\ y &= f^{-1}(x) = \frac{-cx + b}{-a} \end{aligned}$$

Desse modo, a função  $f^{-1}$  em  $\mathbb{R}$  é definida por:  $f^{-1}(x) = \frac{-cx+b}{-a}$

**Exemplo 1:**

(SELECON – Prefeitura de São Gonçalo – Professor Docente I – Matemática – 2021)

Considere a função bijetora  $f: \mathbb{R} - \{2\} \rightarrow \mathbb{R} - \{1\}$  definida por  $f(x) = \frac{x+5}{x-2}$  e seja  $f^{-1}(x)$  a função inversa de  $f$ . O valor de  $f^{-1}(4)$  é:

- A) 3/7
- B) 7/3
- C) 3/13
- D) 13/3

**Solução:**

Adotando o teorema, encontramos a  $f^{-1}(x) = \frac{2x+5}{x-1} \forall x \in \mathbb{R} - \{-1\}$ . Agora, resolvendo  $f^{-1}(4)$ , temos que:

$$f^{-1}(4) = \frac{2(4) + 5}{4 - 1} \Rightarrow f^{-1}(4) = \frac{13}{3}$$

Tendo como resposta o gabarito letra D) 13/3

**Exemplo 2:**

(EEAR – CFS-B 2017) Sabe-se que a função  $f(x) = \frac{x+3}{5}$  é invertível. Assim,  $f^{-1}(3)$  é

- A) 3
- B) 4
- C) 6
- D) 12

**Solução:**

Aplicando o corolário, encontramos a  $f^{-1}(x) = \frac{-5x+3}{-1}$ . Agora, resolvendo  $f^{-1}(3)$ , temos que  $f^{-1}(3) = \frac{-5(3)+3}{-1} \Rightarrow f^{-1}(3) = 12$ .

Encontrando-se o gabarito letra D) 12

### 3. RESULTADOS

O teorema demonstra ser significativamente mais eficiente e rápido em comparação com o método tradicional, permitindo aos estudantes resolver as questões de Funções Inversas com maior agilidade e precisão. Esses resultados sugerem que a adoção do novo método pode proporcionar uma vantagem competitiva aos estudantes durante a realização das provas.

### 4. CONCLUSÃO

A implementação deste teorema representa uma contribuição significativa para estudantes que estão se preparando para concursos públicos e militares, oferecendo uma ferramenta eficiente para resolver questões de Funções Inversas. Portanto, a adoção desse método pode melhorar de uma forma significativa o desempenho dos estudantes, permitindo que alcancem resultados mais satisfatórios nas provas objetivas.

Ao fornecer uma compreensão mais clara e direta das Funções Inversas, o teorema ajuda a consolidar o conhecimento teórico e prático, reduzindo o tempo gasto na resolução de questões e aumentando a precisão das respostas. Essa abordagem sistemática permite que os estudantes identifiquem e apliquem os conceitos fundamentais de maneira mais eficiente, minimizando erros comuns e fortalecendo a confiança durante a realização das provas.

Em resumo, o teorema não apenas simplifica o processo de resolução de questões de Funções Inversas, mas também capacita os estudantes a lidar de forma eficaz com uma variedade de problemas matemáticos. Portanto, esse recurso se torna uma adição valiosa ao conjunto de ferramentas educacionais, beneficiando diretamente os estudantes em sua jornada rumo ao sucesso em exames competitivos.

### REFERÊNCIAS

ADAMI, A. M.; FILHO, A. A. D.; LORANDI, M. M. **Pré-cálculo**. Grupo A, 2015. E-book. ISBN 9788582603215. Disponível em: <https://integrada.minhabiblioteca.com.br/#/books/9788582603215/>. Acesso em: 15 de maio. 2024.

IEZZI, G.; DOLCE, O.; MURAKAMI, C. **Fundamentos da Matemática Elementar**, Volume 1, Funções, São Paulo: Editora Atual, 8ª Edição, 2004 2. v. Fundamentos de Matemática Elementar, Volume 2, LOGARITMOS.





## UM ESTUDO A PARTIR DE UM CURSO DE FORMAÇÃO CONTINUADA DE PROFESSORES QUE ENSINAM MATEMÁTICA NA EJA EM GUARULHOS (SP)

Júlio César Augusto do Valle<sup>1</sup>

**RESUMO:** Neste texto, temos o propósito de apresentar os principais aspectos que pautaram a elaboração e o desenvolvimento de um curso de formação continuada com professores que ensinam matemática na Educação de Jovens, Adultos e Idosos (EJA) na rede municipal de ensino de Guarulhos (SP). Do ponto de vista da orientação teórico- metodológica da formação continuada, valemo-nos tanto de estudos sobre a educação matemática com pessoas jovens, adultas e idosas, como também de textos que versam sobre a concepção de conhecimento da prática docente, que nos permitiu articular práticas pedagógicas já desenvolvidas em outros contextos com a pesquisa de possibilidades que possam ser recontextualizadas nos respectivos lócus de atuação dos docentes participantes. Além de sintetizar alguns desses aspectos, que nos subsidiaram para a abordagem dos currículos pensados/praticados, apresentamos, neste texto, alguns registros transcritos a partir das atividades realizadas pelos docentes participantes no primeiro encontro do curso de formação, realizado presencialmente. Tais registros nos auxiliam a compreender diferentes características acerca da EJA, da educação matemática de pessoas jovens, adultas e idosas, além de evidenciar horizontes possíveis para a recontextualização de práticas de ensino de matemática mais apropriadas a esse contexto.

**Palavras-chave:** educação de jovens e adultos, formação de professores, formação continuada, educação matemática.

### EIXO TEMÁTICO

T4: Ensino de Matemática na Educação de Jovens e Adultos e nos cursos técnicos integrados ao Ensino Médio

### 1. INTRODUÇÃO

Este texto constitui um estudo a partir do curso de formação continuada, oferecido pelo Centro de Aperfeiçoamento do Ensino de Matemática do Instituto de Matemática e Estatística da Universidade de São Paulo (CAEM-IME USP), aos professores que ensinam matemática na modalidade da Educação de Jovens e Adultos (EJA) da rede municipal de Guarulhos (SP). O curso, tematizando questões específicas da educação matemática na referida modalidade, foi uma demanda apresentada pela Secretaria Municipal de Educação de Guarulhos ao CAEM, centro de extensão da USP, no fim de 2023, materializando-se, após as tratativas, em Março de 2024, ministrado pelo autor.

Conforme explicitaremos adiante, adotamos, como orientação teórico-metodológica da formação continuada, alguns estudos sobre a educação matemática com pessoas jovens, adultas e idosas, além de ideias oriundas de textos que versam sobre a

---

<sup>1</sup> Doutor em Educação. Professor do Instituto de Matemática e Estatística da Universidade de São Paulo (IME-USP), São Paulo (SP), Brasil. E-mail: [julio.valle@ime.usp.br](mailto:julio.valle@ime.usp.br)

concepção de conhecimento na prática, que permitiu articular práticas pedagógicas já desenvolvidas em outros contextos com a pesquisa de possibilidades que possam ser recontextualizadas nos respectivos lócus de atuação dos docentes participantes. Após apresentarmos alguns aspectos dessa articulação teórico-metodológica, evidenciamos, por fim, alguns registros transcritos a partir das atividades realizadas pelos docentes participantes no primeiro encontro do curso de formação por considerar que tais registros revelam diferentes dimensões de sua atuação no contexto da EJA, bem como da educação matemática na modalidade.

## 2. REFERENCIAIS TEÓRICOS

Neste tópico, apresentamos, resumidamente, alguns tópicos que nos orientam teórico-metodologicamente durante o curso de formação. Primeiro, cumpre-nos dizer que nos valem da terceira concepção de conhecimento docente apresentada pelas autoras Cochran-Smith e Lytle (1999, p. 277), na qual os professores

têm uma visão transformada e ampliada do que significa "prática". Os papéis dos professores como co-construtores do conhecimento e criadores de currículo são informados por sua postura como teorizadores, ativistas e líderes escolares. Esta imagem da prática implica uma responsabilidade ampliada com as crianças e suas famílias, transformando as relações com os professores e outros profissionais no ambiente escolar, em conexões mais profundas com comunidades, organizações comunitárias e parceria escola- universidade.

Mobilizar essa concepção, denominada de “conhecimento da prática”, também discutida por Fiorentini e Crecci (2016), significa reposicionar os docentes em formação continuada de modo a considerar aquilo que fazem cotidianamente em suas salas de aula, em nosso caso para ensinar matemática na EJA. Nesse sentido, remetemo-nos à necessidade de desinvisibilizar currículos pensadospraticados (Oliveira, 2012; Valle, 2023) de matemática na EJA como mote para as reflexões e atividades propostas durante a formação continuada. A grafia pensadospraticados, nesse contexto, evidencia a compreensão de Oliveira (2012) tanto do currículo como criação cotidiana dos professores como também da indissociabilidade entre sua elaboração e sua execução, muitas vezes dicotomizadas. Para além disso, consideramos estudos sobre a educação matemática na EJA, com ênfase em Fonseca (2012, pp. 71-72), em especial com sua afirmação de que o trabalho pedagógico deve ser capaz de:

contribuir para a ampliação, a diversificação e a eficiência das habilidades de leitura (e escrita) dos educandos, quer pelo enriquecimento e confiança no uso do vocabulário; quer pela compreensão de novas formas de representação; quer pela capacidade de relacionar informações, especialmente aquelas expressas por dados quantitativos ou que requerem ser submetidas a operações aritméticas ou algébricas; quer seja ainda porque todo texto está permeado por tipos de raciocínios próprios dos procedimentos ou da organização da Matemática, forjando sua linha de argumentação, ou inserindo-o num contexto cultural em que o conhecimento matemático tem uma valoração tal que faz do acesso às formas de produção e expressão desse conhecimento um requisito fundamental para o processo de inclusão social.

A partir desses referenciais teóricos, organizamos um curso de formação continuada, a

partir da demanda apresentada pela Secretaria Municipal de Educação de Guarulhos (SP) para os professores que ensinam matemática na EJA. Essa articulação teórica nos permitiu, como veremos, identificar perspectivas para o trabalho pedagógico com a matemática nessa modalidade, relacionando, a partir da concepção de currículos *pensadospraticados* apresentada por Oliveira (2012), aquilo que os docentes já fazem com aquilo que é possível fazer.

### 3. DESENVOLVIMENTO

Para este texto, em particular, destacaremos as duas atividades que foram realizadas no primeiro encontro da formação com os professores a fim tanto de explicitar características próprias do contexto da educação matemática na EJA, percebidas pelos docentes da rede municipal de Guarulhos (SP), como também de evidenciar o potencial da concepção de conhecimento da prática quando mobilizada em cursos de formação continuada, articulada à proposta de desinvisibilizar currículos *pensadospraticados*.

É importante mencionar que cursos como este, de formação continuada, estão previstos no plano de carreira dos professores da rede municipal, de modo que todos os docentes devem assegurar sua participação em diferentes iniciativas e atividades formativas ofertadas pela Secretaria em parceria com universidades e centros de extensão como o CAEM (IME-USP). Assim, é esperado que cerca de 25 professores que ensinam matemática na EJA em diferentes escolas municipais de Guarulhos participem da formação. No primeiro encontro, que descreveremos, estavam presentes 15 professores. A formação está organizada em 4 encontros, cada um com a duração de 4 horas, com um intervalo de 30 minutos, de modo que seja possível aprofundar os debates e as reflexões ensejadas pelas atividades realizadas. Entre os encontros, os professores cursistas também realizam atividades cujos registros são entregues ou compartilhados nos encontros subsequentes.

Iniciamos o primeiro encontro com uma atividade de apresentação a partir da leitura do subcapítulo “Questões delicadas da Educação Matemática de Jovens e Adultos”, do livro de Fonseca (2012), já citado. Nosso propósito, com a leitura dessas seis páginas que constituem o referido subcapítulo, é motivar reflexões para o diálogo posterior sobre quais são, particularmente na rede municipal de Guarulhos, as questões delicadas da educação matemática na EJA. Após a leitura, portanto, foi solicitado que cada professor registrasse uma questão delicada de se ensinar matemática na EJA em Guarulhos a fim de que sua questão fosse lida junto de sua apresentação para o grupo e para o formador.

Embora muitos professores já se conhecessem, não eram todos que sabiam em que escolas lecionavam os colegas, de modo que, para se apresentarem, foi pedido que dissessem: seu nome, algo de sua trajetória formativa (graduação e/ou pós-graduação), escola e período em que lecionam, além da leitura da questão delicada que escreveram anteriormente. Abaixo sintetizamos as respostas dos professores à primeira atividade de apresentação:

- “divisão com 1, 2 ou 3 números na chave”;
- “organizar atividades que atendam a diferentes níveis de aprendizagem nas classes multisseriadas”;
- “fazer com que os alunos entendam que dentro da classe há pessoas com diferentes níveis de proficiência e que isso não é um problema”;

- “a heterogeneidade das turmas potencializada pelas salas multisseriadas”;
- “na EJA, a senhora, o jovem ou adulto que tem dificuldade de concentração para ouvir/ atenção e foco”;
- “as diferentes faixas etárias, pois a concepção da importância da matemática, da necessidade de aprender, do porquê aprender, pode ser muito heterogênea”;
- “dificuldade nas operações básicas, principalmente na divisão”;
- “dificuldade na interpretação de texto e na leitura”;
- “o medo da disciplina, inclusive já começo desmistificando a má fama da matemática. E logo tento trazer a matemática de uso cotidiano, assim eles além de se interessar mais, também aprendem melhor pela utilidade”;
- “a defasagem devido a estar muito tempo fora da escola”;

Outras respostas acabavam por repetir ou convergir para o conteúdo dessas que foram apresentadas. Para a atividade seguinte, apresentamos uma prática pedagógica, currículo *pensadopracado* pelo professor José Mateus Queirós, que leciona para a EJA no Instituto Federal de Alagoas (Ifal), em Maragogi (AL). Em sua prática, o professor Mateus, como prefere ser chamado, ensina seus alunos sobre gráficos e tabelas, e dá ênfase ao conteúdo de porcentagens abordando as três principais peças orçamentárias de todo ente federado: o Plano Plurianual (PPA), a Lei Orçamentária Anual (LOA) e a Lei de Diretrizes Orçamentárias (LDO).

Após apresentar para sua turma, de 26 estudantes da EJA, diferentes tipos de gráficos e tratar das diferentes áreas da administração pública, o professor pede que representem, por meio de um gráfico de colunas, como fariam a gestão orçamentária do estado de Alagoas caso fossem responsáveis pela distribuição de seu orçamento anual, cujo valor total é informado aos estudantes. Assim, os grupos apresentam como fariam a distribuição do recurso, a partir da discussão e dos critérios de priorização elencados pelos próprios alunos (Figura 01).

**Figura 01 – Gráficos elaborados pelos grupos**



Fonte: Acervo do professor José Mateus Queirós.

A partir da elaboração dos estudantes, apresentadas para toda a turma, o professor pede que leiam as peças orçamentárias PPA, LOA e LDO para obter os valores nominais e os respectivos percentuais de investimento em cada uma das áreas da administração

pública, a fim de que comparem com os gráficos que elaboraram e discutam suas expectativas em função da realidade. Segundo o relato do professor, os alunos se surpreendem com o valor dedicado aos encargos especiais e reivindicam mais investimento em saneamento básico, agricultura e outras pastas que, para eles, parecem ter investimento insuficiente.

Depois de apresentar a prática brevemente, desinvisibilizando esse currículo pensadopraticado, pedimos aos professores que respondessem duas questões, cujos compartilhamento e discussão duram o restante do tempo do encontro: a) O que vocês já fazem em sala de aula e que relacionaram com a prática apresentada?; b) O que vocês ainda não fazem mas percebem que é possível fazer com relação à prática apresentada?. A seguir, destacamos algumas respostas:

“Já trabalhei a questão dos impostos em sala tratando assuntos como a carga tributária sobre determinados produtos como cigarros e bebidas alcoólicas e se seu efeito é proveitoso. Como atividade propus que calculássemos o valor do ICMS que pagamos sobre os mais variados produtos (utilizando folhetos de mercados) e conversando se existe a impressão de um retorno por parte do poder público desse dinheiro que pagamos”; “Já fiz um trabalho sobre o impacto sobre o meio ambiente exercido pelo grande avanço no cultivo da cana de açúcar e da produção de etanol”; “Eu não lembro de uma atividade específica para comentar. Mas acho que essa prática é extremamente válida na EJA, por dar sentido e utilidade da matemática no contexto social, principalmente como afeta diretamente. A visualização da experiência apresentada me deu ou renovou minha vontade de fazer essa atividade mais elaborada e sequenciada com minhas turmas”; “No mês de março, gosto de trabalhar com o texto que fala sobre o dia 08 de março e a lei Maria da Penha, e elaboro situações-problemas que envolve as operações básicas e Porcentagem”; “Já fiz um trabalho sobre a questão do migrante e qual o seu papel na sociedade brasileira”; “Penso que trabalhar a relação inflação e aumento salarial no sentido de calcular a perda ou defasagem salarial dos trabalhadores”.

Depois de escritas, as respostas foram lidas para que pudessem ser debatidas.

#### 4. REFLEXÕES FINAIS

Pretende-se que este estudo seja complementado com outros capazes de subsidiar reflexões a respeito: a) do contexto da EJA nesse município e em outros; e b) das possibilidades para o trabalho com a educação matemática na modalidade a partir do que os professores têm conseguido realizar e daquilo que pretendem, quando discutem sobre currículos *pensadospraticados*, evidenciando horizontes para a recontextualização de práticas de ensino de matemática apropriadas à modalidade, conforme enuncia Fonseca (2012) no excerto que citamos neste texto.

Entendemos que os registros escritos pelos docentes durante as atividades já relevam indícios importantes para a compreensão de ambos os pontos destacados, assim como sobre a capacidade de criação curricular, dadas as suas possibilidades e seus limites no contexto da EJA. As relações estabelecidas com aquilo que fazem e com aquilo que podem fazer podem, a que este estudo nos introduz, nos auxiliam, inclusive, a identificar perspectivas para a formação continuada de professores que ensinam matemática na EJA.

## REFERÊNCIAS

- COCHRAN-SMITH, M.; LYTLE, S. L. Chapter 8: Relationships of knowledge and practice: Teacher learning in communities. **Review of research in education**, v. 24, n. 1, p. 249-305, 1999.
- FIORENTINI, D.; CRECCI, V. Interlocuções com Marilyn Cochran-Smith sobre aprendizagem e pesquisa do professor em comunidades investigativas. **Revista Brasileira de Educação**, v. 21, n. 65, p. 505-524, 2016.
- FONSECA, M. C. R. **Educação Matemática de Jovens e Adultos**. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2012.
- OLIVEIRA, I. B. **O Currículo como criação cotidiana**. Petrópolis, RJ: DP et Alli, 2012.
- VALLE, J. C. A. A autoria docente em currículos de matemática desinvisibilizados: práticas de extensão e pesquisa. **Perspectivas da Educação Matemática**, v. 15, n. 40, p. 1-20, 2022. Disponível em: <https://doi.org/10.46312/pem.v15i40.16520>. Acesso em: 08 out. 2023.



## UMA SALA DE AULA PÚBLICA NO MOODLE PARA EJA ORIENTAÇÕES DE ESTUDO E PRÉ-REQUISITOS PARA O ENSINO MÉDIO

Wellington Serra Gomes<sup>1</sup>  
Fabio Luiz Borges Simas<sup>2</sup>

**Resumo:** Este artigo relata ações e produtos do Trabalho de Conclusão de Curso do Proformat/Unirio do primeiro autor sob a orientação do segundo. Nele apresentamos as concepções de uma sala de aula, na plataforma Moodle, com aulas de Matemática direcionadas aos alunos da Educação de Jovens e Adultos (EJA) do Ensino Médio com objetivo de servir de referência para auxiliar os estudantes (a) com alguns pré-requisitos de Matemática do Ensino Fundamental, (b) a organizarem seus estudos, (c) a entenderem que eles podem aprender Matemática em altos níveis e (d) a se empoderar frente ao ensino, mostrando que sua educação escolar pode ser ao mesmo tempo libertadora e transformadora de sua realidade e de seus próximos. Nossos principais referenciais são os livros “Educação Matemática de Jovens e Adultos: especificidades, desafios e contribuições” e “Mentalidades Matemáticas: estimulando o potencial dos estudantes por meio da matemática criativa, das mensagens inovadoras e do ensino inovador”. Cada aula na plataforma Moodle é estruturada com roteiros que incluem áudios, vídeos, listas de exercícios e soluções, além de um espaço para que os alunos possam fazer sugestões e críticas sobre a aula. Esse material está em desenvolvimento como um Recurso Educacional Aberto, na medida que os estudantes podem acessar a sala no servidor do CCET/Unirio a qualquer tempo, mas que os professores de EJA Brasil afora podem copiar a sala de aula e alterar segundo seus interesses e visões.

**Palavras-chave:** moodle, EJA, ensino médio, mentalidades matemáticas.

### 1. INTRODUÇÃO

Nesta proposta relatamos alguns dos desafios experimentados pelo primeiro autor como Professor de Matemática em atuação no Ensino Médio na Educação de Jovens e Adultos (EJA) na rede estadual do Rio de Janeiro e apresentamos um produto educacional em desenvolvimento sob a orientação do segundo autor como Trabalho de Conclusão de Curso no Proformat/Unirio. Trata-se de uma sala de aula no Moodle com o objetivo de abordar alguns dos desafios, que elencamos a seguir, e de contribuir com o trabalho de outros profissionais que encontram as mesmas dificuldades ao trabalhar na EJA. O leitor deve estar atento que sempre que não houver referências bibliográficas, o texto se refere a nossa visão, nossa sensação, do lugar de onde falamos, e não de fatos cientificamente comprovados. Sempre que o texto estiver escrito em primeira pessoa do singular, estará se referindo ao primeiro autor.

---

<sup>1</sup> Mestrando em Matemática; Proformat- Universidade Federal do Estado do Rio de Janeiro/Unirio, Rio de Janeiro, RJ e Brasil, [wellingtonserra@gmail.com](mailto:wellingtonserra@gmail.com)

<sup>2</sup> Doutor em Matemática; Universidade Federal do Estado do Rio de Janeiro/Unirio, Rio de Janeiro, RJ e Brasil, [fabio.simas@uniriotec.br](mailto:fabio.simas@uniriotec.br).

Antes de apresentar os desafios e o produto educacional, vale lembrar que muitos dos alunos da EJA estão há muito tempo fora da escola. Tiveram que interromper suas trajetórias escolares por motivos diversos. De certo modo, a eles foi negado o direito constitucional de educação escolar enquanto eram crianças e adolescentes. Devem ser vistos, então, não como um problema e sim como vítimas de um processo de exclusão social que precisa ser adequadamente reparado. O retorno desses estudantes às salas de aula já é uma vitória e é dever do sistema educacional, no qual temos parte como professores de matemática, promover um ensino significativo e libertador (Fonseca, 2016).

Seguem os desafios que pretendemos abordar neste trabalho:

1. *Ensinar os pré-requisitos.* Como ensinar funções exponenciais para alunos que não dominam as potências? Como aprender potência sem multiplicar adequadamente? Como ensinar funções, se a manipulação de equações ainda não está construída.
2. *Criar bons hábitos de estudo.* Nesse retorno para a escola, é importante manter bons hábitos como: manter os cadernos das disciplinas organizados, procurar o que foi ensinado no dia em que não foi à aula, rever o que foi ensinado entre uma aula e outra, registrar as dúvidas por escrito e questionar o professor no próximo encontro, dedicar atenção enquanto o professor fala, priorizar a atenção ao que se diz sobre copiar a matéria do quadro etc.
3. *Desenvolver uma mentalidade de crescimento a cerca da Matemática.* É muito difícil ensinar matemática para quem acredita que não é capaz de aprender a matéria. Em minha experiência, percebo que muitos estudantes chegam com mentalidade fixa. Sinto que precisa ser um esforço consciente do professor, ajudar os estudantes a mudar sua mentalidade.
4. *Ensinar sobre o aprendizado.* Percebo existir certa crença de que se aprende de maneira passiva, simplesmente ouvindo ou copiando a matéria do quadro, também o desconhecimento da necessidade de se *rever* o conteúdo estudado ensinando para si próprio, mesmo que apenas mentalmente, para completar o aprendizado. Parece que alguns estudantes acreditam que não é necessário esforço para resolver problemas de matemática. Imediatamente após a leitura do enunciado, o estudante diz: “não sei fazer” e desiste.

Há vários anos, para abordar esses desafios, eu dedico as primeiras semanas de aula a revisar conteúdos de matemática selecionados do Ensino Fundamental. Relembrando (ensinando, às vezes) esses conteúdos ficará mais fácil trabalhar os assuntos do Ensino Médio. Isso ajuda os estudantes a perderem o medo de errar, acertam e ganham confiança. E como fazer com os alunos que não foram a essas aulas de revisão, ou mesmo os alunos que não entenderam essas aulas? Devemos voltar tudo e explicar novamente? Os outros desafios listados são abordados em longas e constantes conversas com a turma ao longo de todo o período letivo.

O produto educacional em desenvolvimento é uma sala de aula, na plataforma Moodle, contendo (a) videoaulas gravadas pelo primeiro autor sobre os pré-requisitos selecionados, (b) áudios com as orientações de estudo, lembretes e recomendações aos estudantes, esses áudios tratam dos itens 2 a 4. da lista de desafios, (c) listas de exercícios, (d) soluções em vídeo de exercícios selecionados e (e) soluções completas e discutidas dos exercícios em arquivos nos formatos HTML e PDF. Além de ser aberta para toda a comunidade, um arquivo de restauração da sala de aula será disponibilizado



em link para que outros professores possam alterar para suas realidades e usar com seus alunos da forma que melhor lhes convier. Reforço que esse material visa aperfeiçoar e sistematizar a prática das semanas iniciais já realizada há vários anos, como descrito. Acredito que esse material deve permitir o aprendizado desses pré-requisitos ao longo das primeiras semanas, possibilitando entrar no conteúdo do Ensino Médio com menos atraso.

## 2. REFERENCIAL TEÓRICO

### 2.1 Educação de Jovens e Adultos

A Educação de Jovens e Adultos é muitas vezes vista como uma *modalidade* de oferta de educação básica, mas segundo Fonseca (2016), ela deve ser vista como uma ação pedagógica com um público específico, que tem o componente etário em sua definição, mas cuja identidade é “delineada por traços da exclusão sociocultural” (Fonseca, 2016, p. 7).

A Educação de Adultos no Brasil se constituiu muito mais como produto da miséria social do que do desenvolvimento. É consequência dos males do sistema público regular de ensino e das precárias condições de vida da maioria da população, que acabam por condicionar o aproveitamento da escolaridade na época apropriada. (Haddad, 1994, p.86)

Para esses sujeitos, o Estado não cumpriu o seu “dever” de incluir e mantê-los à época, crianças e adolescentes, no sistema educacional (Brasil, 1988, Art. 205). Nessa perspectiva, a EJA assume um papel de reparação de uma injustiça social e de reinclusão.

[Para esses alunos] A interrupção ou o impedimento de sua trajetória escolar não lhe ocorre, porém apenas como um episódio isolado de não acesso a um serviço, mas num contexto mais amplo de exclusão social e cultural, e que, em grande medida, condicionará também as possibilidades de reinclusão que se forjaram nessa nova (ou primeira) oportunidade de escolarização. (Fonseca, 2016, p.14, inclusão nossa).

Nos parece fundamental que o professor da EJA entenda bem esse papel político da ação pedagógica em questão porque segundo Fonseca (2016) é comum que os estudantes assumam para si um provável fracasso nessa empreitada escolar, liberando as instituições e suas práticas de qualquer responsabilidade. Com esse entendimento, o professor pode passar confiança aos alunos e ajudá-los a reconhecer o caráter, ao mesmo tempo, transgressor e libertador de concluir sua escolarização. Essas peculiaridades da EJA dialogam bem com a noção de Mentalidades Matemáticas, agora aplicada a esse novo público.

### 2.2 Mentalidades Matemáticas

O conceito de Mentalidades Matemáticas é oriundo do conceito de Mentalidade (do inglês *Mindset*), da pesquisadora Carol Dweck (Dweck, 2017).

As pessoas com a mentalidade de crescimento são aquelas que acreditam que

a inteligência aumenta com o trabalho árduo, ao passo que aquelas com mentalidade fixa acreditam que você pode aprender coisas, mas não pode mudar seu nível básico de inteligência (Boaler, 2017, p. ).

Cabe reforçar que

Embora eu não esteja dizendo que todo mundo nasce com o mesmo cérebro, estou afirmando que não existe essa ideia de “cérebro matemático” ou “dom matemático”, como muitos acreditam. Ninguém nasce sabendo matemática e ninguém nasce sem a capacidade de aprender matemática (Boaler, 2017, p. 5).

Assim, cabe ao professor encorajar os alunos a praticarem matemática e a não terem medo de errar. Errar faz parte do processo de ensino-aprendizagem. Não só faz parte com é extremamente importante o erro. Segundo Boaler (2017, p. 16) “[...] o erro é uma perfeita oportunidade para aprendizagem e o crescimento cerebral.”

### **3. SALA DE AULA VIRTUAL PARA APOIAR O TRABALHO DOCENTE**

As primeiras semanas de aula nas minhas turmas de EJA do Ensino Médio têm como objetivos principais abordar os desafios listados na introdução. O currículo da EJA não permite dedicar muito tempo exclusivamente a esses objetivos. O produto aqui relatado contribui para organizar, documentar e compartilhar essas práticas.

#### **3.1 Orientações Sobre Estudos, Cognição e Mentalidade**

Nas minhas aulas, eu dedico tempo considerável orientando os estudantes sobre como estudar, sobre como aprender, sobre sua capacidade de aprender, sobre sua mentalidade sobre a Matemática e etc. Percebo que essas conversas são relevantes para eles.

Em todas as aulas, na sala de aula no Moodle, há áudios com orientações sobre organização, planejamento e bons hábitos de pensamento para os estudos. Alguns têm certo caráter motivacional e estimulam que os estudantes sejam disseminadores de bons hábitos entre as crianças próximas (filhos, sobrinhos, enteados etc). Neles digo que estudar e ler são hábitos construídos de pouco em pouco, que com tempo e esforço se tornam prazerosos. Essas orientações são, por vezes, repetidas em outros áudios na forma de lembretes: “seu caderno está atualizado e organizado?” ou “você reviu o material para tentar fazer os exercícios em que teve dúvidas? Registrou as suas dúvidas no caderno para levar para nossas aulas?” ou “Lembre-se de revisar o conteúdo entre as aulas! Refaça as contas e repasse os argumentos dos exemplos.”. Aqui também surgem orientações buscando mudança de mentalidade.

#### **3.2 Revisão dos Pré-Requisitos**

Diversos estudantes estão há anos sem estudar quando chegam ao EJA Ensino Médio. Assim, é importante dedicar um tempo para revisar os pré-requisitos. Os conteúdos selecionados são: sistema de numeração decimal, operações com números naturais, operações com os números inteiros, operações com números racionais, resolução de

problemas básicos (as ideias por trás das operações), problemas de lógica, equações do 1º grau e equações com duas variáveis (determinar o valor de uma a partir da outra).

Na sala de aula que estamos criando, eu ensino esses temas em vídeos curtos e cheios de exemplos. Disponibilizo listas de exercícios e peço que os estudantes dediquem tempo para resolver esses exercícios. Alguns exercícios selecionados são resolvidos em vídeo, mas todos têm solução detalhada apresentada em PDF e em HTML na sala de aula.

#### 4. CONSIDERAÇÕES FINAIS

A Educação de Jovens e Adultos necessita de atenção especial por parte dos criadores de políticas públicas a fim de considerar alguns dos desafios aqui apresentados. Na condição de professores, compondo o sistema de ensino, apresentamos uma singela contribuição para a comunidade.

A sala de aula que estamos desenvolvendo será usada com estudantes, pela primeira vez, no segundo semestre de 2024, quando teremos a possibilidade de avaliar seus impactos e corrigir as fragilidades encontradas. Esperamos que ela dinamize o ensino, nas primeiras semanas do período letivo, facilitando e organizando o acesso dos estudantes ao material produzido.

No momento da apresentação desta proposta de Comunicação Oral, já teremos experimentado o material e avaliado o retorno dos estudantes, o que deve enriquecer a exposição com exemplos dos usos, dificuldades e outros aspectos não previstos.

Esperamos que o material ganhe vida como Recurso Educacional Aberto e seja alterado e complementado por outros professores que queiram contribuir com a formação dos estudantes da Educação de Jovens e Adultos.

#### REFERÊNCIAS:

- BOALER, Jo. **Mentalidades matemáticas**: estimulando o potencial dos estudantes por meio da matemática criativa, das mensagens inspiradoras e do ensino inovador. Penso Editora, 2017.
- BRASIL. [Constituição (1988)]. **Constituição da República Federativa do Brasil de 1988**. Brasília, DF: Presidência da República, [2016]. Disponível em: <https://portal.stf.jus.br/constituicao-supremo/constituicao.asp>. Acesso em: 11 jun. 2024.
- DWECK, C. **Mindset-updated edition: Changing the way you think to fulfill your potential**. Hachette UK, 2017.
- HADDAD, S. Tendências atuais na educação de jovens e adultos no Brasil. In: Encontro Latino-Americano sobre Educação de Jovens e Adultos Trabalhadores. Olinda, 1993. **Anais**. p. 86-108. Brasília: Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais, 1994.
- FONSECA, Maria da Conceição, F. R. **Educação Matemática de Jovens e Adultos-Especificidades, desafios e contribuições**. Autêntica, 2016.



## O ESTÁGIO SUPERVISIONADO E A FORMAÇÃO DO PROFESSOR QUE ENSINA MATEMÁTICA: ENTRE VIVÊNCIAS E EXPERIÊNCIAS

André Ricardo Lucas Vieira<sup>1</sup>  
Fabrício Oliveira da Silva<sup>2</sup>

**Resumo:** O presente trabalho objetivou compreender como as vivências e aprendizagens experienciais da docência em matemática emergem narrativamente das contribuições do estágio supervisionado na formação do professor de matemática do IF-Sertão-PE. O estudo é de natureza qualitativa por acreditar que o sujeito e a realidade formativa são concebidos como indissociáveis. A ancoragem metodológica desenvolveu-se a partir dos princípios da pesquisa narrativa, caracterizada por se tratar de um processo compreensivo/interpretativo das narrativas/experiências de quatro colaboradores que atuam como professores de matemática do Ensino Médio no Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Sertão Pernambucano. O dispositivo de pesquisa foi o ateliê reflexivo, desenvolvido em seis sessões, por meio de encontros presenciais. Os resultados permitem concluir que a formação inicial é fundante para a construção de um currículo que se efetive na relação de ações educativas. O estudo evidenciou como as aprendizagens experienciais da docência em matemática tecem-se nas micro relações formativas que os professores desenvolvem por habitar a profissão docente no cotidiano escolar, produzindo saberes e experiências do vivido.

**Palavras-chave:** currículo, docência em matemática, formação inicial, pesquisa narrativa.

### 1. INTRODUÇÃO

O presente estudo originou-se de uma pesquisa que se desenvolveu metaforicamente inspirada em desfiles de escolas de sambas do Rio de Janeiro. Trata-se, portanto, de um trabalho que relacionou a formação de professores de matemática com enredos de escolas de samba do grupo especial do carnaval carioca. A pesquisa contou com a colaboração de quatro professores foliões, todos licenciados em matemática e que ensinam matemática no Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Sertão Pernambucano – IFSertãoPE, locus desta pesquisa. É importante afirmar que escrever este enredo arquitetado a partir das nossas vivências e das vivências dos colaboradores foliões, que não perderam o compasso do samba ao narrarem o seus modos próprios de atuar na profissão docente, a tecer narrativamente a sua forma peculiar de realizar projetos educativos, a manifestar a maneira de relacionar-se pedagogicamente com seus estudantes e de construir experiências da docência na Educação Básica, nos constituímos em carnavalescos da educação, centro das celebrações do samba neste

<sup>1</sup> Doutor em Educação pela Universidade Federal de Sergipe – UFS. Professor do Instituto Federal do Sertão Pernambucano – IFSertãoPE, Campus Santa Maria da Boa Vista. Pernambuco, Brasil. E-mail: [andre.ricardo@ifsertao-pe.edu.br](mailto:andre.ricardo@ifsertao-pe.edu.br).

<sup>2</sup> Pós doutor em Educação pela Universidade do Estado da Bahia – UNEB. Professor Titular da Universidade Estadual de Feira de Santana – UEFS. Bahia, Brasil. E-mail: [fosilva@uefs.br](mailto:fosilva@uefs.br).

palco iluminado, onde sempre sonhei em desfilar de dourado.

Partimos da problemática de que a formação inicial de professores é de fundamental relevância para a construção de um currículo que se efetive nas acontecências do cotidiano do ensino de matemática. A concepção de currículo que advogamos neste estudo aproxima-se das compreensões de Silva (2020), que concebe o currículo como percurso que o próprio sujeito constrói em sua trajetória formativa e profissional para construir vivências e experiências educativas. Por esta concepção, a formação, portanto, é construída nas trilhas das vivências e experiências que cada um produzi na universidade, mas, sobretudo, nos momentos em que habita a profissão docente, fazendo fluir uma aprendizagem experiencial a partir do cotidiano escolar. Assim sendo, são as nossas marcas de vida e aprendizagens experienciais que levamos em consideração a partir do cotidiano escolar, nas vivências dos estudantes e nas acontecências da escola. É importante frisar que, para a escrita deste artigo, tomamos o conceito de acontecências como aquilo que acontece no dia a dia da escola, por exemplo, e que gera uma aprendizagem experiencial (Silva, 2020).

## 2. PERCURSO METODOLÓGICO

O estudo ancorou-se na pesquisa qualitativa, que nos ajudou na busca disciplinada de saberes ou compreensões acerca do objeto de estudo desta pesquisa, e na abordagem da pesquisa narrativa (Clandinin; Connelly, 2011), caracterizada por se tratar de um processo compreensivo/interpretativo das narrativas/experiências dos colaboradores desta pesquisa e os sentidos construídos por cada um deles, considerando a interação entre o pessoal e o social, a partir da continuidade entre o passado, presente e futuro combinados a uma determinada situação. É um estudo da experiência de formação e atuação profissional, a partir do que nos tocou e moveu, tornando-se uma maneira de pensar essa experiência.

Como guerreiros, brasileiros e que fazem, cada um da sua maneira, o seu *ziriguidum*, os colaboradores desta pesquisa foram quatro professores efetivos que atuam no Ensino Médio Integrado – EMI nos *campi* do IF Sertão PE. Todos são licenciados em Matemática e possuem especialização e mestrado. Apenas um dos colaboradores é doutor na área de Matemática.

Como dispositivo de recolha e informações, inspirados em Silva (2017), realizamos o ateliê reflexivo. Trata-se de um dispositivo que congregou, sincronicamente, todos os colaboradores, de modo a criar uma roda de discussão, a partir de eixos que problematizavam o ensino de matemática e suas acontecências na escola. Por isso, durante o desenvolvimento dos ateliês, os colaboradores foram provocados por nós, por meio de questionamentos e ponderações, a produzirem reflexões sobre a sua prática e como esta prática marca a sua trajetória de formação e atuação profissional. Os ateliês reflexivos consolidaram-se em seis encontros presenciais, com duração média de duas horas cada sessão, em que os professores teciam suas reflexões em torno das experiências vivências nos estágios supervisionados. Nesta dinâmica, os colaboradores foram produzindo uma narrativa que era construída individualmente, e ao mesmo tempo interseccionada pela participação do outro, que ia desvelando os sentidos de suas próprias experiências, a partir do que ouvia e do que lhe provocava refletir.

### **3. QUEM NUNCA? QUE ATIRE A PRIMEIRA PEDRA...<sup>3</sup> O ESTÁGIO SUPERVISIONADO E A FORMAÇÃO DO PROFESSOR**

Como não há espaço para apresentação das narrativas dos colaboradores, dado a extensão deste texto, limitamo-nos a trazer à baila algumas considerações do que foram sendo sistematizadas nos ateliês reflexivos. Assim, quem nunca? Que atire a primeira pedra... A escrita desta seção relaciona-se diretamente com a necessidade que temos em articular a discussão que se tem produzido em torno do currículo de formação de professores, nos cursos de licenciatura, mais precisamente em Matemática. Essa discussão emerge como uma grande “faxina”, animada por aquele samba-enredo forte e intenso que chega a enlouquecer os vizinhos. Um verdadeiro carnaval de reflexão com possibilidades de aprendizagem por intermédio da alegria, do movimento e do encontro dos corpos e da criatividade das mentes – sentido pedagógico este que congrega as diferenças e revitaliza o ser professor quando se questiona: o que de fato temos para esse currículo de formação de professores? O que ele oferece ao futuro professor de matemática?

No contexto dos ateliês, um colaborador, aqui chamado de Salgueiro revela uma desvalorização por parte dos discentes em relação às disciplinas pedagógicas em detrimento de demasiada valorização das disciplinas específicas. Nesta lógica, e considerando a questão do currículo e dos estágios neste contexto, as narrativas dos foliões colaboradores indicaram que a composição dos currículos de matemática evidencia a disparidade proporcional entre os conteúdos específicos e pedagógicos, além do fato de que os currículos de formação inicial dos professores que ensinam matemática quase não realizam práticas voltadas à pesquisa, com destaque principal para a relação do ensino e aprendizagem da Matemática. E considerar tal questão significa considerar a dimensão do estágio supervisionado como prática, bem como construção do próprio currículo.

O momento simbólico de aprendizado, por meio dessa metáfora, não visa promover uma discussão epistemológica sobre currículo. O que se busca é refletir acerca daquilo que se observa nos cursos de licenciatura, não só no que tange aos conteúdos e à relação estabelecida quanto às etapas de ensino atendidas pelos futuros professores, como também, a possibilidade ou não de concordância entre as temáticas que emergem nas matrizes curriculares, tanto nos cursos superiores quanto nos da Educação Básica.

A Resolução CNE/CP nº 02/2002 evidencia que, nos cursos de Matemática, os conteúdos curriculares, em sua composição, precisam ser estruturados. Ao considerar as Diretrizes Curriculares Nacionais para os cursos de Licenciatura em Matemática, CNE/CES nº 1.302/2001, é importante destacar que a organização curricular refere-se aos conteúdos específicos considerados comuns para todos os cursos de Matemática e aos conteúdos que compõem a chamada parte comum, constituída por: conteúdos matemáticos presentes na Educação Básica; conteúdos de áreas afins à Matemática, que são fontes originadoras de problemas e campos de aplicação de suas teorias; e conteúdos da Ciência da Educação, da História e Filosofia das Ciências e da Matemática

---

<sup>3</sup> O título dessa seção faz alusão ao enredo "Quem nunca? Que atire a primeira pedra..." do Grêmio Recreativo Escola de Samba Acadêmicos do Grande Rio, desenvolvido pelos carnavalescos Renato Lage e Márcia Lage, em 2019.

(Brasil, 2001). Nesta perspectiva, e ancorados no que se revelou narrativamente nos ateliês, inferimos que as discussões acerca da formação de professores de matemática estão centradas principalmente no currículo; com destaque para os componentes voltados para a Educação Matemática, presentes nestes cursos. Atentando-se, é claro, ao fato de que o currículo é caracterizado por “uma práxis que envolve o domínio do conteúdo específico (a matemática) e o domínio de ideias e processos pedagógicos relativos à assimilação e/ou à apropriação/construção do saber matemático escolar” (Fiorentini; Lorenzato, 2006, p. 5).

A partir das narrativas dos professores colaboradores, sobre os Estágios Supervisionados, há necessidade de se garantir a articulação entre os eixos curriculares presentes nos currículos de Licenciatura em Matemática. Neste sentido, buscamos na memória o desenvolvimento do Estágio Supervisionado quando, ainda em nossa formação inicial, nos deparamos com uma realidade de que essa fase foi meramente burocrática, ou seja, a maior parte do tempo explicava-se como preencher a documentação, a carga horária a ser cumprida e os períodos de desenvolvimento.

Lembramo-nos de que, para cumprir essa etapa de formação, foi necessária apenas a entrega de uma ficha com as datas em que estivemos na escola, descrevendo as ações realizadas constando a assinatura do professor que acompanhou o estágio *in loco*. Nada mais. Sem orientações, sem visitas por parte dos professores do estágio e do responsável pelo estágio na escola. As atividades desenvolvidas por nós, nos dois estágios, foram elaboradas da forma como nós acreditávamos que pudessem ser e estavam em consonância com o conteúdo que o professor teria que cumprir de acordo com o planejamento.

Acreditamos, portanto, que um dos desafios do estágio na formação de professores é a superação de práticas burocratizadas e pouco reflexivas que dissociam teoria e prática, trazendo pouca eficácia para a formação profissional dos licenciandos. Sobre este aspecto, a Sociedade Brasileira de Educação Matemática destaca que o isolamento entre escolas de formação e o distanciamento entre as instituições de formação de professores e os sistemas de ensino da Educação Básica gera a desarticulação entre os conhecimentos matemáticos e os conhecimentos pedagógicos e entre teoria e prática.

Considerando as narrativas dos colaboradores, percebemos que a perspectiva adotada no curso de licenciatura assentava-se numa valorização da prática durante a formação dos licenciandos. Não há dúvidas de que as experiências e vivências, possibilitadas neste momento de formação, proporcionaram momentos de reflexões sobre sua autonomia, responsabilidade e compromisso profissional.

Apesar da existência de movimentos que objetivam a formação de professores mediante o que está descrito nos documentos oficiais, é perceptível que os estágios produzem alterações significativas na formação dos docentes. Gatti *et al.* (2019), ao considerar a análise realizada de pesquisas publicadas nesse contexto, destacam que a formação continua incompleta em detrimento da dissonância que ainda existe entre a teoria e prática que se fazem presentes nos currículos de formação de professores.

#### 4. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Escrever e pensar a respeito do currículo e da formação dos professores de matemática significou evidenciar o modo como nós próprios refletimos sobre o tema a partir de nossas

experiências, bem como o modo como os colaboradores também o fizeram.

Foi numa aventura metaforizante de pensar o carnaval, de pensar o modo peculiar de se tecer um enredo, de se construir a formação de um folião, chamado educador matemático, que trilhamos narrativamente os temas currículo e formação de professores. Isto implicou pensar conceitos de vivência, de experiência educativa e habitar a profissão docente.

Os ateliês reflexivos possibilitaram aos foliões colaboradores construir uma narrativa sobre os modos que têm habitado a docência em matemática evidenciando a experiência enquanto um conceito basilar, relacionado à ideia de um saber resultante daquilo que se constrói repetidas vezes, de um saber aperfeiçoado pelo tempo. Entretanto, a pesquisa gerou a necessidade de realizarmos uma imersão em leituras e em discussões juntos aos professores colaboradores, evidenciando, experiencial e narrativamente que o saber é o vivido na dimensão da singularidade, das especificidades de acontecimentos, gerando um movimento de aprendizagem modificado, estruturado e organizado por aquilo que nos toca de modo singular e que acontece com um e não necessariamente com o outro. É dessa ideia que se concebe o fato de que a experiência é vivida, sentida e não necessariamente narrada.

Ao nos encontrarmos com a metodologia da pesquisa narrativa, de imediato, entendemos que “o foco de todo o trabalho não poderia passar ao largo da narratividade do nosso próprio eu, do modo como construímos as nossas experiências de formação e de atuação profissional a partir da nossa história de vida” (Vieira, 2022, p. 216). Tal aspecto conferiu a este artigo uma dinâmica de vivacidade, gerada na disposição que nós mesmos fomos construindo para narrativamente seguir nos despidendo, esgarçando as nossas vivências e experiências, não na tentativa de aprisioná-las em palavras, mas de possibilitar que as palavras pudessem conferir os sentidos mais próximos daqueles que cada experiência revelou.

Por intermédio do ateliê reflexivo, foi possível fazer um movimento de reflexão sobre a docência como forma de se assumir a ideia de que as experiências precisam ser narradas e entendidas, a partir das ações que cada sujeito realiza ao falar de si e de como pensa e age no ensino de matemática. Essa possibilidade se evidenciou, dentre outras razões, porque as narrativas socializam experiências, revelando as influências que são frutos das relações estabelecidas no âmbito da prática escolar.

A pesquisa evidenciou que há uma clara preocupação dos professores com as condições de aprendizagem dos estudantes, figurando nessa condição a relação professor e estudante e um ensino que esteja articulado ao cotidiano e às necessidades formativas dos alunos.

O contexto deste estudo nos proporcionou realizar uma discussão problematizadora em torno do estágio supervisionado, evidenciando a importância da imersão do professor no cotidiano da profissão. Dessa forma, foi possível transitar por conceitos de habitar a profissão docente, percebendo que nesse habitar está a existência de um ente e de um ser em constante movimento de ebulição, de transformação gerada por uma metamorfose reflexiva que nos impulsionou o tempo inteiro a pensar sobre as aprendizagens experienciais do professor de matemática e em como intuitiva e operativamente elas acontecem.



## REFERÊNCIAS

- BRASIL. Conselho Nacional de Educação. Parecer CNE/CES 1.302/2001. Diretrizes curriculares nacionais para os cursos de matemática, bacharelado e licenciatura. **Diário Oficial da União**, Brasília, 05 mar. 2001, Seção 1, p. 15.
- BRASIL. Resolução CNE/CP nº 002, de 19/02/2002. Institui a duração e a carga horária dos cursos de licenciatura, de graduação plena, de formação de professores da Educação Básica em nível superior. **Diário Oficial da União**, Brasília, DF: MEC/CNE, 2002.
- CLANDININ, D. J.; CONNELLY, F. M. **Pesquisa narrativa**: experiências e história na pesquisa qualitativa. Trad.: Grupo de Pesquisa Narrativa e Educação de Professores ILEEL/UFU. EDUFU, 2011.
- FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. **Investigação em Educação Matemática**: percursos teóricos e metodológicos. Campinas: Autores Associados, 2006.
- GATTI, B. A. *et al.* **Professores do Brasil**: novos cenários de formação. Brasília: UNESCO, 2019. 351 p.
- SILVA, F. O. da. **Formação docente no PIBID**: Temporalidades, trajetórias e constituição identitária. Tese de Doutorado em Educação, Universidade do Estado da Bahia. Salvador, 2017.
- SILVA, F. O. da. Perfil Sócio-identitário e Profissional Docente no Ensino Superior: Implicações na/da Relação Professor e Estudante. **Revista Internacional Educon**, v. 1, n. 1, p. 1-16, e20011020, 2020. <https://doi.org/10.47764/e20011020>.
- VIEIRA, A. R. L. **Do enredo à passarela da pesquisa**: Os saberes experienciais da docência em Matemática. Tese de Doutorado em Educação, Universidade Federal de Sergipe. São Cristóvão/SE, 2022.



## APRENDIZAGENS DE UM PROFESSOR DE MATEMÁTICA: A EXPERIÊNCIA COM O LESSON STUDY HÍBRIDO

Carolina Zenero de Souza<sup>1</sup>  
Ana Leticia Losano<sup>2</sup>  
Paula Odani<sup>3</sup>

**Resumo:** Originário no Japão, o *Lesson Study* (LS) é um processo formativo colaborativo que tem ganhado reconhecimento internacional. Ele vem sendo adotado e adaptado a diversos contextos culturais. Assim, este trabalho tem o objetivo de analisar as aprendizagens de um professor de matemática ao participar de uma adaptação do LS ao contexto brasileiro, denominado *Lesson Study* Híbrido (LSH). Desenvolvido em ciclos com quatro fases, o LSH envolve a estruturação em Grupos de Estudo e Trabalho (GET) para delimitação da temática, o planejamento colaborativo de uma tarefa, sua implementação com a observação dos membros do GET e a reflexão pós-aula com a sistematização do processo. Utilizando uma abordagem qualitativa, o artigo analisa uma entrevista semiestruturada com o professor realizada ao final do ciclo. A análise dos dados revelou aprendizagens do docente relativas ao cotidiano escolar; ao conteúdo matemático e às estratégias didático-pedagógicas para o ensino da matemática. Assim, o LSH mostrou ser um processo formativo eficaz, adaptado ao contexto brasileiro, resultando em aprendizagens transformadoras para o professor participante.

**Palavras-chave:** formação de professores; aprendizagem docente; *lesson study* híbrido.

### 1. INTRODUÇÃO

A formação de professores desempenha um papel crucial na melhoria da prática de ensino e, conseqüentemente, nas aprendizagens dos alunos. Segundo Novoa (2017), os processos formativos não devem apenas “preparar os professores do ponto de vista técnico, científico ou pedagógico” (Novoa, 2017, p. 1131). Para o autor, a reflexão sobre a própria prática, “realizada em colaboração com os colegas da escola [...] é ponto central para a formação de professores” (Novoa, 2017, p. 1128).

O *Lesson Study* (LS) é um processo formativo baseado na colaboração e na análise da prática docente que tem ganho reconhecimento internacional nas últimas décadas, sendo adotado e apropriado em diversos países e contextos (Fiorentini *et al.*, 2018). O LS surgiu no Japão há mais de um século e consiste em um processo formativo cíclico realizado por grupos de professores e pesquisadores. O número de fases de um ciclo de LS varia de acordo com as necessidades do grupo, porém elas permeiam três momentos essenciais: planejamento colaborativo de uma aula, implementação dessa aula com a observação dos pares e reflexão pós-aula (Baba, 2007).

<sup>1</sup> Doutoranda em Educação; Universidade de Sorocaba/UNISO, Sorocaba, SP, Brasil, [carolzeno7@gmail.com](mailto:carolzeno7@gmail.com).

<sup>2</sup> Professora Doutora; Universidade de Sorocaba/UNISO, Sorocaba, SP, Brasil, [ana.losano@prof.uniso.br](mailto:ana.losano@prof.uniso.br).

<sup>3</sup> Mestranda em Educação; Universidade de Sorocaba/UNISO, Sorocaba, SP, Brasil, [paula.odani8@gmail.com](mailto:paula.odani8@gmail.com).

No entanto, para sua implementação em outros contextos culturais, é preciso realizar adaptações que considerem as particularidades locais (Fiorentini *et al.*, 2018). Nesse marco, a presente pesquisa foi desenvolvida dentro do Grupo de Sábado, uma comunidade de aprendizagem docente que, desde 2017 vem se apropriando desse processo formativo e realizando adaptações, cunhando o termo *Lesson Study* Híbrido (LSH).

## 2. O LESSON STUDY HÍBRIDO

O LSH é desenvolvido em um ciclo com duração de seis meses contendo quatro fases. Na primeira fase, os participantes se organizam em Grupos de Estudo e Trabalho (GET) conforme a temática proposta pelos professores. Cada GET é composto por professores das escolas onde a tarefa será implementada, professores formadores das universidades e pesquisadores da pós-graduação. Os GETs possuem autonomia para definir sua própria dinâmica de trabalho, orientada por um ou dois coordenadores, que são necessariamente professores acadêmicos.

Na segunda fase, cada GET realiza um estudo colaborativo sobre a problemática escolhida. Os resultados e ideias provenientes desse estudo são apresentados em um seminário para os outros GETs, onde recebem sugestões de leituras e da problemática. Em seguida, cada GET elabora uma tarefa e planeja sua implementação detalhada em sala de aula. Após a preparação, um seminário-piloto simula a tarefa, com os participantes de todos os GETs atuando como alunos para fornecer *feedbacks*. Também é realizado um seminário nas escolas onde a aula será implementada, de modo que a problemática e a tarefa sejam compartilhados com professores e com a equipe gestora das escolas, buscando novos *feedbacks* para adaptar a tarefa ao contexto escolar.

Na terceira fase, os professores implementam a tarefa em suas salas de aula, observados pelos outros membros do GET. Após a primeira aplicação, o GET se reúne para analisar a aula e realizar ajustes, se necessário. A tarefa é, então, reaplicada por um segundo professor do GET.

Na quarta fase, ocorre a reflexão e sistematização. Se realiza um seminário de socialização com os outros GETs, onde se apresenta o processo, os momentos críticos e as aprendizagens de professores e alunos. Há também uma sessão de socialização para compartilhar os principais resultados com a comunidade escolar. Finalmente, cada participante elabora uma narrativa reflexiva sistematizando sua experiência.

A descrição do ciclo de LSH revela que ele é uma oportunidade formativa organizada ao redor da reflexão sobre a prática dos professores, tendo grande potencial para contribuir com as aprendizagens docentes (Richit; Ponte; Quaresma, 2021). Nesse marco, o objetivo desse artigo é analisar as aprendizagens de um professor do segundo ano do Ensino Médio ao participar de um ciclo do LSH.

## 3. METODOLOGIA

Esse estudo adota uma abordagem qualitativa dentro do paradigma interpretativo (Bogdan e Biklen, 1994). O professor participante da pesquisa, Vítor, atua no segundo ano do Ensino Médio em uma escola estadual no interior do estado de São Paulo e está no início de carreira, sendo esse seu segundo ano como docente.

O ciclo de LSH aqui analisado foi realizado no segundo semestre de 2023. Nesse ciclo, o GET constituído ao redor do ensino da matemática no Ensino Médio (Getem) era composto inicialmente por dois professores que atuavam do Ensino Médio – sendo um deles Vitor –, duas professoras doutoras de uma Instituição de Ensino Superior e uma pesquisadora pós-graduanda em nível de doutorado. Por problemas pessoais, um dos professores da escola precisou deixar o projeto o que significou que a tarefa planejada somente fosse implementada na sala de aula de Vitor.

Os dados analisados neste artigo são provenientes de uma entrevista semiestruturada, vídeo-gravada, com uma hora e meia de duração, realizada com o professor no final do semestre. Ela versou sobre diversos aspectos da experiência de Vitor no ciclo, incluído a sua identidade profissional, o seu cotidiano escolar e as contribuições do LSH para suas aprendizagens profissionais. Para realizar a análise a entrevista foi visualizada múltiplas vezes, possibilitando identificar trechos particularmente reveladores das aprendizagens do professor. A seguir, os trechos foram transcritos e agrupados em três categorias, a saber: aprendizagens relativas ao cotidiano escolar, ao conteúdo matemático e às estratégias didático-pedagógicas para o ensino da matemática em sala de aula.

#### **4. ANÁLISE**

A análise dos dados mostrou que Vitor, ao participar de um ciclo de LSH, se desenvolveu profissionalmente o que lhe possibilitou afirmar que “participar do ciclo me trouxe essa reflexão: eu aprendi e aprendo sempre”. A seguir, descrevemos, resumidamente, essas aprendizagens em cada uma das três categorias identificadas.

##### **4.1 Aprendizagens Sobre o Cotidiano Escolar**

Por ser um professor em início de carreira, Vitor destaca a importância da participação no LSH para aprender sobre o cotidiano escolar. Particularmente, destacou aprendizagens relativas a como enfrentar a imprevisibilidade da escola, tendo que negociar o calendário com seus colegas para realização de todas as fases do projeto. Isso foi evidenciado quando o professor afirma que

Outro desafio é a imprevisibilidade da escola. Isso é uma dificuldade gigantesca! Marcamos a aula em três dias e descobrimos, no dia anterior, que os alunos não teriam aula. [...] Então a gente foi lidando com a imprevisibilidade dessa forma, avisando e comunicando sempre com antecedência.

Por sua vez, o LSH tem características particulares que não são comuns no cotidiano da escola, como a realização dos seminários e a implementação das aulas com a observação dos membros do GET – que não pertencem a comunidade daquela escola – tudo sendo gravado em áudio e/ou vídeo. Por isso, a autorização da gestão e a contribuição dos demais professores da escola é fundamental para execução do projeto. Ademais, a tarefa elaborada pelo Getem foi articulada com um evento que envolveu a escola como um todo. Assim, o professor apontou que

Eu aprendi tanto a lidar com questões burocráticas da escola, porque a gente entende que não são coisas fáceis, né? Então lidar com um evento a gente tem muitas variáveis, a gente tem professores que ajudam e professores que não

ajudam. Isso é uma coisa que eu venho aprendendo muito com a docência. [...] E ter me envolvido com a tarefa me permitiu ver essa outra imagem da escola, essa burocracia que a escola trás.

O planejamento antecipado feito no ciclo de LSH contribuiu para que Vitor pudesse renegociar as atividades com a escola e, em conjunto com o grupo, remanejar as estratégias para que a implementação acontecesse. Assim, a participação no LSH contribuiu para superar tais obstáculos e, conseqüentemente, trouxe valiosos aprendizados para o professor.

#### **4.2 Aprendizagens Sobre o Conteúdo Matemático**

Durante esse ciclo de LSH o Getem elaborou uma tarefa sobre probabilidade envolvendo questões raciais. Nesse marco, Vitor destacou as contribuições das atividades do ciclo para suas aprendizagens relativas à temática escolhida:

Outra coisa que eu gostei bastante foi esse aprofundamento nos conteúdos. O aprofundamento teórico. A gente se aprofundou para estudar probabilidade. A gente viu diferentes perspectivas de probabilidade que eu nunca tinha visto. Nunca tinha estudado o que é a probabilidade subjetiva e frequentista. Então achei [que] esses aprofundamentos teóricos [...] foram pontos importantes durante esse ciclo.

Ao olhar para o material didático oferecido pelo governo do estado de São Paulo, a probabilidade é apresentada pela perspectiva clássica. Mas os estudos realizados durante o ciclo de LSH permitiram que o grupo inovasse trazendo outras abordagens, como a frequentista e a subjetiva. A probabilidade subjetiva trouxe para a tarefa reflexões tais como o viés que influencia certas escolhas, destacando que, na vida, as escolhas nem sempre são aleatórias. Isso possibilitou a aprendizagem de novos conteúdos matemáticos pelo professor.

#### **4.3 Aprendizagens Sobre Estratégias Didático-pedagógicas**

A tarefa elaborada pelo Getem abordou a probabilidade desde uma perspectiva racial. Nesse marco, o GET teve múltiplas discussões sobre quais estratégias didáticas poderiam ser mobilizadas ao longo dela. Um momento particularmente desafiador para Vitor foi realizar a gestão de uma roda de conversa sobre a autodeclaração racial e o racismo estrutural do país:

Pra mim foi uma experiência que eu nunca tinha lidado com uma roda de conversa. Então é uma coisa a se melhorar, pensar como conduzir uma roda de conversa. Mas eu acho que foi uma boa experiência para uma primeira vez.

Com as reflexões pós-aula propiciadas pelo ciclo de LSH, o professor pode repensar sua atuação neste momento particular e reconhecer que:

Faltou eu entender que a roda de conversa é mais flexível, não é como seguir um roteiro específico. Talvez na minha cabeça estivesse que eu tinha que seguir um roteiro, sabe? Talvez eu tenha me agarrado a isso. Então eu poderia ter sido

mais breve em alguns momentos e explicado mais [em outros]. Talvez essa precisava ser uma coisa que eu precisava melhorar.

Portanto, os trechos selecionados evidenciam que a experiência com o LSH proporcionou ao professor aprendizagens relativas à gestão da sala de aula, podendo ampliar o repertório de suas práticas.

## 5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Para um professor em início de carreira, participar de um ciclo de LSH possibilitou uma compreensão mais profunda do cotidiano escolar, a exploração de novas abordagens matemáticas e a melhoria de estratégias didático-pedagógicas. As reflexões e seminários de socialização destacaram desafios e aprendizagens significativas, como lidar com a burocracia escolar e a imprevisibilidade, além de aprofundar o conhecimento teórico em probabilidade relacionando com questões raciais. A prática e a reflexão sobre as estratégias de ensino permitiram ajustes e contribuíram para um ensino mais eficaz e inclusivo. Assim, o LSH revelou-se um processo formativo promissor, resultando em aprendizagens profundas e transformadoras para o professor, demonstrando seu potencial ao ser adaptado ao contexto brasileiro.

## AGRADECIMENTOS

O trabalho contou com apoio financeiro da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior do Brasil (Código de Financiamento 001) e da Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (Processo Fapesp 2022/06692-0).

## REFERÊNCIAS

- BABA, T. La educación japonesa y el Estudio de Clases: una mirada de conjunto *In*: ISODA, M.; ARCAVI, A.; MENA-LORCA, A. **El Estudio de Clases Japonés em matemáticas**: Su importancia para el mejoramiento de los aprendizajes en el escenario global. Chile: Ediciones Universitarias de Valparaíso, p. 26-32, 2007.
- BOGDAN, R.; BIKLEN, S. **Investigação Qualitativa em Educação**: uma introdução à teoria dos métodos. Lisboa: Porto Editora, 1994, 366p.
- FIORENTINI, D. *et al.* Estudo de uma experiência de Lesson Study Híbrido na formação docente em matemática: contribuições de/para uma didática em ação. **Anais do XIX Encontro Nacional de Didática e Prática de Ensino**. Salvador, p. 1-38, 2018.
- NÓVOA, A. Firmar a posição como professor, afirmar a profissão docente. **Cadernos de Pesquisa**, v. 47, n. 166, p. 1106–1133, out. 2017. <https://doi.org/10.1590/198053144843>
- RICHT, A.; PONTE, J. P. D.; Quaresma, M. Aprendizagens profissionais de professores evidenciadas em pesquisas sobre estudos de aula. **Bolema: Boletim de Educação Matemática** v. 35, pp: 1107-1137, 2021.



## FORMAÇÃO DE PROFESSORES: UMA PERSPECTIVA EMOCIONAL NO PROCESSO DE ENSINO E APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA

Daniela de Cássia Duarte<sup>1</sup>

**Resumo:** A formação de professores é tema essencial na discussão sobre educação no Brasil e no mundo, considerando a responsabilidade da escola em educar, ensinar e formar cidadãos críticos, altruístas e responsáveis. Com a integração do desenvolvimento social, emocional e afetivo, a metodologia utilizada para a transmissão dos conteúdos escolares bem como a postura do professor de matemática, exigem adaptações, pois outras questões são colocadas e novas perspectivas da vivência escolar se abrem. Com essa abertura vem a importância do papel do professor e se revelam as limitações de sua formação inicial para uma atuação em sala de aula que se diferencie da transmissão de informações relativas ao conteúdo disciplinar e considere a relevância das emoções no ensino da matemática. Dessa maneira, neste estudo temos como objetivo discutir a perspectiva de professores que ensinam matemática sobre as emoções na sala de aula. Utilizamos a pesquisa qualitativa, com abordagem fenomenológica, buscando a compreensão do fenômeno citado através de uma produção de dados que se deu pela análise de respostas a perguntas abertas de um curso de extensão ofertado a professores que ensinam matemática. Após análise dos trechos coletados para o estudo em desenvolvimento, os resultados caminham com relevância para a importância de considerar as emoções no processo de ensino e aprendizagem, evidenciando a falta de espaço na formação inicial para a discussão. Contudo, sendo as emoções parte da constituição do ser humano, sabe-se que é impossível separá-la do ato de aprender ou do ato de ensinar.

**Palavras-chave:** formação de professores, emoções, ensino da matemática.

### 1. INTRODUÇÃO

A relação pedagógica entre professor e aluno no contexto escolar, muitas vezes fica limitada à transmissão dos conteúdos, visando resultados cognitivos. Em um ambiente coletivo, onde lidamos com pessoas de diversas culturas, vivências e costumes, é necessária uma interação social em busca dos saberes compartilhados, onde o estímulo de habilidades sociais e emocionais se faz presente.

O modelo de relação pedagógica dominante nos tempos modernos “abafou”, durante muito tempo, a expressão da afetividade, uma vez que o ideal da relação assentava na transmissão do saber e do distanciamento entre o mestre e o aluno (Amado *et al.*, 2009, p. 76).

Quando falamos na relação entre aluno e professor, podemos colocar em evidência o respeito mútuo, onde valores sociais e morais são priorizados, em busca da construção

---

<sup>1</sup> Mestranda no Programa de Ensino e História das Ciências e da Matemática; Universidade Federal do ABC, UFABC, Campus Santo André, São Paulo, Brasil. E-mail de contato: dacacup@gmail.com.

efetiva do conhecimento. Podemos ainda vincular as habilidades e competências sociais e emocionais que se desenvolvem em contato com o outro, como a autonomia, motivação, confiança e empatia.

Nessa perspectiva, considerando o professor como produtor de saberes, conforme Cabreira (2016), pode-se questionar o processo de ensino e de aprendizagem que cabe a ele orientar e avaliar sendo, portanto, o sujeito responsável pelo processo de desenvolvimento do educando. Assim entendida a função do professor, a sua formação deveria prepará-lo e orientá-lo para conhecer e conviver nos diversos contextos da realidade escolar, além de auxiliá-lo na compreensão de seus aspectos pessoais emocionais e conseqüentemente, de seus alunos.

## 2. SER PROFESSOR

De acordo com Amado *et al.* (2009), o desenvolvimento de características pessoais do professor, como a tolerância, empatia, equidade e a postura com seus valores e atitudes coerentes, tem um peso considerável na relação que se estabelece na sala de aula e jogam com a aprendizagem e os sentimentos positivos do aluno. É necessário que a formação do educador esteja voltada também para seu desenvolvimento pessoal, não apenas para o intelectual. Pois, ele estará diariamente influenciado pelas emoções, sentimentos e postura de crianças e adolescentes em formação de caráter e valor, de modo que um simples gesto de acolhimento ou repressão pode modificar um ponto de vista.

Nessa perspectiva, o professor de matemática deve compreender a essência dos conceitos matemáticos, como uma ciência que busca o entendimento do ser humano, ou seja, não basta o domínio da área, exige-se a compreensão de como os conhecimentos são gerados e fixados aos alunos. Conforme Amado *et al.* (2009, p.83), “formar professores significa preparar pessoas que vão colaborar na educação de pessoas em desenvolvimento”, com isso, existe a necessidade de ligações da aprendizagem cognitiva e emocional, no processo de ensino conceitual.

Seja na formação docente ou na educação básica, ressalta-se a importância da articulação matemática com outras disciplinas e com contextos do cotidiano, passo fundamental para o desenvolvimento da linguagem matemática. Existe ainda, o desafio da desmistificação do saber matemático entre as diferentes formas de ensino, processo que ganha espaço a partir de metodologias que quebram o formato de aula padrão, onde professor é detentor do saber e o aluno é seu ouvinte passivo de repetição. Os resultados que se evidenciam no contexto da educação exigem procedimentos harmoniosos, sendo essencial estimular a capacidade do olhar crítico, voltado para o “a ser ensinado” e para o “como será ensinado”, procurando compreender as incertezas e fazer delas “etapas” para a evolução.

A rotina do professor quebra as barreiras curriculares que lhes são impostas quando ele se lança a trabalhar conceitos que não são pré-determinados. A diversidade do âmbito escolar estimula uma postura capaz de lançar sobre o outro um olhar de compreensão das bagagens da vida, priorizando o cuidado para com o “desabrochar” do seu aluno, entendendo as limitações em diferentes perspectivas, procurando meios empáticos viáveis para estimular a igualdade no processo de ensino, valorizando uma formação cognitiva, emocional e humana.



## 2.1 As emoções

Conforme Fonseca (2016), não é possível pensar em separar a emoção da aprendizagem ou a emoção da cognição ou da razão, ou conceber, exclusivamente e friamente, na individualidade do aluno, pois temos que considerar também na individualidade do professor, porque alunos e professores interagem socialmente e aprendem uns com os outros. Logo, a emoção e a cognição devem ser enquadradas em um contexto de interação social e cultural.

Segundo Amado *et al.* (2009), a relação do aluno com o professor deve estabelecer-se de modo a favorecer o desenvolvimento das habilidades sociais e emocionais, o que significa estimular, na sala de aula, situações vinculadas ao desenvolvimento cognitivo, mas também ao convívio, a empatia, a aceitação e ao respeito mútuo. Com isso, se estabelece um processo afetivo no qual a pessoa passa a conhecer, se envolve na atividade cognitiva, avança em relação a tomada de decisões, as suas escolhas.

Conforme Santos e Almeida (2022), a matemática é percebida como uma área do conhecimento frequentemente associada a sentimentos negativos, como medo, ansiedade e dificuldade. Essa percepção negativa acaba sendo reforçada aos índices de reprovação, frequentes na disciplina e internalizadas desde a infância, com tendência a refletir no estilo de ensinar e aprender Matemática ao longo da vida escolar.

Nesse contexto, considerar as emoções dentro do processo de ensino e aprendizagem pode ser uma necessidade quando se discute a formação integral do aluno e o papel do professor enquanto mediador. Quando as emoções são reconhecidas como parte do processo, cria-se um ambiente emocionalmente seguro, que pode contribuir para a construção de relações de confiança, gerando bem-estar entre alunos e professores. Uma sala de aula onde os alunos se sentem valorizados e compreendidos, pode reduzir níveis de ansiedade e estresse, comuns em ambientes competitivos, e especialmente comum no ensino da matemática.

## 2.2 Metodologia

Para produção de dados da pesquisa, utilizamos resposta a perguntas abertas de um curso ministrado na modalidade EAD para professores que ensinam matemática. O curso tinha como objetivo discutir as emoções como influenciadoras no processo de ensino e aprendizagem, estimulando as diferentes percepções do que é a emoção e qual seu papel em sala de aula, sob a perspectiva do professor que ensina matemática.

Como metodologia de pesquisa, optamos pela qualitativa, com análise fenomenológica. As pesquisas qualitativas diferem entre si pelo grau de estruturação imposto ao seu desenvolvimento, o que influencia diretamente o seu desenrolar. Contudo, embora diferentes métodos envolvam a investigação qualitativa para o estudo de um fenômeno, exige-se clareza nos procedimentos de interpretação dos dados que requer o olhar cuidadoso do pesquisador, enfatizando, novamente, sua imersão no contexto de sua pesquisa.

A estrutura da pesquisa qualitativa recorre a meios em que o sujeito conduz o processo de resposta que irá possibilitar a compreensão do objeto (ou fenômeno) investigado. Dessa forma, ao longo dos anos, a pesquisa qualitativa combinada a diferentes tendências, permitiu a construção de bases bastante diversas, quer seja para a produção

e análise dos dados, quer seja para a própria forma de conduzir a pesquisa. A análise fenomenológica busca a compreensão do fenômeno investigado, sendo que, o fenômeno não pode ser uma coisa, algo estático, mas sim, algo vivido, percebido por um sujeito. Logo, ao se falar de percepções e emoções, a fenomenologia permite uma compreensão ampla dos dados coletados.

Na construção das categorias de análise do estudo que está em desenvolvimento, é possível observar que os professores consideram que a maneira de ensinar matemática pode gerar emoções nos alunos, o que tende a influenciar o engajamento, a motivação, a percepção e a compreensão em relação aos conceitos estudados. Dentre as respostas comuns dos professores, existe ainda o reconhecimento de que a formação inicial não prepara para trabalhar ativamente o desenvolvimento e a compreensão dos aspectos emocionais no espaço escolar. Apesar de diversas grades de ensino contarem com disciplinas voltadas à formação pedagógica e até mesmo à psicologia da educação, as discussões são consideradas rasas perto da real necessidade escolar.

### 3. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Para Fonseca (2016) em termos humanos, a aprendizagem é inseparável do ensino, a docência não existe sem a discência, assim como, não se pode separar a emoção da aprendizagem ou a emoção da cognição. Considerando que o cérebro do indivíduo atua de forma sistêmica, as emoções estão intimamente ligadas às demandas cognitivas, conferindo suporte básico para a aprendizagem escolar e para o desenvolvimento integral do aluno.

Quando as emoções são consideradas como parte do processo de ensino e aprendizagem, um ambiente acolhedor e propício para o engajamento e a compreensão dos conteúdos é estimulado, reformulando até mesmo a conduta do professor ao abordar uma temática, tornando-a por vezes, mais dinâmica e contextualizada. A interação social, cultural e emocional, constrói uma relação de empatia, respeito e confiança, capaz de interferir mutuamente no processo de construção da aprendizagem, tanto do aluno, quanto do professor.

Sabe-se que formação inicial do professor de matemática prioriza muitas vezes o domínio cognitivo, deixando em segundo (ou em último) plano a importância de se discutir o papel das emoções no processo de ensino e aprendizagem, entretanto, o desenvolvimento de competências sociais e emocionais é capaz de promover um ensino inclusivo, integral e eficaz. Claramente, o processo de formação do professor dá-se em movimento gradual, orientado muitas vezes por observações e conclusões pessoais que são produzidas no decorrer do contato com o outro, ao longo da sua prática diária.

Nessa perspectiva, apesar do despreparo efetivo para compreender e reconhecer aspectos emocionais na sala de aula, pode-se refletir que o professor, em processo constante de construção e reconstrução, é um ser humano, logo, é um ser emocional. É capaz de ser encarado em um desenvolvimento contínuo que não busca dominar tão somente tal área de conteúdo, mas que busca novos conhecimentos ao longo do percurso para promover efetivamente o ato de ensinar.

### REFERÊNCIAS

AMADO, J. *et al.* O lugar da afetividade na relação pedagógica: contributos para a formação de professores. **Revista Ciências da Educação**, 2009, p. 75-86.

- CABREIRA, M. C. Percepções do professor de Matemática: relação entre formação acadêmica e atuação docente. In: XX Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação – EBRAPEM. **Anais...** Curitiba: UFPR, 2016. Disponível em: [http://www.ebrapem2016.ufpr.br/wp-content/uploads/2016/04/gd7\\_mauricio\\_cabreira.pdf](http://www.ebrapem2016.ufpr.br/wp-content/uploads/2016/04/gd7_mauricio_cabreira.pdf). Acesso em: 26 mar. 2020.
- FONSECA, V. Importância das emoções na aprendizagem: uma abordagem neuropsicopedagógica. **Revista Psicopedagógica**, v. 33, n. 102, p. 365-384, 2016. Disponível em: <http://www.revistapsicopedagogia.com.br/detalhes/505/importancia-dasemocoas-na-aprendizagem--umaabordagem-neuropsicopedagogica>. Acesso em: 30 abr. 2024.
- SANTOS, S. M.; ALMEIDA, I. M. M. Z. P. Medo de Matemática e Trauma na Relação com o Aprender: uma leitura psicanalítica. **Bolema**, Rio Claro, v. 36, p. 1273-1292, 2022.



## BONECAS ABAYOMIS: DISCUTINDO RAÇA E GÊNERO COM A MATEMÁTICA

Daniella da Silva Gonzaga<sup>1</sup>  
Thaís Cristina dos Santos Basilo<sup>2</sup>

**Resumo:** Este trabalho tem como objetivo discutir a importância da reflexão sobre questões interseccionais de gênero e étnico-raciais em todas as disciplinas escolares, e, em especial, na Matemática. Nossa proposta aponta para a importância da aplicação da Lei 10639/03, que determina o ensino de história e cultura afro-brasileira e africana em todas as disciplinas escolares. Temos como base a experiência do projeto Meninas Olímpicas do Impa. Serão discutidas atividades desenvolvidas no projeto relacionados a essa temática, com foco especial para a confecção de bonecas Abayomi. Essas bonecas são feitas a partir de retalhos todos retangulares, utilizados para trabalhar os conceitos de área e perímetro, proporcionalidade e simetria. O colorido dos retalhos oferece a oportunidade de tratar de forma concomitante questões de gênero e de raça. Será discutido em que medida essa atividade tem potencial para impactar estudantes negras e negros, em especial meninas, da Educação Básica. Nossa investigação, ainda em andamento, tem caráter qualitativo, e aponta que a atividade tem forte potencial positivo no enfrentamento dos vieses de autosseleção e autoeficácia, além de possibilitar o desenvolvimento do letramento racial das e dos estudantes, que passam a se reconhecer como tal e como produtoras de conhecimento. Tudo isso enquanto estudam matemática!

**Palavras-chave:** boneca Abayomi, questões étnico-raciais, letramento racial, Matemática, Lei 10.639/03.

### 1. INTRODUÇÃO

Desde 1990, esforços têm sido feitos para modificar a predominância masculina nas áreas de ciências, apesar de relatórios da Unesco e outros órgãos internacionais indicarem que mudanças substanciais são necessárias (Leta, 2003). A matemática, inserida nesse contexto como uma ciência racional, levanta questões sobre o significado dessa racionalidade.

Hottinger (2020) observa que a racionalidade frequentemente é associada ao masculino, enquanto características consideradas femininas são desvalorizadas, impactando como meninas e mulheres se veem em carreiras matemáticas. Além disso, a racionalidade é frequentemente vinculada ao conhecimento eurocêntrico, desconsiderando culturas não brancas e perpetuando desigualdades.

Fanon (2008) argumenta que o conceito de humanidade e racionalidade foi historicamente construído pelo homem branco, marginalizando subjetividades não brancas, particularmente de homens e mulheres negras. Hegel (2008) e outros

<sup>1</sup> Estudante de Pós-Graduação em Ensino de Matemática; Universidade Federal do Rio de Janeiro/UFRJ, Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, Brasil; [daniellassgonzaga@gmail.com](mailto:daniellassgonzaga@gmail.com)

<sup>2</sup> Estudante de Pós-Graduação em Ensino de Matemática; Universidade Federal do Rio de Janeiro/UFRJ, Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, Brasil; [thaisbasilo97@gmail.com](mailto:thaisbasilo97@gmail.com)

pensadores contribuíram para essas visões discriminatórias, reforçando estereótipos que perpetuam desigualdades sociais e científicas.

Para alcançar uma verdadeira igualdade nas ciências e na sociedade, é crucial desfazer esses estereótipos, (re)criar novas narrativas que reconheçam a diversidade cultural e promovam equidade genuína. Estereótipos são cruéis, não só porque são uma mentira, mas porque escondem a verdade, são incompletos. (Chimamanda, 2009).

O Projeto Meninas Olímpicas do Impa, desenvolvido pelo Instituto de Matemática Pura e Aplicada em atenção aos ODS 4 e ODS 5, tem como objetivo primário promover o desenvolvimento de práticas escolares que desafiem estereótipos de gênero e os vieses de autosseleção e de autoeficácia, estimulando meninas para as áreas de Ciência, Tecnologia, Engenharia e Matemática (STEM). O Projeto envolve diretamente alunas da Educação Básica, docentes de escolas das redes públicas de ensino e graduandas de STEM. A metodologia tem como alicerce ações educativas dirigidas às alunas da Educação Básica. Regularmente, são realizadas oficinas de matemática, computação e robótica em Arduino em todas as escolas integrantes do projeto. Realiza-se ainda uma ampla programação que inclui visitas a espaços de formação e de atuação profissional em STEM, palestras com mulheres cientistas e atuantes em carreiras dessas áreas, visitas a museus e mostras de ciências e participação em torneios científicos. Destacam-se nesse contexto ações específicas que visam à intersecção étnico-racial. Assim, são desenvolvidas, no âmbito do projeto, atividades e discussões sobre questões étnico-raciais, visando ao letramento racial (Ferreira, 2015), particularmente valorizando a cultura afro-brasileira e africana. Respeita-se assim a Lei 10.639/03, que estabelece a obrigatoriedade do ensino desses temas em todas as disciplinas escolares da Educação Básica.

Letramento racial crítico é refletir sobre raça e racismo, e nos possibilita ver o nosso próprio entendimento de como raça e racismo são tratados no nosso dia a dia, e o quanto raça e racismo têm impacto em nossas identidades sociais e em nossas vidas, seja no trabalho, no ambiente escolar, universitário, em nossas famílias, nas nossas relações sociais. [...] é de extrema relevância para que assim possa também colaborar para que tenhamos uma sociedade mais justa, com igualdade e com equidade. (Ferreira, 2015, p. 138).

Sendo assim, esse conceito é entendido como habilidade para analisar e interpretar criticamente questões relacionadas à raça, etnia e diversidade cultural presentes na sociedade. Isso inclui reconhecer e questionar estereótipos, preconceitos, discriminações e injustiças raciais, além de valorizar a diversidade. Espera-se que especialmente as alunas negras se reconheçam enquanto negras, atuando diretamente na promoção de sua autoeficácia.

O objetivo do estudo, de caráter qualitativo, é investigar em que medida as atividades desenvolvidas no âmbito do MOI têm potencial para promover o letramento racial em consonância com o enfrentamento dos vieses de autosseleção e autoeficácia. Para tal, temos analisado as narrativas das alunas e dos alunos participantes das atividades, registradas em forma de depoimentos. A inclusão dos alunos, meninos, é uma decisão que se funda no fato de o MOI ser um projeto educacional afirmativo que reconhece a importância de envolver todas e todos na discussão da segregação de gênero e raça.

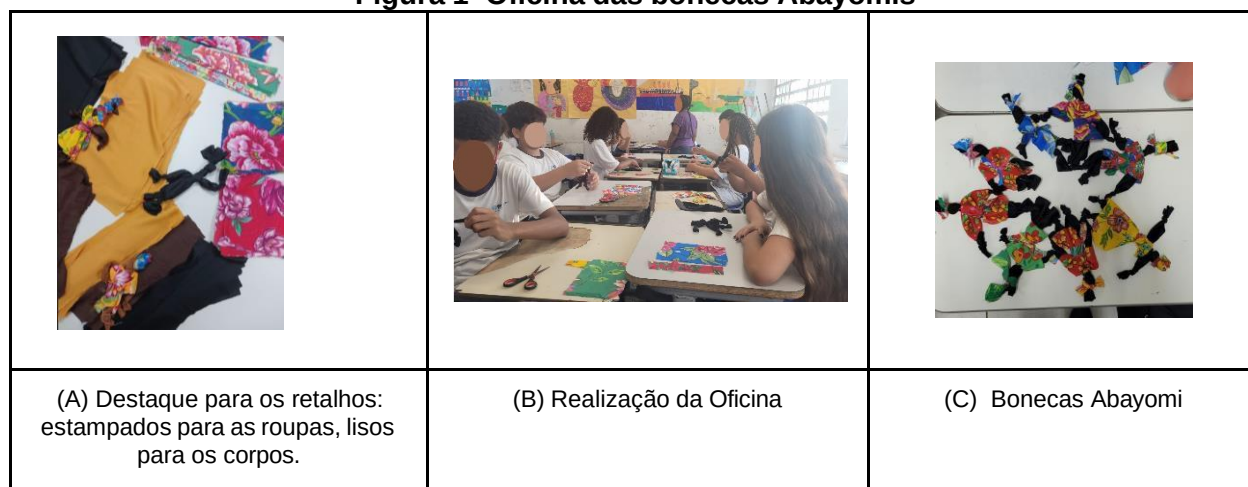
Não se inclui segregando. No entanto, o protagonismo é dado às meninas. Para ilustrar a investigação em andamento, destacamos a atividade "Bonecas Abayomis".

## 2. DISCUTINDO LETRAMENTO RACIAL COM A MATEMÁTICA

A Boneca Abayomi - bonecas que promovem um "encontro precioso", criada por Lena Martins na década de 1980, é uma boneca feita de retalhos de tecido sem rosto, simbolizando a diversidade das etnias africanas trazidas ao Brasil, permitindo que cada pessoa a veja conforme suas próprias características. Lena Martins, artesã maranhense e produtora de conhecimento, idealizou a boneca enquanto coordenava atividades culturais no CIEP Luiz Carlos Prestes na Cidade de Deus, Rio de Janeiro.

A atividade que desenvolvemos no MOI é simples: construir Bonecas Abayomis. No processo de construção, a forma e a amarração dos retalhos permitem a discussão matemática dos conceitos de área, de perímetro, de simetria, de proporcionalidade, além de modelagem. Já as cores dos retalhos que compõem o corpo das bonecas (Figura 1a) oferecem a oportunidade de promover discussões sobre colorismo (pessoas negras têm diferentes tons de pele) e representatividade. A prática pedagógica tem referência na teoria da afrocentricidade (Asante, 2009), que busca valorizar a centralidade africana nos saberes afrodiaspóricos brasileiros. Assim, enquanto as alunas e os alunos decidem que retângulo usar na construção das bonecas ou garantem a simetria dos nós que devem dar para distinguir partes do corpo humano, refletem sobre representatividade, sobre identidade racial, sobre ancestralidade e valorização da cultura, ou seja, desenvolvem o letramento racial.

**Figura 1- Oficina das bonecas Abayomis**



Fonte: Arquivo do MOI (2023)

Desde 2023, temos aplicado a atividade nas escolas integrantes do MOI e em outras unidades escolares, além de em eventos acadêmicos e culturais diversos. Cabe destacar que a atividade Bonecas Abayomi foi aplicada pela primeira vez no VI Simpósio Nacional de Formação do Professor de Matemática, realizado na Unirio em 2023. No processo de aplicação da atividade em tela, temos recolhido depoimentos das alunas e dos alunos participantes visando à investigação pretendida. Esses depoimentos têm sido coletados de forma direta, verbalmente ou por escrito. A investigação está em desenvolvimento.

Aqui apresentamos alguns resultados preliminares.

### 3. RESULTADOS EMERGENTES

De caráter qualitativo, a investigação tem buscado identificar nas narrativas dos estudantes elementos que apontem as categorias de análise elencadas: *reflexão crítica sobre questões raciais e de etnia; questionamento de estereótipos, auto-reconhecimento como pessoa negra, autoeficácia, produção de conhecimento*.

Em relação à categoria auto-reconhecimento como pessoa negra, destacamos a narrativa de um estudante do 7º ano do Ensino Fundamental, menino, de uma escola pública municipal do bairro de Vista Alegre não integrante do projeto. A atividade "Bonecas Abayomi" foi aplicada a convite de uma professora participante do projeto. Entendemos que ao escolher o retalho para confeccionar o corpo da boneca, o estudante refletiu sobre sua própria cor:

*Ué... tem um pano aqui que tem a mesma cor que eu... será que sou negro? Acho que sou negro mesmo. (Depoimento verbal do estudante E4, MOI 2023)*

O depoimento ilustrado não difere muito do observado com um grupo de 7 (sete) alunas do 7º e 8º ano de uma escola pública municipal localizada no bairro de Madureira. Das sete apenas uma, negra retinta, se identificava como negra. A análise das narrativas aponta que a atividade promoveu nas demais a reflexão sobre o seu próprio tom de pele, levando-as a se identificarem como negras. Essa experiência nos fez refletir que o fato de ser uma atividade realizada em grupo pode influenciar nos resultados.

A reflexão crítica sobre questões raciais e de etnia, pode ser observada no relato de alunas do Instituto de Educação Carmela Dutra, unidade escolar integrante do MOI localizada no bairro de Madureira. Essas são alunas, normalistas do 2º ano do Ensino Médio. Após terem realizado a atividade Boneca Abayomi na escola, desenvolveram um projeto para submissão a um *hackathon* dirigido a meninas - O HackGirls, promovido pela Fiocruz. Ressaltamos aqui a redação de defesa da proposta, redigida autonomamente pelas meninas, e que resume e ilustra de forma potente o observado nas narrativas individuais:

*Nosso grupo é composto por moradoras de 5 favelas do Rio de Janeiro (...) vemos, a partir de nossas vivências, que muitas meninas faveladas não têm acesso a áreas de lazer e espaços ao ar livre para se distraírem e aproveitarem a sua juventude. Além disso, observamos também que a violência presente no nosso território, faz com que não tenhamos acesso a projetos de iniciação científica. As universidades públicas se encontram muito afastadas das nossas favelas. Por vezes, muitas meninas de comunidade acreditam que as faculdades públicas não são para elas, pois muitas se sentem inferiores às meninas que não moram em comunidade e que têm acesso a esse projeto.*  
(Parte do texto que integra a proposição das alunas do ICD no HackGirls 2023).

### 4. Considerações Finais

Acreditamos que a educação é um campo fundamental de batalha contra estereótipos e preconceitos. Nossa investigação tem mostrado até o momento que é possível contribuir para o desenvolvimento do letramento racial de forma concomitante com o enfrentamento dos vieses de autoeficácia e autosseleção.

Isso reforça a importância dessa discussão. Como as meninas, nós também somos negras, periféricas, vindas da rede pública de ensino. O racismo estrutural e institucional constantemente nega nosso potencial, moldando nossa autopercepção. A atividade com as bonecas Abayomi foi um ponto de transformação: as meninas, empoderadas, viram-se capazes de estar na Fiocruz, representando suas identidades. Nós, ao idealizarmos essa atividade, também encontramos empoderamento. Assim como elas conquistaram o primeiro lugar na Fiocruz, nós nos sentimos fortalecidas para a seleção de mestrado e ingresso na pós-graduação que almejamos. E assim, seguimos fortalecidas em contribuir para a educação etnico-racial dialogando com a educação matemática.

Essas interligações entre nossas vivências e as das meninas reforçam a importância dessa discussão. Muitas não tinham consciência da identidade racial nem de seus impactos. Nós também fomos impactadas negativamente pelas questões de racismo atreladas aos estereótipos de raça em alguns momentos. A atividade com as bonecas Abayomi trouxe compreensão através da matemática para elas e para nós. Acreditamos que é dever da escola e do professor garantir que todos os alunos se vejam representados e reconheçam seu potencial. Concluimos que a educação das relações étnico-raciais é essencial para promover igualdade e fortalecer a identidade de todos os estudantes. Esperamos com este trabalho contribuir para a reflexão sobre o tema, indiscutivelmente urgente e necessário.

## REFERÊNCIAS

- ADICHIE, C. N. **O Perigo de uma História Única**. Companhia das Letras. 2019.
- ASANTE, M.K. Afrocentricidade: notas sobre uma posição disciplinar. In: NASCIMENTO, E.L. (Org.). **Afrocentricidade: uma abordagem epistemológica inovadora**. São Paulo: Selo Negro, 2009. p.93-110
- FANON, Frantz. **Pele negra, máscaras brancas**. Salvador: Ed. UFBA, 2008
- FERREIRA, A. de J. **Letramento Racial Crítico Através de Narrativas Autobiográficas: Com atividades Reflexivas**. Ponta Grossa, Pr: Editora Estúdio Texto, 2015.
- HOTTINGER, S. Mathematics and the Flight from the Feminine: The Discursive Construction of Gendered Subjectivity in Mathematics Textbooks. **Feminist Teacher**, Vol. 21, No. 1 (2010), pp. 54-74. Disponível em: <https://www.jstor.org/stable/10.5406/femteacher.21.1.0054>
- LETA, J. As mulheres na ciência brasileira: crescimento, contrastes e um perfil de sucesso. Mulher, mulheres. **Estudos avançados** 17 (49), dez. 2003. Disponível em: <https://doi.org/10.1590/S0103-40142003000300016>
- ONU Brasil. **Objetivos de Desenvolvimento Sustentável (ODS)**. Disponível em: <https://brasil.un.org/pt-br/sdgs>.





## COMPREENSÃO DO CONHECIMENTO MATEMÁTICO ACADÊMICO IDEALIZADO POR PROFESSORES INICIANTES EM RELAÇÃO AO CONHECIMENTO MATEMÁTICO ESCOLAR, NO ÂMBITO DA SALA DE AULA, NO CONTEXTO DO LESSON STUDY

Emerson Batista Ferreira Mota<sup>1</sup>  
Laura Rifo<sup>2</sup>

**Resumo:** Assimilar o conhecimento matemático escolar tomando como ponto de partida a matemática científica, tem se revelado, para professores iniciantes, relevante e expressivo, especialmente no campo das diversas pesquisas em Educação Matemática. Muitos professores em início de carreira, sobretudo, os que ensinam matemática, apontam algumas dificuldades nesta transição estudante-professor, dentre elas, com maior frequência, o distanciamento entre os conteúdos matemáticos ensinados na graduação daqueles ensinados efetivamente na educação básica. Nesse sentido, esta pesquisa de Doutorado, que está em fase inicial, tem como objetivo, compreender por meio de narrativas, de que maneira os professores iniciantes de matemática, egressos da Universidade do Estado de Minas Gerais UEMG e da Universidade Estadual de Campinas Unicamp, aproximam o conhecimento matemático acadêmico idealizado na formação inicial, do conhecimento matemático escolar, no âmbito da sala de aula, a partir do contexto do Lesson Study (LS). Ressalta-se que o LS se configura como uma possibilidade formativa de aprendizagem nesse contexto. A presente pesquisa ancora-se metodologicamente na abordagem qualitativa do tipo estudo de casos múltiplos, tendo em vista, que os casos analisados serão os professores iniciantes de matemática, mediante observação de suas práticas em sala de aula ao articularem saberes matemáticos ensinados na educação básica somado-se aqueles adquiridos ao longo da graduação. As fontes de evidência se darão, no primeiro momento, por questionários, visando uma primeira aproximação do objeto de estudo e seleção dos professores iniciantes para um estudo mais detalhado. Posteriormente, por meio das entrevistas semiestruturadas conhecer em profundidade estes saberes matemáticos. Finalmente, análise narrativa para compreender, a partir das potencialidades do LS, de que maneira professores de matemática relacionam os conteúdos matemáticos acadêmicos e os ensinados nas escolas de maneira que ambos sejam relevantes para a prática e desenvolvimento profissional docente. A análise dos dados dar-se-á mediante identificação de categorias emergentes para tratamento analítico e interpretativo dos mesmos.

**Palavras-chave:** iniciantes, formação inicial, lesson study, prática docente, formação continuada.

### 1. INTRODUÇÃO

Nas últimas décadas, a formação de professores no Brasil e no resto do mundo tem sido motivo de grandes interrogações devido às várias mudanças sociais, políticas e

---

<sup>1</sup> Doutorando; Universidade Estadual de Campinas/Unicamp, Campinas, São Paulo, Brasil, [emerson.mota@uemg.br](mailto:emerson.mota@uemg.br).

<sup>2</sup> Doutorado; Universidade Estadual de Campinas/Unicamp, Campinas, São Paulo, Brasil, [laurarifo@unicamp.br](mailto:laurarifo@unicamp.br).

econômicas. É crescente a necessidade de adequar a formação dos professores a uma realidade que está em constante processo de inovação.

Ferreira (2003), faz um retrospecto histórico de concepções de formação de professores e das ênfases adotadas nos estudos sobre essa temática, em nível internacional, e, de forma articulada, retrata a situação brasileira. Durante várias décadas, na maioria dos países do mundo, a formação de professores não era considerada tema relevante. “A formação de professores, além dos cursos de licenciatura, consistia basicamente de programas emergenciais voltados para a solução de problemas com o número necessário de professores” (Ferreira, 2003, p. 21).

Ressalta ainda a autora que, a partir da segunda metade dos anos 80, temos a coexistência de ideias distintas relacionadas à formação de professores: formação como treinamento (visão do ensino como arte, portanto deveria ocorrer na escola guiado por um profissional experiente) e formação como educação (visão de ensino como profissão e deveria ocorrer na universidade). Nesse contexto, algumas pesquisas começam a perceber o professor de matemática como alguém que pensa, reflete e transforma sua prática. Surgem trabalhos com temáticas como concepções, percepção dos professores de matemática e atitudes diante das novas epistemologias de ensino e aprendizagem emergentes.

Diversos pesquisadores, como D’Ambrósio, (2001), Ferreira (2003) e outros apontam importantes caminhos para a formação de professores, de forma que os problemas das licenciaturas não serão resolvidos apenas com mudança de currículo. É importante ressaltar que o futuro professor necessita adquirir uma série de competências que só ocorrerá com experiências práticas. Uma proposta de formação com ênfase na prática não trata de abandonar o conhecimento teórico, pelo contrário, não se dispensa de forma alguma uma sólida formação teórica, ou seja, a relação teoria- prática deve ser entendida numa relação dialética permanente, que promova a ação e reflexão do professor.

Esse movimento pretende transpor a formação do professor como mero transmissor de conhecimento para a formação do professor que constrói/reconstrói o conhecimento num processo investigativo. De acordo com Fiorentini (1995), a formação inicial deve possibilitar ao formando oportunidade de vivenciar diversas metodologias de ensino e de aprendizagem, pois o desejável seria o professor tomar conhecimento da diversidade de concepções, paradigmas e/ou ideologias para, então, criticamente, construir e assumir aquela perspectiva que melhor atenda às suas perspectivas enquanto educador e pesquisador.

O início da docência, de maneira geral, é apontado por algumas pesquisas realizadas nessa área (Ponte *et al.*, 2001; Galvão 1995; Vasconcellos, 2009) como um período de grandes adaptações, desafios, descobertas e, em alguns casos, frustrações e decepções. O contato com os novos colegas de profissão, as diversidades existentes entre os alunos, a adaptação ao ambiente escolar, agora no papel de professor, são algumas das situações enfrentadas pelos recém-licenciados. De acordo com Ponte *et al.* (2001, p. 31):

Os primeiros anos da profissão docente são cruciais para o desenvolvimento do conhecimento e identidade do professor. Trata-se de um período em que o jovem professor se encontra entregue a si próprio, tendo de construir formas de lidar com toda uma variedade de papéis profissionais, em condições variadas e, muitas vezes, bastante adversas.

Face a isso, enfatizamos também, a importância do *Lesson Study* (LS) como possibilidade formativa nesse contexto. O LS originou-se historicamente nas escolas japonesas, visto por ser um processo colaborativo e reflexivo de desenvolvimento profissional de professores, centrado no estudo de suas próprias práticas. Nos estudos apontados por Lewis *et al.* (2011), é afirmado que pesquisadores e professores percebem que o LS promove melhorias relativas: ao conhecimento do conteúdo curricular; ao conhecimento do ensino; à capacidade de observar e perceber as dificuldades e possibilidades dos alunos; ao fortalecimento dos vínculos entre os professores; ao fortalecimento da relação entre a prática cotidiana e os objetivos de ensino a longo prazo; ao fortalecimento da motivação e do senso de eficácia; e, ainda, à melhoria da qualidade dos planos e atividades de aula.

Nessa perspectiva, observar e conhecer na prática do professor iniciante, seus problemas e enfrentamentos da sala de aula, a partir do desenvolvimento das etapas do LS, como processo formativo para a gestão da aprendizagem, pode-se configurar como possibilidades de compreender de que maneira os professores iniciantes de matemática podem aproximar o conhecimento matemático acadêmico, idealizado na formação inicial, do conhecimento matemático escolar no âmbito da sala de aula. Professores, nessa fase da carreira, aponta Mota (2023), encontram dificuldades em relacionar o conhecimento matemático estudado na graduação com aqueles efetivamente trabalhados na sala de aula, e nesse sentido, apontam questionamentos para esta dicotomia entre Universidade e Escola.

Em vista disso, a presente pesquisa com os egressos do curso de licenciatura em matemática se apresenta como uma lente teórica ampla, a fim de compreender por meio de narrativas, de que maneira os professores iniciantes de matemática, egressos da UEMG e Unicamp, aproximam o conhecimento matemático acadêmico, idealizado na formação inicial, do conhecimento matemático escolar, no âmbito da sala de aula, considerando o contexto do LS. Desse modo, as inquietações buscam responder os seguintes questionamentos: Quais as contribuições do LS para o desenvolvimento profissional e a reflexão sobre a prática dos professores iniciantes de matemática? De que maneira a prática do LS pode contribuir para a aproximação entre a matemática escolar e a acadêmica?

Tais perguntas são importantes para o presente estudo, visto que a iniciação profissional dos professores de matemática e a prática do LS ganharam posições de objeto de investigação, uma vez que visam analisar os rumos tomados pela UEMG e Unicamp na formação do professor de licenciatura plena e como essas instituições se articulam com as questões da prática pedagógica de seus ex-alunos nos anos iniciais de trabalho docente nas escolas da educação básica.

## 2. METODOLOGIA

A metodologia utilizada terá enfoque qualitativo, com as características de estudo de casos múltiplos o que possibilitará o aprofundamento amplo e diverso em questões históricas, comportamentais, práticas e didáticas-metodológicas dos casos a serem analisados, conforme Yin (2005). Uma das características dos casos múltiplos, enquanto categorias de análise, é comparar e contrastar por meio de narrativas, as percepções dos

participantes da pesquisa, neste caso, os saberes matemáticos acadêmicos e escolares. Como técnicas para a coleta de dados será aplicado questionários e entrevistas semiestruturadas a professores iniciantes de matemática egressos da UEMG e Unicamp.

De acordo com Lüdke (1986), as entrevistas, observações e questionário na perspectiva da abordagem qualitativa possibilita um estreitamento entre o “pesquisador e o fenômeno pesquisado”. Tomando como objeto de estudo a prática do professor iniciante de matemática no contexto do LS, este projeto entra pelas questões problemáticas que envolvem as aprendizagens matemáticas adquiridas pelos estudantes na graduação e que tenham conexões relevantes com a educação básica.

Essas relações na transição aluno-professor podem apontar perspectivas para a ressignificação na formação inicial e continuada, sobretudo, na prática docente. Sendo assim, este projeto pretende, a priori, refletir sobre o momento inicial da docência a partir da prática no LS e um diálogo entre a formação inicial e continuada como também a avaliação crítica da prática pedagógica. Para melhor esclarecer o objeto de estudo e as concepções sobre pesquisas qualitativas os autores Bogdan e Biklen apontam:

Na busca de conhecimento, os investigadores qualitativos não reduzem as muitas páginas contendo narrativas e outros dados a símbolos numéricos. Tentam analisar os dados em toda a sua riqueza, respeitando, tanto quanto possível a forma em que estes foram registrados ou transcritos (Bogdan; Biklen, 1994, p. 48).

### 3. CONCLUSÕES OU CONSIDERAÇÕES FINAIS

Algumas dificuldades enfrentadas pelos professores de matemática, em início de carreira, representam oportunidades para se aprofundar no conhecimento do que acontece realmente na prática, pois ela é múltipla e complexa, caracterizando como objeto de pesquisas necessários de melhores compreensões. Aliado a isso, acredita-se, que a prática do LS, nestes contextos formativos, poderá proporcionar boas práticas aos iniciantes, sobretudo, de forma contributiva e colaborativa, para o desenvolvimento profissional da carreira docente.

Portanto, espera-se com essa pesquisa, que as instituições de Ensino Superior, especialmente aquelas formadoras de professores de matemática, possam refletir sobre quais conhecimentos matemáticos acadêmicos são necessários para a prática docente na educação básica e conseqüentemente relevantes e significativas para os alunos.

### REFERÊNCIAS

- BOGDAN, R. C.; BIKLEN, S. K. Investigação qualitativa em educação. **Tradução Maria J. A.; Sara B. dos S.**; Telmo M. B. Porto: Porto Editora, 1994.
- D'AMBROSIO, U. In My Opinion: What Is Ethnomathematics, and How Can It Help Children in Schools?. **Teaching children mathematics**, v. 7, n. 6, p. 308-310, 2001.
- FERREIRA, A. C. Um olhar retrospectivo sobre a pesquisa brasileira em Formação de Professores de Matemática. In FIORENTINI, D. et al. **Formação de Professores de Matemática: explorando novos caminhos com outros olhares**. Campinas-SP: Mercado de Letras, 2003, p. 19-50.
- FIORENTINI, D. Alguns modos de ver e conceber o ensino de matemática no Brasil. **Zetetiké**, Campinas, n. 4, 1-37, nov. 1995.
- GALVÃO, C. Narrativas em Educação. In: **Ciência & Educação**. Programa de Pós-Graduação em Educação para a ciência. V. 1. Bauru: Faculdade de ciências, 1995. p. 327-345.
- LEWIS, C. C.; PERRY, R. R.; FRIEDKIN, S. Using Japanese curriculum materials to support lesson study

- outside Japan: Toward coherent curriculum. **Educational Studies in Japan**, v. 6, p. 5- 19, 2011.
- LÜDKE, M.; ANDRÉ, M. E. D. A. **Pesquisa em educação: abordagens qualitativas**. São Paulo: EPU, 1986.
- MOTA, E. **Dificuldades e enfrentamentos de professores iniciantes de matemática egressos da Universidade do Estado de Minas Gerais**. Campinas, SP: [s.n.], 2023.
- PONTE, J. P., *et al.* O início da carreira profissional de professores de matemática e ciências. **Revista de Educação**, 10(1), 31-45. 2001.
- VASCONCELLOS, C. dos S. **Avaliação Concepção Dialética, Libertadora do Processo de Avaliação Escolar**. 11.ed. São Paulo: Libertad, 2009.
- YIN, R. K. **Estudo de caso: planejamento e métodos**. Porto Alegre: Bookman, 2005.



## JOGOS PARA O ENSINO E APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA NA FORMAÇÃO CONTINUADA DE PROFESSORES

Flávia Souza Machado da Silva<sup>1</sup>  
Évelin Meneguesso Barbaresco<sup>2</sup>  
Rita de Cássia Pavan Lamas<sup>3</sup>

**Resumo:** Os documentos oficiais de ensino indicam o uso de jogos como recurso didático para o ensino e aprendizagem de Matemática. No entanto, a forma como os jogos são utilizados em sala de aula influencia na compreensão dos conteúdos envolvidos nos mesmos. O objetivo deste trabalho é apresentar um recorte da pesquisa realizada a partir da formação continuada de professores, relacionada ao uso de jogos em sala de aula, na perspectiva da Metodologia de Resolução de Problemas, para introdução e retomada de conteúdos de forma a desenvolver as habilidades da componente curricular Matemática. Essa formação ocorreu no Instituto de Biociências Letras e Ciências Exatas de São José do Rio Preto, vinculada ao projeto "Laboratório de Matemática: espaço para ampliação e construção do conhecimento" numa parceria entre a Universidade Estadual Paulista (Unesp) e as Diretorias de Ensino Região de José Bonifácio e de São José do Rio Preto. Em particular, neste trabalho apresentaremos os resultados obtidos com a formação de professores utilizando o jogo de tabuleiro intitulado Avançado com o Resto na perspectiva da Metodologia de Resolução de Problemas. A formação proporcionou conhecimento da Metodologia de Resolução de Problemas e como aplicar o jogo em sala de aula utilizando essa metodologia. Os professores conseguiram identificar os conteúdos a serem abordados com o jogo, entre eles: algoritmo da divisão, divisibilidade, paridade, múltiplo comum e número primo. Na análise realizada durante a formação ficou evidente que a mesma possibilitou aos professores inovarem as suas práticas docentes.

**Palavras-chave:** jogos matemáticos, metodologia de resolução de problemas, ensino de matemática, formação de professores, divisão.

### 1. INTRODUÇÃO

A atividade de jogar pode proporcionar o desenvolvimento de habilidades do raciocínio como organização, concentração, desenvolvimento da linguagem, criatividade e raciocínio dedutivo, uma verdadeira aliada no ensino e aprendizagem da Matemática. Ainda, favorece a socialização e o desenvolvimento de habilidades socioemocionais (Macedo, Petty e Passos, 2000). Segundo Borin (2007), outro fator importante que os jogos propiciam é a diminuição do bloqueio que muitos alunos apresentam com a Matemática.

---

<sup>1</sup> Professora Doutora; Universidade Estadual Paulista (UNESP), Instituto de Biociências Letras e Ciências Exatas, São José do Rio Preto, São Paulo, Brasil; [flavia.sm.silva@unesp.br](mailto:flavia.sm.silva@unesp.br).

<sup>2</sup> Professora Doutora; Universidade Estadual Paulista (UNESP), Instituto de Biociências Letras e Ciências Exatas, São José do Rio Preto, São Paulo, Brasil; [evelin.m.barbaresco@unesp.br](mailto:evelin.m.barbaresco@unesp.br).

<sup>3</sup> Professora Doutora; Universidade Estadual Paulista (UNESP), Instituto de Biociências Letras e Ciências Exatas, São José do Rio Preto, São Paulo, Brasil; [rita.lamas@unesp.br](mailto:rita.lamas@unesp.br).

Para que a utilização dos jogos em sala de aula promova o ensino e aprendizagem de Matemática é fundamental a escolha adequada dos mesmos e a forma de utilizá-los. Com isso o aluno vai além da fase de mera tentativa e erro ou de apenas jogar por diversão, fazendo com que ele aprenda conteúdos e desenvolva seu raciocínio lógico. A Metodologia da Resolução de Problemas direciona o uso do jogo nessa linha.

Neste trabalho apresentaremos um recorte da pesquisa realizada a partir da formação continuada de professores, relacionada ao uso de jogos em sala de aula, na perspectiva da Metodologia de Resolução de Problemas, para introdução e retomada de conteúdos, de forma a desenvolver as habilidades do componente curricular de Matemática.

## 2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Os documentos oficiais de ensino indicam o uso de jogos como recurso didático. Em particular, a Base Nacional Curricular Comum (Brasil, 2018, p. 276):

[...] orienta-se pelo pressuposto de que a aprendizagem em Matemática está intrinsecamente relacionada à compreensão, ou seja, à apreensão de significados dos objetos matemáticos, sem deixar de lado suas aplicações. [...] Desse modo, recursos didáticos como malhas quadriculadas, ábacos, jogos, livros, vídeos, calculadoras, planilhas eletrônicas e softwares de geometria dinâmica têm um papel essencial para a compreensão e utilização das noções matemáticas.

Os jogos possibilitam a produção de uma experiência significativa para as crianças tanto em termos de conteúdos escolares como desenvolvimento de competências e habilidades (Macedo; Petty; Passos, 2000). O aluno é motivado a pensar ao jogar, desta forma, ele descobre, formula questões, resolve problemas e não somente recebe informações.

O uso de jogos na perspectiva da Metodologia da Resolução de Problemas em sala de aula proporciona uma aprendizagem mais significativa e serve tanto para introduzir como para retomar conceitos. Também em Grando (2000, p. 32 *apud* Grando, 1995):

defende-se a inserção dos jogos no contexto educacional numa perspectiva de resolução de problemas, garantindo ao processo educativo os aspectos que envolvem a exploração, explicitação, aplicação e transposição para novas situações-problema do conceito vivenciado.

A formação com os professores foi pautada no uso de jogos na perspectiva da Metodologia da Resolução de Problemas, sendo esta uma tendência atual no processo de ensino e aprendizagem de matemática. Nos estudos e pesquisas sobre essa metodologia destaca-se o trabalho pioneiro de George Polya (2006). Para um melhor desempenho na resolução de um problema matemático, Polya (2006) sugere o uso de quatro etapas: compreensão do problema; estabelecimento de um plano; execução do plano e retrospecto. Tais etapas estão fortemente relacionadas com a forma ideal de se utilizar os jogos em sala de aula (Borin, 2007). No entanto, para que isso ocorra, o professor precisa conhecer essa metodologia e saber como aplicá-la com os jogos.

Apresentaremos neste trabalho como ocorreu a formação realizada com os professores, para se explorar o jogo Avançando com o Resto na perspectiva da Resolução de

Problemas, visando a sua aplicação em sala de aula.

### 3. ASPECTOS METODOLÓGICOS

A formação foi desenvolvida com a participação de 132 professores de escolas jurisdicionadas às Diretorias de Ensino Regiões de José Bonifácio e de São José do Rio Preto. Foram realizados três encontros, que ocorreram no Laboratório de Ensino de Matemática do Instituto de Biociências, Letras e Ciências Exatas de São José do Rio Preto, no segundo semestre de 2023, totalizando vinte e quatro horas.

A pesquisa realizada foi de abordagem qualitativa, baseada na análise do desenvolvimento dos professores durante a formação realizada para capacitação sobre o uso de jogos, na perspectiva da Metodologia de Resolução de Problemas, como recurso pedagógico para o ensino de matemática em sala de aula. A formação envolveu aspectos teóricos e práticos, conforme segue:

- aspectos teóricos da Metodologia de Resolução de Problemas e de jogos na perspectiva desta metodologia;
- aspectos práticos vivenciando o jogo Avançando com o Resto, abordado na perspectiva da Metodologia de Resolução de Problemas.

Os aspectos teóricos da Metodologia de Resolução de Problemas foram apresentados baseados em Allevato, Onuchic (2014) e Polya (2006), e de jogos em Borin (2007) e Macedo, Petty e Passos (2000).

Quanto aos aspectos práticos para o desenvolvimento do jogo Avançando com o Resto, na perspectiva da Metodologia de Resolução de Problemas, os professores jogaram de forma a vivenciar como deveriam utilizar o jogo em sala de aula com seus alunos. Para isso, eles fizeram a leitura (individual e coletiva) das regras para compreendê-las, buscaram diferentes estratégias para vencer o jogo, verificaram se a estratégia adotada foi eficiente ou não, e validaram o resultado obtido com o jogo. Em paralelo, os professores foram instruídos a pensar em conteúdos que poderiam ser abordados com o jogo, questionamentos direcionados para seus alunos, identificar situações-problema, possíveis adaptações ou ampliações do jogo.

Durante esse processo, as formadoras (autoras) atuaram como mediadoras, formulando perguntas e questionamentos relevantes, em momentos oportunos do jogo, que deve ser o papel do professor em sala de aula para com os seus alunos. Também indicaram a necessidade de se fazer uma sistematização de conteúdos e estratégias no final do jogo.

### 4. RESULTADOS E DISCUSSÕES

Para a formação com os professores foi utilizado o jogo Avançando com o Resto adaptado de Borin (2007), quanto ao tabuleiro. O jogo é composto por um tabuleiro (Figura 1), um dado de seis faces e um marcador para cada equipe. O objetivo do jogo é chegar em primeiro lugar ao espaço com a palavra FIM e as regras podem ser consultadas em: <https://www.ibilce.unesp.br/#!/departamentos/matematica/extensao/lab-mat/jogos-no-ensino-de-matematica/6-ao-9-ano/>.



**Figura 1 - Tabuleiro do jogo Avançando com o Resto**

|    |    |    |    |    |    |    |    |    |       |    |        |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|-------|----|--------|
| 21 | 14 | 53 | 68 | 55 | 60 | 47 | 12 | 13 | 84    | 71 | 22     |
| 16 |    |    |    |    |    |    |    |    |       |    | 33     |
| 15 |    | 20 | 23 | 24 | 17 | 89 | 11 | 43 | F I M |    | 18     |
| 92 |    | 43 |    |    |    |    |    |    |       |    | 85     |
| 97 |    | 36 | 25 | 88 | 19 | 0  | 42 | 31 | 34    | 77 | 39     |
| 50 |    |    |    |    |    |    |    |    |       |    |        |
| 37 | 28 | 41 | 76 | 29 | 26 | 27 | 30 | 35 | 32    | 39 | início |

Fonte: Unesp (2023)

A partir da vivência com o jogo, os professores fizeram apontamentos, tais como: o número 60 é divisível por todos os números do dado; se o divisor for o número 1, o resto é sempre zero; o número máximo de casas que se pode avançar é 5; é vantajoso cair numa casa contendo um número primo; se o marcador estiver nas casas contendo os números 24 ou 36, a única maneira de avançar é quando se obtém o número 5 no lançamento do dado; na casa contendo o número 0 está escrito “TCHAU”. Eles observaram que, a partir de questionamentos adequados feitos pelo professor aos alunos, durante a aplicação do jogo, pode-se abordar vários conteúdos, entre eles: algoritmo da divisão, paridade, divisibilidade, múltiplo comum e número primo.

Entre os questionamentos que propusemos para que venham utilizar em sala de aula citamos: i) Quais são os restos possíveis quando no lançamento do dado se obtém o número 2? E para o número 5?; ii) Qual é o maior número de casas que uma equipe pode deslocar um de seus marcadores, em uma jogada?; iii) Quais os números das casas em que é mais difícil deslocar um marcador que se encontra nela?; iv) Quais são os possíveis deslocamentos para o marcador que se encontra na casa com o 60?; v) Quais são os números que permitem o movimento do marcador, desde que o número obtido no lançamento do dado seja diferente de 1?

Ainda, os professores fizeram sugestões de adaptações nas regras, dentre as quais: se o marcador ficar na casa com o número 60, a equipe deverá voltar uma casa (ou pular para a próxima casa). Mas, foi discutido que, inicialmente é importante jogar com a regra proposta, devido às situações que surgem e permitem a abordagem de vários conteúdos, para depois jogar com a regra adaptada. Outra adaptação sugerida foi usar dois dados de 6 faces e dois marcadores para cada equipe.

Pela análise realizada durante a formação, verificou-se que os professores adquiriram novos conhecimentos metodológicos (Metodologia da Resolução de Problemas e uso de jogos nessa perspectiva), o que lhes proporcionou segurança para utilizar esse jogo no ensino de determinados conteúdos e inovar em suas práticas docentes.

## 5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

A utilização de jogos como recurso pedagógico para o ensino e a aprendizagem de Matemática é sugerida nos documentos oficiais de ensino. Entretanto, a metodologia a ser utilizada na aplicação do jogo em sala de aula impacta a compreensão dos conteúdos associados a eles. Uma metodologia apropriada para favorecer tanto a aprendizagem de conteúdos quanto o desenvolvimento de competências e habilidades é a Metodologia da Resolução de Problemas.

A formação continuada realizada com os professores para capacitação sobre o uso de jogos, na perspectiva da Metodologia de Resolução de Problemas, como recurso pedagógico para o ensino de matemática em sala de aula, envolveu tanto aspectos teóricos quanto práticos. Dessa forma, os professores puderam adquirir novos conhecimentos metodológicos (Metodologia da Resolução de Problemas e uso de jogos nessa perspectiva). Ainda, vivenciaram a aplicação do jogo "Avançando com o Resto", analisando suas potencialidades e desafios, e refletindo sobre como adaptar e integrar esse recurso nas suas práticas pedagógicas.

O uso de jogos associado a uma metodologia adequada é uma estratégia pedagógica valiosa para uma aprendizagem significativa e o desenvolvimento integral dos alunos.

## REFERÊNCIAS

- BORIN, J. **Jogos e Resolução de Problemas**: Uma estratégia para as salas de aulas de matemática. 3 ed. São Paulo: CAEM-IME / USP, 2007.
- BRASIL. Ministério da Educação (MEC). Conselho Nacional de Secretários de Educação (CONSED). União Nacional dos Dirigentes Municipais de Educação (UNDIME). **Base Nacional Comum Curricular (BNCC)**: educação é a base. Brasília: MEC/CONSED/UNDIME, 2018.
- GRANDO, R.C. **O conhecimento matemático e o uso de jogos na sala de aula**. 2000. 224 f. Tese (Doutorado em Educação) - Faculdade de Educação, Universidade de Campinas, Campinas, 2000.
- UNESP. Ibilce. **Laboratório de Matemática**. Jogos no Ensino Fundamental II: 6º ao 9º Ano. 2023. Disponível em: <http://www.ibilce.unesp.br/#!/departamentos/matematica/extensao/lab-mat/jogos-no-ensino-de-matematica/6-ao-9-ano/>. Acesso em 29 de maio de 2024.
- MACEDO, L.; PETTY; A.L.S.P.; PASSOS, N.C. **Aprender com Jogos e Situações Problemas**. Porto Alegre: Artmed, 2000.
- ONUCHIC, L. R. *et al.* **Resolução de Problemas**: Teoria e Prática. Jundiaí: Paco Editorial, 2014.
- POLYA, G. **A arte de resolver problemas**: um novo aspecto do método matemático. Tradução e adaptação: Heitor Lisboa de Araújo. 2.ed. Rio de Janeiro: Interciência, 2006.



## A FORMAÇÃO CONTINUADA DE PROFESSORES COMO ESTRATÉGIA PARA O DESENVOLVIMENTO DE COMPETÊNCIAS DIGITAIS

Helaine Araujo de Oliveira<sup>1</sup>

**Resumo:** Esta pesquisa visa discutir acerca da formação continuada de professores como estratégia para o desenvolvimento de competências digitais, pois, com as enérgicas transformações digitais, percebe-se a necessidade e relevância de se ter professores altamente qualificados para integração das tecnologias digitais no contexto da sala de aula, corroborando para a formação de estudantes críticos e competentes digitalmente. Para isso, a abordagem utilizada é a qualitativa, sendo uma pesquisa bibliográfica do tipo ensaio teórico, fundamentada em autores que pesquisam sobre competências digitais, educação e tecnologia, bem como, em documentos oficiais, tais como a Lei de Diretrizes e Bases da Educação (LDB), Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e Política Nacional de Educação Digital (PNED). Por meio das leituras e análises realizadas, pode-se concluir que a formação continuada de professores é de extrema importância para o processo de ensino e aprendizagem, sobretudo, na sociedade contemporânea, onde o digital se faz presente. Assim, discutir sobre o desenvolvimento de competências digitais contribui para que o processo formativo esteja alinhado com as políticas nacionais, dado que a sociedade está em constante transformação.

**Palavras-chave:** competências digitais, formação continuada de professores, tecnologias digitais, políticas públicas.

### 1. INTRODUÇÃO

A formação continuada de professores, na sociedade digital, como estratégia para o desenvolvimento de competências digitais é uma temática de extrema relevância, pois, a literatura enfatiza que o processo de ensino e aprendizagem deve acompanhar os avanços e inovações tecnológicas. Isso desperta o interesse de estudiosos para a promoção de processos formativos em que as tecnologias digitais sejam uma realidade. Embora a inclusão digital ainda não seja uma realidade no mundo, sobretudo, no Brasil, ainda assim, percebe-se que há políticas públicas que buscam diminuir esse fosso entre os cidadãos.

O PNED traz no seu primeiro eixo a inclusão digital, o qual deve ter como prioridade a promoção de competências digitais e informacionais, ferramentas online de diagnósticos, treinamentos, facilitação ao desenvolvimento e ao acesso a plataformas e repositórios de recursos digitais, promoção de processos de certificação, implementação e integração de infraestrutura de conectividade para fins educacionais (Brasil, 2023). Estratégias que podem ser integradas ao processo de ensino e aprendizagem, especialmente, no que diz respeito à formação continuada do professor, pois, uma vez habilitado para o uso das tecnologias digitais, também estarão aptos a integrá-las em suas práticas pedagógicas.

Portanto, a formação continuada é um meio pelo qual as competências digitais podem ser desenvolvidas mediante sequências de atividades, construídas colaborativamente para o

---

<sup>1</sup> Doutoranda em Educação Científica e Tecnológica pela Universidade Federal de Santa Catarina/UFSC, Florianópolis, SC - Brasil. E-mail: [helainearaujodeoliveira@gmail.com](mailto:helainearaujodeoliveira@gmail.com).

enriquecimento do ensino com as tecnologias digitais.

## 2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

A era digital exige professores altamente qualificados para atuar na sociedade da informação, visto que, com a ubiquidade das tecnologias digitais, as pessoas estão conectadas a todo momento nas redes de comunicação e informação. Nesse sentido, a escola, como espaço de construção coletiva e colaborativa de conhecimento, é um ambiente onde as tecnologias digitais têm sido amplamente integradas e, sobretudo, discutidas sobre sua aplicabilidade no processo de ensino e aprendizagem. Isso porque, “vivemos [...] na era da informação, uma época de rápidas mudanças, de aumento sem precedentes de interdependência e complexidade, o que está causando uma mudança radical na nossa forma de comunicar, agir, pensar e expressar” (Pérez-Gómez, 2015, p. 14). Tais mudanças têm desencadeado novos desafios na educação, sendo de suma importância a formação de professores competentes digitalmente para atender as demandas da sociedade em constante transformação. Fato que, a informação digital tem impactado diversos setores de serviços, contribuindo para que a informação e o conhecimento sejam integrantes de extrema relevância na cultura atual.

Dessa forma, conforme afirma Pérez-Gómez (2015, p.17):

A distinta posição dos indivíduos no que diz respeito à informação define seu potencial produtivo, social e cultural, e até mesmo chega a determinar a exclusão social daqueles que não são capazes de entendê-la e processá-la. A capacidade para usar a tecnologia da informação é cada dia mais decisiva, pois muitos dos serviços, do trabalho e dos intercâmbios estão e estarão cada vez mais acessíveis apenas por meio da rede. Por isso, aparece com maior clareza e urgência a necessidade de formação de novos cidadãos para viver em um novo ambiente digital de possibilidades e riscos desconhecidos.

Diante disso, a formação continuada como estratégia para o desenvolvimento de competências digitais é de extrema importância, pois, ao ter professores qualificados para o uso das tecnologias digitais, corrobora-se para se ter alunos críticos, criativos e competentes digitalmente. Nesse sentido, segundo a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), uma das competências gerais da educação básica é:

Compreender, utilizar e criar tecnologias digitais de informação e comunicação de forma crítica, significativa, reflexiva e ética nas diversas práticas sociais (incluindo as escolares) para se comunicar, acessar e disseminar informações, produzir conhecimentos, resolver problemas e exercer protagonismo e autoria na vida pessoal e coletiva (Brasil, 2018, p. 9).

As tecnologias digitais são ubíquas, e a sua presentificação tem exigido mudanças no processo de ensino e aprendizagem. Assim, ao ensinar competências “no âmbito da educação escolar, [será possível identificar] o que qualquer pessoa necessita para responder aos problemas que enfrentará ao longo da vida” (Zabala; Arnau, 2010, p. 27). Nessa perspectiva, a Lei n.º 9394 de 1996, (Lei de Diretrizes e Bases da Educação), aponta como dever do Estado, garantir aos estudantes na educação escolar pública, conforme

preceitua o art. 4º, inciso XII, a:

Educação digital, com a garantia de conectividade de todas as instituições públicas de educação básica e superior à internet em alta velocidade, adequada para o uso pedagógico, com o desenvolvimento de competências voltadas ao letramento digital de jovens e adultos, criação de conteúdos digitais, comunicação e colaboração, segurança e resolução de problemas (Brasil, 1996, art. 4, inc. XII).

No entanto, para a sua efetivação, no parágrafo único, destaca que “[...] as relações entre o ensino e a aprendizagem digital deverão prever técnicas, ferramentas e recursos digitais que fortaleçam os papéis de docência e aprendizagem do professor e do aluno e que criem espaços coletivos de mútuo desenvolvimento” (Brasil, 1996, título III, art.4, parágrafo único). Nessa perspectiva, a formação continuada de professores, como estratégia, é crucial para o processo de ensino e aprendizagem. Ademais, estará atendendo ao que propõem as legislações, em especial, a Lei n.º 14.533, de 11 de janeiro de 2023, que instituiu a Política de Nacional de Educação Digital (PNED), sendo que dentre os quatro eixos estruturantes, tem-se a Educação Digital Escolar, visando, “garantir a inserção da educação digital nos ambientes escolares, em todos os níveis e modalidades, a partir do estímulo ao letramento digital e informacional e à aprendizagem de computação, de programação, de robótica e de outras competências digitais” (Brasil, 2023, art. 3). O eixo em questão, corrobora com o que defendem as pesquisadoras Behar e Silva (2022), quando destacam “a necessidade de discutir sobre as competências digitais”, visto que “a sociedade está em plena exploração tecnológica, modificando o estilo da vida dos sujeitos, em especial a forma de se comunicar, de pensar e de se comportar” (Behar; Silva, 2022, p. 11).

Diante disso, as competências digitais surgem como apoio ao processo de formação integral do cidadão, especialmente, por estarem inseridos em uma sociedade altamente conectada. Para as pesquisadoras, competências digitais “são compreendidas como um conjunto de conhecimento, habilidades e atitudes que, com o uso seguro e crítico de uma tecnologia digital, permitem ao sujeito solucionar determinados problemas básicos em todas as esferas da vida”(Behar; Silva, 2022, p. 11).

Vale frisar que no DigCompEdu: Quadro Europeu de Competência Digital para Educadores, em sua versão em português, traduzidas por Lucas e Moreira (2018), estão detalhadas as competências digitais que os professores devem alcançar para ensinar com as tecnologias digitais. São seis áreas, as quais totalizam vinte e duas competências digitais essenciais para melhorias no processo de ensino e aprendizagem, sendo a área 1 relacionada com o desenvolvimento profissional do educador. As áreas 2 a 5, são consideradas como “núcleo” do quadro, pois são as que explicitam de forma clara e objetiva a atuação pedagógica do professor, ou seja, suas competências para o ensino com as tecnologias digitais, de forma que o ensino esteja pautado em “estratégias de ensino e aprendizagens eficientes, inclusivas e inovadoras” (Lucas; Moreira, 2018, p. 16). Por fim, não menos importante, tem-se a área seis, que enfatiza a promoção da competência digital dos aprendentes.

Dessa forma, o professor digitalmente competente poderá inovar e melhorar suas práticas pedagógicas, para participar numa sociedade digital com criticidade, criatividade e produtividade. Isso porque, “ambas as áreas reconhecem que a competência digital dos educadores ultrapassa a utilização concreta de tecnologias digitais no ensino e aprendizagem” (Lucas; Moreira, 2018, p. 17).

### 3. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Quando o assunto é educação, há uma série de adversidades e possibilidades. Nesse contexto, destaca-se a formação continuada de professores, como uma estratégia crucial para a integração das tecnologias digitais no contexto educacional, bem como, um meio para garantir aos professores o desenvolvimento de competências digitais, as quais são necessárias para atuação na sociedade contemporânea e digital. O processo formativo, quando alinhada às orientações trazidas nos documentos oficiais e políticas públicas, possibilita que os professores alcancem a proficiência para o uso das tecnologias digitais, propiciando melhorias em suas práticas pedagógicas, a fim de que os estudantes possam estar preparados para a inserção na sociedade cada vez mais conectada aos meios digitais.

Além disso, a formação continuada promove e estimula o “letramento digital, informacional e a aprendizagem de computação, de programação, de robótica e de outras competências digitais” (Brasil, 2023, art. 3). Contudo, vale frisar que a competência digital está para além do uso das tecnologias digitais no ensino e aprendizagem de forma meramente simples. Refere-se ao uso com intencionalidade, com vistas a proporcionar mudanças profundas no que diz respeito à capacidade de inovação, criticidade e produtividade no contexto educacional, para que atenda às exigências da sociedade digital. Vale destacar que a temática está em processo de construção da pesquisa e elaboração da minha tese de doutorado, mas as leituras iniciais possibilitaram refletir acerca do assunto aqui explicitado, possibilitando enriquecer as discussões acerca da importância de investimentos em ações que promovam a inovação e a tecnologia na educação, para poder garantir aos professores meios para o enfrentamento dos desafios na era digital.

### REFERÊNCIAS

- BEHAR, P. A.; SILVA, K. K. A. **Competências Digitais em Educação: do conceito à prática**. São Paulo: Artesanato Educacional, 2022.
- BRASIL, **Lei nº 9394, de 20 de dezembro de 1996**. Estabelece as diretrizes e bases da educação nacional (LDB). Brasília: Presidência da República, [1996]. Disponível em: [https://www.planalto.gov.br/ccivil\\_03/leis/l9394.htm](https://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/l9394.htm). Acesso em: 20 maio. 2023.
- BRASIL. **Ministério da Educação**. Base Nacional Comum Curricular (BNCC). Brasília, 2018. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/>. Acesso em: 21 maio. 2023.
- BRASIL, **Lei nº 14533, de 11 de janeiro de 2023**. Institui a Política Nacional de Educação Digital (PNED). Brasília: Presidência da República, [2023]. Disponível em: [https://www.planalto.gov.br/ccivil\\_03/Ato2023-2026/2023/Lei/L14533.htm](https://www.planalto.gov.br/ccivil_03/Ato2023-2026/2023/Lei/L14533.htm). Acesso em: 20 maio. 2023.
- LUCAS, M.; MOREIRA, A. **DigCompEdu: Quadro Europeu de Competência Digital para Educadores**. Aveiro: Editora Universidade de Aveiro, 2018. Disponível em: [https://erte.dge.mec.pt/sites/default/files/doc/2\\_digcompedu\\_quadro\\_europeu\\_competencia\\_digital\\_educadores.pdf](https://erte.dge.mec.pt/sites/default/files/doc/2_digcompedu_quadro_europeu_competencia_digital_educadores.pdf). Acesso em: 26 maio. 2023.
- PÉREZ GÓMEZ, Á.I. **Educação na era digital: a escola educativa**. Porto Alegre: Penso, 2015. ZABALA, A; ARNAU, L. **Como aprender e ensinar competências**. Porto Alegre: Artmed, 2010.





## CURRICULARIZAÇÃO DA EXTENSÃO: O PAPEL DOS PRODUTOS EDUCACIONAIS DO PROFMAT/UFSM EM UM PROJETO COM MATERIAIS DIDÁTICOS

Karine Faverzani Magnago<sup>1</sup>  
Luciane Gobbi Tonet<sup>2</sup>  
Quendra Silva Cartier Larangeira<sup>3</sup>

**Resumo:** Esse trabalho visa discutir o potencial papel dos produtos educacionais elaborados nas dissertações do Profmat/UFSM em projetos e programas de extensão, em particular no contexto da “curricularização da extensão”. São apresentados dois exemplos que propiciaram o desenvolvimento de atividades para o ensino de Matemática na Educação Básica, demonstrando a viabilidade do aproveitamento desses materiais.

**Palavras-chave:** curricularização da extensão, material didático, Profmat

### 1. INTRODUÇÃO

A Resolução nº 7, de 18 de dezembro de 2018, da Câmara de Educação Superior traz em seu artigo quarto a obrigatoriedade de no mínimo 10% da carga horária dos cursos de graduação ser composta por ações de extensão (Brasil, 2018), o que levou ao processo conhecido como “curricularização da extensão”. Essa “curricularização” significa que a extensão passa a fazer parte integrante do currículo dos cursos, não mais ocupando uma função complementar ou opcional na formação do futuro profissional. A implementação dessa resolução foi abruptamente interrompida pela ocorrência da pandemia de Covid-19 a partir do início 2020; por isso, com o intuito de retomar e ajustar sua implementação, o Parecer nº 576/2023, de 09 de agosto de 2023 foi concebido, o qual “reforça a necessidade da compreensão de que a aprendizagem de competências exige uma imersão prática que a extensão pode oferecer” (Brasil, 2023, p. 2).

Dentro desse processo de curricularização da extensão foi construído o projeto denominado “Criação de Material Didático Instrucional para Oficinas e Museu de Matemática” cujo objetivo principal é a elaboração de material didático para o ensino de matemática, direcionado à Educação Básica, colaborando na construção de uma educação de qualidade.

Esse projeto pretende atender à Diretriz da Extensão na Educação Superior que garante “a articulação entre ensino/extensão/pesquisa” (Brasil, 2018, p. 2) e à diretriz presente na Política de Extensão da UFSM que prevê “III – Indissociabilidade entre ensino, pesquisa e extensão, caracterizada pela integração da atividade extensionista à formação técnico-científica e cidadã do estudante, o desenvolvimento e a capacitação

<sup>1</sup> Doutor; Universidade Federal de Santa Maria/UFSM, Santa Maria, RS, Brasil, [karine@ufsm.br](mailto:karine@ufsm.br).

<sup>2</sup> Doutor; Universidade Federal de Santa Maria/UFSM, Santa Maria, RS, Brasil, [lucianegobbi@yahoo.com.br](mailto:lucianegobbi@yahoo.com.br).

<sup>3</sup> Acadêmica; Universidade Federal de Santa Maria/UFSM, Santa Maria, RS, Brasil, [quendra.larangeira@acad.ufsm.br](mailto:quendra.larangeira@acad.ufsm.br).

tecnológica, à produção e à difusão de novos conhecimentos e metodologias” (UFSM, 2019).

Nesse trabalho, é evidenciada a contribuição de produtos educacionais desenvolvidos em dissertações do Profmat (UFSM) para a elaboração dos materiais didáticos previstos, assim como indutores da produção de novos materiais. São apresentados dois exemplos inspirados ou adaptados a partir de dissertações do Profmat (UFSM). Uma breve discussão é realizada no final destacando às possibilidades de utilização de produtos educacionais do Profmat em programas e projetos de extensão.

## 2. MESTRADO PROFISSIONAL E PRODUTO EDUCACIONAL ALIADO À EXTENSÃO

O Profmat, assim como outros programas de mestrado profissional em Ensino, prevê a elaboração de um produto educacional que pode ser, por exemplo, uma sequência didática, um e-book, um aplicativo, etc.

Com o intuito de disseminar objetos educacionais para estudantes e docentes de todos os níveis, foi criada a plataforma eduCAPES (<https://educapes.capes.gov.br/>). A partir de 2024, os produtos educacionais do Profmat passaram a ser publicados nessa plataforma de forma sistemática, muitos dos quais sem restrição de uso. Assim, esses produtos também podem ser opções para compor o acervo de materiais para projetos de extensão. Em particular, o Profmat/UFSM passou a exigir produtos educacionais a partir de 2020.

Observando os objetivos do nosso projeto, buscou-se nos produtos do Profmat/UFSM materiais que pudessem ser aproveitados de forma integral ou parcial, adaptados ou que servissem de inspiração para produção de novos materiais.

A seguir, são apresentados dois exemplos de atividades desenvolvidas em ações do projeto que foram inspiradas em dissertações do Profmat/UFSM.

### 2.1 Frações Circulares e a Divisão

A docente da Educação Básica Magnaguagno (2024) buscou abordar as operações com frações de forma que os alunos percebessem seus significados, desvinculando dos algoritmos tradicionais. Para esse fim, ela desenvolveu uma sequência de atividades com frações circulares e régua fracionária, incluindo a construção desses materiais. Inspirados no trabalho dela, mas com adaptações a realidade do projeto de extensão, foram desenvolvidas atividades para ser aplicadas com estudantes do 5º e do 6º anos do Ensino Fundamental. Um recorte dessas atividades é apresentado em seguida, especificamente para o entendimento da divisão de números fracionários.

A Figura 1 apresenta a primeira questão proposta referente ao trabalho com divisão.

**Figura 1- Questão inicial para o trabalho com divisões de frações**

1. Calcular  $1 \div \frac{1}{4}$  significa determinar quantas vezes  $\frac{1}{4}$  cabe em 1, ou seja, quantas peças amarelas cabem dentro do círculo vermelho?

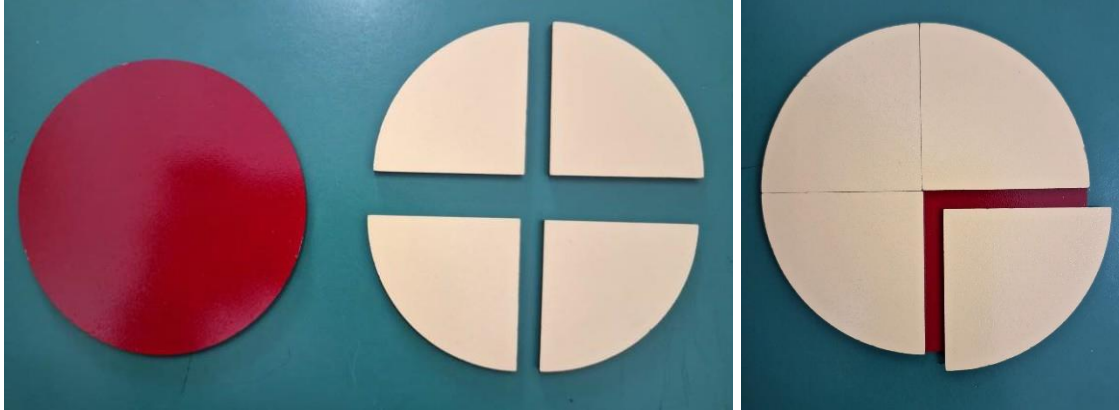
Fonte: Autores (2024)

Considerando que os estudantes já tinham familiaridade com as peças necessárias das frações circulares para resolver essa questão (Figura 2 esquerda), o desenvolvimento



esperado é apresentado na Figura 2 (direita), que conduz a resposta “4” para a questão, ou seja, a fração  $\frac{1}{4}$  cabe 4 vezes no inteiro.

**Figura 2- Esquerda: operação de cobrir a forma vermelha (inteiro) com o número necessário de formas amarelas ( $\frac{1}{4}$ ) ; Direita: peças envolvidas na resolução**



Fonte: Autores (2024)

Já a quinta atividade, apresentada na Figura 3, amplia a dificuldade ao passo que não compara com o inteiro.

**Figura 3 – Quinta questão para o trabalho com divisões de frações**

5 Calcular  $\frac{4}{10} \div \frac{1}{5}$  significa determinar quantas vezes  $\frac{1}{5}$  cabe em  $\frac{4}{10}$ , ou seja, quantas peças laranjas cabem dentro das quatro peças pretas?

Fonte: Autores (2024)

E o desenvolvimento dessa última questão está na Figura 4, resultando em “2”.

**Figura 4 - Esquerda: operação de cobrir as formas pretas ( $\frac{4}{10}$ ) com o número necessário de formas laranjas ( $\frac{1}{5}$ ); Direita: peças envolvidas na resolução**



Fonte: Autores (2024)

## 2.2 Jogo da Onça e Figuras Geométricas

Alves (2023) propôs e aplicou uma sequência didática para o Ensino Médio abordando conteúdos de Análise Combinatória. Sua proposta foi construída em torno do Jogo da Onça, o qual tem uma forte conexão histórica e cultural com povos originários do Brasil. Inspiradas no trabalho dela, foram propostas atividades para o Ensino Fundamental (do 5º ao 9º ano), com adaptações ou problemas originais. Diferente da autora supracitada, a geometria do tabuleiro foi bastante explorada nessas atividades para o Ensino Fundamental. Na sequência, é apresentada uma atividade proposta no projeto.

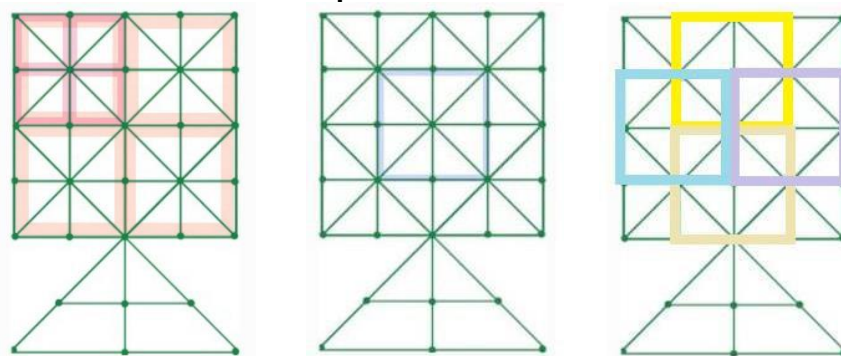
O tabuleiro do jogo da onça é confeccionado com bases geométricas. Ele é composto, externamente, por um quadrado grande e um triângulo isósceles. Ao fazer as linhas que formam as casas do tabuleiro, vão se delimitando quadrados menores, triângulos retângulos, paralelogramos e trapézios (Figura 5).

Um problema elaborado em torno da geometria do Jogo da Onça é: “Quantos quadrados o tabuleiro possui?”. Inicialmente, a pergunta pode parecer simplória, mas para respondê-la são necessárias habilidades de visualização.

Primeiro, destaca-se o quadrado externo, maior, que pode ser dividido em 4 quadrados menores, usando o ponto médio dos lados como referência (veja Figura 5 - Esquerda). Os 4 quadrados menores, se divididos da mesma forma, geram 4 quadrados ainda menores, cada um. É um processo iterativo finito.

Com estes quadrados formados, podemos definir três tamanhos iniciais de quadrados: pequeno (lado 1 unidade), médio (lado 2 unidades) e grande (lado 4 unidades). Deste modo, observa-se 1 quadrado de lado 4, 9 quadrados de lado 2 (Figura 5) e 16 quadrados de lado 1, somando 26 quadrados.

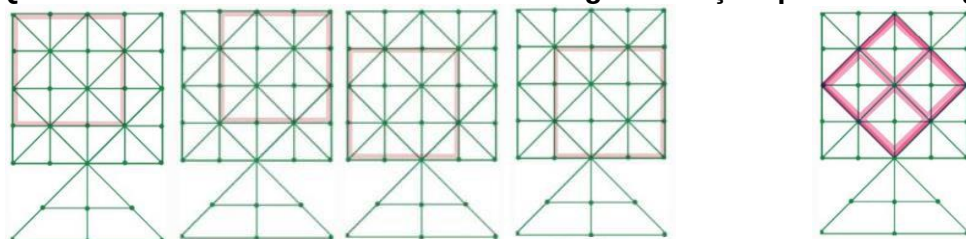
**Figura 5 – Esquerda: Quadrados nos cantos; Centro: Quadrado central; Direita: Demais quadrados de lado 2**



Fonte: Autores (2024)

Já de lado 3, têm-se 4 quadrados destacados (Figura 6 - Esquerda), somando 30 quadrados.

**Figura 6 – Esquerda: Quadrados de lado 3 destacados no tabuleiro do Jogo da Onça; Direita: Quadrados destacados no tabuleiro do Jogo da Onça a partir das diagonais**



Fonte: Autores (2024)

Agora, destaca-se quadrados delimitados pelas diagonais. Pode-se verificar que a intersecção das diagonais do quadrado 4x4 é o centro de um quadrado formado pela união dos pontos médios dos lados do quadrado maior. E, ainda, que este quadrado é subdividido em outros 4 quadrados (Figura 6 – Direita). Desta forma, pelas diagonais, tem-se mais 5 quadrados formados, que totalizam 35 quadrados.

### 3. DISCUSSÕES FINAIS

As dissertações do Profmat/UFSM, juntamente com seus produtos educacionais, mostraram-se fonte favorável para a composição de um acervo técnico fundamental para a prática extensionista, além de fomentarem a criação de novos materiais e a investigação metodológica e teórica, propiciando a integração harmoniosa entre extensão, ensino e pesquisa. Além disso, a aproximação entre estudantes e egressos do Profmat/UFSM, que são docentes da Educação Básica, com licenciandos em Matemática traz uma necessária troca no âmbito desses três pilares da formação em nível superior.

### REFERÊNCIAS

- ALVES, E. C. **A teoria das situações didáticas e o Jogo da Onça como opção estratégica de ensino**. 2023. 176p. Dissertação (mestrado) – Curso de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, 2023. Disponível em: [https://sca.profmatsbm.org.br/profmat\\_tcc.php?id1=7270&id2=171056164](https://sca.profmatsbm.org.br/profmat_tcc.php?id1=7270&id2=171056164). Acessado em: 27 mar. 2024.
- BRASIL. Ministério da Educação. Conselho Nacional de Educação. Câmara de Educação Superior. **Resolução nº 7, de 18 de dezembro de 2018**. Disponível em: [http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com\\_docman&view=download&alias=104251-rces007-18&category\\_slug=dezembro-2018-pdf&Itemid=30192](http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com_docman&view=download&alias=104251-rces007-18&category_slug=dezembro-2018-pdf&Itemid=30192). Acessado em: 20 jun. 2024.
- BRASIL. Ministério da Educação. Conselho Nacional de Educação. Câmara de Educação Superior. **Parecer nº 576/2023, de 09 de agosto de 2023**. Disponível em: [http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com\\_docman&view=download&alias=251351-pces576-23&category\\_slug=agosto-2023-pdf&Itemid=30192](http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com_docman&view=download&alias=251351-pces576-23&category_slug=agosto-2023-pdf&Itemid=30192). Acessado em: 20 jun. 2024.
- MAGNAGUAGNO, C. G. **Uma Abordagem para o Ensino de Frações Utilizando Material Manipulativo Baseada nos Princípios da Engenharia Didática**. 2024. 121p. Dissertação (mestrado) – Curso de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, 2024. Disponível em: [https://sca.profmatsbm.org.br/profmat\\_tcc.php?id1=7537&id2=171056160](https://sca.profmatsbm.org.br/profmat_tcc.php?id1=7537&id2=171056160). Acessado em: 20 jun. 2024.
- UFSM. PROPLAN. **Política de Extensão da UFSM**: Anexo da Resolução nº 006/2019, de 29 de abril de 2019. Disponível em: <https://www.ufsm.br/pro-reitorias/proplan/politica-de-extensao-da-ufsm>. Acessado em: 23 jun. 2024.



## JOGO DE TABULEIRO NO ENSINO DE MATEMÁTICA

Élida de Sousa Peres<sup>1</sup>  
Marcel de Almeida Barbosa<sup>2</sup>

**Resumo:** O trabalho teve como objetivo apresentar o jogo de tabuleiro como um recurso didático para o ensino de matemática em diálogo com professores de matemática em formação inicial. A atividade com o uso de jogo de tabuleiro nas aulas de matemática advém da experiência da professora e do professor na educação básica, tornando a sala de aula um ambiente potente para pesquisas: seja com alunos do ensino fundamental, seja com professores de matemática em formação inicial. O referencial teórico que embasa a prática em sala de aula tem Kishimoto (1996) distinguindo o que é jogo, brincadeira e brinquedo ao utilizar o jogo de tabuleiro, assim como Lorenzato (2012) quando discute a importância do recurso didático, e advoga que este não pode ultrapassar a categoria de meio auxiliar de ensino, de alternativa metodológica à disposição do professor e do aluno. Desta forma, evidenciamos que é na formação inicial do professor de matemática que reflexões e discussões devem ocorrer, no intuito de que no futuro novas reflexões e discussões possam ocorrer considerando o contexto em que o professor atua.

**Palavras-chave:** jogo de tabuleiro, recurso didático, ensino de matemática, formação inicial.

### 1. INTRODUÇÃO

Este trabalho tem como objetivo relatar a experiência do minicurso: Jogo de tabuleiro como um recurso didático no ensino de matemática, que foi realizado com alunos de graduação em matemática do campus do Marajó/ Breves da Universidade Federal do Pará. O intuito do minicurso era propiciar o diálogo com professores de matemática em formação inicial, como processo educativo de matemática. Tendo em vista que o jogo de tabuleiro é um recurso didático que auxilia no desenvolvimento de habilidades cognitivas, sociais e matemáticas. Para Silveira (2008), a linguagem matemática é governada por regras, e é dever do professor ensiná-las.

O jogo nas aulas de matemática não é um recurso didático atual, sendo muito utilizados em diversos níveis escolares na educação básica, os quais podem proporcionar a habilidade de resolver problemas, estimular o raciocínio lógico, a interação social entre os pares, bem como entre aluno e professor. Para Lorenzato (2009, p. 18), o recurso didático “nunca ultrapassa a categoria de meio auxiliar de ensino, de alternativa metodológica à disposição do professor e do aluno”.

Em consonância à fala citada, o professor se utiliza do recurso didático (jogo de tabuleiro) em sala de aula de forma que o aluno, sobretudo dos anos finais do ensino fundamental

<sup>1</sup> Doutorando pelo Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemáticas (PPGECM/UFPa); Professor de Matemática na Prefeitura Municipal de Afuá (Semed), Afuá, Pará, Brasil. E-mail: [mab\\_marcel@hotmail.com](mailto:mab_marcel@hotmail.com).

<sup>2</sup> Doutoranda pelo Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemáticas (PPGECM). Universidade Federal do Pará (UFPa), Belém, Pará, Brasil. E-mail: [elida.peres@iemci.ufpa.br](mailto:elida.peres@iemci.ufpa.br)

não tenha a ideia de que jogar é somente brincar, e brincadeira é coisa de criança da educação infantil. Nesse sentido, o professor é uma parte importante na realização da mediação do processo de ensino, potencializando e contribuindo para o acesso ao conhecimento matemático.

É, portanto, um desafio para todos nós criarmos outras possibilidades para acompanhar o trabalho que desenvolvemos com nossos alunos, um acompanhamento organizado de modo a que possa auxiliar no processo continuado de aquisição do conhecimento e que se constitua em um mecanismo educativo que em vez de separar, dividir, classificar, hierarquizar as pessoas, favoreça atitudes de cooperação. (Knijnik, 2001, p.6) Desse modo, o jogo tem cunho pedagógico para contribuir de forma propositiva na formação matemática do aluno e com atitudes de cooperação, o jogo deve ser associado ao conteúdo ministrado, assim tornando-o interessante e desafiador para que o aluno pense em estratégias para resolvê-lo, bem como ser partícipe de todo o processo.

Desta forma, Kishimoto (1996) disserta que há diferença entre jogo e brinquedo. O *jogo* pode ser explorado por meio de três perspectivas: a) o resultado de um sistema linguístico que funciona dentro de um contexto social; b) um sistema de regras e c) um objeto; já o termo *brinquedo* é definido como ausência de um sistema de regras que regem, organizam tal utilização, assim, para a autora, brinquedo tem uma relação direta com a criança, cujo seu uso possui uma indeterminação. Ainda de acordo com a autora (1996, p.21), a *brincadeira* “é a ação que a criança desempenha ao concretizar as regras do jogo, ao mergulhar na ação lúdica”.

Na Base Nacional Comum Curricular (BNCC), a qual está em voga no contexto educacional brasileiro, os conteúdos do componente curricular Matemática são divididos em cinco temáticas. Destacamos a temática *Números*, a qual visa desenvolver o pensamento numérico, implicando no conhecimento de maneiras de quantificar atributos de objetos e de julgar e interpretar argumentos baseados em quantidades (Brasil, 2017). A escolha pela temática número se alinha com os jogos selecionado sendo estes: *Sempre 10*, que tem como objetivo colocar em cada ponto do tabuleiro as peças numeradas de 1 a 9, sendo desenvolvidas as competências e habilidades desenvolver o cálculo mental envolvendo as operações de adição e subtração; *Avançando com o resto* tem como objetivo chegar em primeiro lugar ao espaço com a palavra fim, desenvolvendo as competências e habilidade do cálculo mental envolvendo as operações de divisão e multiplicação e perceber o papel de 0, do 1 e do resto em uma divisão; *Jogando com as quatro operações*, objetivo do jogo e chegar na casa número 9, competências e habilidades é desenvolver o cálculo mental envolvendo as quatro operações.

Para tanto, a BNCC orienta que a aprendizagem da matemática tem uma relação intrínseca com a apreensão de significados dos objetos matemáticos, assim dialoga que o uso de recursos didáticos é essencial para a compreensão a fim de que o aluno possa estabelecer conexões internas, com outros componentes curriculares e, sobretudo, com seu contexto sociocultural.

Para os anos finais do ensino fundamental, temos que: “(...) recursos didáticos e materiais, como malhas quadriculadas, ábacos, *jogos* (grifo nosso), calculadores, planilhas eletrônicas e *softwares* de geometria dinâmica, é importante incluir a História da Matemática (...)” esses recursos e materiais precisam estar integrados a situações que propiciem a reflexão, contribuindo para a sistematização e a formalização dos



conceitos matemáticos (Brasil, 2017, p. 298).

Os jogos de tabuleiro são valiosos na promoção de habilidades sociais, estimular a discussão matemática, aprender conceitos, reforçar habilidades, compreender simbologia, desenvolver compreensão e adquirir estratégias e solução de problema (Giraldo, Brochero, 2021). Portanto, consideramos que os jogos de tabuleiro também são ferramentas para acessibilidade e inclusão em sala de aula, pois os jogos podem ser adaptados a fim de responder às necessidades educativas dos alunos com ou sem deficiência, os quais têm habilidades e níveis de aprendizagem diferenciados.

## 2. METODOLOGIA

Utilizamos o jogo como recurso metodológico para o desenvolvimento das habilidades das quatro operações, como mecanismo para tornar a matemática mais prazerosa, criativa e dinâmica a partir do sistema de regras (Kishimoto, 1996), bem como estimular o desenvolvimento dos alunos a pensarem as competências matemáticas, a saber: números e operações, raciocínio lógico, resolução de problemas e comunicação matemática.

A seguir, apresentamos resumidamente como foi a organização do minicurso com os participantes. O minicurso **O jogo de tabuleiro como ferramenta de ensino das operações básicas**, foi realizando no evento 2º Congresso Amazônida marajoara de matemática-UFPA Marajó-Breves, cuja o tema: Formação Docente, saberes e inclusão. Teve como público alunos de graduação de matemática, pedagogias e professores da rede estadual e municipal de ensino.

No primeiro tempo, fizemos uma breve apresentação acerca da concepção teórica de jogos no ensino de matemática, na sequência um momento de diálogo com os participantes acerca de como o jogo pode contribuir para o ensino da matemática. No segundo tempo, abordamos alguns jogos de tabuleiro, sendo os dois primeiros disponíveis no site do Departamento de Matemática da Unesp<sup>3</sup> e o terceiro disponível no Youtube pela plataforma Materiais Pedagógicos<sup>4</sup> que corroboram na aprendizagem das quatro operações básicas da matemática, tais como: Jogo Sempre 10, Jogo Avançando com o Resto e Jogando com as quatro operações

## 3. JOGO DE TABULEIRO FERRAMENTA PARA O ENSINO DAS QUATRO OPERAÇÕES: Experiência com professores de matemática em formação inicial

A experiência realizada com o jogo de tabuleiro ocorreu no evento Congresso Amazônida de Marajoara Matemática, realizando no campus Breves – UFPA no formato de minicurso com a participação de 26 alunos da graduação em Matemática. A escolha pelo jogo de tabuleiro se deu a partir das experiências dos autores em suas vivências profissionais no ensino de matemática, nesse sentido optamos em propor este tema para o minicurso com intuito de dialogar com professores de matemática que estão em

---

<sup>3</sup> Jogos no Ensino Fundamental II: 6º ao 9º ano, Departamento de Matemática da Unesp (Rio Claro). Disponível em: <https://www.ibilce.unesp.br/#!/departamentos/matematica/extensao/lab-mat/jogos-no-ensino-de-matematica/6-ao-9-ano/>

<sup>4</sup> MMP- Jogos Pedagógicos. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=CdHsm1s5D7o>

formação inicial, a saber quais as perspectivas em relação a utilização de jogos nas aulas de matemática. Iniciamos o minicurso apresentando a diferença entre jogo e brincadeira, posteriormente tratamos da importância de recurso didático para assim iniciar apresentação dos jogos de tabuleiro e suas regras.

Observou-se que os participantes identificaram o jogo de tabuleiro como uma ferramenta que propicia habilidades matemáticas. Destacamos que os participantes apresentaram suas impressões sobre o uso de jogos e atividades realizados no campo de estágio supervisionado, foi importante considerar as primeiras experiências dos futuros professores em sala de aula, conduzimos o diálogo de abordagem de jogos e sua importância enquanto recurso didático.

Os jogos de tabuleiro são recursos didáticos importantes para o processo de ensino e aprendizagem, de acordo com Lorenzato (2009) as demandas educativas requerem um ensino voltado para a promoção do desenvolvimento da autonomia intelectual, criatividade e capacidade de reflexão crítica pelo aluno.

No momento seguinte foi proposto que os participantes manipulassem os jogos de tabuleiro e percebessem as possíveis dificuldades que seus alunos poderiam ter com a utilização dos jogos nas aulas de matemática e como poderiam minimizá-las. Discutimos os conceitos a serem trabalhados e as possíveis dúvidas e desafios das aplicações dos jogos. Após apresentação-familiarização, foi importante que os participantes compreendessem para uma reaplicação dos jogos em sua sala de aula.

Destacamos, as discussões profícuas referente ao jogo “Avançando com o resto”, pois ao avançar no jogo, o aluno pode chegar na casa 36, por exemplo. Ao jogar o dado a fim de realizar as divisões para obter o *resto* e continuar com as jogadas, ele percebe que ao dividir 36 por 1, 2, 3, 4 e 6, o *resto* sempre vai ser o mesmo, ou seja, o 0 (zero). O dado ao ser jogado pode cair com a face virada para cima, com um número diferente de 5, o que pode ocasionar um certo desconforto para o aluno já que ele não consegue avançar na jogada.

Por que trouxemos esses dois destaques? As dificuldades de alguns alunos para acertar as jogadas precisam ser analisadas pelo professor no intuito de oferecer suporte necessário de forma individual ou em grupo. Assim, consideramos que é salutar o professor de matemática em sala de aula identificar a causa de possíveis dificuldades, seja pela não compreensão da regra do jogo, seja pela dificuldade de aplicar o conceito matemático. Se assim for, é importante o professor revisar os conceitos matemáticos que são circundam o jogo de tabuleiro. Desta forma, também se evidencia que no processo educativo da matemática é fundamental que mesmo diante das dificuldades que o aluno apresenta, o professor possa encorajá-lo a persistir, fazer elogios, construir a confiança do aluno em suas habilidades matemáticas.

#### 4. CONSIDERAÇÕES FINAIS

O trabalho teve como objetivo apresentar o jogo de tabuleiro como um recurso didático para o ensino de matemática, com intuito de propiciar o diálogo com professores de matemática em formação inicial, como processo educativo de matemática. A temática discutida faz parte da prática pedagógica da professora e do professor que dialogam com a matemática na educação básica, tendo o jogo como recurso didático potencial em suas aulas, propuseram a experiência de divulgar e compartilhar conhecimentos teóricos e

práticos acerca da importância de um recurso didático na aula de matemática, ressaltando as diferenças entre jogo, brinquedo e brincadeira na perspectiva de Kishimoto (1996).

Os participantes do minicurso fizeram proposições pertinentes acerca da temática, uma vez que já haviam trabalhado com outros recursos didáticos nas atividades de campo do estágio supervisionado, assim tivemos momentos de reflexões e discussões profícuas acerca do uso e a importância do jogo como recurso didático no processo educativo da matemática. Desta forma, percebe-se o quanto o laboratório de ensino de matemática é importante na formação de professores, para Passos (2012) ao escolher um material, jogo como recurso didático exige reflexões teórico-pedagógicas acerca da história do ensino de matemática, a qual tem o papel de cumprir sua função essencial que é ensinar matemática. Pondera ainda que, é na formação inicial do professor de matemáticas que reflexões e discussões devem ocorrer, no intuito de que no futuro novas reflexões e discussões possam ocorrer considerando o contexto em que o professor atua.

Para tanto, consideramos pertinente que a sala de aula da educação básica é um ambiente potente para pesquisas, na perspectiva de alunos do ensino fundamental terem a oportunidade de explorar, descobrir e aprender matemática de maneira ativa e dinâmica; na perspectiva dos professores de matemática em formação inicial, a nossa sala de aula é um espaço de troca de recursos e conhecimentos, e como campo de estágio e práticas docentes.

## REFERÊNCIAS

- BRASIL. Ministério da Educação. **Parâmetros Curriculares de Matemática**. Brasília: MEC, 1998.
- BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, 2017.
- GIRALDO, V. C. R.; BROCHERO, M. F. E. **Jogos de Tabuleiro**: Uma proposta para sala de aula. 1. ed. Belo Horizonte: 2021.
- KISHIMOTO, T. M. **Jogo, brinquedo, brincadeira e a educação**. São Paulo: Editora Cortez, 1996.
- Knijnik, Gelsa. Educação matemática, exclusão Social e Política do Conhecimento. **Bolema**, Rio Claro – SP, v. 14, n. 16, 2001.
- LORENZATO, S. **O laboratório de ensino de matemática na formação de professores**. São Paulo: Editora Autores Associados, 2009.
- PASSOS, C. L. B. Materiais manipuláveis como recursos didáticos na formação de professores de matemática. In: **O laboratório de ensino de matemática na formação de professores**. São Paulo: Autores Associados, 2012.
- SILVEIRA, M. R. A. Interpretação e comunicação em matemática. In: 2 Simpósio Internacional de Pesquisa em Educação Matemática. **Resumos [...]**. Recife (PE), 2008.
- SMOLE, K. S. S.; DINIZ, M. I.; MILANI, E. **Cadernos do Mathema**: Ensino Fundamental: Jogos de Matemática de 6º a 9º ano. São Paulo: Artmed, 2007.





## UMA RELAÇÃO POSSÍVEL ENTRE A NEUROCIÊNCIAS E A RESOLUÇÃO DE PROBLEMA DA MATEMÁTICA

Marcos Leão Neves<sup>1</sup>

Ana Julia Dos Reis<sup>2</sup>

José Marcos Gomes do Santos<sup>3</sup>

**Resumo:** O presente trabalho aborda a relação entre neurociência educacional e o ensino de matemática, destacando como a compreensão dos mecanismos neuro cognitivos da aprendizagem pode aprimorar métodos de ensino. Enfatiza que o raciocínio lógico- matemático começa a se desenvolver aos 3 anos e está ligado a estruturas neurofisiológicas do cérebro. Ressalta a importância das novas tecnologias para estudar o cérebro e melhorar a educação. A metodologia de ensino baseada na Resolução de Problemas é apresentada como eficaz, conforme a Base Nacional Comum Curricular (BNCC). Além disso, sugere que formar professores com conhecimento em neurociência cognitiva pode transformar a educação matemática, tornando-a mais acessível e eficaz, ajudando a superar desafios como o baixo desempenho dos alunos.

**Palavras-chave:** neurociência educacional, raciocínio lógico-matemático, resolução de problemas

### 1. INTRODUÇÃO

O campo de pesquisa interdisciplinar da neurociência educacional - ligando neurociência, psicologia e educação - testemunhou um grande crescimento nos últimos cinco a dez anos. Ao combinar métodos comportamentais e neurocientíficos, seu objetivo geral é alcançar uma compreensão mais ampla dos mecanismos neuro cognitivos subjacentes à aprendizagem e apoiar o desenvolvimento de uma instrução eficaz. (Dehaene, 1997).

Para isso conhecer como acontece a relação entre a aprendizagem e o nosso cérebro possibilitará desenvolver cada vez mais pesquisas que buscam aprimorar o ensino de matemática. Por exemplo, a estrutura do raciocínio lógico-matemático é gerada pelas estruturas internas e neurofisiológicas do cérebro, tendo sua iniciação em torno dos 3 anos de idade. Além de saber os processos de amadurecimento do cérebro, é necessário ao docente saber também, por exemplo, o papel do sistema límbico e das emoções como um elemento facilitador ou bloqueador do aprendizado e das relações entre mestre, aluno e classe (Maio; Chiummo, 2012).

As novas tecnologias aplicadas ao estudo do cérebro humano possibilitam novas

---

<sup>1</sup> Graduando em matemática; Universidade do Estado da Bahia/UNEB, Caetité, Bahia, Brasil; [marcosleao012@gmail.com](mailto:marcosleao012@gmail.com)

<sup>2</sup> Graduanda em matemática; Universidade do Estado da Bahia/UNEB, Caetité, Bahia, Brasil; [anareis255@gmail.com](mailto:anareis255@gmail.com)

<sup>3</sup> Graduando em matemática; Universidade do Estado da Bahia/UNEB, Caetité, Bahia, Brasil; [josemarcosuneb@gmail.com](mailto:josemarcosuneb@gmail.com)

informações, dados e conhecimentos sobre o funcionamento cerebral in vivo. Ao longo do século XXI, essas descobertas vêm se fundamentando em metodologias que podem reforçar as já existentes ou transformá-las completamente a situação atual. Com base nessas observações e nas pesquisas em andamento, os processos cerebrais responsáveis pela geração de conhecimento devem ser respeitados; caso contrário, o aprendizado não ocorrerá.

Neste texto, pretende-se discutir o funcionamento do cérebro e sua relação com a aprendizagem e a matemática, além de destacar os caminhos percorridos pelas investigações nessa área, apontando direções para futuras pesquisas e busca por novos horizontes sob essa temática tão relevante a sociedade.

Melhorar o ensino de matemática e ajudar alunos com dificuldades nessa disciplina é um dos grandes desafios da educação. A neurociência cognitiva oferece orientações para que professores e escolas combatam o estigma de disciplina complexa e tornem as aulas de matemática mais motivadoras e eficazes. É essencial buscar performance a fim de buscar com que o aluno se desenvolva de forma mais integrada nas atividades.

A neurociência cognitiva é um campo interdisciplinar que envolve conhecimentos de genética, biofísica, neurociência computacional, entre outros, e investiga potenciais substratos neurais para processos mentais. Dentro dessa abordagem, desenvolvem-se pesquisas sobre cognição numérica, que são as bases cognitivas e neurais dos números e da matemática.

## **2. ESTUDOS DA NEUROCIENCIA E APRENDIZADO MATEMATICO**

A Resolução de Problemas como metodologia de ensino propõe a aquisição de conceitos, regras e métodos matemáticos por meio de situações-problema. Em essência, uma situação-problema pode servir como ponto de partida para atividades matemáticas, conforme destacado na Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (Brasil, 2017).

Para isso, é essencial que os professores conheçam e saibam utilizar essa metodologia, assim como os princípios estabelecidos pelos documentos oficiais, como a BNCC e os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN). Reconhecemos que a matemática requer práticas que facilitem a compreensão da Resolução de Problemas na formação docente. Embora esse objetivo ainda demande um longo percurso, como observa Dante, essa tarefa não é fácil:

Ensinar a resolver problemas é uma tarefa mais difícil do que ensinar conceitos, habilidades e algoritmos matemáticos, não é um mecanismo direto de ensino, mas uma variedade de processos de pensamentos que precisam ser cuidadosamente desenvolvidos pelo aluno com o apoio e incentivo do professor (Dante, 2002, p. 30).

No trecho relatado por Dante, é possível perceber que a resolução de problemas auxilia a uma variedade de processos de matemáticas, na qual devem ser encorajadas pelos professores aos seus alunos. Dessa maneira,

O professor que deseja desenvolver nos estudantes a capacidade de resolver problemas deve incutir em suas mentes algum interesse por problemas e proporcionar-lhes muitas oportunidades de imitar e de

praticar. Além disso, quando o professor resolve um problema em aula, deve dramatizar um pouco as suas ideias e fazer a si próprio as mesmas indagações que utiliza para ajudar os alunos. Graças a esta orientação, o estudante acabará por descobrir o uso correto das indagações e sugestões e, ao fazê-lo, adquirirá algo mais importante do que o simples conhecimento de um fato matemático qualquer (Polya, 2006, p. 4).

Estes pontos trazidos por Polya, é fundamental na criação de um pensamento e análise mais consistente na formulação de ideia dos alunos, incentivar desempenhar o estímulo ao teor de pensamentos mais lógico e a indagações.

À medida que se aprofundava nos aspectos teóricos e práticos que fundamentam a resolução de problemas como uma abordagem metodológica e sua evolução como teoria desde a primeira metade do século XX, sua concepção foi se ampliando. Com isso, percebeu-se a existência de várias formas de ensinar Matemática utilizando diferentes abordagens de resolução de problemas (Schroeder; Lester, 1989): ensinar sobre resolução de problemas, ensinar para a resolução de problemas e ensinar Matemática por meio da resolução de problemas.

Ensinar sobre resolução de problemas pressupõe que a resolução de problemas deve ser um conteúdo a ser ensinado e se enfatizam os processos heurísticos independentemente do conteúdo matemático em si. Ressalta-se aqui o modelo de resolução proposto por Polya quanto aos passos para resolver um problema de Matemática (compreender o problema, estabelecer um plano, executar o plano e examinar a solução obtida) e as respectivas pequenas variações desse modelo.

Além dessas duas perspectivas distintas de ensinar Matemática com foco na Resolução de Problemas, Schroeder e Lester (1989) assinalam que a terceira alternativa seria o ensino de Matemática através da Resolução de Problemas. Ensinar Matemática através da Resolução de Problemas significa que os problemas são entendidos como o primeiro passo para aprender Matemática. Ao abordarem essa concepção de ensino, à qual chamam “ensino via Resolução de Problemas”, Schroeder e Lester (1989) reforçam que ela seja considerada não somente como um dos objetivos de se ensinar Matemática, mas, principalmente, como um meio de fazê-lo, pois, para eles, a principal função da Resolução de Problemas deveria ser a de desenvolver a compreensão da Matemática dos estudantes.

Ao ponderarmos sobre o que acontece com o decorrer do tempo, podemos considerar que a capacidade de aprendizagem é mantida durante toda a vida devido à chamada plasticidade cerebral. Porém, um adulto ou idoso depende de muito mais esforço para criar modificações no cérebro, já que as modificações que ocorrem na adolescência preparam o indivíduo para a vida adulta. O aumento da conectividade entre as células corticais é progressivo durante a infância, mas declina na adolescência até atingir o padrão adulto, o que reflete, provavelmente, uma otimização do potencial de aprendizagem. Nessa fase da vida diminui a taxa de aprendizagem de novas informações, mas aumenta a capacidade de usar e elaborar o que já foi aprendido (Consenza; Guerra, 2011).

Emoções negativas intensas podem interferir na atenção ao processamento cognitivo, pois temos duas áreas na região denominada giro do círculo tal que uma regula a atenção voltada aos processos emocionais e a outra coordena a atenção voltada aos processos

cognitivos. E há evidências que mostram que uma dessas áreas pode ser inibidora do funcionamento da outra (Consenza; Guerra, 2011). Isso nos faz pensar na relação entre professor-aluno. Um aluno que estabelece boa relação com o seu professor tem muito mais chance de aprender devido à atenção que ele vai dispensar ao seu professor na hora que o mesmo estiver falando. Se, inversamente, uma criança desenvolve ansiedade matemática, essa fobia pode impedir que até mesmo o mais simples dos conceitos matemáticos se encaixe. Essas novas ligações geram o que chamamos de memórias de longa duração ou permanentes e somente nesses casos é que podemos dizer que houve aprendizado.

A resolução de problemas "pressupõe aulas de Matemática com professores e alunos envolvidos em comunidades de aprendizagem, desempenhando diferentes papéis e responsabilidades, visando a promover uma aprendizagem mais significativa" (Morais; Onuchic, 2014). Assim, entende-se que as atividades de resolução de problemas devem proporcionar a vivência de situações, a compreensão de ideias matemáticas e a exploração de diferentes tipos de problemas, permitindo que os alunos compreendam tanto as situações quanto os conceitos matemáticos. Ao propor atividades de resolução de problemas, o professor facilita a articulação e o desenvolvimento do pensamento reflexivo dos alunos, além de estimular a reflexão sobre os próprios conhecimentos (Zanon, 2011).

Os processos de resoluções de problemas matemáticos são pontes essenciais para a verificação de ensino e de metodologias de aprendizado, nesse viés Santos (1997) destaca que uma atividade eficaz de resolução de problemas requer a integração de processos mentais, combinando experiências anteriores, o conhecimento matemático prévio do aluno e a intuição. A intuição representa a tentativa de descobrir um método para resolver uma situação cuja solução ainda não é conhecida, podendo ser observado que aspectos das neurociências são essenciais no processo de compreensão do aluno. Além disso, a autora ressalta que a experiência do contexto, tanto social quanto pessoal, juntamente com fatores afetivos (como interesse, motivação, pressão e ansiedade) e cognitivos (como prontidão para leitura, raciocínio e habilidades computacionais), desempenham um papel crucial no processo de resolução de problemas.

O cérebro humano, gera sinapses entre as diversas células envolvidas num determinado grupo de estímulos e se forem reestimuladas e utilizadas continuamente passarão a ter uma duração muito grande e por isso são chamadas de memórias permanentes. Isso significa que a repetição dos estímulos, das informações, é importante para a formação das memórias permanentes

A simultaneidade entre a Matemática e resolução de problemas, entende como construções mútuas e contínuas. Na qual a palavra "composta ensino-aprendizagem-avaliação tem o objetivo de expressar uma concepção em que o ensino, a aprendizagem e a avaliação devem ocorrer simultaneamente durante a construção do conhecimento pelo aluno, com o professor atuando como guia e mediador" (Allevato; Onuchic, 2014).

É fundamental considerar diversos aspectos no ensino de matemática, como o desenvolvimento do raciocínio lógico-matemático pelo cérebro, os métodos de ensino de determinados conteúdos, a atitude dos alunos diante do desafio de aprender matemática, a identificação de alunos com discalculia ou superdotação e as abordagens pedagógicas adequadas para cada caso. Além disso, a formação inicial e continuada de docentes deve incluir a disseminação do conhecimento da neurociência cognitiva para professores e futuros professores.

No entanto, é importante destacar que as dificuldades no ensino e aprendizagem de matemática não podem ser resolvidas sem ouvir aqueles que estão diretamente envolvidos na prática educativa e nos profissionais envolvidos em estudos nos ramos educacionais.

### 3. METODOLOGIA

O modelo metodológico adotado nesta pesquisa foi de natureza qualitativa, do tipo pesquisa bibliográfica, realiza aparte de estudos de pesquisas em livros, artigos e documentos que discorre sobre resolução de problemas matemáticos e dados sobre a neurociências, que segundo Marconi e Lakatos (2003), essas pesquisas tem finalidade de aprimoramento e atualização do conhecimento.

### 4. CONSIDERAÇÕES FINAIS

A integração da neurociência educacional ao ensino de matemática oferece um caminho promissor para aprimorar a eficácia pedagógica. Compreender os processos neuro cognitivos e emocionais que influenciam a aprendizagem possibilita o desenvolvimento de metodologias de ensino mais eficazes e personalizadas. A abordagem de Resolução de Problemas, conforme recomendado pela Base Nacional Comum Curricular (BNCC), destaca-se como uma metodologia eficaz para o ensino de matemática. Além disso, a formação contínua de professores com conhecimento em neurociência cognitiva é crucial para aplicar essas metodologias de maneira eficaz. Essa integração tem o potencial de transformar a educação matemática, tornando-a mais acessível e ajudando os alunos a superar dificuldades, promovendo um aprendizado mais profundo, significativo e duradouro.

### REFERÊNCIAS

- ALLEVATO, N. S. G.; ONUCHIC, L. R. **Ensino-aprendizagem-avaliação em Matemática: por que através da Resolução de Problemas?** 2014.
- CONSENZA, R.; M. GUERRA, L. B. **Neurociência e educação: como o cérebro aprende?** Porto Alegre: Artmed, 2011.
- DEHAENE, S. **O cérebro matemático**. Tradução de Fernando Horta. São Paulo: Editora da Universidade de São Paulo, 1997.
- DANTE, L. R. **Formulação e resolução de problemas de matemática**. 1. ed. São Paulo: Editora Ática. 2017.
- MARCONI, M. de A.; LAKATOS, E. M. **Fundamentos de metodologia científica**. 5. ed. São Paulo: Atlas, 2003.
- MORAIS, R. dos S.; ONUCHIC, L. de la R. **Uma abordagem histórica da Resolução de Problemas**. 2014.
- BRASIL. **Parâmetros curriculares nacionais: Matemática**. Ministério da Educação, Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1998
- POLYA, G. **A Arte de Resolver Problemas**. Rio de Janeiro: Intercedência, 2006.
- SCHROEDER, T. L.; LESTER, JR, F. K. **Desenvolver a compreensão em matemática através da resolução de problemas**. In: P. R., TRAFTON; A. P., SHULTE. (Eds.). *Novos rumos para a matemática do ensino fundamental*. Reston: NCTM, 1989. p. 31-42.
- ZANON, T. X. D. **Imagens conceituais de combinatória no ensino superior de matemática**. Vitória: Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade Federal do Espírito Santo. 2011.



## POSSÍVEIS CONTRIBUIÇÕES DO MÉTODO DE PROVAS E REFUTAÇÕES PARA A FORMAÇÃO DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA

Marlon Augusto das Chagas Barros<sup>1</sup>

**Resumo:** O presente trabalho objetiva discutir acerca de possíveis contribuições do método de provas e refutações, de Imre Lakatos, para a formação de professores de Matemática. Para tanto, primeiramente, realizamos uma breve discussão sobre o método de provas e refutações, tendo o objetivo de compreender a sua construção. Em seguida, apresentamos algumas possíveis relações entre o método mencionado e a formação de professores de Matemática, tendo como base investigações realizadas no campo da Educação Matemática. A partir da discussão realizada, pode-se observar algumas possíveis contribuições do método proposto por Lakatos, para a formação docente, que são: i) a resignificação das crenças sobre a Matemática e do ensino de Matemática; ii) a reconstrução racional da história da Matemática; iii) articulações com práticas de investigações matemáticas; iv) contribuições nas discussões acerca da prova matemática na educação básica e superior. Desta forma, pode-se concluir que as concepções “lakatosianas” podem apresentar contribuições substanciais para a formação de professores de Matemática. Espera-se que este trabalho possa contribuir com reflexões iniciais a respeito do tema, bem como inspirar futuras discussões e investigações.

**Palavras-chave:** formação de professores, provas e refutações, Lakatos, ensino de matemática.

### 1. INTRODUÇÃO

Não é novidade que muitos alunos consideram a Matemática como a disciplina mais difícil da educação básica, o que, muitas vezes, faz com que estes alunos percam o interesse em estudá-la e/ou achem que não são capazes de aprendê-la. Este fato, em conjunto com questões pedagógicas, curriculares, formativas e afins, repercute nos resultados de pesquisas e avaliações educacionais, como o Programa Internacional de Avaliação de Alunos (Pisa) e o Sistema de Avaliação da Educação Básica (Saeb), que evidenciam a necessidade de (re)pensarmos acerca do ensino e aprendizagem de Matemática.

A partir do exposto, no campo da Educação Matemática, ao longo das últimas décadas, emergiram diversas tendências de pesquisa e discussões teóricas e filosóficas, tendo o objetivo de refletir sobre os obstáculos presentes na prática profissional de professores de Matemática, bem como em metodologias/abordagens que possam contribuir para amenizar estes obstáculos. Nesse sentido, destacamos as concepções epistemológicas de Imre Lakatos, que, ao longo dos últimos anos, vêm sendo alvo de discussões de educadores matemáticos, podendo representar um caminho para reflexões sobre a produção e apropriação do conhecimento matemático.

---

<sup>1</sup> Mestrando pelo programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemáticas (PPGECM-UFGA). Licenciado em Matemática (UFGA); Universidade Federal do Pará (UFPA), Belém, Pará, Brasil, [marlonbarros009@gmail.com](mailto:marlonbarros009@gmail.com)

Em âmbito nacional, não há uma quantidade significativa de trabalhos que discutem sobre as relações entre o pensamento de Lakatos, o ensino e a formação de professores de Matemática (Cardoso, 2018), o que explicita necessidade de trabalhos que tratem a respeito destas relações e suas possíveis repercussões no cenário educacional atual, possibilitando a visualização aprofundada de potencialidades, limitações e desafios destas relações.

Portanto, este trabalho tem o objetivo de discutir acerca de algumas possíveis contribuições do método de provas e refutações, de Imre Lakatos, para a formação de professores de Matemática. Este objetivo foi elaborado na busca por responder a seguinte questão de pesquisa: de que maneira o método de provas e refutações, de Imre Lakatos, pode contribuir para a formação de professores de Matemática? No que segue discutiremos alguns aspectos sobre o método proposto por Lakatos e, posteriormente, teceremos aproximações com a formação de professores de Matemática.

## **2. O MÉTODO DE PROVAS E REFUTAÇÕES**

Lakatos (1978), contrapondo-se aos pensamentos reinantes de sua época, traz a tese falibilista para Matemática, defendendo que a Matemática, principalmente em seu estágio de desenvolvimento de novas proposições, é falível. Em outras palavras, o autor apresenta uma crítica à filosofia formalista, ou seja, as concepções de que a Matemática era formal e infalível. Para tanto, o autor, por meio de uma discussão epistemológica, nos apresenta seu método racional, intitulado “provas e refutações”, que apresenta os estágios de construção do conhecimento matemático, partindo da apresentação de uma conjectura primitiva até a construção de uma prova que, em um determinado domínio, não possa ser contrariada por contra-exemplos locais e globais.

Para a construção de sua discussão, Lakatos (1978) cria uma sala de aula imaginária em que os alunos representam as ideias de matemáticos de diferentes épocas, enquanto o professor representa as ideias do próprio autor. Desta forma, o professor propõe um problema de geometria espacial e discute com os alunos acerca de caminhos para resolver este problema, resultando na construção de hipóteses (conjecturas), bem como na busca pela validação destas hipóteses. Assim, o autor nos apresenta alguns meios de criticar as conjecturas de maneira global e local, isto é, em sua totalidade ou em uma parte específica da hipótese apresentada. Estes meios constituem ideias de matemáticos de diferentes épocas, sendo desenvolvidas por meio das falas dos alunos.

O primeiro meio apresentado é intitulado “método da rendição”, que consiste em abandonar a conjectura caso esta apresente um contra-exemplo global coerente. O segundo meio, que foi intitulado de “método antimonstro”, consiste em desconsiderar contra-exemplos que estejam incoerentes em relações as definições apresentadas, isto é, contra-exemplos que foram nomeados de “monstros” ou falsas críticas.

O terceiro meio, que foi intitulado de “Aperfeiçoamento da conjectura pelos métodos de antiexceção”, sugere que se deve encontrar o “domínio de validade” das proposições, a fim de entender em que situações aquela proposição será válida e/ou estudar as suas exceções, visando adaptá-las para que estas se tornem preposições “perfeitas” (verdadeiras). Portanto, este método se trata de (re)adequar as proposições por meio da observação de seu domínio de validade e/ou exclusão de suas exceções.

O quarto meio, que foi intitulado de “Ajuste do monstro”, é um método de reinterpretação

do que se conhece como “monstro”, possibilitando uma nova visualização daquela interpretação considerada monstruosa, ou seja, inadequada. Esta concepção é terapêutica/dogmática e não busca, de modo necessário, um aprimoramento da prova a partir das dificuldades (exceções) encontradas.

Após a apresentação dos meios para criticar uma conjectura, Lakatos (1978) nos apresenta o seu método, que consiste em avaliar a conjectura, a fim de averiguar quais partes foram afetadas pelo(s) contra-exemplo(s), e, em seguida, incorporar um novo lema ou aperfeiçoar o lema existente. Desta forma, teremos uma conjectura aperfeiçoada com bases em suas exceções, e com base em sua prova (lema), o que constitui um aperfeiçoamento do terceiro método comentado anteriormente, que não se preocupava com as provas (lemas).

É importante destacarmos que, embora tenha criado uma sala de aula imaginária para discutir suas ideias, a única preocupação de Lakatos era a construção de novas teorias no campo da Matemática. Sendo assim, não podemos considerar o método apresentado pelo autor como uma abordagem/metodologia para o ensino de Matemática, mas como uma concepção que pode ter aproximações com o ensino e aprendizagem de conceitos matemáticos embora não tenha sido criada para esta finalidade.

### **3. O MÉTODO DE PROVAS E REFUTAÇÕES NA FORMAÇÃO DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA**

Tendo em vista que as crenças acerca da Matemática e seu ensino podem (re)significar as concepções e o trabalho de professores de Matemática, a discussão sobre o método de Lakatos, inicialmente, pode contribuir para que os professores e futuros professores possam (re)pensar sobre a construção de proposições matemáticas, bem como na Matemática como um conhecimento quase-empírico. Estas discussões tendem a não ser feitas nos cursos de formação inicial e continuada, tendo em vista que o ensino de Matemática, principalmente no nível superior, sofre diversas influências da filosofia formalista e logicista (Angelo, 2022).

Além disso, podemos destacar, na formação docente, as possibilidades de aproximação entre as contribuições filosóficas/epistemológicas de Lakatos e o trabalho com investigações matemáticas, que vem sendo o enfoque de diversas pesquisas na atualidade (Felício; Teodósio; Neto, 2018; Silva; Moura, 2015; Gonçalves; Scheller, 2021). Nesse sentido, os estágios propostos por Lakatos podem apresentar aproximações com algumas etapas da investigação matemática, como a formulação de hipóteses (conjecturas), análise de algum contra-exemplo (ou incoerência) e validação da hipótese. Estas abordagens contribuem para valorizar as ideias e conhecimentos dos estudantes, bem como apresentar a concepção da Matemática como uma atividade humana e falível (Silva; Moura, 2015; Gonçalves; Scheller, 2021).

Vale destacar que, muitas vezes, podemos ver alunos que concluem o ensino fundamental e médio sem terem tido momentos de reflexão sobre o descobrimento matemático, isto é, o processo de criação de novas proposições matemáticas, que passam por uma validação lógica. Este fato faz com que muitos alunos questionem, por exemplo, a existência de algum laboratório para a realização de experimentos que resultem em novos saberes matemáticos, tendo em vista que a principal referência destes alunos é o descobrimento que ocorre nas ciências naturais, que costuma ser visto,



com maior frequência, nas mídias. Partindo deste pressuposto, as ideias de Lakatos, em conjunto com abordagens investigativas, podem contribuir para que os alunos possam refletir a respeito de como ocorre a produção do conhecimento matemático o que pode despertar o interesse e desmitificar concepções dogmáticas sobre a Matemática (Karakus; Bütün, 2013), bem como contribuir em propostas de investigação matemática em sala de aula.

Ademais, refletir sobre as relações entre a perspectiva “lakatosiana” e a investigação matemática pode ser interessante, também, para aprendizagem de discentes em formação inicial, pois estes estudam muitas disciplinas que têm o enfoque em provas, refutações, lemas, teoremas, etc., como Análise Real, Geometria Axiomática e Álgebra Moderna. Nesse sentido, estas relações podem contribuir para que os discentes possam ressignificar os conteúdos aprendidos ao longo da graduação.

Outra possibilidade, que pode ser favorecida por meio das concepções de Lakatos, é a (re)construção racional de aspectos da história da Matemática, como proposto na pesquisa de Caire e Cardoso (2023). Na atualidade, muitos materiais didáticos apresentam os conceitos matemáticos e suas demonstrações apenas na forma final, ou seja, não valorizam aspectos históricos acerca da construção das conjecturas, contra-exemplos e outros elementos que compõe o percurso daquele resultado matemático apresentado (Cardoso, 2023). Isto pode contribuir para a predominância da ideia de uma Matemática formal, infalível e afastada das atividades humanas. Portanto, a reconstrução racional da história de resultados matemáticos pode contribuir para o enriquecimento dos itinerários intelectuais de professores e futuros professores de Matemática, bem como servir de incentivo para que estes possam valorizar o descobrimento matemático em suas práticas de ensino.

Por fim, pode-se destacar as possibilidades discussões filosóficas/ teóricas acerca da prova e demonstração em Matemática, tendo as concepções de Lakatos (1978) como um dos subsídios para a realização destas discussões. Em geral, estas discussões são o enfoque de diversas obras internacionais ao longo das últimas décadas (Hanna, 1995; Lee, 2002; De Villiers, 2010), constituindo um cenário para importantes reflexões a respeito da validação das proposições matemáticas, bem como a sua relevância para a aprendizagem matemática na educação básica e superior.

#### **4. CONCLUSÕES**

A partir da discussão realizada, pode-se observar que as concepções de Imre Lakatos podem apresentar contribuições substanciais para a formação docente, podendo (re)significar as crenças dos docentes acerca da Matemática e do ensino de Matemática, bem como contribuir para práticas de ensino investigativas, (re)construções racionais da história da Matemática e discussões sobre a prova matemática. Estas discussões podem influenciar o ensino e aprendizagem de Matemática na educação básica e superior, podendo ser o ponto de partida para desmitificar algumas concepções dogmáticas que podem prejudicar a aprendizagem, bem como promover uma aprendizagem matemática pautada na experimentação e postura ativa dos discentes.

Destarte, as relações entre a epistemologia de Lakatos, o ensino e a formação de professores de Matemática pode ser um caminho para a promoção de experiências enriquecedoras de aprendizagem, bem como para o enriquecimento de pesquisas e

investigações sobre a filosofia/epistemologia da Matemática e da Educação Matemática.

## REFERÊNCIAS

- ANGELO, C. B. As correntes filosóficas da matemática e suas implicações na formação do professor que ensina matemática: uma análise da produção acadêmica. **REMATEC**, [S. l.], v. 17, n. 41, p. 76–91, 2022.
- CAIRE, E.; CARDOSO, V. C. Aspectos da Filosofia de Lakatos para a Matemática: reconstrução racional da história da curva normal. **Revista de Educação Matemática**, [S. l.], v. 20, p. e023083, 2023.
- CARDOSO, V. C. Revisitando o quase empirismo de Imre Lakatos e refletindo sobre a educação matemática. **Eventos Pedagógicos**, [S. l.], v. 9, n. 2, p. 822–846, 2018.
- DE VILLIERS, M. **Experimentation and proof in mathematics**. Springer US, 2010.
- FELÍCIO, M. S. N. B.; TEODOSIO, E. de S.; BORGES NETO, H. O caráter investigativo em uma sala de aula apoiada em Lakatos e a sequência de Fedathi. **Boletim Cearense de Educação e História da Matemática**, [S. l.], v. 5, n. 13, p. 38–45, 2018.
- GONÇALVES, A.; SCHELLER, M. Investigações Matemáticas sob a ótica da epistemologia de Lakatos: percepções a partir de uma meta-análise. **Revista de Educação Matemática**, [S. l.], v. 18, p. e021051, 2021.
- HANNA, G. Challenges to the importance of proof. **For the learning of Mathematics**, v. 15, n. 3, p. 42–49, 1995.
- KARAKUŞ, F.; BÜTÜN, M. Examining the method of proofs and refutations in pre-service teachers education. **Bolema**, v. 27, p. 215–232, 2013.
- LAKATOS, I. **A Lógica do Descobrimento Matemático**: Provas e Refutações. Rio de Janeiro: Zahar Editores, 1978.
- LEE, J. K. Philosophical perspectives on proof in mathematics education. **Philosophy of mathematics education journal**, v. 16, p. 1–13, 2002.
- SILVA, G. H. G.; MOURA, A. Q. O falibilismo de Lakatos e o trabalho com investigações matemáticas em sala de aula: possíveis aproximações. **Revista de Ensino de Ciências e Matemática**, v. 17, n. 2, p. 277–293, 2015.



## PROCESSOS COGNITIVOS NA APRENDIZAGEM DA MULTIPLICAÇÃO

Milena Cristini da Silva<sup>1</sup>  
Sergio Aparecido Lorenzato<sup>2</sup>

**Resumo:** A multiplicação desempenha um papel essencial nas operações matemáticas elementares e serve como alicerce para o aprendizado de operações mais complexas, como potenciação e radiciação, incluindo fatorial, probabilidade e proporcionalidade, estabelecendo conexões importantes que se estendem além da aritmética. Considerando que a multiplicação é um conceito central no currículo de matemática, este estudo apresenta a teoria da psicologia cognitiva aplicada ao ensino da multiplicação, investigando como os conceitos são construídos na mente dos indivíduos, desde as primeiras experiências com números e operações até o domínio de conceitos mais avançados. Além disso, analisa as dificuldades e obstáculos enfrentados pelos indivíduos nesse processo, buscando identificar estratégias eficazes para superá-los. Com este estudo, espera-se obter descoberta de métodos pedagógicos baseados na psicologia cognitiva que são mais eficazes para ensinar multiplicação, facilitando a construção do conceito na mente dos alunos e propostas de melhorias nos programas de formação inicial e continuada de professores, assegurando que os futuros educadores possuam uma compreensão profunda e clara da multiplicação.

**Palavras-chave:** multiplicação, formação de professores, psicologia cognitiva.

### 1. INTRODUÇÃO

O estudo da formação conceitual no ensino da matemática envolve a análise de como os conceitos matemáticos são adquiridos ao longo do tempo, desde as primeiras experiências com números e operações até conceitos mais avançados (Klausmeier; Goodwin, 1977). Dentro dessa perspectiva, o conceito de multiplicação pode, à primeira vista, parecer simples. Conforme definido por Caraça (1998), a multiplicação é entendida como uma operação de adição de parcelas iguais.

No entanto, ao analisarmos com mais profundidade, essa definição inicial representa apenas um aspecto da multiplicação, pois o conceito é consideravelmente mais amplo e complexo. Por exemplo, uma das distinções fundamentais entre multiplicação e adição está no pressuposto conceitual subjacente a cada operação. Enquanto a adição combina duas ou mais quantidades para encontrar o total, a multiplicação está intrinsecamente ligada à ideia de agrupamento, isto é, encontrar um valor numa variável que corresponda a um valor dado na outra variável (Carraher *et al.*, 2005).

Por falta de compreensão dos processos de construção do conhecimento os professores equivocadamente interpretam que os processos de adição e multiplicação

<sup>1</sup> Doutoranda em Educação pela Universidade Estadual de Campinas – Unicamp. Campinas, São Paulo – Brasil. [milenacristinisilva@gmail.com](mailto:milenacristinisilva@gmail.com).

<sup>2</sup> Professor Doutor Colaborador da Faculdade de Educação da Universidade Estadual de Campinas- Unicamp. Campinas, São Paulo – Brasil. [sloren@unicamp.br](mailto:sloren@unicamp.br).

são idênticos. Se isso fosse verdade, uma vez que o aluno compreendesse a adição, a compreensão da multiplicação ocorreria simultaneamente. Piaget (1995) afirma que a compreensão da multiplicação pode requerer um período de até dois anos para se estabelecer de fato, pois a compreensão da multiplicação é consideravelmente menos intuitiva do que a da adição.

A compreensão da multiplicação implica em mecanismos de construção associados ao processo de abstração reflexiva, que envolve níveis crescentes de complexidade. No que diz respeito aos diversos conjuntos numéricos, é necessário considerar suas especificidades para garantir que o conceito de multiplicação seja válido em todo o universo numérico ao qual está relacionado, evitando assim a interpretação de que a multiplicação sempre resulta em um aumento do valor.

Portanto, o principal objetivo do estudo é apresentar a teoria da psicologia cognitiva aplicada ao ensino da multiplicação, investigando como os conceitos são construídos na mente dos indivíduos, desde as primeiras experiências com números e operações até o domínio de conceitos mais avançados.

## **2. PSICOLOGIA COGNITIVA E O CONHECIMENTO CONCEITUAL**

A base educacional que moldou as estruturas da escola contemporânea é o resultado de uma variedade de correntes teóricas do passado. Muitas vezes, desconhecemos a extensão da influência que essas teorias e ideologias exercem sobre nós e sobre os educadores. No contexto brasileiro do século passado, predominava a ênfase na absorção de uma grande quantidade de informações, o que deixava pouco espaço para os estudantes desenvolverem suas próprias ideias e aspirações, como também não havia interesse em focar na construção de conhecimentos. Os currículos escolares refletiam essa abordagem, priorizando conteúdos extensos e avaliações quantitativas. Esse período marcou a consolidação de uma abordagem conteudista e tradicionalista na educação brasileira (Ramos, 2009).

Diversas ideias e teorias moldaram a formação dos professores, continuando a exercer influência sobre a prática educacional contemporânea. Entre elas, destacam-se as teorias comportamentalistas, também conhecidas como behavioristas, que concebiam o aprendizado como uma resposta desencadeada por estímulos do ambiente. O termo behaviorismo deriva de *behavior*, em inglês, que significa comportamento. Dois importantes behavioristas são Ivan Petrovich Pavlov (1849-1936) e Burrhus Frederic Skinner (1904-1990).

Pavlov descobriu os reflexos condicionados, sugerindo que os seres humanos aprendem principalmente por meio da imitação, observação e reprodução dos comportamentos alheios, considerando que nossas ações são meras respostas. Ele foi agraciado com o Prêmio Nobel de Medicina em 1904. Já Skinner concluiu que o aprendizado resulta da mudança comportamental induzida por respostas individuais a estímulos e reforços do ambiente. Ele rejeitava a ideia de livre arbítrio, argumentando que afirmar a capacidade humana de escolha livre negaria sua suposição básica de que o comportamento é controlado pelo ambiente. Entre 1940 e 1960, Skinner exerceu grande influência, dominando a psicologia e os princípios educacionais da época.

A necessidade de uma abordagem mais humanizada no campo educacional levou ao surgimento das teorias cognitivas, que buscam compreender como os indivíduos

adquirem conhecimento, atribuem significados e transferem informações de um contexto para outro. Dentre os principais cognitivistas, destacam-se:

- Jerome Bruner (1915 – 2016), que desafiou o paradigma do behaviorismo ao enfatizar a aprendizagem por descoberta. Ele propôs um modelo de currículo em espiral, no qual os mesmos temas são abordados repetidamente, porém com maior profundidade a cada vez, permitindo que os alunos ampliem suas representações mentais ao longo do tempo.
- David Ausubel (1918 – 2008), que destacou a importância da aprendizagem significativa, na qual o novo conhecimento se ancora em conceitos já existentes na estrutura cognitiva do aprendiz.
- Lev Semionovitch Vigotski (1896 – 1934), cuja teoria ressaltava a influência do contexto sociocultural no desenvolvimento cognitivo do indivíduo. Ele introduziu o conceito de Zona de Desenvolvimento Proximal (ZDP), na qual a criança necessita de assistência para realizar determinadas tarefas, enquanto na Zona de Desenvolvimento Autossuficiente (ZDA), ela consegue realizá-las independentemente. A teoria sociointeracionista de Vigotski, que destaca a relação entre desenvolvimento da linguagem e desenvolvimento cognitivo, influenciou recentes tendências linguísticas.
- Jean Piaget (1896 – 1980), que se dedicou a compreender como o ser humano alcança o conhecimento lógico, elaborando uma teoria do desenvolvimento da inteligência. Sua abordagem construtivista enfatiza que o conhecimento é construído pelo sujeito por meio da interação com o ambiente físico e social. Piaget argumentou que o desenvolvimento da inteligência é um processo progressivo de organização, resultante da interação contínua do indivíduo com o meio, levando à adaptação e equilíbrio.

Ao empregar a teoria cognitiva ao ensino da matemática, destacam-se as contribuições de autores como Vergnaud (1988, 1990) e Klausmeier e Goodwin (1977). Vergnaud (1988) propõe uma abordagem que enfatiza a importância da compreensão conceitual na aprendizagem matemática. Ele defende que os alunos devem não apenas dominar os procedimentos, mas também compreender os conceitos subjacentes às operações matemáticas. Para Vergnaud, os conceitos matemáticos não são simplesmente transmitidos, mas construídos pelos alunos por meio de atividades de aprendizagem que os levam a explorar, refletir e elaborar seus próprios significados.

Por sua vez, Klausmeier e Goodwin (1977) destacam a relevância da abordagem cognitiva na resolução de problemas matemáticos. Eles argumentam que os estudantes precisam desenvolver habilidades cognitivas, como o pensamento crítico, a análise e a síntese, para resolver problemas matemáticos de forma eficaz. Além disso, enfatizam a importância de fornecer aos alunos oportunidades para aplicar seus conhecimentos em contextos significativos, permitindo-lhes conectar os conceitos matemáticos com situações do mundo real.

## **2.1 Conhecimento Conceitual da Multiplicação**

A multiplicação é comumente considerada como uma operação de procedimentos simples, com regras pré-estabelecidas e um algoritmo familiar em contraste com a adição, subtração e divisão, que demandam maior flexibilidade mental. No entanto, será que essa

simplicidade se estende ao domínio dos conceitos e princípios? Responder a essa pergunta implica analisar os aspectos ontológicos de sentidos, significados e representações que essa operação apresenta nos conjuntos numéricos. Para uma melhor compreensão da multiplicação, começamos nossa análise com base nas contribuições de Caraça (1998). Segundo esse autor, a multiplicação pode ser conceituada como uma adição de parcelas iguais, simplificando assim a adição de múltiplas parcelas através do uso da operação de multiplicação.

Embora a noção de adição de parcelas iguais seja amplamente difundida, estudos posteriores a Caraça apresentam outras contribuições que trazem um novo entendimento a respeito desse conceito. Isso ocorre porque, ao considerarmos o pressuposto conceitual como ponto de partida, torna-se evidente uma diferença significativa entre multiplicação e adição, ou, de maneira mais ampla, entre o raciocínio aditivo e o raciocínio multiplicativo (Carraher *et al.*, 2005).

Carraher, Campos, Magina e Bryant (2005, p. 85) destacam que, na adição, a premissa fundamental é que o todo é igual à soma das partes, estabelecendo assim uma relação de parte-todo como base para o raciocínio aditivo. Por outro lado, o aspecto conceitual fundamental do raciocínio multiplicativo é a presença de uma relação constante entre duas variáveis, grandezas ou quantidades. Em qualquer situação de multiplicação, duas quantidades estão relacionadas de forma estável entre si.

Ramos (2009, p. 79) esclarece essa distinção sutil, destacando que na multiplicação, em seu aspecto aditivo, há a consideração de números de natureza distinta: um dos números representa grupos e o outro indica quantos elementos compõem cada grupo. Em outras palavras, quando afirmamos que  $2 \times 3$  é o mesmo que  $3 \times 2$  (propriedade comutativa da multiplicação), estamos nos referindo ao resultado final, que permanece inalterado. No entanto, a relação entre o número de grupos e a quantidade de elementos em cada grupo difere.

A multiplicação vai além da simples adição de parcelas iguais, embora essa seja sua ideia central. Além de representar a quantidade de grupos e de elementos em cada grupo, refletindo a noção aditiva, a multiplicação também é abordada em outros contextos. Ela é explorada em seu aspecto combinatório, envolvendo arranjos e combinações, e também é explorada por meio de configurações retangulares, conhecida como multiplicação em linhas e colunas (Ramos, 2009). Essas diferentes perspectivas afirmam a versatilidade do conceito de multiplicação, que vai além de simples cálculos aritméticos.

As diferentes abordagens do raciocínio multiplicativo exercem um impacto significativo na forma como os indivíduos desenvolvem compreensão sobre os conceitos dessa operação. Isso se deve à necessidade de compreender uma variedade de fatores, alguns dos quais podem parecer pouco intuitivos. Na prática pedagógica, Bigode e Frant (2011) observaram que nem todas as situações são tratadas nas aulas da mesma maneira ou com a mesma ênfase. À medida que os alunos progridem em seus métodos de cálculo e modos de pensamento, é benéfico introduzir representações em forma de disposições retangulares. Isso se justifica pelo fato de que a disposição retangular é considerada uma das representações mais poderosas para apoiar o desenvolvimento do raciocínio multiplicativo.

### 3. CONSIDERAÇÕES FINAIS

A relevância deste estudo reside na produção de conhecimento científico sobre o ensino que implicam na melhoria da qualidade da educação brasileira, contribuindo principalmente para a formação dos professores de Matemática. Ao compreender profundamente os aspectos relacionados as ideias da multiplicação, podemos desenvolver estratégias de ensino mais eficazes que permitam aos professores de Matemática transmitir os conceitos de multiplicação de forma mais significativa e integrada, promovendo assim uma compreensão mais profunda e duradoura nos alunos. Isso é importante para garantir que a Educação Matemática no Brasil esteja alinhada com as melhores práticas pedagógicas e contribua para o desenvolvimento acadêmico e cognitivo dos alunos.

Além disso, aperfeiçoar os currículos escolares no ensino sobre abordagens baseadas na psicologia cognitiva, garantindo que os materiais didáticos sejam alinhados com as melhores práticas de ensino e aprendizagem de maneira gradual, começando com a compreensão básica de números e operações simples, mas também explorando as ideias da multiplicação que ultrapassam a mera adição repetida de parcelas iguais.

### REFERÊNCIAS

- CARAÇA, B. J. **Conceitos Fundamentais da Matemática**. Lisboa: Gradiva, p. 04 a 28. 1998.
- CARRÁHER, T. N. *et al.* **Introdução à Educação Matemática**: os números e as operações numéricas. São Paulo: Cortez, p. 84 a 105. 2005.
- BIGODE, A. J.L.; FRANT, J. B. Multiplicação: ideias e conceitos - representações que ajudam a entender as ideias multiplicativas. In.: \_\_\_\_\_. **Matemática**: soluções para dez desafios do professor: 1º ao 3º ano do Ensino Fundamental. 1a ed. São Paulo: Ática Educadores, p. 56 a 71. 2011.
- KLAUSMEIER, H. J.; GOODWIN, W. **Manual de Psicologia Educacional**: aprendizagem e capacidades humanas. Tradução de Abreu, M. C. T. A. São Paulo: Harper & Row. 1977.
- RAMOS, L. F. A construção conceitual das operações. In.: \_\_\_\_\_. **Conversas sobre números, ações e operações**: uma proposta criativa para o ensino da matemática nos primeiros anos. São Paulo: Ática, p. 61 a 96. 2009.
- VERGNAUD, G. La théorie des champs conceptuels. **Recherches en Didactique des Mathématiques**, 10 (23): 133-170, 1990.



## CONHECIMENTO INTERPRETATIVO DE FUTUROS PROFESSORES DE MATEMÁTICA – UMA TAREFA PARA A FORMAÇÃO NO ÂMBITO DA PROPORCIONALIDADE

Paulo Eduardo Camargo Heinrich Carrara<sup>1</sup>  
Miguel Ribeiro<sup>2</sup>

**Resumo:** O conhecimento do professor de matemática é considerado especializado, tanto no que se refere ao conhecimento matemático quanto ao conhecimento pedagógico. Assume-se aqui essa especialização na perspectiva do Conhecimento Interpretativo e, considerando que a prática do professor se sustenta na implementação e discussão de tarefas, torna-se essencial que a formação considere também a centralidade das tarefas que desenvolvam o conhecimento do professor. Como o tópico de proporcionalidade é requerido para estudo de muitos outros tópicos internos e externos à matemática, torna-se um bom candidato para uma discussão na formação de professores e na pesquisa centrada no conhecimento do professor. Com esta pesquisa, buscamos obter um mais amplo entendimento relativo ao Conhecimento Interpretativo revelado por futuros professores de matemática ao lidarem com produções de alunos para um problema no âmbito da proporcionalidade. Considera-se um estudo de caso – informações coletadas, por meio de produções escritas, em uma disciplina de uma Licenciatura em Matemática – recorrendo às produções dos futuros professores associadas a uma Tarefa para Formação que busca aceder e desenvolver o seu Conhecimento Interpretativo. Foi realizada uma breve discussão do conhecimento revelado pelos futuros professores ao responderem a uma pergunta a respeito do que é proporcionalidade – que constitui apenas parte da Tarefa para Formação em questão.

**Palavras-chave:** conhecimento interpretativo, tarefa para a formação, proporcionalidade, matemática.

### 1. INTRODUÇÃO

Tendo como objetivo a melhora das aprendizagens matemáticas dos alunos, associada a um entendimento do que fazem e porque o fazem – além da evolução de seus resultados escolares em testes nacionais –, é fundamental compreender como a formação pode colaborar para um aprofundamento do conhecimento matemático dos professores, a fim de possibilitar um ensino com e para a compreensão.

O conhecimento do professor assume papel prevaiente na aprendizagem dos alunos, apresentando um impacto nessa aprendizagem maior que qualquer outro fator controlável (por exemplo, Nye, Konstantopoulos e Hedge, 2004). O conhecimento do professor influencia diretamente na elaboração das tarefas, na sua implementação em

---

<sup>1</sup> Graduação; Universidade Estadual de Campinas/Unicamp, Campinas, São Paulo, Brasil, [pauloechcarrara@gmail.com](mailto:pauloechcarrara@gmail.com).

<sup>2</sup> Professor Doutor; Universidade Estadual de Campinas/Unicamp, Campinas, São Paulo, Brasil, [cmribas78@gmail.com](mailto:cmribas78@gmail.com).



sala de aula e na percepção dos alunos sobre o ensino e a aprendizagem de matemática. O entendimento sobre o conhecimento do professor pode variar, desde uma abordagem generalista até uma visão que reconhece o conhecimento do professor de matemática como especializado para sua prática profissional. Assumimos essa última perspectiva e as especificidades associadas à conceitualização do denominado *Mathematics Teacher's Specialized Knowledge* – MTSK (Carrillo *et al.*, 2018) e, considerando a necessidade de que a prática do professor tenha como ponto de partida o que os alunos conhecem e como conhecem, assumimos a concepção de Conhecimento Interpretativo – CI (Jakobsen; Ribeiro; Mellone, 2014; Di Martino; Mellone; Ribeiro, 2019).

A prática do professor de matemática é sustentada na aplicação e discussão de tarefas (Mason; Johnston-Wilder, 2006), então torna-se essencial que a formação se sustente também em tarefas, que desenvolvam simultaneamente o conhecimento matemático e pedagógico especializado do professor. Destaca-se, assim, um foco particular nas denominadas Tarefas Formativas e na implementação das Tarefas para a Formação – TpF (Ribeiro; Almeida; Mellone, 2021).

A proporcionalidade é um tópico matemático de especial interesse nesta linha de pesquisa, já que o conhecimento sobre ele é requerido para o estudo de muitos tópicos do currículo escolar de matemática (escala, probabilidade, porcentagem, taxa de variação, trigonometria, equivalência, medição, álgebra, geometria de figuras planas) e das ciências naturais – densidade, molaridade, velocidade e aceleração ou força (Dole *et al.*, 2012).

Persegue-se, assim, responder à seguinte questão: *Que Conhecimento Interpretativo revelam futuros professores de matemática ao resolverem uma Tarefas para a Formação no âmbito do tópico de proporcionalidade.*

## 2. REFERENCIAL TEÓRICO

A conceitualização do MTSK considera o conhecimento especializado do professor de matemática nos domínios Conhecimento Matemático (MK) e Conhecimento Pedagógico do Conteúdo (PCK), e cada domínio contém três subdomínios. No MK focamos o subdomínio do Conhecimento dos Tópicos (KoT), que envolve o conhecimento do professor sobre cada um dos tópicos específicos, combinando o nível de conhecimento que os estudantes devem alcançar em determinada etapa escolar com uma compreensão mais profunda (Carrillo *et al.*, 2018). Neste subdomínio são incluídas as categorias de (i) definições, propriedades e seus fundamentos; (ii) procedimentos; (iii) registros de representação; iv) fenomenologias e aplicações.

Sobre a definição do tópico em questão, pode-se entender proporção como sendo uma igualdade entre duas razões (Heller; Ahlgren; Post, 1989). Para Vergnaud (1988), a proporção direta é uma relação multiplicativa entre as quantidades de dois espaços-medidas. Silvestre e Ponte (2009) definem proporção direta como uma função linear, dada por  $y = m.x$ , com  $m \neq 0$ . Essas duas últimas definições envolvem uma noção intuitiva da proporcionalidade desde os primeiros anos da escolaridade e tem precedência sobre a noção de igualdade entre razões.

Dentre os procedimentos utilizados para encontrar o valor numérico de uma grandeza proporcional a outra, identificam-se as estratégias: construção – por meio de covariação das grandezas por adições sucessivas –; taxa unitária – ao responder à questão “quantos

para um?” (Ben-Chaim *et al.*, 1998); constante de proporcionalidade – encontrada pela razão entre quantidades correspondentes de cada grandeza; multiplicação cruzada – ou regra de três, que se baseia nas propriedades de razões equivalentes, proveniente de uma das possíveis definições de proporção (Cramer; Post, 1993).

Para Lamon (2005), o raciocínio proporcional implica a compreensão de uma relação constante entre duas grandezas (invariância) e a noção de que estas grandezas variam em conjunto (covariância). Segundo a autora, uma das dificuldades dos alunos é compreender a natureza multiplicativa das situações proporcionais, o que requer alguma maturidade matemática para compreender a diferença entre adicionar e multiplicar e os contextos em que cada uma se pode usar.

A respeito do Conhecimento Interpretativo, em Enciclopédia Springer Nature, esse corresponde ao:

conhecimento matemático amplo e profundo que permite ao professor contribuir para que os alunos possam elaborar/desenvolver o seu conhecimento matemático tendo como ponto de partida o seu próprio raciocínio e produções, independentemente de serem não standard ou incorretas. O Conhecimento Interpretativo complementa o conhecimento de erros comuns ou estratégias dos alunos com o conhecimento das origens dos possíveis erros típicos e não típicos e o conhecimento do uso dos erros como uma efetiva fonte de aprendizagem (Di Martino; Mellone; Ribeiro, 2019, p. 1, tradução nossa).

O CI pode ser categorizado em três níveis (Mellone *et al.*, 2017): (i) Interpretação avaliativa - processo pelo qual o professor determina congruência entre produções dos alunos e seu espaço solução de resposta matematicamente corretas; (ii) Interpretação para design educacional: maneira pela qual o professor desenha etapas didáticas baseado nas produções dos alunos; (iii) Interpretação como pesquisa - disposição e habilidade do professor para revisar sua própria formulação matemática a fim de assegurar que esteja coerente com a produção do aluno.

### 3. CONTEXTO E MÉTODO

Trata-se de um estudo de caso, com informações coletadas em uma disciplina da Licenciatura em Matemática de uma universidade pública brasileira com a participação de treze futuros professores, cujo objetivo é aceder e desenvolver o conteúdo das especificidades do conhecimento desses futuros professores, em especial o CI.

As informações foram coletadas recorrendo às produções escritas dos futuros professores ao responderem à TpF em pequenos grupos (seis duplas e um trio). Essa TpF constitui-se de três partes (Parte Preliminar, Parte I e Parte II). A Parte Preliminar, a única respondida individualmente, foca o conhecimento especializado dos futuros professores associado ao fenômeno da proporcionalidade, com a seguinte questão: “*Se alguém lhe para na rua e pergunta o que é proporcionalidade, como você responderia?*”. A Parte I, respondida em dupla ou trio, é composta por uma tarefa para os alunos e três perguntas que focam o conhecimento a respeito do tópico – em especial sobre procedimentos –, da previsão de resoluções e das dificuldades dos alunos

ao resolverem o problema “*Em determinada comunidade de pescadores e caçadores a moeda de troca eram os produtos que estes possuíam. Se os pescadores e caçadores daquela época (período das cavernas) trocassem sempre 2 aves por 3 peixes, quantos peixes deveria ter um pescador para trocar por 22 aves?*”.

A Parte II, respondida em dupla ou trio, traz produções de alunos para tarefa do aluno para serem interpretadas pelos futuros professores e estes são incentivados a fornecer o que consideram ser um *feedback* apropriado para que os alunos alcancem uma generalização.

Para a análise, as produções escritas dos futuros professores para a TpF foram transcritas *ipsis verbis* seguindo o instrumento apresentado em Ribeiro, Carrillo e Monteiro (2012) de modo a dividir o período da aula em episódios fenomenologicamente coerentes e associados aos objetivos de desenvolvimento de conhecimento perseguidos. A análise das informações foca o Conhecimento Interpretativo revelado pelos futuros professores e os níveis desse conhecimento que se identifica nas suas produções e discussões, mas também envolve o conhecimento matemático revelado por eles relativamente à proporcionalidade, uma vez que o CI que revelam está intimamente relacionado com o conhecimento que revelam no âmbito do tópico em questão (KoT).

#### 4. ANÁLISE, DISCUSSÃO E CONSIDERAÇÕES

Uma análise preliminar das produções dos futuros professores à pergunta da Parte Preliminar permitiu identificar três produções que destacam a ideia de covariação (por multiplicação) de duas grandezas proporcionais. Em duas dessas produções, essa variação é generalizada, como em “*se algo aumentar uma quantidade  $x$  de vezes, outra coisa (relacionada a anterior) irá aumentar ou diminuir a mesma quantidade  $x$  vezes*”, e descrevem a proporcionalidade como uma “*relação entre dois objetos*” ou “*elementos*”. Enquanto isso, a terceira produção especifica as grandezas e valores numéricos para a variação por um exemplo: “*Ou seja, quando o “tamanho” do prédio dobrou, o tempo de construção também dobrou. Se o tamanho fosse multiplicado por 7, o tempo também seria.*”. Estes resultados permitem perspectivar um conjunto de discussões associadas ao conhecimento do professor, mas também para a melhoria da tarefa e sua implementação e de desenvolvimento do nosso próprio conhecimento enquanto professores.

#### 5. AGRADECIMENTOS

O presente trabalho forma parte do projeto de pesquisa financiado pelo CNPq “Desenvolvimento do Conhecimento Interpretativo e Especializado do professor e suas relações com as Tarefas para a Formação no âmbito da Medida, e do Pensamento Algébrico, Geométrico e Estatístico” (404959/2021-0).

#### REFERÊNCIAS

BEN-CHAIM, David et al. Proportional reasoning among 7th grade students with different curricular experiences. **Educational Studies in Mathematics**, v. 36, p. 247-273, 1998.  
CARRILLO, José. et al. The mathematics teacher’s specialized knowledge (MTSK) model. **Research in**

**Mathematics Education**, v. 20, 2018.

CRAMER, Kathleen; POST, Thomas; GRAEBER, Anna O. Connecting research to teaching: Proportional reasoning. *The Mathematics Teacher*, v. 86, n. 5, p. 404-407, 1993. DI MARTINO, Pietro.; MELLONE, Maria.; RIBEIRO, Miguel. Interpretative knowledge.

**Encyclopedia of Mathematics Education**. Cham: Springer International Publishing, p. 1-5, 2019.

DOLE, Shelley *et al.* Students' proportional reasoning in mathematics and science. **In: Proceedings of the 36th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education**. International Group for the Psychology of Mathematics Education, v. 2, p. 195-202, 2012.

HELLER, Patrícia *et al.* Proportional reasoning: the effect of won contexto variables, rate type, and problem setting. **Journal of Research in Science Teaching**, p. 205 - 220, 1989.

JAKOBSEN, Arne; RIBEIRO, Miguel MELLONE, Maria. Norwegian prospective teachers' MKT when interpreting pupils' productions on a fraction task. **Nordic Studies in Mathematics Education**, 19 (3-4), p. 135–150, 2014.

LAMON, Susan. **Teaching fractions and ratios for understanding: Essential content knowledge and instructional strategies for teachers (2nd ed.)**. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum, 2005.

MASON, John; JOHNSTON-WILDER, Sue. Designing and using mathematical tasks.

**Tarquin Publications**, 2006.

MELLONE, Maria *et al.* Prospective teachers interpret student responses: Between assessment, educational design and research. **In: proceedings of the 10th Congress of the european society for research in Mathematics education**. Dublin: Institute of education, Dublin City University and CERME, p. 2948-2955, 2017.

NYE, Barbara; KONSTANTOPOULOS, Spyros.; HEDGES, Larry. How Large Are Teacher Effects?.

**Educational Evaluation and Policy Analysis (EEPA)**, v. 26, n. 3, 2004.

RIBEIRO, Miguel.; ALMEIDA, Alessandra; MELLONE, Maria. Conceitualizando Tarefas Formativas para Desenvolver as Especificidades do Conhecimento Interpretativo e Especializado do Professor. **Perspectivas da Educação Matemática**, v. 14, p. 1 - 32, 2021.

SILVESTRE, Ana Isabel; PONTE, João Pedro da. Ser ou não ser uma relação proporcional: uma experiência de ensino com alunos do 6º ano. *Actas do XX Seminário de Investigação em Educação Matemática: Associação de Professores de Matemática*, 2009.



## FORMAÇÃO CONTINUADA DE PROFESSORES QUE ENSINAM MATEMÁTICA E SEU IMPACTO NA APRENDIZAGEM DOS ALUNOS

Rita Santos Guimarães<sup>1</sup>  
Marcelo F.<sup>2</sup>

**Resumo:** O objetivo desta comunicação é apresentar o andamento de um projeto de pesquisa que visa desenvolver e avaliar um curso de formação continuada sobre aritmética para professores que ensinam matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. Desde 2023, um grupo de pesquisadores e um grupo de professoras de uma escola municipal de Campinas/SP se reúne semanalmente para discutir conteúdos matemáticos voltado para as demandas da sala de aula e, colaborativamente, elaborar um curso de formação. Em sintonia com os preceitos de longa duração, foco no conteúdo, no conhecimento pedagógico e na coerência com a realidade das professoras, o projeto já estruturou o conteúdo de aritmética a ser abordado, incluindo formas de apresentação relacionadas com a prática dos Anos Iniciais. Para subsidiar as discussões da formação, o projeto também produz materiais como coleção de vídeos curtos de situações reais de sala de aula, registros de resoluções de alunos, exemplos de atividades e dinâmicas, entre outros. Para avaliar o impacto da formação, foi desenvolvido um instrumento para medir o conhecimento pedagógico de conteúdo de professores, focado em aritmética dos Anos Iniciais. Além disso, devido à parceria com a escola municipal, desenvolvemos ferramentas e organizamos ações para lidar com demandas que surgiram durante o período na escola, como o uso de lousinhas, produção de material dourado magnético e a organização de agrupamento de turmas baseado em avaliações de sondagem e diagnóstico de conceitos de aritmética. Durante esta comunicação, explicitaremos mais detalhes sobre o andamento do projeto, as ações e os subprodutos em desenvolvimento.

**Palavras-chave:** formação continuada de professores, aritmética, anos iniciais, colaboração.

### 1. INTRODUÇÃO E JUSTIFICATIVA

A formação inicial de professores para atuarem nos anos iniciais do Ensino Fundamental não oferece oportunidades adequadas para que esses profissionais desenvolvam conhecimento de conteúdo e conhecimento pedagógico de conteúdo matemático, uma vez que os cursos são fragmentados e possuem ementas demasiadamente extensas (Costa; Pinheiro; Costa, 2016; Curi, 2006; Gatti, 2010). Além disso, todos os indicadores nacionais de aprendizagem, como o Ideb<sup>3</sup>, a Prova Brasil<sup>4</sup> e o Saresp<sup>5</sup>, apontam que, à medida que avançam nas séries escolares, o conhecimento

<sup>1</sup> Doutora em Educação; Universidade Federal do ABC/UFABC; Santo André, São Paulo, Brasil; [guimaraes.rita@gmail.com](mailto:guimaraes.rita@gmail.com).

<sup>2</sup> Doutor em Matemática; Universidade Estadual de Campinas/Unicamp; Campinas, São Paulo, Brasil; [mfirer@unicamp.br](mailto:mfirer@unicamp.br).

<sup>3</sup> Acesse em: <http://portal.mec.gov.br/conheca-o-ideb>.

<sup>4</sup> Acesse em: <http://portal.mec.gov.br/prova-brasil>.

<sup>5</sup> Acesse em: <https://saesp.fde.sp.gov.br/>.

dos alunos em matemática cai.

Em 2022, a Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (Fapesp), em conjunto com a Secretaria de Educação do Estado de São Paulo (Seduc), lançou um edital incentivando propostas “para subsidiar o aprimoramento e o desenvolvimento de políticas públicas educacionais e de abordagens pedagógicas inovadoras que visem à melhoria do aprendizado e à diminuição das desigualdades educacionais”. Foi neste contexto e considerando que uma das frentes para superar as dificuldades mencionadas é garantir que as crianças iniciem o 6º ano com conhecimento adequado para as demandas da nova etapa de ensino, que propusemos este projeto, em parceria com a escola EMEF/EJA Edson Luiz Lima Souto de Campinas/SP, focando no desenvolvimento de um curso de formação continuada em aritmética para professores que ensinam matemática nos Anos Iniciais.

## 2. FUNDAMENTOS E PRECEITOS

Seguindo os preceitos de uma formação efetiva de Moriconi (2017), estamos elaborando, de forma colaborativa com professoras dos anos iniciais, uma formação com foco no conteúdo e no conhecimento pedagógico de conteúdo de aritmética. A dinâmica da formação incluirá pequenos momentos de exposição, nos quais serão apresentadas situações coerentes com a realidade escolar e que servirão como pontos de partida para discussões, visando uma aprendizagem ativa dos participantes. A formação deverá ocorrer ao longo de, no mínimo, 70 horas e será fundamentada na prática de sala de aula, de modo a ser coerente com a realidade dos professores desse nível de ensino.

A formação continuada em desenvolvimento não se compromete com técnicas ou metodologias específicas. Em vez disso, buscamos desenvolver um conhecimento profundo de matemática elementar, conforme descrito por Ma (1999). Além disso, será dada ênfase aos três aspectos identificados por Baumert *et al.* (2010), a saber: (1) a capacidade de representar problemas e situações matemáticas de diversas formas; (2) compreender e antecipar as dificuldades e erros dos alunos; e (3) a diversidade de explicações para o mesmo tópico, vide Figura 1.

**Figura 1 – Exemplos de diferentes formas de resolução, elaboradas por estudantes do 4º ano, para obter o resultado de  $5 \times 49$ .**

The image shows five handwritten calculations for  $5 \times 49$ :

- Method 1: Repeated addition of 49 five times:  $49 + 49 + 49 + 49 + 49 = 245$ .
- Method 2: Multiplication by 5:  $49 \times 5 = 245$ .
- Method 3: Using the distributive property:  $5 \times 40 = 200$  and  $5 \times 9 = 45$ , then  $200 + 45 = 245$ .
- Method 4: Another multiplication by 5:  $50 \times 5 = 250$ , then  $250 - 5 = 245$ .
- Method 5: Another multiplication by 5:  $50 \times 5 = 250$ , then  $250 - 5 = 245$ .

Fonte: Acervo pessoal de uma professora da escola parceira.

### 3. OBJETIVOS

Este projeto de pesquisa tem como questionamento se o desenvolvimento colaborativo de materiais para a formação continuada de professores dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, envolvendo tanto pessoal universitário quanto professores, resulta em benefícios tangíveis para outros educadores e para o aprendizado dos alunos. Ele se divide em dois objetivos principais:

(a) Desenvolver materiais para a formação continuada de professores de matemática dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, incluindo textos, situações de sala de aula documentadas e materiais de avaliação. Um objetivo secundário é avaliar mudanças nas atitudes e conhecimentos dos alunos em relação à matemática.

(b) Investigar das condições que favorecem a formação continuada, incluindo a participação efetiva de pares (professores do Ensino Fundamental) em programas de longa duração.

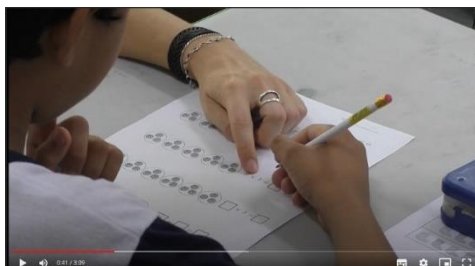
O projeto prevê a avaliação dos impactos por meio de entrevistas, observações em sala de aula e instrumentos de avaliação de conhecimento pedagógico. Também planeja comparar grupos de professores participantes com grupos de controle e avaliar o impacto na aprendizagem dos alunos, apesar dos desafios impostos pela pandemia.

### 4. METODOLOGIA E DESENVOLVIMENTO

Desde o início de 2023, são realizadas reuniões semanais na escola parceira com toda a equipe do projeto – professoras e pesquisadores. Parte dos encontros é previamente planejada pelos pesquisadores, que apresentam conteúdos matemáticos a serem discutidos.

Além das reuniões, os pesquisadores participam de algumas aulas ministradas pelas professoras da equipe. Essas aulas estão sendo gravadas desde o início de 2024, com o objetivo de criar um acervo de vinhetas (de natureza diversa, vide Figura 2) para discussão em grupo durante a formação. O uso de vídeo para formação de professores é uma ferramenta consolidada (Santagata *et al.*, 2021), possibilitando, entre outras habilidades, o desenvolvimento da capacidade de *noticing*, conforme proposto por Mason (2002): *noticing* refere-se à habilidade de identificar situações nas quais é possível interferir nas ações e pensamentos dos alunos de forma adequada e eficiente, visando criar oportunidades de aprendizagem de algum conteúdo. A discussão de vinhetas (vídeos curtos) de sala de aula durante a formação busca promover o desenvolvimento dessa habilidade nos participantes em um ambiente controlado e seguro.

Figura 2 – Vídeo da sala de aula.

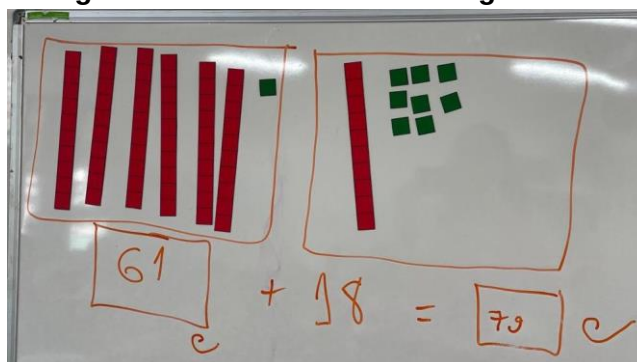




Como formas de avaliar a efetividade do curso, os professores participantes respondem a uma série de questões sobre conhecimento pedagógico de conteúdo, tanto no início quanto ao final do curso. Ainda como forma de mensurar os possíveis impactos da formação, serão realizadas entrevistas com as professoras parceiras para criar parâmetros sobre a percepção de fortalecimento na segurança em aulas de matemática e avaliar possíveis mudanças nas práticas em sala de aula. No momento, estamos em busca de novas parcerias para que, em 2025, o curso possa ser oferecido em outros contextos.

Além das etapas inicialmente planejadas, o projeto, por estar inserido na realidade da escola parceira, considera as demandas reais que surgem. Dada a necessidade de trabalho com o material dourado em momentos de discussão coletiva, foi desenvolvido material magnético que pudesse ser apresentado para a turma toda, vide Figura 3.

**Figura 3 – Material dourado magnético.**



Outro material adquirido para facilitar a escrita e o compartilhamento de ideias e soluções dos estudantes foram as lousinhas individuais (vide Figura 4). Além de possibilitarem um registro rápido e de fácil alteração para os estudantes (muitas vezes escrever no caderno parece permanente demais), as lousinhas permitem que o professor veja diversas soluções ao mesmo tempo e tenha mais subsídios para determinar o direcionamento da aula de acordo com essas informações.

**Figura 4 – Lousinhas individuais.**



Por fim, com a grande preocupação das professoras em relação às defasagens dos seus estudantes, o grupo do projeto organizou um reagrupamento dos alunos do 4º ano da escola parceira. Uma vez por semana, esses grupos recebem atenção específica, voltada para suas necessidades em matemática. Essas necessidades foram



identificadas por meio de um instrumento com questões abertas, elaborado pela equipe do projeto, para sondagem e diagnóstico dos conhecimentos de aritmética.

Assim, para atingir os objetivos de pesquisa e atender às necessidades pedagógicas surgidas na escola parceira, este projeto vem desenvolvendo três materiais que têm características de subprodutos e são interessantes por si só: (a) Desenvolvimento de um instrumento de avaliação de conhecimentos pedagógicos de conteúdos de aritmética elementar. (b) Coleção de vídeos com vinhetas de sala de aula, para formação (inicial e continuada) de professores. (c) Desenvolvimento de avaliações diagnósticas formativas em aritmética para os anos iniciais do Ensino Fundamental.

## 5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este projeto tem avançado conforme o planejamento inicial, tanto no desenvolvimento do curso de formação quanto nas ferramentas e materiais que serão utilizados durante o curso, e nos instrumentos de avaliação que permitirão medir sua efetividade. No entanto, nestes comentários finais, queremos destacar dois aspectos: (1) a realização de pesquisa e o desenvolvimento de um curso em consonância com a realidade escolar brasileira exigem um alto grau de envolvimento entre as partes, persistência e flexibilidade para lidar com todos os desafios e restrições existentes em grande parte do nosso sistema escolar; (2) a parceria entre escola e universidade é crucial! O apoio da equipe gestora, dos funcionários e, principalmente, das professoras, é fundamental para o êxito deste projeto.

## REFERÊNCIAS

- BAUMERT, J. *et al.* Teachers' Mathematical Knowledge, Cognitive Activation in the Classroom, and Student Progress. **American Educational Research Journal**, [s. l.], v. 47, n. 1, p. 133–180, 2010.
- COSTA, J. D. M.; PINHEIRO, N. A. M.; COSTA, E. A formação para matemática do professor de anos iniciais. **Ciência & Educação** (Bauru), [s. l.], v. 22, n. 2, p. 505–522, 2016.
- CURI, E. A formação matemática de professores dos anos iniciais do ensino fundamental face às novas demandas brasileiras. **Revista Iberoamericana de Educación**, [s. l.], v. 37, n. 5, p. 1–10, 2006.
- GATTI, B. A. Formação de professores no Brasil: características e problemas. **Educação & Sociedade**, [s. l.], v. 31, n. 113, p. 1355–1379, 2010.
- MA, L. **Knowing and teaching elementary mathematics**: Teachers' understanding of fundamental mathematics in China and the United States. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, 1999.
- MASON, J. **Researching your own practice: the discipline of noticing**. London New York, NY: Routledge, 2002.
- MORICONI, G. M. (org.). **Formação continuada de professores**: contribuições da literatura baseada em evidências. [S. l.]: Fundação Carlos Chagas, 2017. (Textos FCC: Relatórios Técnicos).
- SANTAGATA, R. *et al.* Mathematics teacher learning to notice: a systematic review of studies of video-based programs. **ZDM – Mathematics Education**, [s. l.], v. 53, n. 1, p. 119–134, 2021.



## CONCEPÇÕES DE PROFESSORES ATUANTES E ASPIRANTES ACERCA DE ESTRATÉGIAS PARA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Valdir Amâncio da Silva<sup>1</sup>

**Resumo:** Este trabalho tem o objetivo de apresentar uma reflexão acerca de parte dos resultados obtidos em uma pesquisa sobre o conhecimento profissional docente, realizada em um processo formativo ocorrido no ano de 2011, que provocou discussões acerca de tal conhecimento observado nos discursos de futuros professores inseridos na formação inicial no período de 2017 a 2022. A pesquisa de natureza qualitativa foi desenvolvida durante um programa de formação continuada no ano de 2011, que abordou a Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud, para professores que atuavam nos anos iniciais da Educação Básica de São Paulo e, as discussões ocorreram durante a regência da disciplina fundamentos metodológicos e epistemológicos da matemática num curso de pedagogia. A análise dos dados coletados (relatórios) foi realizada considerando-se os estudos de Shulman, Schon e Serrazina sobre os conhecimentos do professor, a reflexão sobre a ação e a autoconfiança no momento de uma reflexão na ação. Com base no exposto nos relatórios de um dos sujeitos da pesquisa os professores aspirantes perceberam a necessidade de valorizar a diversificação de estratégias na resolução de situações-problema.

**Palavras-chave:** formação continuada, formação inicial, situações-problema.

### 1. INTRODUÇÃO

Talvez seja de conhecimento de todos os envolvidos com a educação a importância de se realizar formações continuadas. Participando de processos formativos o professor tem a oportunidade de conhecer as mais recentes inovações do ensino e da aprendizagem. E, por que não estender essa proximidade com tais estudos aos futuros professores?

Amâncio (2012) realizou uma pesquisa na qual três sujeitos, inseridos em um processo formativo destinado a professores que atuavam nos anos iniciais da Educação Básica, foram acompanhados no período de abril a julho de 2011 e entrevistados no primeiro semestre do ano seguinte.

A intenção foi a de responder se aqueles sujeitos, quando inseridos em um processo de formação continuada, (re) significariam seus conceitos acerca das estratégias utilizadas pelos alunos para solucionar situações-problema à luz dos pressupostos da Teoria dos Campos Conceituais.

Analisaram-se essas reflexões de acordo com os estudos de Schon (1997), para quem a prática da *reflexão-sobre-a-ação* contribuiria para que o professor se apropriasse de conceitos matemáticos num processo de fazer, observar, refletir sobre o feito e retomar o fazer.

Esse procedimento de reflexão, em muitas das vezes colocava o professor em conflito

---

<sup>1</sup> Doutor em Educação Matemática; Faculdade Paschoal Dantas / FPD, São Paulo, SP – Brasil. valdiramancio@bol.com.br

consigo mesmo levando-o a angustiar-se e procurar novas formas de abordagem dos conceitos trabalhados, conforme preconiza Serrazina (1999).

Os professores foram incumbidos de explorar situações-problema do campo aditivo no âmbito da Teoria dos Campos Conceituais com seus alunos e relatar o desenvolvimento da atividade. Percebeu-se nos relatórios reflexivos elaborados pelos sujeitos que, um deles demonstrou descontentamento com a forma pela qual aplicara a atividade solicitada no processo formativo. Por conta da inquietação o sujeito realizou a atividade por duas vezes, entregando dois relatórios reflexivos.

Considerando as características de Bodgan e Biklen (1994) a respeito de pesquisas qualitativas foram analisados relatórios reflexivos desse sujeito e constatou-se que ele poderia ter (re) significado seus conceitos acerca das estratégias utilizadas pelos alunos na resolução das situações-problema.

Os sujeitos da então pesquisa eram professores atuantes na rede pública de ensino do estado de São Paulo, com no mínimo quinze anos de atuação. O que significa que num dado momento de suas carreiras, olhar para as estratégias de resolução dos alunos não era uma prática pedagógica. Razão pela qual se procurou observar se ocorreu uma (re) significação da ação.

No caso dos futuros professores, estudantes do curso de pedagogia, na disciplina de fundamentos metodológicos e epistemológicos da matemática, a prescrição estava (e está) ancorada na Base Nacional Comum Curricular, que também explora a Teoria dos Campos Conceituais. Trata-se de significação ou (re) significação de ação pedagógica?

## 2. PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

A pesquisa foi desenvolvida com três sujeitos denominados; SUJEITO A, SUJEITO B e SUJEITO C. Contudo, conforme citado anteriormente, serão apresentados dados parciais do estudo referentes apenas ao sujeito A.

Os dados da pesquisa foram coletados em três momentos diferentes; no primeiro momento (antes do processo formativo), a finalidade foi a de perceber a relação do professor com a matemática, seus conhecimentos acerca do uso de estratégias de resolução de situações-problema e como atuava quando ensinava os conceitos matemáticos sobre adição e subtração; no segundo momento (durante o processo formativo), a finalidade foi a de perceber se, e como, o professor reflete sobre as estratégias utilizadas pelos alunos para resolver situações-problema; no terceiro momento (após o processo formativo), a intenção foi a de verificar se, e como, após o período de formação o professor (re) significou sua ação pedagógica acerca do uso de estratégias pelos alunos para resolver situações-problema.

Solicitou-se que os sujeitos escolhessem seis situações-problema, de uma lista de doze, cuja elaboração contou com a ativa participação dos mesmos, para aplicar com suas respectivas turmas. Após a aplicação cada um deveria relatar o desenvolvimento da atividade.

Quanto aos futuros professores (alunos do curso de pedagogia). Na disciplina de fundamentos metodológicos e epistemológicos da matemática o campo aditivo foi abordado nas aulas sobre currículo. Os estudantes eram estimulados a elaborar situações-problema de adição e subtração antes de conhecer a Teoria dos Campos

Conceituais e discursar como orientariam os alunos na resolução. Num outro momento, conhecendo-se o aporte teórico, escreviam outras situações-problema e discutiam como proceder a orientação para resolução com os alunos.

### 3. RELATOS E NARRATIVA DO PESQUISADOR

Conforme já anunciado os relatórios de um sujeito de pesquisa chamou mais a atenção. O desconforto com a aplicação da atividade do sujeito A com sua turma está exposto no quadro 1.

**Quadro 1 – Primeiros relatos apresentado pelo sujeito A**

O sujeito A inicia o seu primeiro relatório explicando a dinâmica que usou com sua turma para realizar a atividade. Conta que após organizar os alunos explicou o que fariam. Para envolver seus alunos, expôs os problemas na lousa e fez uma leitura com eles: “Em seguida li com a turma cada um dos problemas tentando não passar nenhuma dica sobre a resolução.”

Realizada a leitura das situações-problema, os alunos começaram a resolver, contudo, segundo a docente, demonstraram dificuldades para entender alguns problemas: “[...] a interpretação de alguns problemas estava muito difícil. Tentei novamente orientá-los sem passar dicas, mas, acho que muitos perceberam o caminho na minha fala.”

Preocupado com o desenvolvimento da atividade o sujeito A decide intervir novamente e realiza uma nova leitura dos problemas, contudo, suspeita que sua intervenção possa ter feito com que os alunos percebessem a solução dos problemas de uma forma que não queria: “Não sei se era em isso para ser feito, acredito que o fato dos alunos terem resolvido os problemas com operações, sem usar outras estratégias, dificultou a percepção para ver como minha turma é realmente, quer dizer, o que eles realmente sabem fazer e como fazem.”

De acordo com os primeiros relatos apresentados pelo sujeito A percebeu-se seu descontentamento quando cita que não sabia se o desenvolvimento da atividade havia favorecido a criação de estratégias na resolução de problemas. Vergnaud (2009) sugere que situações-problema sejam solucionadas considerando-se diferentes conceitos e diferentes significados. O quadro 2 apresenta a reflexão desse sujeito de pesquisa após a reaplicação da atividade com seus alunos.

**Quadro 2 – Relatos da reaplicação da atividade apresentado pelo sujeito A**

No segundo relatório reflexivo o sujeito A descreve o encaminhamento dado para o desenvolvimento da atividade com seus alunos. Conta que após terem copiado as situações-problema da lousa, os estudantes foram estimulados a refletir e levantar hipóteses que, posteriormente, foram socializadas em uma mesa redonda. Terminada essa etapa, os estudantes começaram a resolver os problemas sob o olhar atento da professora que percebeu o seguinte: “Alguns alunos liam, interpretavam os dados e realizavam a adição ou subtração mentalmente resolvendo a situação, mas também foram apresentadas algumas conclusões imediatistas que dificultava a interpretação dos dados.” (N.A. reflexão na ação)

Empenhada em desenvolver a atividade de forma a contribuir significativamente com o aprendizado de seus alunos, a Professora A realizou um pequeno estudo no qual aponta a importância da ZDP (Zona de Desenvolvimento Proximal) de Vygotsky e das considerações de Piaget e Vergnaud sobre o olhar do professor para os erros dos alunos para salientar os aspectos positivos de se promover momentos de discussões entre os estudantes sobre as diferentes estratégias e seus equívocos na resolução de problemas.

Finaliza seu relatório reflexivo apresentando suas considerações em relação ao trabalho desenvolvido: “A aplicação deste trabalho em sala de aula não apenas promoveu o aprendizado dos alunos, mas também contribuiu significativamente para uma reflexão sobre a prática docente, bem como direcionou um olhar pedagógico sobre o processo de construção de novos conhecimentos e a importância de estarmos o tempo todo apresentando situações desafiadoras que promovam a reflexão e a busca de novas estratégias na realização de diferentes atividades que envolvam os conceitos científicos.”

Conforme o exposto nos relatos após a reaplicação da atividade pelo sujeito A foi possível perceber um momento de reflexão na e sobre a ação no decorrer da atividade - “[...] A aplicação deste trabalho em sala de aula não apenas promoveu o aprendizado dos alunos, mas também contribuiu significativamente para uma reflexão sobre a prática docente [...]”. De acordo com estudos realizados por Schon (1997), a reflexão pode ser descrita, segundo Tolstói, mencionado em seu trabalho, como uma reflexão na ação, praticada pelo professor durante o processo de aplicação de uma atividade com seus alunos, e uma reflexão sobre a ação, praticada pelo professor fora do cenário de aplicação da atividade.

No período de 2017 a 2022 o procedimento metodológico utilizado com os sujeitos de pesquisa no processo formativo de 2011 foi explorado, de forma semelhante, com os professores aspirantes no curso de pedagogia.

No primeiro momento foi solicitado que resolvessem situações-problema para observar quais estratégias seriam utilizadas na resolução de uma mesma situação. A maioria dos estudantes utilizou algoritmos. No segundo momento algumas aulas foram destinadas ao estudo dos pressupostos da Teoria dos Campos Conceituais, pautado, sobretudo, na seguinte colocação; “[...] Os conhecimentos que a criança adquire devem ser construídos por ela em relação direta com as operações que ela, criança, é capaz de fazer sobre a realidade, com os conceitos que ela progressivamente constrói. [...]” (Vergnaud, 2009, p. 15). Por fim, no terceiro momento os estudantes resolveram outras situações-problema, nas quais se percebeu a utilização de estratégias diversificadas para solucionar a mesma situação.

#### 4. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho apresentou uma reflexão no âmbito da Teoria dos Campos Conceituais, abordando o Campo Conceitual Aditivo por meio da resolução de situações-problema.

A reflexão se desenvolveu considerando parte dos resultados de uma pesquisa num processo formativo e a reaplicação dos procedimentos metodológicos com aspirantes a carreira de professor em um curso de pedagogia.

Conforme preconiza a Teoria dos Campos Conceituais, situações-problema favorecem a utilização de estratégias diversificadas de resolução. Cabe, portanto, ao professor oportunizar atividades nas quais os estudantes possam explorar tais estratégias.

Sendo assim, a reflexão indicou que um professor inserido num processo formativo pode reavaliar sua ação pedagógica e um professor aspirante, inserido num curso de pedagogia, pode perceber a importância de estimular os estudantes a resolver situações-problema de maneiras diferentes.

#### REFERÊNCIAS

- AMANCIO, S. V. **Conhecimento profissional docente sobre o campo conceitual aditivo**: uma investigação em um processo formativo. 2012. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Bandeirante de São Paulo, São Paulo.
- BODGAN, R. C.; BIKLEN, S. K. **Investigação qualitativa em educação matemática**. Lisboa: Porto Editora, LTDA, 1994.
- SCHON, D. A. In: DEMAILLY, L, chantraíne *et al.* **Os professores e a sua formação**. Lisboa: Publicações Dom Quixote, 1997.
- SHULMAN, L. Those Who Understand: Knowledge Growth.in: **Teaching Educational Research American Educational Research Association**, p.i -24,1986.
- SERRAZINA, L. Reflexão, conhecimento e prática lectivas em Matemática num contexto de reforma curricular no 1º ciclo. In: **QUADRANTE – REVISTA TEÓRICA DE INVESTIGAÇÃO**. Volume 8. Lisboa, 1999.
- VERGNAUD, G. Epistemologia e "psicologia da educação matemática. **Mathematika and Cognítion**. p, 1-18, 1990.



## CRIOGRAFIA E MATEMÁTICA: “WARCRIPTO”, UMA ATIVIDADE ENVOLVENDO DIVISÃO EUCLIDIANA

Ana Luiza Pecinato Gresele<sup>1</sup>  
Luis Fernando Silveira da Silva<sup>2</sup>  
Janice Teresinha Reichert<sup>3</sup>

**Resumo:** Processar, transmitir e distribuir a informação de maneira segura e confiável em diferentes artefatos digitais torna-se cada vez mais necessário. Neste sentido, formas de proteção de informações são pensadas e necessárias, sendo uma delas a criptografia, que envolve conceitos da Computação e da Matemática, possibilitando o desenvolvimento de atividades interdisciplinares. Desse modo, o objetivo deste presente trabalho é propor uma atividade lúdica que se baseia no Algoritmo da Divisão de Euclides para criar um método de criptografia que será utilizado nas etapas do jogo denominado “Warcripto”.

**Palavras-chave:** educação básica, sala de aula, jogo, matemática, lúdico.

### 1. INTRODUÇÃO

Tendo em vista o espaço que a criptografia ganhou no mundo tecnológico atual, aliado a uma necessidade de educar crianças e jovens sobre a ética, responsabilidade e perigos que o uso de recursos digitais representa, torna-se necessário que algumas formas de trabalhar esses aspectos sejam pensadas. Segundo Silva (2019), a Matemática contribui de diversas formas para a criação de meios de criptografia. Portanto, aliar conteúdos matemáticos da Educação Básica aos conceitos de criptografia, pode ser uma boa estratégia para desenvolver ambos os conceitos além de instigar e motivar os alunos a entenderem melhor a Matemática.

As habilidades da Computação foram introduzidas na Educação Básica pela Base Nacional Comum Curricular (Brasil, 2018), que enfatiza esse ensino por meio de três eixos: Cultura Digital, que diz respeito a fluência no uso das tecnologias digitais para expressão de soluções, assim como a construção de um caráter crítico, ético e responsável perante as ofertas midiáticas e digitais (Brasil, 2018); Mundo Digital, que é a habilidade de “processar, transmitir e distribuir a informação de maneira segura e confiável em diferentes artefatos digitais – tanto físicos (computadores, celulares, tablets etc.) como virtuais (internet, redes sociais e nuvens de dados, entre outros)” (Brasil, 2018, p. 474); Pensamento Computacional, que é definido como “uma abordagem para resolver problemas de uma maneira que possa ser implementada em um computador, onde os

<sup>1</sup> Aluna do curso de Matemática; Universidade Federal da Fronteira Sul (UFFS), Santa Catarina(SC), campus Chapecó.

<sup>2</sup> Aluno do curso de Matemática; Universidade Federal da Fronteira Sul (UFFS), Santa Catarina(SC), campus Chapecó.

<sup>3</sup> Docente do Departamento de Matemática; Universidade Federal da Fronteira Sul (UFFS), Santa Catarina(SC), campus Chapecó.

alunos tornam-se não apenas usuários de ferramentas, mas construtores de ferramentas” (Barr; Stephenson, 2011, p. 51).

Em particular, o Pensamento Computacional é dividido em 4 pilares que o sustentam: Decomposição que envolve a capacidade de identificar um problema complexo e quebrá-lo em pedaços menores e mais fáceis de gerenciar; Reconhecimento de Padrões que consiste em analisar cada problema individualmente, identificando problemas semelhantes que já foram solucionados anteriormente; Abstração que engloba a habilidade de filtrar as informações a fim de encontrar somente as informações necessárias e o Algoritmo que é uma sequência de passos ou regras simples que podem ser criados para solucionar os problemas encontrados (Brackmann, 2017).

Novos documentos como o complemento à BNCC (Brasil, 2022a), que define habilidades computacionais essenciais a todos os estudantes da Educação Básica, e a resolução Nº 1 de 4 de outubro de 2022 (Brasil, 2022b), que torna o ensino de conceitos da Computação obrigatório em território nacional, destacam a necessidade do desenvolvimento de materiais que envolvam os eixos da Computação, se possível, de forma interdisciplinar. Neste sentido, atividades envolvendo criptografia caracterizam a possibilidade de inclusão de conceitos do Mundo Digital e Pensamento Computacional no processo de ensino e aprendizagem da Matemática, fomentando o desenvolvimento de habilidades computacionais. Assim, o objetivo deste trabalho é apresentar uma proposta de atividade lúdica relacionada a criptografia possibilitando o desenvolvimento de habilidades matemáticas e os eixos da Computação.

## 2. DESENVOLVIMENTO DA ATIVIDADE

A atividade proposta foi denominada “*Warcrypto*” e foi desenvolvida através de um método de criptografia baseado no Algoritmo de Euclides, que consiste na atribuição de cada letra do alfabeto a um número referente à sua posição. É importante destacar que, para criptografar mensagens, é necessário utilizar uma chave para codificar, que será a mesma para decodificar a mensagem. Este método será utilizado para codificar e decodificar frases presentes no jogo “*Warcrypto*”.

### 2.1 Codificando através do Algoritmo de Euclides

Considerando o processo de codificação de uma mensagem os passos são: após codificar a palavra através do algarismo posicional de cada letra do alfabeto, os alunos devem somar uma chave secreta “X” com o valor posicional da letra. Em seguida, devem calcular através do Algoritmo de Euclides o resto da divisão pelo divisor 26. Logo, a mensagem codificada será o resto da divisão de cada letra somada à chave secreta por 26.

Para decodificar, eles precisarão saber a chave secreta “X”. O primeiro passo é calcular a subtração do valor da mensagem codificada e da chave. Caso esse resultado seja negativo, é preciso somar 26 para ajustá-lo para um algarismo positivo. Pronto, agora o aluno já tem os algarismos correspondentes à posição da letra no alfabeto, então é só substituí-los pelas letras correspondentes e ele desvendará a mensagem correspondente. As tabelas abaixo mostram os passos para codificar e decodificar a palavra “Matemática”.



**Quadro 1- tabelas para codificação e decodificação**

| Codificação    |                  |                           |                      |                      |                        | Decodificação          |                   |                               |           |                              |                       |                   |
|----------------|------------------|---------------------------|----------------------|----------------------|------------------------|------------------------|-------------------|-------------------------------|-----------|------------------------------|-----------------------|-------------------|
| Letra original | Letra em números | Letra somada a chave L=11 | Algoritmo da divisão | Codificação (restos) | Mensagem criptografada | Mensagem criptografada | Valor da tabela 1 | Valor diminuído da chave L=11 | Resultado | Ajuste dos números negativos | Mensagem decodificada | Mensagem original |
| M              | 13               | $13+11=24$                | $24=0*26+24$         | 24                   | X                      | X                      | 24                | $24-11=13$                    | 13        |                              | 13                    | M                 |
| A              | 1                | $1+11=12$                 | $12=0*26+12$         | 12                   | L                      | L                      | 12                | $12-11=1$                     | 1         |                              | 1                     | A                 |
| T              | 20               | $20+11=31$                | $31=1*26+5$          | 5                    | E                      | E                      | 5                 | $5-11=-6$                     | -6        | $-6+26=20$                   | 20                    | T                 |
| E              | 5                | $5+11=16$                 | $16=0*26+16$         | 16                   | P                      | P                      | 16                | $16-11=5$                     | 5         |                              | 5                     | E                 |
| M              | 13               | $13+11=24$                | $24=0*26+24$         | 24                   | X                      | X                      | 24                | $24-11=13$                    | 13        |                              | 13                    | M                 |
| Â              | 1                | $1+11=12$                 | $12=0*26+12$         | 12                   | L                      | L                      | 12                | $12-11=1$                     | 1         |                              | 1                     | Â                 |
| T              | 20               | $20+11=31$                | $31=1*26+5$          | 5                    | E                      | E                      | 5                 | $5-11=-6$                     | -6        | $-6+26=20$                   | 20                    | T                 |
| I              | 9                | $9+11=20$                 | $20=0*26+20$         | 20                   | T                      | T                      | 20                | $20-11=9$                     | 9         |                              | 9                     | I                 |
| C              | 3                | $3+11=14$                 | $14=0*26+14$         | 14                   | N                      | N                      | 14                | $14-11=3$                     | 3         |                              | 3                     | C                 |
| A              | 1                | $1+11=12$                 | $12=0*26+12$         | 12                   | L                      | L                      | 12                | $12-11=1$                     | 1         |                              | 1                     | A                 |

## 2.2 A atividade “Warcripto”

A atividade proposta nesse trabalho foi denominada “Warcripto” e para a realização dela são necessários alguns materiais, como: um tabuleiro (conforme Figura 1), 36 peões (6 a 6 de cores diferentes), 60 cartas “Desvende o mistério” com frases criptografadas, sendo 20 cartas valendo 5 pontos (mensagens mais difíceis), 20 cartas valendo 3 pontos (mensagens medianas) e 20 cartas valendo 2 pontos (mensagens mais fáceis) - cada carta terá uma chave que será usada para decodificação da mensagem que foi codificada através do algoritmo da divisão, 6 cartas (cada uma com um continente do mapa mundi), uma folha contendo as vidas de cada jogador, um cronômetro de 2 minutos e um dado. A atividade deve ser realizada em grupos de três a seis alunos.

**Figura 1 - tabuleiro da atividade “Warcripto”**



Para iniciar a atividade, cada participante deve lançar uma vez o dado, o aluno que obtiver o maior resultado iniciará a atividade. Em seguida, um participante deve distribuir as cartas referentes aos seis continentes, é necessário destacar que em função da quantidade de participantes, um aluno poderá receber uma carta a mais que os demais.

Os continentes recebidos serão de posse dos respectivos participantes, que deverão colocar um de seus peões em cima do continente. Cada continente tem uma quantidade de 10 vidas.

O objetivo dos participantes é dominar os seis continentes. Para isso, cada continente deve atacar seus continentes “vizinhos”, ou seja, que façam fronteira com o continente que está atacando, e assim acabar com suas vidas. A partir do momento que o

continente que está sendo atacado chegar a zero, o continente atacado passa a ser de posse de quem o derrotou, restaurando as vidas e ampliando a posse do jogador que o derrotou.

No momento que chega na vez de um participante agir, ele deverá escolher qual continente “vizinho” ele irá atacar. Para ocorrer a ação de ataque, o participante deverá escolher uma das cartas “Desvendando mistério”. Na sequência, ele deve codificar ou decodificar a frase presente na carta. É necessário destacar que cada carta tem um valor de ataque, quanto maior o dano da carta, maior a frase para codificar/decodificar. Em contrapartida, o participante que está sendo atacado tem direito a se defender, para isso ele deve retirar uma carta do mesmo monte que o atacante retirou e então fazer o mesmo processo de codificar ou decodificar. Ambos os jogadores tiram a carta ao mesmo tempo e deverão realizar a proposta da carta em um tempo delimitado pelo cronômetro (recomendação de 2 minutos).

Se o atacante terminar o exercício por primeiro, ambos (atacante e atacado), perdem vidas, sendo que o atacante perde uma quantidade reduzida (conforme o quadro abaixo). Caso o participante que está sendo atacado (está se defendendo) termine primeiro, nenhum dos dois perde vida e assim tem-se uma nova rodada. A seguir, a tabela que corresponde aos pontos das cartas escolhidas e os possíveis danos que elas causam:

**Quadro 2- Pontos perdidos se o atacante responder corretamente**

| Ponto das cartas “Desvende o Mistério | Vidas que o adversário perde | Vidas que o atacante perde |
|---------------------------------------|------------------------------|----------------------------|
| 5 pontos                              | 5 vidas                      | 2 vidas                    |
| 3 pontos                              | 3 vidas                      | 1 vidas                    |
| 2 pontos                              | 2 vidas                      | Nenhuma vida               |

Caso um dos dois jogadores desvende a mensagem incorretamente (aquele que terminar primeiro), ele perderá 2 vidas naquele continente que ele está usando para atacar/defender e o adversário nenhuma. Ao perder a vida, o jogador fica responsável por anotar na sua folha quantas vidas restam em seu continente. Quem dominar todos os continentes vence a partida.

### 3. HABILIDADES DESENVOLVIDAS

A atividade proposta desenvolve algumas habilidades do Complemento à BNCC, como EF07CO07 que exige “identificar problemas de segurança cibernética e experimentar formas de proteção”. Ela traz como um exemplo de aplicação trabalhar com esquemas de criptografia através de um dicionário de códigos, o que é feito na atividade. Outra habilidade trabalhada é a EF09CO05, que propõe “analisar técnicas de criptografia para armazenamento e transmissão de dados”.

Além dessas, uma habilidade da BNCC da área do conhecimento de Matemática é EF06MA03, que objetiva “resolver e elaborar problemas que envolvam cálculos (mentais ou escritos, exatos ou aproximados) com números naturais, por meio de estratégias variadas, com compreensão dos processos neles envolvidos com e sem uso de calculadora.”

O Mundo Digital está presente na atividade por englobar um conceito presente no mundo tecnológico: a criptografia, importante para entender a necessidade de segurança

de dados nas redes. Já os pilares do Pensamento Computacional podem ser observados: o Reconhecimento de Padrões (ao entender que dependendo da chave, a letra correspondente será à frente o número de casas da chave), Decomposição (o aluno deve fazer uma etapa por vez) e o Algoritmo (compreender os passos claros de cada fase).

#### 4. CONSIDERAÇÕES FINAIS

O presente trabalho tem como objetivo principal propor uma atividade envolvendo as áreas de Matemática e Computação, através do Algoritmo de Euclides e das habilidades propostas pelo documento Complemento à BNCC. Além disso, a atividade proposta buscou analisar quais eixos da Computação eram trabalhados (o Mundo Digital e o Pensamento Computacional) e de que forma cada um desses eixos era abrangido (através dos pilares do Pensamento Computacional, por exemplo).

Ao aliar os conceitos da Computação com a Matemática, que é uma disciplina considerada abstrata e que muitos alunos possuem dificuldades de aprendizagem, surge uma alternativa que pode auxiliar na aprendizagem escolar e que possibilita motivar o estudante. É importante destacar que a atividade desenvolvida nesse trabalho ainda não foi aplicada em sala de aula, mas há o próximo passo será a realização da aplicação no futuro.

#### REFERÊNCIAS

- BARR, V; STEPHENSON, C. **Bringing computational thinking to K-12: what is Involved and what is the role of the computer science education community?** ACM Inroads, 2011 .Disponível em: <https://people.cs.vt.edu/~kafura/CS6604/Papers/Bringing-CT-K12-Role-of-CS-Education.pdf>. Acesso 03 de junho de 2024.
- BRACKMANN, C. P. **Desenvolvimento do pensamento computacional através de atividades desplugadas na educação básica.** Porto Alegre, 2017. Disponível em: <https://lume.ufrgs.br/bitstream/handle/10183/172208/001054290.pdf?sequence=1&isAllowed=y> . Acesso: 03 de junho de 2024.
- BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular.** Brasília. 2018. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/>. Acesso 03 de junho de 2024.
- BRASIL. Ministério da Educação, (2022a). **Complemento à Base Nacional Comum Curricular.** Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/docman/fevereiro-2022-pdf/236791-anexo-ao-parecer-cneceb-n-2-2022-bncc-com-putacao/file>. Acesso 03 de junho de 2024.
- BRASIL, Ministério da Educação, (2022b). **RESOLUÇÃO Nº 1, DE 4 DE OUTUBRO DE 2022.** Normas sobre Computação na Educação Básica – Complemento à BNCC. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/docman/outubro-2022-pdf/241671-rceb001-22/file>. Acesso em: 10 de Junho de 2024.
- DOMINGUES, H. **Fundamentos da Aritmética.** Florianópolis: Ed. da UFSC, 2009.
- Ministério da Educação (MEC). Normas sobre Computação na Educação Básica – Complemento à BNCC. **Resolução nº1, de 4 de outubro de 2022.** Brasília.
- SILVA, W. W. M. **A Evolução da criptografia e suas técnicas ao longo da história.** 2019. Disponível em: [https://repositorio.ifgoiano.edu.br/bitstream/prefix/795/1/tcc\\_Willian\\_Wallace\\_de\\_Matteus\\_Silva.pdf](https://repositorio.ifgoiano.edu.br/bitstream/prefix/795/1/tcc_Willian_Wallace_de_Matteus_Silva.pdf). Acesso 03 de junho de 2024.



## CÁLCULO DO VOLUME DE CHUVAS: EXPLORANDO CONCEITOS DE GEOMETRIA COM UM PLUVIÔMETRO

Ana Paula Foss<sup>1</sup>

Cinthy Maria Schneider Meneghetti<sup>2</sup>

**Resumo:** Este trabalho tem como objetivo discutir o cálculo do volume de chuvas através de uma atividade prática utilizando um pluviômetro. Para ampliar a abordagem do tema, foram elaborados planos para serem desenvolvidos ao longo de quatro aulas na disciplina de matemática com estudantes do terceiro ano do Ensino Médio. Relata-se a aplicação dessas atividades em uma Escola Estadual do Rio Grande do Sul. As atividades incentivam os estudantes a aprenderem a calcular o volume de chuva, uma habilidade importante para analisar e discutir as potencialidades e os problemas enfrentados por uma região. Isso pode proporcionar às aulas um ambiente de pesquisa baseado na realidade dos estudantes. Considera-se positivo proporcionar aos estudantes a oportunidade de aprender a usar a matemática para interpretar informações sobre o volume de chuvas, resolver problemas contextualizados e também efetuar medições do volume de chuva através da construção e utilização de um pluviômetro. Além disso, com o desenvolvimento das atividades, percebe-se que os estudantes desconheciam o modo como o volume da chuva é calculado.

**Palavras-chave:** volume de chuvas, pluviômetro.

### 1. INTRODUÇÃO

Este estudo irá apresentar uma atividade sobre o cálculo do volume de chuvas, utilizando a metodologia de Resolução de Problemas, seguindo os pressupostos que se apoiam nas ideias de Polya (2006) que afirma que “ter um problema significa buscar conscientemente por alguma ação apropriada para atingir um objetivo claramente definido, mas não imediatamente atingível”.

Ao longo da história da humanidade e da evolução do homem, a Resolução de Problemas tem sido e continua sendo fundamental para nossas vidas. Resolver problemas vai muito além de realizar um simples cálculo matemático. Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), problemas matemáticos podem ser definidos da seguinte maneira:

Um problema matemático é uma situação que demanda a realização de uma sequência de ações ou operações para obter um resultado. Ou seja, a solução não está disponível de início, no entanto é possível construí-la. Em muitos casos, os problemas usualmente apresentados aos alunos não constituem verdadeiros problemas porque, via de regra, não existe um real desafio nem a necessidade de verificação para validar o processo de solução. (Brasil, 1998, p. 41)

<sup>1</sup> Mestre em Matemática (Profmat). Universidade Federal do Rio Grande (Furg). [apf.foss@hotmail.com](mailto:apf.foss@hotmail.com)

<sup>2</sup> Doutora em Matemática. Universidade Federal do Rio Grande (Furg); Rio Grande; Rio Grande do Sul; Brasil. email: [cinthyaschneider@gmail.com](mailto:cinthyaschneider@gmail.com)

Nesse sentido, a aplicação destas atividades reflete essa ideia, onde a Resolução de Problemas no ensino da matemática é fundamental. Ela abre novas possibilidades para os estudantes, tornando-os críticos, pensantes e questionadores. O objetivo da atividade é discutir com os estudantes como é feito o cálculo do volume de chuvas. Para isso, construiu-se um pluviômetro e realizou-se a medição e o cálculo do volume de sólidos geométricos conforme o formato de cada pluviômetro. Neste trabalho apresentam-se os procedimentos metodológicos e os principais resultados da aplicação da atividade.

## 2. REFERENCIAL TEÓRICO

A metodologia de Resolução de Problemas pode ser uma ferramenta poderosa para investigar os conhecimentos prévios dos estudantes. Ela consiste de um processo estruturado e sistemático utilizado para resolver problemas. Segundo Allevato (2005) falar em resolução de problemas é falar sobre métodos, meios e regras que conduzem à descoberta, inovação, investigação, propondo ao estudante uma nova, abordagem de técnicas e estratégias que exigem pensamentos matemáticos diversos, podendo promover o gosto pela descoberta da resolução e o interesse pela matemática.

Ela envolve a identificação do problema, a compreensão de suas causas e contextos, a geração de alternativas de solução, a avaliação das opções e a implementação da melhor solução. Essa abordagem promove o desenvolvimento do pensamento crítico e analítico, além de incentivar a criatividade e a busca por soluções inovadoras. Segundo Polya (1995), são distinguidas quatro fases de trabalho para resolver um problema utilizando essa metodologia:

Primeiro temos de *compreender* o problema, temos de perceber claramente o que é necessário. Segundo, temos de ver como os diversos itens estão inter-relacionados, como a incógnita está ligada aos dados, para termos a ideia da resolução, para estabelecermos um *plano*. Terceiro, *executamos* o nosso plano. Quarto, fazemos um *retrospecto* da resolução completa, revendo-a e discutindo-a (Polya, 1995, p. 03).

Quando estes problemas são apresentados dentro de um contexto real ou relevante para os estudantes, vários benefícios são evidentes. Além disso ao apresentar um novo conteúdo aos estudantes, é preciso investigar os conhecimentos prévios sobre o tema em questão. Estabelecer conexões entre o que os estudantes já sabem e os novos conceitos que estão sendo ensinados é uma abordagem poderosa para tornar a aprendizagem mais significativa e acessível para eles. Ao fazer essas conexões, os educadores ajudam os estudantes a perceber a relevância e a aplicabilidade do que estão aprendendo em suas vidas cotidianas, o que pode aumentar significativamente o engajamento e a motivação dos estudantes.

### 2.1 Metodologia

As atividades foram desenvolvidas em uma turma do turno da manhã com 24 estudantes do 3º ano do Ensino Médio, de uma escola Estadual do município de Rolante-RS. Para a coleta de dados foram utilizadas três fontes distintas, sendo elas: registro

fotográfico; registro escrito dos estudantes e diário de classe da professora. As atividades foram aprovadas pelo Comitê de Ética em Pesquisa da Furg (CAAE: 78518424.1.0000.5324).

No primeiro encontro a fim de identificar o problema e compreender a necessidade de ter um instrumento para efetuar o cálculo do volume de chuvas, foram exibidos no data show os dois tipos de pluviômetros como mostra as Figuras 1 e 2. Em seguida os estudantes construíram os pluviômetros com funcionamento análogo ao do convencional (Figura 1), porém com formatos distintos. Os materiais foram previamente solicitados pela professora antes da primeira aula, quando a proposta foi apresentada aos estudantes. A ideia é que os estudantes apresentassem materiais de diferentes formas e medidas, para assim poder abordar o cálculo de volume de diferentes figuras geométricas. Após sua construção, os pluviômetros ficaram guardados na escola para secar o cimento daqueles que possuíam formatos irregulares. Ao final da aula, foi solicitado que os estudantes trouxessem reportagens sobre a previsão do tempo para o próximo encontro.

**Figura 1 - Pluviômetro convencional**



Fonte: <https://encurtador.com.br/hZ4wL>

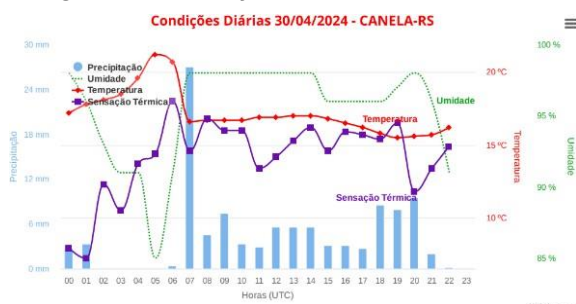
**Figura 2 - Pluviômetro digital automático**



Fonte: <https://encurtador.com.br/JFG0f>

No segundo encontro, a fim de compreender as causas e o contexto do problema do cálculo do volume de chuvas os estudantes foram convidados a sentar em uma circunferência e apresentar suas reportagens solicitadas na aula anterior. Após, foi apresentado no data show o site do Instituto Nacional de Meteorologia (INMET) para que assim os participantes pudessem entender dados e gráficos sobre a previsão do tempo. O foco desse encontro era na previsão de chuvas (precipitação). Foram abordadas reportagens sobre a previsão de chuvas, explicando aos estudantes que a estação climática mais próxima está localizada em Canela-RS, cerca de 39 km do Município de Rolante-RS, como mostra a Figura 3.

**Figura 3 - Condições Diárias em Canela - RS**



Fonte: [INMET](https://www.inmet.gov.br)

No terceiro encontro todos os participantes foram até o pátio da escola buscar os pluviômetros que foram construídos. Após, todos retornaram para a sala de aula, cada um com seu pluviômetro, para verificar o quanto choveu. Os participantes fizeram anotações em seus cadernos sobre os cálculos de volumes. Este momento demandou mais tempo, pois os estudantes apresentaram pluviômetro em diferentes formatos. Essa etapa permite a discussão de alternativas para efetuar os cálculos desejados, avaliar as soluções e ainda implementar melhorias se necessário.

No quarto encontro os participantes foram desafiados a resolver situações problemas envolvendo os conceitos de área da base, área lateral, área total, geratriz, diagonal da face, diagonal do cubo e volumes com auxílio dos sólidos geométricos em acrílico disponível na escola segundo a metodologia de Resolução de Problemas.

## 2.2 Discussões e Resultados

As atividades propostas trouxeram inúmeros benefícios para o processo de ensino e aprendizagem. Ao construir os pluviômetros, os estudantes participaram ativamente, tornando as aulas mais dinâmicas e aumentando o engajamento. Os materiais manipuláveis permitiram que eles interagissem fisicamente com os conceitos, transformando ideias abstratas em experiências concretas e facilitando a compreensão e a retenção do conteúdo. A segunda aula foi planejada para que os estudantes pudessem estar dispostos de maneira diferente, eles sentaram em uma circunferência para discutir as reportagens e falar sobre a estação climática. Esse momento foi um desafio para a professora, pois tal abordagem não seguiu a rotina usual de suas aulas de matemática. No entanto, reconhece-se a importância e a necessidade dessas mudanças. Dessa forma, a maior proximidade dos estudantes, permitiu que eles conversassem livremente sobre os assuntos abordados.

A terceira aula, em que os estudantes buscaram os pluviômetros no pátio da escola, foi bem movimentada. A Figura 4(a) ilustra a construção dos pluviômetros e parte dos estudantes com seus pluviômetros (b).

**Figura 4 - Desenvolvimento das atividades**  
(a) (b) (c)



Fonte: Acervo pessoal

Os estudantes estavam curiosos e todos estavam ansiosos para ver como a aula iria acontecer. Para finalizar as atividades, os estudantes resolveram problemas como mostra a Figura 4 (c), relacionados aos temas trabalhados: área e volume de figuras geométricas espaciais.

### 3. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Com a utilização da metodologia de Resolução de Problemas foi possível perceber a aprendizagem ativa, onde os estudantes estão diretamente envolvidos em seu próprio aprendizado. Em vez de serem receptores passivos de informação, eles participaram ativamente na busca por soluções. Esse engajamento aumentou a motivação e o interesse pelo conteúdo, facilitando uma aprendizagem mais profunda e significativa.

Espera-se que as atividades propostas tornem as aulas de Matemática mais dinâmicas e agradáveis, motivando os estudantes e proporcionando-lhes informações que vão além do conteúdo curricular, contribuindo assim para sua formação integral. A atividade apresentada pode servir como orientação e inspiração para professores, ajudando-os a criar um ambiente de aprendizagem mais envolvente e significativo.

### REFERÊNCIAS

- ALLEVATO, N. S. G. **Associando o computador a resolução de problemas fechados**: Análise de uma experiência. Tese de doutorado (Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Unesp/Rio Claro- SP), 2005.
- BRASIL. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Brasília. MEC/SEMT, 1998.
- POLYA, G. **A arte de resolver problemas**: um novo aspecto do método matemático. Tradução e adaptação Heitor Lisboa de Araújo. Rio de Janeiro: Interciência, 1995.





## MATEMÁTICA NA COZINHA: “*PURBLE PLACE*: ALGORITMOS E CONTAGENS NA FÁBRICA DE BOLOS *COMFY CAKES*”

Nickson Deyvis da Silva Correia<sup>1</sup>  
Millani Hillari Marques de Lima<sup>2</sup>  
Viviane de Oliveira Santos<sup>3</sup>

**Resumo:** O objetivo deste trabalho é apresentar o processo de elaboração e aplicação da atividade “*Purple place*: algoritmos e contagens na fábrica de bolos *Comfy cakes*” e seus resultados. Este material didático foi aplicado a 103 estudantes da 2ª série do Ensino Médio de uma escola da Rede Pública de Ensino de Maceió-AL, permitindo trabalhar noções de algoritmos e princípio multiplicativo por meio dos desafios solicitados no jogo virtual *Comfy cakes*. Os estudantes desfrutaram da atividade como um momento de interação entre os colegas, revivendo lembranças da infância. Consideramos que promover atividades como esta integra teoria e prática, podendo fazer a diferença no rendimento acadêmico dos estudantes da Educação Básica.

**Palavras-chave:** ensino de matemática, material didático, cotidiano, projeto de extensão.

### 1. INTRODUÇÃO

O grupo de extensão “Sem mais nem menos”, do Instituto de Matemática da Universidade Federal de Alagoas (IM-Ufal), desde 2016, promove iniciativas que integram a participação de estudantes e professores de Matemática da Educação Básica da Rede Pública de Alagoas com membros da comunidade acadêmica da Ufal. Uma das iniciativas é o projeto de extensão “Sem mais nem menos nas escolas”, que oferece experiências educativas e divertidas para aprender Matemática, nas quais são abordados conteúdos de maneira alternativa e envolvente, conectando-os com o cotidiano. (Sem mais nem menos, 2020)

Para a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), a aprendizagem em Matemática está relacionada à compreensão de significados dos objetos matemáticos e os seus significados “[...] resultam das conexões que os alunos estabelecem entre eles e os demais componentes, entre eles e seu cotidiano e entre os diferentes temas matemáticos” (Brasil, 2018, p. 276). Além disso, Pereira e Lopes (2020, p. 62) comentam ser importante que os estudantes “[...] aprendam de maneira que os ‘conteúdos’ façam significado na vida cotidiana, que haja um processo de ensino e aprendizagem efetivo, com

---

<sup>1</sup> Mestre em Ensino de Ciências e Matemática pela Universidade Federal de Alagoas (Ufal), Maceió, Alagoas, Brasil. [nickson.correia@im.ufal.br](mailto:nickson.correia@im.ufal.br).

<sup>2</sup> Licencianda em Matemática pela Universidade Federal de Alagoas (Ufal), Maceió, Alagoas, Brasil. [millani.lima@im.ufal.br](mailto:millani.lima@im.ufal.br).

<sup>3</sup> Doutora em Educação Matemática pela Universidade Estadual Paulista (Unesp). Docente da Universidade Federal de Alagoas (Ufal), Maceió, Alagoas, Brasil. [viviane.santos@im.ufal.br](mailto:viviane.santos@im.ufal.br).

uma boa formação, que reconheça a importância do equilíbrio entre as áreas do conhecimento exatas, humanas, e biológicas [...]”. Assim, o projeto de extensão “Sem mais nem menos nas escolas”, em 2024, desenvolveu alguns materiais didáticos utilizando a temática Matemática na cozinha. Dentre esses materiais didáticos, tem-se a atividade “*Purple place: algoritmos e contagens na fábrica de bolos Comfy cakes*”, que aborda noções de algoritmos e o princípio multiplicativo por meio dos desafios propostos no jogo virtual *Comfy cakes*.

O objetivo deste trabalho é apresentar o processo de elaboração e aplicação da atividade “*Purple place: algoritmos e contagens na fábrica de bolos Comfy cakes*” e seus resultados, a qual proporcionou aos estudantes um momento descontraído e interessante para aprender Matemática atrelada a um jogo disponível em alguns computadores.

## 2. ELABORAÇÃO E APLICAÇÃO DA ATIVIDADE “PURPLE PLACE: ALGORITMOS E CONTAGENS NA FÁBRICA DE BOLOS COMFY CAKES”

A ideia de explorar a temática Matemática na cozinha surgiu da aplicação de um diagnóstico aos estudantes de quatro turmas da 2ª série do Ensino Médio de uma escola de tempo integral da Rede Pública de Maceió-AL. A escolha do lócus e dos sujeitos (estudantes) foi feita por um processo seletivo coordenado pelo projeto de extensão, que contou com a participação de professores e gestores de escolas da rede pública da cidade. Participaram do diagnóstico 97 estudantes. Dentre os itens e questionamentos presentes no diagnóstico, destacamos “Se você pudesse escolher um modo de aprender Matemática de forma prazerosa, qual seria?”, no qual as respostas mais citadas foram acerca de: jogos por 27 estudantes (27,84% do total), dinâmicas por 27 estudantes (27,84% do total), internet e celular por 11 estudantes (11,34% do total), sem cálculos por 7 estudantes (7,22% do total).

Outro item a ser destacado pode ser visualizado na Figura 1, no qual as temáticas mais desejadas pelos estudantes foram: comércio marcada por 39 estudantes (40,21% do total), cozinha marcada por 37 estudantes (38,14% do total), jogos virtuais também marcada por 37 estudantes (38,14% do total), redes sociais marcada por 35 estudantes (36,08% do total), esportes marcada por 35 estudantes (36,08% do total). Ressaltamos que este item possibilitou a cada estudante marcar até cinco temáticas.

**Figura 1 – Item para selecionar temática desejada.**

O projeto de extensão “Sem mais nem menos” já passou por várias escolas e, para cada uma, elaborou diversas atividades que apresentaram a Matemática atrelada a uma temática, como por exemplo: matemática nas profissões, matemática nas disciplinas escolares, matemática nas estações do ano, matemática na cultura alagoana, matemática nas brincadeiras de infâncias, entre outras.

Com base nisso, marque X em 5 (cinco) opções listadas abaixo nas quais você deseja aprofundar seus conhecimentos. Para cada X marcado, explique o porquê você deseja tal temática.

|                                                         |                                                               |                                                             |
|---------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> Matemática na astronomia       | <input type="checkbox"/> Matemática no empreendedorismo       | <input type="checkbox"/> Matemática nos jogos de tabuleiro  |
| <input type="checkbox"/> Matemática na construção Civil | <input type="checkbox"/> Matemática no mundo animal           | <input type="checkbox"/> Matemática nos jogos virtuais      |
| <input type="checkbox"/> Matemática na cozinha          | <input type="checkbox"/> Matemática nos comércios             | <input type="checkbox"/> Matemática nos meios de transporte |
| <input type="checkbox"/> Matemática na moda             | <input type="checkbox"/> Matemática nos esportes              | <input type="checkbox"/> Matemática nas joias e bijuterias  |
| <input type="checkbox"/> Matemática na saúde            | <input type="checkbox"/> Matemática nos filmes e séries de tv | <input type="checkbox"/> Matemática nas redes sociais       |
| <input type="checkbox"/> Matemática na sustentabilidade | <input type="checkbox"/> Matemática nos instrumentos musicais | <input type="checkbox"/> Matemática no comércio             |
| <input type="checkbox"/> Matemática na tecnologia       | <input type="checkbox"/> Matemática nos jogos de raciocínio   | <input type="checkbox"/> Outra(s) temática(s):              |

Fonte: Arquivos do projeto de extensão “Sem mais nem menos nas escolas” (2024).

Tomando como base as principais respostas citadas, a equipe do projeto desenvolveu cinco materiais didáticos na temática Matemática na cozinha que abordam conteúdos

matemáticos, manipulação de objetos, raciocínio lógico, criatividade e tecnologia.<sup>4</sup>

Um desses materiais didáticos é a atividade “*Purple place: algoritmos e contagens na fábrica de bolos Comfy cakes*”, cujo objetivo é trabalhar noções sobre algoritmos e princípio multiplicativo por meio dos desafios propostos no jogo virtual *Comfy cakes*.<sup>5</sup> O material é dividido em duas partes. No que se refere à primeira parte, esta é composta por: um texto inicial sobre o ambiente *Purple place* e o jogo *Comfy cakes*; instruções para a realização dos desafios propostos no jogo *Comfy cakes*; relação do jogo *Comfy cakes* com a Matemática e três primeiros desafios a serem resolvidos. (Ver Figura 2).

**Figura 2 – Parte 1 de “Purple place: algoritmos e contagens na fábrica de bolos Comfy cakes”.**



Fonte: Arquivos do projeto de extensão “Sem mais nem menos nas escolas” (2024).

Sobre o ambiente *Purple place*, é informado com base em Softonic (s.d.), é um ambiente virtual composto por três jogos destinados às crianças. Seu surgimento foi na introdução do *Windows Vista* e posteriormente no *Windows 7*. Os três jogos que compõem o ambiente virtual *Purple place* são: *Purple pairs* (um jogo de memória); *Purple shop* (um jogo de adivinhação); e *Comfy Cakes* (um jogo de combinação). Pelo fato da temática ser Matemática na cozinha, foi escolhido o jogo *Comfy cakes* para ser trabalhado na atividade. Assim, em relação ao jogo *Comfy cakes*, é apresentado seu objetivo: cumprir os pedidos de bolos de uma fábrica, controlando uma esteira transportadora que leva o bolo a várias fases de elaboração. Os elementos do bolo podem incluir: as formas (quadrada, circular ou coração); os sabores da massa (morango, chocolate ou baunilha); os recheios (morango, limão ou leite); as coberturas (morango, chocolate ou baunilha); e os elementos decorativos (confete, sorriso, coração e trevo).

A relação do jogo com a Matemática está nos passos para cumprir os desafios, trata-se do uso de algoritmos, que na Matemática, trata-se de uma sequência finita de regras, raciocínios ou operações que permite solucionar problemas (Freitas Neto, 2013).

Os três desafios propostos são descrever o algoritmo dos pedidos: 1) Bolo de coração

<sup>4</sup> Sobre a escolha da temática não ter sido “Matemática no comércio”, destacamos que a equipe do projeto notou que as atividades ficariam limitadas no tópico financeiro, o que iria contra a solicitação de um aprendizado com menos cálculo solicitado pelos estudantes.

<sup>5</sup> As descrições dos outros materiais didáticos referentes à Matemática na cozinha foram apresentadas em outros trabalhos do 7º Simpósio Nacional da Formação do Professor de Matemática, ver os Anais.

sabor baunilha com um andar, com recheio de morango e elemento decorativo confetes; 2) Bolo redondo com dois andares, de sabores morango e chocolate respectivamente, recheio de leite, cobertura de baunilha e elemento decorativo sorriso; e 3) Bolo quadrado com três andares, de sabores morango, chocolate e chocolate respectivamente, recheios de morango e leite respectivamente, cobertura de chocolate e elemento decorativo sorriso.

No que se refere à segunda parte da atividade, esta é composta por: um texto inicial sobre mais uma relação do jogo *Comfy cakes* com a Matemática; dois desafios a serem resolvidos; e três questionamentos a serem respondidos. (Ver Figura 3).

**Figura 3 – Parte 2 de “*Purple place: algoritmos e contagens na fábrica de bolos Comfy cakes*”.**

**FORMA/SABOR**

**COBERTURA**

**DECORAÇÃO**

**DESAFIO 5 – Princípio Multiplicativo**

Quantas são as possibilidades de montar um bolo com dois sabores de massa diferentes entre si, com recheio, com cobertura e sem elemento decorativo? Justifique.

Nome: \_\_\_\_\_

Escola: \_\_\_\_\_

Série/Turma: \_\_\_\_\_

Data: \_\_\_\_/\_\_\_\_/\_\_\_\_

**DESAFIO 5 – Princípio Multiplicativo**

Quantas são as possibilidades de montar um bolo com dois sabores de massa diferentes entre si, com recheio, com cobertura e sem elemento decorativo? Justifique.

**DESAFIO 4 – Princípio Aditivo**

Quantas possibilidades existem para montar um bolo com dois sabores de massa diferentes entre si, com recheio, com cobertura e sem elemento decorativo? Justifique.

Assim, vemos que há 12 possibilidades. Uma forma de não prestar fôrça uma árvore de possibilidades é utilizar o **Princípio Multiplicativo**: se um evento é composto por duas ou mais etapas sucessivas e independentes, o número de combinações será determinado pelo produto entre o número de possibilidades de cada conjunto.

Assim, temos que o total quando se escolhe entre os dois tipos de possibilidades de cobertura e as possibilidades de recheio, temos  $3 \times 4 = 12$  possibilidades.

A seguir, propomos vocês a responderem mais dois desafios!

**DESAFIO 4 – Arvore de possibilidades**

Construa uma árvore de possibilidades de realizar um bolo com dois sabores de massa, com dois aromas, com recheio, com cobertura e sem elemento decorativo.

**DESAFIO 5 – Princípio Multiplicativo**

Quantas são as possibilidades de montar um bolo com dois sabores de massa diferentes entre si, com recheio, com cobertura e sem elemento decorativo? Justifique.

Fonte: Arquivos do projeto de extensão “Sem mais nem menos nas escolas” (2024).

Além do algoritmo durante a criação do pedido, o jogo emprega a combinação. Na área da Matemática, a combinação é utilizada para determinar a quantidade de conjuntos distintos possíveis de serem formados ao selecionar elementos de um conjunto maior. Assim, destaca-se a árvore de possibilidades e o princípio multiplicativo. Os novos desafios foram: 4) Construam uma árvore de possibilidades de realizar um bolo de coração de sabor morango com dois andares, com recheio, com cobertura e sem elemento decorativo; e 5) Quantas são as possibilidades de realizar um bolo circular com dois andares de massas diferentes entre si, com recheio, com cobertura e sem elemento decorativo?

Os três questionamentos presentes foram: “a) Vocês conheciam o ambiente virtual *Purple place*?”; “b) Vocês já tinham jogado o *Comfy cakes*?”; e “c) O que vocês acharam da atividade? Comentem”. A atividade “*Purple place*: algoritmos e contagens na fábrica de bolos *Comfy cakes*” foi aplicada a 103 estudantes divididos em 51 grupos (duplas e trio).

### 3. RESULTADOS DA APLICAÇÃO DA ATIVIDADE “PURBLE PLACE: ALGORITMOS E CONTAGENS NA FÁBRICA DE BOLOS COMFY CAKES”

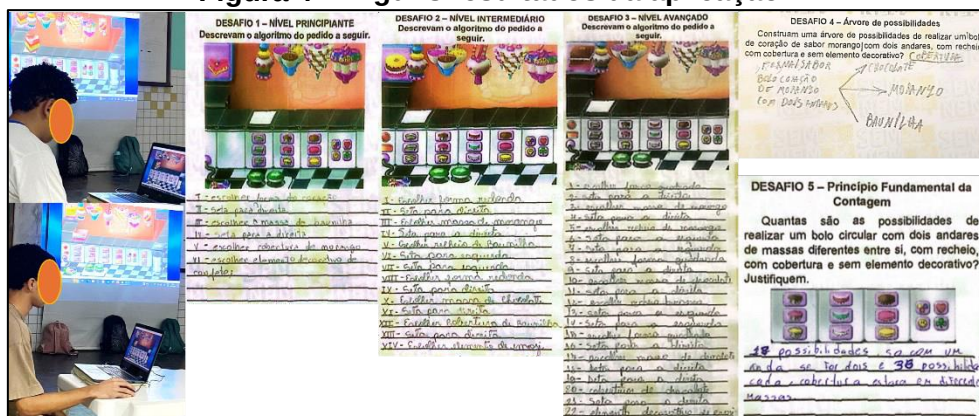
Por ser um jogo virtual, iniciamos a aplicação apresentando o jogo no computador, usando um projetor, assim alguns estudantes puderam jogar e conhecer/relembrar o jogo. Em relação aos desafios propostos, temos como resultados: Desafio 1), 30 duplas



(58,82% do total de 51) concluíram corretamente; Desafio 2), 13 duplas (25,49% do total de 51) concluíram corretamente; Desafio 3), 17 duplas (33,33% do total de 51) concluíram corretamente; Desafio 4), 9 duplas (17,65% do total de 51) concluíram corretamente; Desafio 5), 13 duplas (25,49% do total de 51) concluíram corretamente. Os demais concluíram incorretamente ou de modo incompleto. Na Figura 4, apresentamos algumas imagens dos estudantes jogando o *Comfy cakes* no computador e alguns registros dos desafios concluídos corretamente (Desafios 1, 2, 3 e 5) e incorretamente (Desafio 4).

Foram cometidos erros como a alteração do sabor do recheio ou da cobertura, ativação excessiva das setas, construção incompleta da árvore de possibilidades e equívocos na multiplicação de números. Sobre erros, Cury (2013, p. 550) diz que “[...] são bons exemplos das dificuldades que os futuros docentes vão enfrentar [...]”. Isso vem a colaborar também com os docentes e futuros docentes que participam do projeto de extensão.

**Figura 4 – Alguns resultados da aplicação.**



Fonte: Arquivos do projeto de extensão “Sem mais nem menos nas escolas” (2024).

Sobre os três questionamentos finais, em a) e b), 41 duplas afirmaram conhecer tanto o ambiente *Purple place* quanto jogar *Comfy cakes*. Em c), alguns comentários foram: “muito bom e interessante também!”, “muito legal sentimento de nostalgia quando criança”, “Foi uma experiência Incrível. Gostamos Muito!”, “Bem legal nostálgica faz lembrar da infância quando jogava o jogo”, “Difícil viu”, “Difícil, muito difícil”. Com base nos dados, é possível inferir que, apesar das falhas cometidas, os estudantes participantes desfrutaram da atividade, que proporcionou um momento de interação entre os colegas e permitiu reviver lembranças da infância de cada um que já havia brincado com o *Comfy cakes*.

#### 4. CONSIDERAÇÕES FINAIS

A atividade descrita gerou resultados positivos, pois proporcionou momento agradável e nostálgico relacionado ao cotidiano dos estudantes, com o intuito de estudar Matemática. Quanto ao desempenho dos estudantes nos desafios, identificamos a necessidade de trabalharmos na superação das dificuldades, já que esses obstáculos, muitas vezes, podem levar os estudantes a desanimar e desistir dos estudos.

Acreditamos que promover atividades como essa deve ser um processo contínuo, pois integrar teoria e prática, seja por meio de jogos, contextualizações ou adaptações, pode fazer a diferença no rendimento acadêmico dos estudantes da Educação Básica.

## REFERÊNCIAS

- BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**: educação é a base. Brasília: MEC, 2018.
- CURY, H. N. Uma proposta para inserir a análise de erros em cursos de formação de professores de matemática. **Educação Matemática Pesquisa**. São Paulo, 2013, v. 15, n. 3, p. 547-562.
- FREITAS NETO, G. C. de. **Dicionário matemática experimental**. 1. Ed. Curitiba: Base editorial, 2013.
- PEREIRA, E.; LOPES, L. A. Cultura Digital, Aprendizagem Criativa e as Relações com o Ensino de Ciências. In: KAIBER, C. T.; GROENWALD, C. L. O. (Orgs.). **Ensino e aprendizagem em ciências e matemática**: referenciais, práticas e perspectivas. Canoas: Ed. ULBRA, 2020, p. 61-69.
- SEM MAIS NEM MENOS. **Projeto de extensão “Sem mais nem menos – Ufal”**, 2020. Disponível em: [www.sem-mais-nem-menos.webnode.com](http://www.sem-mais-nem-menos.webnode.com). Acesso em: 16 jul. 2023.
- SOFTONIC. **Purple Place**. s.d. On-line. Disponível em: <https://purple-place.softonic.com.br>. Acesso em: 02 maio 2024.



## AVALIAÇÕES DE LICENCIANDOS SOBRE AS POTENCIALIDADES DO USO DA REALIDADE AUMENTADA PARA O ENSINO DE GEOMETRIA

Igor Rocha Siqueira<sup>1</sup>  
William Vieira<sup>2</sup>  
Roberto Seidi Imafuku<sup>3</sup>

**Resumo:** Discute-se, neste artigo, as respostas de estudantes de licenciatura em Matemática acerca de um questionário sobre uma atividade de geometria com o uso da realidade aumentada. O objetivo dessa investigação foi o de identificar as potencialidades dessa tecnologia para o uso em sala de aula. As quatro questões do questionário foram aplicadas a 24 estudantes durante a semana científica do campus. O raciocínio matemático e o desenvolvimento de seus processos é o referencial teórico adotado nas análises das respostas. De maneira geral, verificou-se que os participantes avaliaram positivamente a atividade e apontaram possibilidades do uso da realidade aumentada no ensino de geometria espacial.

**Palavras-chave:** realidade aumentada, geogebraAR, raciocínio matemático, geometria espacial.

### 1. INTRODUÇÃO

Ao longo dos últimos anos, novas tecnologias começaram a ser implementadas nas salas de aula da educação básica. No ensino de matemática esse avanço pode ser observado com o uso de calculadoras e de softwares de geometria dinâmica, como por exemplo o GeoGebra. No entanto, uma nova tecnologia não é automaticamente incorporada à dinâmica da sala de aula e, por isso, neste artigo discutimos as percepções de licenciandos em Matemática sobre as potencialidades do uso da realidade aumentada (RA) em uma atividade de ensino.

As pesquisas na área da realidade aumentada voltada ao ensino de matemática são inúmeras, principalmente nos últimos anos. Em seu artigo sobre realidade aumentada, Batista e Monteiro (2023) trabalharam com cinco professores de matemática de escolas públicas do interior de São Paulo sobre as possíveis práticas de ensino na educação básica com o auxílio da ferramenta. Nos encontros, utilizaram o GeoGebraAR e, segundo os autores, ficou evidenciado que o uso da ferramenta estimula a aprendizagem conjunta.

Nesse sentido, os autores revelam potencialidades relacionadas ao uso da RA para o ensino.

Em sua dissertação de mestrado, Rosa (2022) avaliou o uso do GeoGebraAR junto a um grupo de 20 alunos do terceiro ano do ensino médio de uma escola pública no estado

<sup>1</sup> Bolsista de Iniciação Científica da Fapesp (processo no. 2023/14362-3); Licenciando em Matemática no Instituto Federal de São Paulo – IFSP - Guarulhos, Guarulhos, SP, Brasil; [igor.rocha@aluno.ifsp.edu.br](mailto:igor.rocha@aluno.ifsp.edu.br).

<sup>2</sup> Doutor em Educação Matemática; Docente e pesquisador do Centro de Pesquisa e Inovação em Educação Matemática e Formação de Professores – Cepin do Instituto Federal de São Paulo – IFSP - Guarulhos, Guarulhos, SP, Brasil; [wvieira@ifsp.edu.br](mailto:wvieira@ifsp.edu.br).

<sup>3</sup> Doutor em Educação Matemática; Docente e pesquisador do Centro de Pesquisa e Inovação em Educação Matemática e Formação de Professores – CEPIN do Instituto Federal de São Paulo – IFSP - Guarulhos, Guarulhos, SP, Brasil; [roberto.imafuku@ifsp.edu.br](mailto:roberto.imafuku@ifsp.edu.br).

do Espírito Santo. O autor organizou, em sua investigação, três encontros com os discentes: no primeiro encontro, os alunos desenharam formas geométricas utilizando apenas lápis e papel; no segundo, os mesmos alunos criaram formas geométricas utilizando materiais manipuláveis (sólidos construídos com canudos); e no último, utilizaram o aplicativo GeoGebraAR para obter uma nova visualização desses sólidos. Por meio de atividades investigativas, Rosa teve como objetivo apresentar três maneiras diferentes de visualização de objetos matemáticos e, após a realização das atividades, os discentes avaliaram os três métodos de visualização. Segundo o autor, em relação à visualização dos sólidos geométricos usando apenas o lápis e papel, os alunos tiveram inúmeras dificuldades, que diminuíram no segundo encontro quando passaram a utilizar materiais concretos, pois possibilitou a manipulação e rotação dos sólidos. As potencialidades da realidade aumentada ficaram evidenciadas no último encontro. Com a ferramenta, os alunos conseguiram manipular os sólidos, permitindo uma visualização mais eficiente, assim como a elaboração e o teste de hipóteses, desenvolvendo mais habilidades que nos outros encontros. Outra dissertação sobre o uso da realidade aumentada no ensino de geometria espacial foi desenvolvida por Oliveira (2022). A pesquisa foi realizada com estudantes do segundo ano da licenciatura em matemática e tinha como objetivo o estudo dos conceitos e propriedades relacionados aos prismas, pirâmides e corpos redondos com o uso do GeoGebra 3D e da ferramenta RA. A pesquisa se desenvolveu em quatro encontros no formato de ensino emergencial remoto (EER) durante a pandemia de Covid-19. No primeiro encontro, foi apresentado as funcionalidades do aplicativo GeoGebraAR e, nesses encontros seguintes, foram aplicadas atividades investigativas sobre o estudo da definição de prisma, estudo da definição de cilindro e cone, e no último encontro, estudou-se o cálculo do volume da esfera. O autor evidenciou em sua pesquisa alguns problemas que encontrou na ferramenta, dentre eles a incompatibilidade da realidade aumentada com alguns smartphones e os erros que ocorrem quando se tenta compartilhar arquivos do GeoGebra. No entanto, mesmo com essas dificuldades, destaca que os participantes, depois das oficinas, continuaram produzindo atividades com uso da realidade aumentada.

## 2. MATERIAIS E MÉTODOS

Neste artigo discutimos as respostas de discentes de um curso de licenciatura em Matemática sobre uma atividade envolvendo uma questão de geometria espacial com o uso do GeoGebraAR. Para que nossos objetivos fossem alcançados, foram realizados dois minicursos de duração de duas horas e quarenta minutos cada, durante a semana científica que ocorreu no campus de uma instituição federal de ensino, na qual os participantes estudam. Nesses minicursos houve a participação de 24 licenciandos, incluindo discentes do primeiro, terceiro, quarto, quinto, sexto e sétimo semestres.

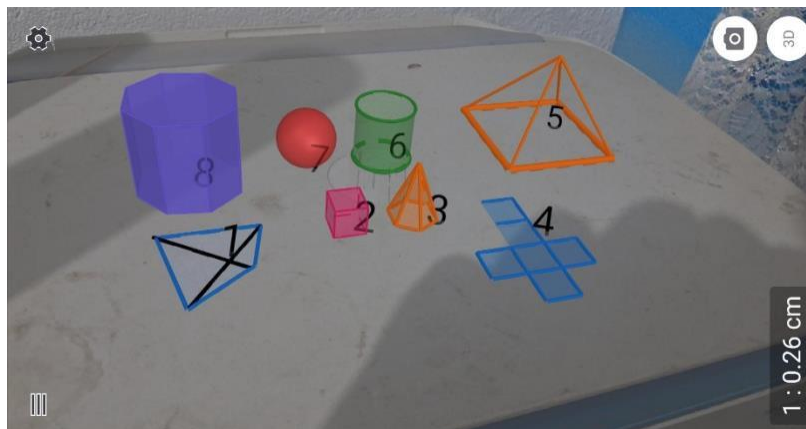
No início do minicurso, foi feita uma explanação geral sobre o GeoGebraAR e sobre algumas ferramentas que seriam utilizadas na atividade. Em seguida, foi verificado junto aos participantes quais celulares possuíam o recurso da realidade aumentada, constatando-se que a maioria dos smartphones dos participantes eram compatíveis com essa tecnologia. Os participantes que não possuíam um celular compatível foram orientados a realizar a atividade com outro participante.

Após essa parte explicativa, foi disponibilizado aos participantes, em uma pasta no



Google Drive, um arquivo para ser aberto no GeoGebraAR. Neste arquivo, havia duas figuras planas e seis sólidos, e foi solicitado aos participantes que visualizassem essas figuras no ambiente de realidade aumentada (Figura 1).

**Figura 1 – Projeção realizada por participante do minicurso**



Fonte: Dados da pesquisa

Após esse momento de visualização e exploração do arquivo fornecido, foi entregue uma folha com quatro perguntas sobre a classificação desses sólidos (Figura 2).

**Figura 2 - Perguntas sobre a atividade**

- 1) Nas imagens projetadas, classifique as figuras em planas e não planas. Justifique suas escolhas.
- 2) Quais das figuras projetadas são poliedros e quais não são? Justifique sua resposta
- 3) De acordo com seus conhecimentos, diga o que você entende por poliedro. (Por favor **NÃO** faça pesquisas, escreva as ideias que você tem no momento).
- 4) Como você classifica os demais sólidos (os não poliedros)? Justifique sua resposta.

Fonte: Elaborado pelos autores

Depois que os participantes responderam às questões propostas, iniciou-se uma breve discussão coletiva. Em seguida, foi disponibilizado um questionário no Google Forms com perguntas relacionadas à atividade realizada (Figura 3).

**Figura 3 – Perguntas do questionário avaliativo**

- 1) Você encontrou dificuldades para visualizar as figuras apresentadas nos arquivos? Justifique.
- 2) Quais conceitos e ideias matemáticas você acredita que essa atividade permite desenvolver? Justifique.
- 3) Você utilizaria esta atividade em sala aula? Como? Para que turmas/anos?
- 4) O que você acredita que pode ser melhorado nesta atividade?

Fonte: Elaborado pelos autores

O referencial teórico escolhido para as análises foi o raciocínio matemático conforme definido por Jeannotte e Kieran (2017). Sobre este tema, elas destacam quatro principais perspectivas: a dicotomia atividade/produto, a natureza inferencial do raciocínio matemático, a meta e as funções do raciocínio matemático e os aspectos estruturais e

processuais da matemática. Essas quatro perspectivas, trabalhadas em conjunto com a perspectiva comportamental, são definidas pelas autoras como “(...) um processo de comunicação com os outros ou consigo mesmo, que permite inferir enunciados matemáticos de outros enunciados matemáticos” (Jeannotte; Kieran, 2017, p. 7). Além disso, as autoras apontam a duplicidade entre aspectos estruturais e processuais como pontos principais do desenvolvimento do raciocínio matemático. Os aspectos estruturais são caracterizados como dedutivos, indutivos e abdutivos, enquanto os aspectos processuais são relacionados à busca de similaridades e diferenças (generalizar, conjecturar, identificar padrões, comparar e classificar), processos relacionados à validação (validação, justificação e prova), e o processo de exemplificação (Jeannotte; Kieran, 2017). Nesta investigação, buscamos evidenciar as potencialidades para o desenvolvimento de processos do raciocínio matemático de estudantes da educação básica nas respostas fornecidas pelos participantes da pesquisa.

### **3. DISCUSSÃO DOS RESULTADOS**

Na primeira questão, perguntamos se os estudantes enfrentaram dificuldades para visualizar as figuras. A maioria relatou que não teve nenhuma dificuldade para visualizar as figuras. No entanto, alguns alunos mencionaram dificuldades técnicas, como as figuras sumirem da tela de realidade aumentada. O fato de a maioria dos participantes não ter apresentado dificuldades para visualizar as figuras indica que a realidade aumentada pode ser implementada no ambiente escolar de maneira eficaz.

Na segunda questão, perguntamos quais conceitos e ideias matemáticas poderiam ser trabalhados com a realidade aumentada. Os estudantes responderam que poderiam ser trabalhados a visualização de figuras 3D, a classificação de sólidos e figuras planas, e a compreensão de elementos da geometria espacial, como vértices, faces e arestas. Essas respostas evidenciam que o uso da realidade aumentada pode favorecer processos do raciocínio matemático, como classificação, comparação e justificação, além do desenvolvimento de conceitos e ideias relacionados à geometria espacial.

Perguntados, na terceira questão, se utilizariam esse tipo de atividade em sala de aula, a maioria dos participantes respondeu afirmativamente, e alguns destacaram especialmente o uso da realidade aumentada como uma nova maneira de visualizar as formas geométricas tridimensionais. Essas respostas estão em consonância com a perspectiva observadas por Rosa (2022), que destaca em sua pesquisa que a RA favoreceu o processo de visualização de seus estudantes.

Na última questão, perguntamos aos participantes se acreditavam que algo poderia ser melhorado na atividade. De maneira geral, os licenciandos responderam que a atividade estava bem elaborada, mas sugeriram a inclusão de mais sólidos para visualização e mais tempo para a realização da tarefa. Entendemos que essas posições reforçam a viabilidade e as potencialidades do uso da RA no ensino de geometria espacial.

### **4. CONSIDERAÇÕES FINAIS**

De maneira geral, os participantes avaliaram a atividade positivamente e as possibilidades de uso elencadas por eles no questionário avaliativo revelam potencialidades para o desenvolvimento de processos do raciocínio matemático, como

destacamos anteriormente. Além disso, pudemos observar que a atividade foi realizada com bastante entusiasmo pelos licenciandos, que destacaram nunca terem trabalhado uma atividade de matemática com o uso dessa tecnologia.

Por outro lado, alguns participantes relataram desafios técnicos ao utilizar ferramentas, além de limitações em smartphones que não suportam a RA. Reconhecemos que essa tecnologia é relativamente nova e ainda passará por atualizações para corrigir os problemas apontados.

A realidade aumentada (RA) tem se mostrado promissora no ensino da geometria espacial, oferecendo uma nova possibilidade para a visualização de figuras e proporcionando uma interação mais rica e visualmente estimulante para os estudantes. Nos currículos escolares, a geometria frequentemente não recebe a ênfase adequada, mas essa perspectiva pode ser transformada com a implementação da RA. A tecnologia permite uma visualização tridimensional das figuras, promove uma interação mais dinâmica com os conceitos geométricos e facilita uma aprendizagem mais colaborativa. Nesse sentido, concordamos com Batista e Monteiro (2023), que também observaram práticas colaborativas em sua investigação.

Entretanto, entendemos que para que atividades como essa cheguem às salas de aula da educação básica, os futuros professores devem experimentá-las e refletir sobre elas, perspectiva que procuramos fomentar com essa investigação.

## AGRADECIMENTOS

À Fapesp, pela bolsa de Iniciação Científica concedida (processo no. 2023/14362-3).

## REFERÊNCIAS

- BATISTA, C.; MONTEIRO, R. Formação do professor para ensinar matemática com Realidade Aumentada: o que se mostra?. **Boletim GEPEM**. Disponível em: <https://periodicos.ufrrj.br/index.php/gepem/article/view/704>. Acesso em: 27 maio. 2024.
- JEANNOTTE, D.; KIERAN, C. A conceptual model of mathematical reasoning for school mathematics. **Educational Studies in Mathematics**, 96, p. 1–16, 2017.
- OLIVEIRA, O. **O Uso do GeoGebra 3D com realidade aumentada no ensino de geometria espacial**. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - Profmat) - Universidade Estadual de Ponta Grossa, Ponta Grossa, 2021.
- ROSA, T. **Do lápis e papel à realidade aumentada: uma proposta de ensino de visualização geométrica**. Dissertação (Mestrado profissional em Educação de Ciências e Matemática) – Instituto Federal do Espírito Santo. Espírito Santo. p. 162, 2022.



## ENSINO DE MATEMÁTICA BÁSICA UTILIZANDO APRENDIZADO DE MÁQUINA VIA SOFTWARE GEOGEBRA

Jonathan Marques Dias<sup>1</sup>  
Osmar Aléssio<sup>2</sup>

**Resumo:** Neste artigo apresentam-se atividades de pensamento computacional e geométrico apoiado na noção de métricas de distâncias e teorias dos conjuntos utilizando como plano de fundo alguns algoritmos de aprendizado de máquina e com auxílio do software Geogebra. Bom, o pensamento computacional envolve capacidades de compreender, analisar, definir, modelar, resolver, comparar e automatizar problemas e suas soluções, de forma metódica e sistemática, por meio do desenvolvimento de algoritmos e o pensamento geométrico envolve a capacidade de compreender a natureza dos fenômenos e inferir sobre eles, de identificar e perceber a importância da Geometria como uma ferramenta para entendimento do mundo físico e como um modelo matemático para compreensão do mundo teórico. Em computação, distâncias e partição de conjuntos podem ser utilizada em métodos de classificação, agrupamento e reconhecimento padrão de objetos. Utilizando o Geogebra com um viés de aprendizado de máquina, podemos tornar o aprendizado de distâncias euclidiana e não-euclidiana, inequações do 1º. Grau com uma variável e teoria de conjuntos mais interessantes (aplicações em aprendizado de máquina) e fáceis de manejar (Geogebra software dinâmico). Os algoritmos utilizados para ajudar nos conhecimentos matemáticos, foram predição k-vizinhos mais próximos-KNN e Árvore de decisão.

**Palavras-chave:** aprendizado de máquina, métricas de distância, KNN, árvore de decisão, ensino médio.

### 1. INTRODUÇÃO

Em um futuro breve a Inteligência Artificial-IA estará presente em quase tudo que fizermos no dia a dia, então pensando no futuro do ensino básico, propomos introduzir aprendizado de máquina no ensino de matemática do ensino básico, pensando no primeiro contato dos alunos, mesmo que muito básico, mas que eles entendam o espírito de como uma máquina toma decisão.

A Política Nacional de Educação Digital-PNDE apresenta em um dos eixos principais a Educação Digital Escolar que visa a inserção da educação digital nos ambientes escolares, em todos os níveis e modalidades, a partir do estímulo ao letramento digital e informacional e à aprendizagem de computação, de programação, de robótica e de outras competências digitais, englobando o pensamento computacional como um dos objetivos. A Base Nacional Comum Curricular - BNCC, que é um documento normativo que define o conjunto orgânico e progressivo de aprendizagens essenciais que todos os alunos devem desenvolver ao longo das etapas e modalidades da Educação Básica. Nela há duas menções do termo “pensamento computacional”, das quais destaca-se o trecho a seguir:

<sup>1</sup> Mestrando do Profmat/UFTM, Uberaba, Minas Gerais, Brasil, [maarquesjonathan@gmail.com](mailto:maarquesjonathan@gmail.com)

<sup>2</sup> Doutorado Professor da UFTM, Uberaba, Minas Gerais, Brasil, [osmar.alessio@uftm.edu.br](mailto:osmar.alessio@uftm.edu.br)

No Ensino Médio, na área de Matemática e suas Tecnologias, os estudantes devem utilizar conceitos, procedimentos e estratégias não apenas para resolver problemas, mas também para formulá-los, descrever dados, selecionar modelos matemáticos e desenvolver o pensamento computacional, por meio da utilização de diferentes recursos da área.” (Brasil, 2018, p. 470)

Para tornar o aprendizado de máquina mais interessante, iremos recorrer ao software Geogebra, que é um software de matemática dinâmica que combina geometria, álgebra, cálculo, planilhas, gráficos e estatísticas em um único ambiente interativo.

Buscando aproximar os alunos do ensino médio de algumas técnicas de aprendizagem de máquina, neste trabalho seguimos a ideia proposta no trabalho de Brandão (2023) que propõe utilizar aprendizado de máquina no ensino médio, diferente da proposta dele, que era utilizar o SVM (“*Support Vector Machine*”), criamos atividades de aprendizado de máquina no Geogebra, similares as criadas por Petrics (2020) e Pantaloni (2023), pensando em facilitar a compreensão dos alunos do funcionamento dos algoritmos de predição KNN e árvore de decisão. Em Petrics (2020) ele trabalhou com distância euclidiana, como o KNN em *Python* também trabalha com distâncias não euclidianas e com inspiração nos trabalhos de Leivas, Portela e Souza (2018); Luz (2023); Kaleff e Nascimento (2004) introduzimos a distância de Manhattan no KNN.

## 2. APRENDIZADO DE MÁQUINA

Aprendizado de máquina (ou Machine Learning) é uma inteligência artificial que permite que computadores tomem decisões com a ajuda de algoritmos. Esses algoritmos reconhecem padrões e se tornam capazes de fazer previsões. Os problemas de Machine Learning são divididos em três subáreas principais: Classificação, Regressão e Agrupamento. Essas três subáreas podem ser divididas em dois tipos de aprendizado: Aprendizado supervisionado e Aprendizado não-supervisionado.

### 2.1 k-vizinhos mais próximos KNN

O algoritmo KNN é um método de aprendizado supervisionado utilizado para classificação e regressão. Ele opera de forma bastante simples: Treinamento: Primeiro, o algoritmo armazena todos os pontos de dados e suas classes associadas (no caso de classificação) ou valores (no caso de regressão). Distância: Quando é feita uma previsão para um novo ponto de dados, o algoritmo calcula a distância entre esse ponto e todos os pontos de dados do conjunto de treinamento. A métrica de distância mais comumente usada é a distância euclidiana, mas outras métricas também podem ser usadas, dependendo do contexto. Vizinhos mais próximos: O algoritmo então seleciona os “k” pontos de dados mais próximos ao novo ponto, onde “k” é um parâmetro especificado pelo usuário. Classificação ou Regressão: Para problemas de classificação, o algoritmo atribui a classe mais comum entre os “k” vizinhos mais próximos ao novo ponto como a classe prevista para esse ponto. No caso de regressão, ele calcula a média dos valores alvo dos “k” vizinhos mais próximos e usa esse valor como a previsão.

### 2.1.1 Atividade no Geogebra

Antes de começar a atividade no aplicativo Geogebra, o professor deve explicar alguns conceitos básicos sobre o aplicativo. Além disso, os conteúdos localização de pontos e distância entre pontos devem ser revisados com os alunos. As geometrias: euclidiana e a geometria não euclidiana (geometria do Táxi) devem ser apresentadas em sua forma geométrica e os seus cálculos. Também os alunos precisam ter conhecimento da posição relativa entre ponto e “circunferência” na distância euclidiana e não euclidiana. Segue o link do aplicativo: <https://www.geogebra.org/m/csavjtm2>

**Figura 1- Dist. Euclidiana**

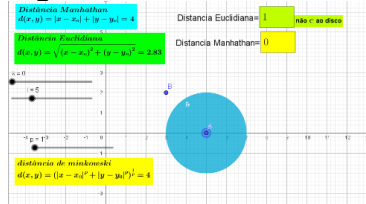


**Figura 2- Dist. Manhattan**

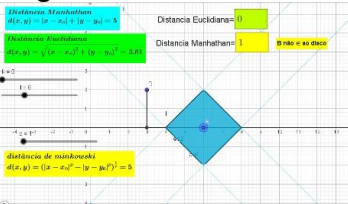
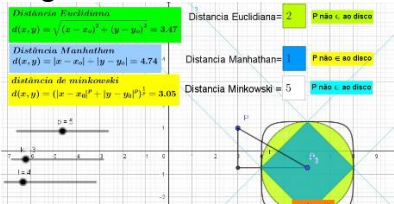


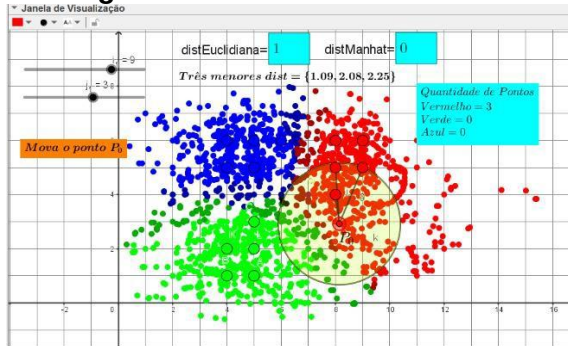
**Figura 3- Dist. Minkowski**



Fonte: Elaborado pelo autor, 2024      Fonte: Elaborado pelo autor, 2024      Fonte: Elaborado pelo autor, 2024

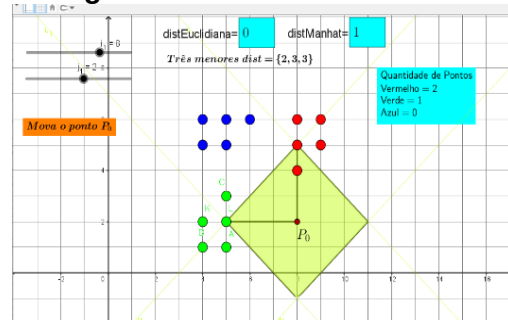
Para preparação dessa atividade utilizaremos o conjunto de dados que contém 15 pontos do plano cartesiano, sendo 5 de cada cor (Vermelha, Verde e Azul). Além desses pontos também será representado um ponto  $P_0$  móvel, que será o ponto que devemos classificar. Os alunos deverão calcular as distâncias euclidiana ou Manhattan entre esse ponto  $P_0$  a todos os pontos do conjunto de dados. Para facilitar escolhemos "knn=3", isto é, os alunos precisam encontrar os três pontos mais próximos ao ponto  $P_0$ , daí ele vai pegar a maior distância entre  $P_0$  e estes pontos e desenhar um “disco”. O aluno deve classificar  $P_0$  conforme a cor que estiver dominando entre os pontos que estiverem pertencendo ao “disco”. A figuras ilustram essa composição da atividade. Segue o link do aplicativo: <https://www.geogebra.org/m/eqpebam7>

**Figura 4- KNN-Dist. Euclidiana**



Fonte: Elaborada pelo autor, 2024

**Figura 5- KNN-Dist. Manhattan**



Fonte: Elaborada pelo autor, 2024

### 2.2 Árvore de Decisão

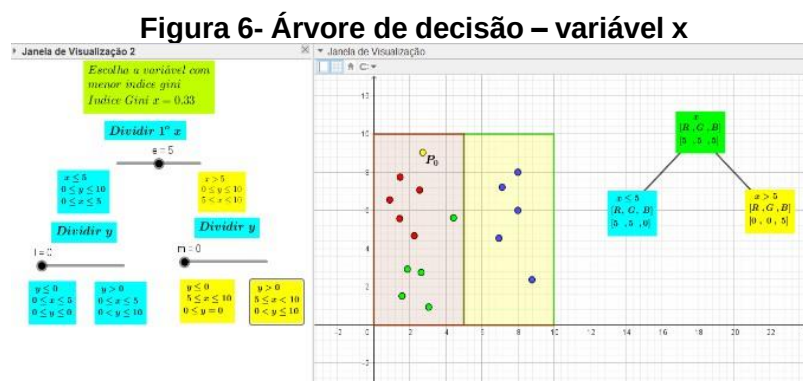
Uma árvore de decisão é um algoritmo de aprendizado de máquina supervisionado que é utilizado para classificação e para regressão. Isto é, pode ser usado para prever



categorias discretas e para prever valores numéricos. Assim como um fluxograma, a árvore de decisão estabelece nós que se relacionam entre si por uma hierarquia. Existe o nó-raiz, que é o mais importante, e os nós-folha, que são os resultados. No contexto de machine learning, o raiz é um dos atributos da base de dados e o nó-folha é a classe ou o valor que será gerado como resposta. Medidas de seleção (entropia, índice GINI, etc) de atributos são utilizadas para selecionar o nó-raiz. O Índice GINI verifica se a distribuição dos dados das variáveis preditoras estão mais ordenados. A diferença entre o Índice de Gini para o nó-raiz e a soma dos valores para os nós-folha, ponderados pela proporção de casos em cada nó-folha. A variável nó-raiz com o menor índice Gini será a escolhida.

### 2.2.1 Atividade no Geogebra

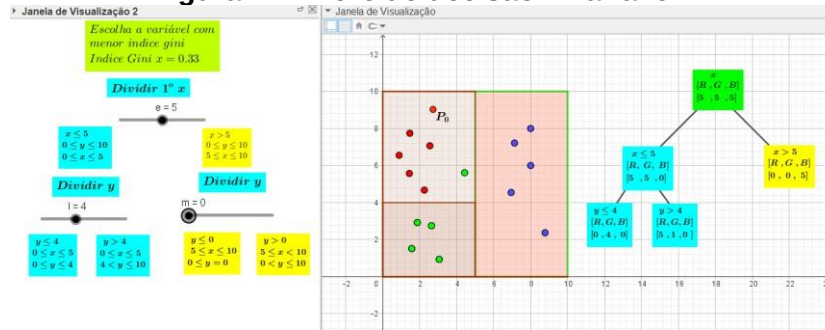
Para preparação dessa atividade utilizaremos o conjunto de dados que contém 15 pontos do plano cartesiano, sendo 5 de cada cor (Vermelha, Verde e Azul). Além desses pontos também será representado um ponto  $P_0$  móvel, que será o ponto que devemos classificar. Primeiro os alunos deverão compreender que região poligonal (quadrado) do plano foi formado pelas desigualdades  $0 \leq x \leq 10$  e  $0 \leq y \leq 10$ . Depois os alunos deverão particionar a região poligonal usando inequações em  $x$  ou  $y$ . Os pontos serão separados pelas suas coordenadas  $(x,y)$ . O aluno deverá perceber que a escolha de particionar a reunião pode influenciar no tamanho da árvore de decisão. Para exemplificar, vamos escolher o  $x \leq 5$ , daí teremos duas regiões: região A:  $0 \leq x \leq 5$  e  $0 \leq y \leq 10$  e região B:  $5 < x \leq 10$  e  $0 < y \leq 10$ . Neste momento o  $P_0$  não consegue ser classificado, pois ele pertence a região A que possui 5 pontos vermelhos e 5 pontos verdes. Segue o link do aplicativo em  $x$  e  $y$ , respectivamente: <https://www.geogebra.org/m/j4qc6hbp> e <https://www.geogebra.org/m/eh4nubjs>



Fonte: Elaborada pelo autor, 2024

Continuando a árvore de decisão, vamos particionar as regiões A em mais duas regiões: região A1:  $0 \leq x \leq 5$  e  $0 \leq y \leq 4$ ; região A2:  $0 \leq x \leq 5$  e  $4 \leq y \leq 10$ . O ponto  $P_0$  estará na região A2:  $0 \leq x \leq 5$  e  $4 \leq y \leq 10$ , onde será classificado como ponto vermelho, pois tem 5 pontos vermelhos e um ponto verde nesta região, então o  $P_0$  fica vermelho.

Figura 7- Árvore de decisão - variável x



Fonte: Elaborado pelo autor, 2024

### 3. CONCLUSÕES OU CONSIDERAÇÕES FINAIS

Aprender matemática pode ser feito de uma forma criativa. Podemos ensinar alguns conteúdos geometria analítica do ensino médio através de aplicativos como o Geogebra, combinado com algoritmos de aprendizado de máquina, de uma maneira simples. O poder de um recurso didático que une o pensamento computacional e o ensino de matemática vai além de tornar os conhecimentos mais atrativos; ele se torna uma ferramenta poderosa para o desenvolvimento do raciocínio lógico, reconhecimento de padrões e noções do plano cartesiano. Nesse sentido, introduzimos o aprendizado de máquina de forma simples para o ensino de matemática no ensino médio.

### REFERÊNCIAS

- BRANDÃO, D.A. **Inteligência Artificial e Aprendizado de Máquina**: da teoria ao algoritmo pronto no Ensino Médio. Dissertação (mestrado) UnB, Profmat, Brasília-DF. 2023. Disponível em: [https://sca.profmato-sbm.org.br/profmato\\_tcc.php?id1=7384&id2=171056713](https://sca.profmato-sbm.org.br/profmato_tcc.php?id1=7384&id2=171056713) BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: Ministério da Educação, 2018. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/a-base>. Acesso em: 9 set. 2019.
- LEIVAS, J. C. P. ; PORTELLA, H P; SOUZA, H. M. Geometrias Não-Euclidianas: uma investigação na escola básica no Brasil com utilização do Geogebra. **Revista Thema**. 2017 - Volume 14 - Nº 3.
- LUZ, E. C. **O Uso do Google Earth e do GeoGebra no Ensino da Geometria do Táxi e da Geometria Euclidiana**: uma abordagem com alunos da 3ª série do ensino médio da rede pública de Teresina-PI. Dissertação (mestrado) – Universidade Estadual do Piauí – Uespi, Profmat, Piauí, 2023.
- KALEFF, A. M. ; NASCIMENTO, R. S. D.. Atividades Introdutórias às Geometrias Não- Euclidianas: o Exemplo da Geometria do táxi. **Boletim GEPEM**, [S. l.], n. 44, 2004. Disponível em: <https://periodicos.ufrj.br/index.php/gepem/article/view/405>. Acesso em: 06 jan. 2024
- PETRICKS, G. **The Recursive Partitioning Supervised Machine Learning Algorithm**. Geogebra inserido 2020. Disponível em: <https://www.geogebra.org/m/fqgk2zt3>. Acesso: 06 jan. 2024
- PETRICKS, G. **The knn Supervised Machine Learning Algorithm**. Geogebra inserido 2020. Disponível em: <https://www.geogebra.org/m/tneg8bsv>. Acesso: 06 jun. 2024
- PANTALONI, V. **Algorithme des k plus proches voisins - Iris KNN**. Geogebra inserido em 2023. Disponível em: <https://www.geogebra.org/m/uifsvhtn>. Acesso: 06 jan. 2024.





## ENSINO DE TRIGONOMETRIA COM O GOOGLE MAPS

Júlia Maria Saurin<sup>1</sup>  
Douglas Pedroso Gonçalves<sup>2</sup>  
Carlos Eduardo de Oliveira<sup>3</sup>

**Resumo:** Este trabalho tem por principal objetivo apresentar uma proposta de ensino por meio da realização de uma atividade que aborda os conhecimentos relacionados à trigonometria do ensino médio. Usando a habilidade EM13MAT308 - Aplicar as relações métricas, incluindo as leis do seno e do cosseno ou as noções de congruência e semelhança, para resolver e elaborar problemas que envolvem triângulos, em variados contextos - presente na BNCC, é possível aplicar conhecimentos de trigonometria, Teorema de Pitágoras, Arcos de Circunferência e lei dos Cossenos, tendo como foco a distância entre pontos no contexto da Geometria Esférica e o aprofundamento de conteúdos de ensino médio seguindo a sequência didática de obras reconhecidas como Iezzi (2013) e Dolce *et al.* (2015). A proposta compreende o uso de tecnologias digitais como principal agente da aprendizagem, promovendo uma atividade que permitisse ao participante compreender na prática o conceito de distância entre quaisquer dois pontos, utilizando o software Google Maps. A partir disso, foram abordadas discussões sobre o que são latitude e longitude, como correlacionar distâncias entre pontos com a trigonometria e seus saberes, visando o campo esférico e seus obstáculos.

**Palavras-chave:** trigonometria, Google Maps, tecnologias digitais, geometria esférica.

### 1. INTRODUÇÃO ÀS TECNOLOGIAS DIGITAIS COMO AGENTE DE ENSINO

A utilização das tecnologias digitais na educação matemática tem se revelado uma ferramenta valiosa, proporcionando novas abordagens e recursos para a aprendizagem dos estudantes. Diversas tecnologias, desde simples aplicativos até ambientes de aprendizagem online, têm sido integradas nas práticas educacionais contribuindo para um ensino mais dinâmico e envolvente. Nos últimos anos, especialmente no período pós-pandêmico, essa tendência de amplo uso da tecnologia na sala de aula tem sido cada vez mais observada.

Entretanto, é importante planejar cuidadosamente a utilização desses recursos, visando potencializar o processo de ensino-aprendizagem por meio das tecnologias digitais, mas

---

<sup>1</sup> Graduanda; Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia; IFSP - Hortolândia - São Paulo - Brasil - [julia.saurin@aluno.ifsp.edu.br](mailto:julia.saurin@aluno.ifsp.edu.br)

<sup>2</sup> Graduando; Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia; IFSP - Hortolândia - São Paulo - Brasil - [douglas.pedroso@aluno.ifsp.edu.br](mailto:douglas.pedroso@aluno.ifsp.edu.br)

<sup>3</sup> Doutor; Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia; IFSP - Hortolândia - São Paulo - Brasil - [cadu.oliveira@ifsp.edu.br](mailto:cadu.oliveira@ifsp.edu.br)

Este trabalho é uma subdivisão de um trabalho maior que estuda geometria de ensino fundamental e trigonometria de ensino médio e que foi particionado em dois trabalhos menores a serem apresentados na XI Bienal da Matemática e no VII Simpósio Nacional da Formação do Professor de Matemática.

com o objetivo não apenas de modernizar as práticas educacionais, mas também explorar maneiras inovadoras e mais eficazes de envolver os estudantes, adaptando os métodos de ensino para atender às demandas propostas pelo docente. A integração bem-sucedida dessas tecnologias além de enriquecer o ambiente educacional, promove uma abordagem mais dinâmica e relevante para a aprendizagem matemática.

O propósito da atividade apresentada neste artigo é investigar e destacar as capacidades oferecidas pelo uso das Tecnologias Digitais, especificamente o *Google Maps*, permitindo que os estudantes assimilem, de maneira prática, o conceito de distância entre pontos, com o auxílio de ferramentas trigonométricas. O *Software* assumiu o papel primordial como facilitador principal desse entendimento, transformando a tecnologia escolhida em um meio fundamental de aprendizado, ultrapassando sua função convencional de mero suporte.

## 2. REQUISITOS PARA A ATIVIDADE

Visando uma abordagem educacional mais dinâmica, o uso do *software Google Maps* tem por objetivo permitir que os estudantes percebam de maneira prática, como relacionar conceitos matemáticos para encontrar a distância entre dois pontos. Em primeiro momento, ao escolher dois pontos no mapa, suas coordenadas serão identificadas através das métricas em graus de latitude e longitude. Para realizar a atividade é importante entender os conceitos de latitude e longitude. As Figuras 1(a) e 1(b) mostram as interpretações da latitude e longitude da Terra.

**Figura 1- Latitude e Longitude**



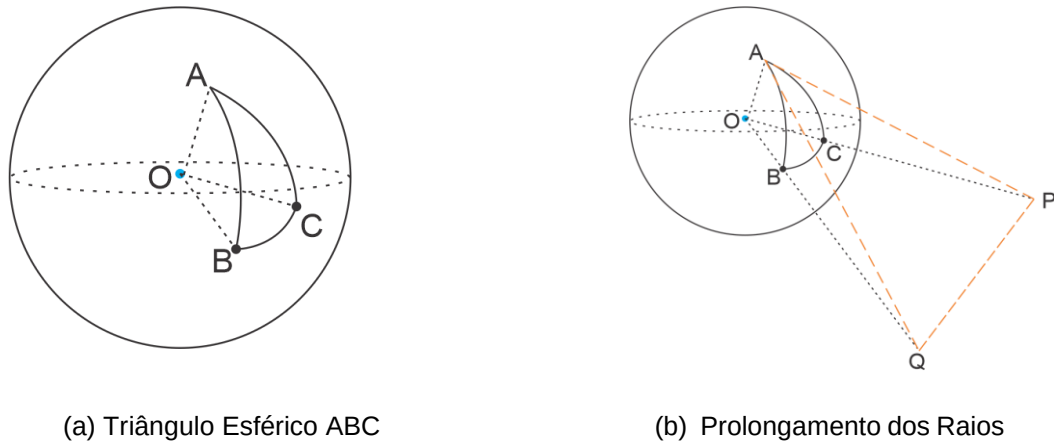
Fonte: INFOESCOLA

Ao analisar quaisquer dois pontos, sob a superfície esférica da Terra, o conceito de distância pode ser aplicado com o auxílio da compreensão da trigonometria. Convencionalmente, quando nos deparamos com o tema “distância entre pontos” é intuitivo pensar na menor distância entre os pontos, ou seja, nos deparamos com um segmento de reta. Entretanto, ao considerar que estamos calculando a distância de pontos sob uma representação esférica, é preciso considerar as curvas esféricas e demais variáveis como a latitude e longitude como características dos pontos.

### 3. DESENVOLVIMENTO

Para iniciar a atividade, serão escolhidos dois pontos  $B$  e  $C$  no plano esférico, vamos criar um terceiro ponto de apoio, nomeado como  $A$ , com o intuito de estabelecer um triângulo esférico  $ABC$  (Silva, 2015), conforme ilustra a Figura 2.

**Figura 2 - Triângulos na Esfera**



(a) Triângulo Esférico ABC

(b) Prolongamento dos Raios

Fonte: Elaborada pelo Autor

Cada ponto escolhido, é apresentado na plataforma do *Google Maps* com suas informações de latitude e longitude. A ideia é que a plataforma seja utilizada como referência para o cálculo da menor distância entre estes dois pontos, o que virá a ser verificado ao final da atividade através do desenvolvimento e estruturação de um processo geométrico/trigonométrico de cálculo da mesma distância em sala de aula, validando assim as informações da plataforma, bem como trazendo à luz a conceito de menor distância sobre a superfície terrestre.

Denotando por  $O$  o centro da esfera, e traçando as retas tangentes à esfera  $PA$  e  $QA$ , onde  $P$  e  $Q$  pertencem aos prolongamento dos raios  $OC$  e  $OB$ , respectivamente, conseguimos visualizar os triângulos  $AOQ$ ,  $AOP$ ,  $OPQ$  e  $APQ$  que compartilham alguns de seus ângulos e alguns de seus lados, conforme Figura 2(b).

Podemos encontrar o seno e cosseno dos ângulos  $b = \angle AOP$  e  $c = \angle AOQ$  por:

$$\begin{aligned} \cos c &= \frac{AO}{OQ} & \cos b &= \frac{AO}{OP} \\ \sin c &= \frac{AQ}{OQ} & \sin b &= \frac{AP}{OP} \end{aligned}$$

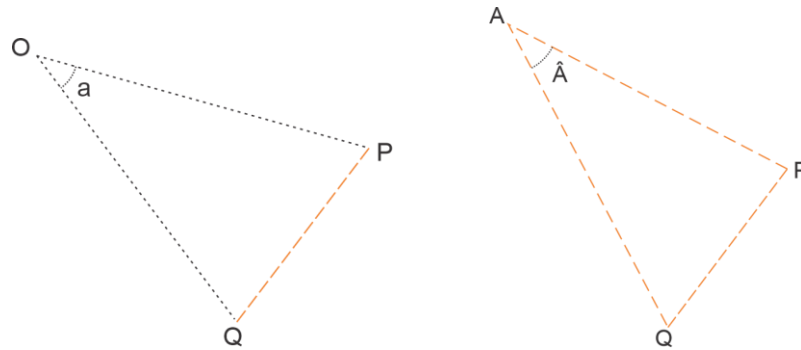
Além disso, é possível aplicar o Teorema de Pitágoras em  $AOP$  e  $AOQ$ , temos que:

$$OQ^2 = OA^2 + AQ^2 \qquad OP^2 = OA^2 + AP^2$$

Agrupando adequadamente as equações acima, é imediato concluir que:

$$2(OA)^2 = (OQ^2 - AQ^2) + (OP^2 - AP^2) \quad (1)$$

**Figura 3 - Triângulos POQ e PAQ**



Fonte: Elaborada pelo Autor

Analogamente, aplicando a Lei dos Cossenos aos triângulos não retângulos  $OPQ$  e  $APQ$ , ilustrados na Figura 3, temos que:

$$PQ^2 = OQ^2 + OP^2 - 2 \cdot OQ \cdot OP \cdot \cos a \quad \text{e} \quad PQ^2 = AQ^2 + AP^2 - 2 \cdot AQ \cdot AP \cdot \cos \hat{A}$$

Igualando as expressões acima:

$$\begin{aligned} OQ^2 + OP^2 - 2 \cdot OQ \cdot OP \cdot \cos a &= AQ^2 + AP^2 - 2 \cdot AQ \cdot AP \cdot \cos \hat{A} \\ (OQ^2 - AQ^2) + (OP^2 - AP^2) + 2 \cdot AQ \cdot AP \cdot \cos \hat{A} &= 2 \cdot OQ \cdot OP \cdot \cos a \end{aligned} \quad (2)$$

Substituindo (1) em (2):

$$2(OA^2) + 2 \cdot AQ \cdot AP \cdot \cos \hat{A} = 2 \cdot OQ \cdot OP \cdot \cos a$$

$$\cos a = \frac{OA^2}{OQ \cdot OP} + \frac{AQ \cdot AP}{OQ \cdot OP} \cdot \cos \hat{A}$$

$$\cos a = \cos b \cdot \cos c + \sin b \cdot \sin c \cdot \cos \hat{A}$$

Em que  $a$  representa a medida do arco de circunferência entre os pontos escolhidos  $B$  e  $C$ , os arcos  $b$  e  $c$  são representações da latitude e, tomando  $A$  como um dos pólos (norte ou sul), o ângulo  $\hat{A}$  representa a diferença das longitudes de  $B$  e  $C$ .

#### 4. CONCLUSÕES OU CONSIDERAÇÕES FINAIS

Conforme apresentado no trabalho desenvolvido, o uso do *software Google Maps* como principal recurso de aprendizagem, apresenta diversos pontos positivos como aprender na prática o conceito de distância entre pontos, relacionando com práticas trigonométricas, possibilitando um ambiente em que múltiplas temáticas são contextualizadas.

Conforme apresentado no trabalho desenvolvido, o uso do *software Google Maps* como principal recurso de aprendizagem, apresenta diversos pontos positivos como aprender na prática o conceito de distância entre pontos, relacionando com práticas trigonométricas, possibilitando um ambiente em que múltiplas temáticas são contextualizadas.

Levando em consideração o objetivo do trabalho, foi desenvolvido um método de cálculo de dados para analisar quaisquer distâncias com as competências da Geometria Euclidiana, especificamente pela perspectiva da trigonometria, Teorema de Pitágoras, arco de circunferência e Lei dos Cossenos, de forma que os participantes possam compreender de maneira prática como a matemática está inserida em seu contexto de forma visual, contextualizada e tecnológica.

## REFERÊNCIAS

DOLCE, O. *et al.* **Matemática**. 6. ed. São Paulo.

IEZZI, G. **Fundamentos de matemática elementar**. trigonometria. 9. ed. São Paulo: Atual, 2013. v. 3.

Paulo: Atual, 2015. v. único.

INFOESCOLA, 2019. Disponível em: <https://www.infoescola.com/geografia/latitude-e-longitude/>. Acesso: 31 mar. 2024

SILVA, W. D. **Uma introdução à Geometria Esférica** - TCC, Unesp, 2015.



## UTILIZANDO OS PILARES DO PENSAMENTO COMPUTACIONAL E A LINGUAGEM DE PROGRAMAÇÃO *PYTHON* NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Luis Fernando Silveira da Silva<sup>1</sup>

Tiago Cruzaro<sup>2</sup>

Janice Teresinha Reichert<sup>3</sup>

**Resumo:** Considerando a inclusão de conceitos da Computação na Educação Básica, mais especificamente o Pensamento Computacional, surge a necessidade de buscar alternativas de inclusão destes, se possível, aliados a conteúdos de outras áreas do conhecimento. Dessa forma, o presente trabalho busca apresentar uma possibilidade de integração do PC no componente curricular de Matemática através da utilização dos pilares do Pensamento Computacional durante a resolução de problemas e a implementação da solução usando a linguagem de programação *Python*.

**Palavras-chave:** resolução de problemas, matemática, computação, pensamento computacional.

### 1. INTRODUÇÃO

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (Brasil, 2018) introduz os conceitos da Computação na Educação Básica através de três eixos: Pensamento Computacional (PC), Mundo Digital (MD) e Cultura Digital (CD).

Em particular, no que se refere ao uso do PC durante a resolução de problemas, destaca-se quatro pilares: a Decomposição, que consiste em dividir o problema em partes menores e mais fáceis de serem trabalhadas; o Reconhecimento de Padrões, que trata de reconhecer soluções já utilizadas para outros problemas e que podem ser utilizadas no problema atual; a Abstração que corresponde a uma seleção de dados, filtrando e consequentemente trabalhando com os mais relevantes; o Algoritmo que refere-se a uma sequência de passos ou regras simples que devem ser seguidos para resolver o problema (Brackmann, 2017).

No dia 4 de outubro de 2023, o ensino de conceitos da Computação tornou-se obrigatório em todo o território nacional (Brasil, 2022b). Porém, ainda existem lacunas que precisam ser preenchidas, para que efetivamente estes conceitos cheguem de forma adequada aos estudantes, como por exemplo, se haverá um componente curricular específico ou se essa temática será abordada em componentes curriculares já existentes, tanto no Ensino Fundamental quanto no Ensino Médio.

Neste sentido, o objetivo deste trabalho é apresentar uma possibilidade de introdução

---

<sup>1</sup> Aluno do curso de Matemática; Universidade Federal da Fronteira Sul (UFFS), Santa Catarina(SC), campus Chapecó.

<sup>2</sup> Aluno do curso de Matemática; Universidade Federal da Fronteira Sul (UFFS), Santa Catarina(SC), campus Chapecó.

<sup>3</sup> Docente do Departamento de Matemática; Universidade Federal da Fronteira Sul (UFFS), Santa Catarina(SC), campus Chapecó.

dos conceitos do PC de forma concomitante com objetos do conhecimento da Matemática através da utilização dos pilares do PC durante a resolução de problemas e a automatização da solução através da implementação por meio da linguagem de programação *Python*.

## 2. METODOLOGIA

Para alcançar o objetivo deste trabalho foram selecionadas duas questões presentes na prova da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP), nível 1 (6º e 7º anos) e nível 2 (8º e 9º anos) de 2023, essa escolha se deu pelo fato da OBMEP ser a olimpíada de Matemática com maior número de participantes de escolas públicas. A proposta da atividade é utilizar os pilares do PC durante a resolução dos problemas, proporcionando dessa forma maior compreensão do passo a passo da resolução e posteriormente automatizar a solução através da sua implementação em *Python*.

A linguagem de programação *Python* foi escolhida por ter fácil compatibilidade com os diversos sistemas operacionais atuais, além de possuir um sintaxe de fácil entendimento, sendo assim possível aplicá-la em diversas situações.

## 3. ANÁLISE DOS PROBLEMAS

### Problema 1 - OBMEP (2023) - Nível 1

A formiguinha da OBMEP caminha do ponto A até o ponto B ao longo dos lados dos 10 quadradinhos da figura abaixo.

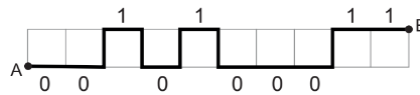
**Figura 1- Informação I do Problema 1**



Fonte: OBMEP (2023)

Ela só pode andar para a direita, para cima ou para baixo, sem passar por onde já passou. Para representar um caminho, ela inventou o seguinte código: para cada quadradinho, da esquerda para a direita, se ela passar por baixo, escreve 0 e se passar por cima, escreve 1. Na Figura 2 observamos o caminho representado por 0010100011.

**Figura 2- Informação II do Problema 1**



Fonte: OBMEP (2023)

De quantas maneiras diferentes a formiguinha pode ir de A até B?



## Uso dos Pilares do Pensamento Computacional

O pilar da abstração está presente na síntese de informações principais, no caso deste problema, são três: o caminho é composto por dez quadrados, se a formiga passa por baixo, escreve-se 0 e se a formiga passa por cima, escreve-se 1.

O pilar da decomposição é utilizado nesta questão para quebrar o problema principal do caminho, em 10 quadrados iguais, já que, analisaremos a quantidade de possibilidades em cada quadrado. Neste caso há somente duas possibilidades da formiga passar da esquerda para a direita, que seria por cima ou por baixo.

Identifica-se o pilar do reconhecimento de padrões ao perceber que todos os dez quadrados têm características similares, ou seja, há duas possibilidades da formiga passar pelo quadrado, por cima ou por baixo.

Assim, para concluir a resolução, é necessário compreender<sup>n</sup> que um evento  $n$  é dividido em etapas. Na primeira etapa há  $X$  possibilidades diferentes e na segunda etapa há  $Y$  possibilidades então o total  $t$  de possibilidades é igual a  $X \cdot Y$ . Caso o evento tenha a mesma quantidade  $Z$  de possibilidade nas  $n$  etapas, como o problema propõe, então o total de possibilidades  $t$  se dá por,  $t = Z^n$ . Assim, o total de possibilidades da questão dada é:  $t = 2^{10} = 1024$ .

## Uso da linguagem de programação Python

Agora que a resolução da questão foi estabelecida, utilizando os pilares do PC, é possível ampliar a compreensão da solução do problema utilizando uma linguagem de programação.

Neste caso, com a linguagem *Python* podemos criar um algoritmo que resolva o problema em poucos passos, generalizando a quantidade de quadrados do caminho e a quantidade de possibilidade presentes neles. Para isso, utilizaremos, da seguinte forma, o comando "*input*" que tem função de receber uma variável e o comando "*print*" para escrever textos amigáveis e dizer a solução da questão.

**Figura 3 - Implementação da solução do Problema 1**

```

casas = int(input("Quantidade de quadrados no caminho: "))
possibilidades = int(input("Quantidade de possibilidades: "))

resultado = possibilidades ** casas

print("O resultado é, ", resultado)

```

```

Quantidade de quadrados no caminho: 10
Quantidade de possibilidades: 2
O resultado é, 1024

```

Fonte: Autores

Na resolução, inicialmente perguntamos a quantidade de quadrados no caminho da formiga, e quantas possibilidades de escolha ela tem, generalizando a escolha do usuário.



## Problema 2 - OBMEP (2023) - Nível 2

Quatro números inteiros positivos, não necessariamente distintos, estão escritos em um quadro. O produto deles é 2048 e a soma é 67. Qual é a menor soma possível de três desses números?

### Uso dos Pilares do Pensamento Computacional

Inicialmente, é necessário que o aluno filtre as informações essenciais do problema, para isso, o pilar da abstração se mostra como ferramenta essencial. Na atividade supracitada há duas informações relevantes: o produto de quatro números é 2048 e a soma deles é 67.

Sabendo das informações fundamentais, utiliza-se a decomposição para quebrar o problema em parcelas menores. Neste caso, é natural que dois questionamentos principais surjam, sendo eles: Existem 4 números cujo produto é 2048 e a soma é 67, quais são esses números? Destes 4 números, qual a menor soma possível de três deles? Em seguida, o reconhecimento de padrões é utilizado na percepção de que o número 2048, quando decomposto, é igual a  $2^{11}$ , que é um número de base  $2^n$ . Com isso, se cada um dos fatores cujo produto resulta em 2048 é de base dois, então, 67 é o resultado da soma de quatro números de base 2 também.

Para concluir, basta desenvolver o algoritmo para solucionar esse problema. Existem duas maneiras de somar quatro números de base 2 e atingir o resultado 67. São elas:  $67 = 64 + 1 + 1 + 1$  e  $67 = 32 + 32 + 2 + 1$ . Conduto, observe que apenas no segundo caso o produto dos termos da soma resulta em 2048.

Desta forma, é fácil descobrir quais os valores cuja soma resulta em 67 e o produto em 2048. Sendo eles: 32, 32, 2 e 1, ou em base 2:  $2^5, 2^5, 2^1$  e  $2^0$ . Somando os três menores valores encontrados conclui-se que a menor soma é 35.

### Uso da linguagem de programação *Python*

É possível criar um programa onde o usuário entra com um valor correspondente ao produto e outro para a soma de quatro números, utilizando o comando `"input"`. Logo após, utilizando condicionais `"if e else"` e o comando `"range"` para encontrar os 4 valores desejados. Caso esses valores existam, o programa deve exibir o conjunto que contém os 4 números em ordem crescente, utilizando a extensão `".sort()"`.

Além disso, o programa deve exibir a soma dos 3 menores números do conjunto, utilizando o comando `"\sum(numeros_encontrados[0]:3)"`, que irá somar apenas os 3 primeiros itens do conjunto. Caso não exista um conjunto com 4 números naturais cuja soma e produto corresponda aos valores informados pelo usuário, o programa exibirá uma mensagem, através do comando `"print"`, que tal conjunto não existe.

**Figura 4 - Implementação da solução do Problema 2**

```
produto_desejado = int(input("Digite o produto desejado: "))
soma_desejada = int(input("Digite a soma desejada: "))
numeros_encontrados = []
for a in range(1, soma_desejada):
    for b in range(1, soma_desejada):
        for c in range(1, soma_desejada):
            for d in range(1, soma_desejada):
                if a + b + c + d == soma_desejada and a * b * c * d == produto_desejado:
                    numeros_encontrados.append([a, b, c, d])
if numeros_encontrados:
    numeros_encontrados.sort()
    print(f"Números encontrados: {numeros_encontrados[0]}")
    print(f"Soma dos três menores números: {sum(numeros_encontrados[0][:3])}")
else:
    print("Nenhum conjunto de números encontrado.")
```

Digite o produto desejado: 2048  
 Digite a soma desejada: 67  
 Números encontrados: [1, 2, 32, 32]  
 Soma dos três menores números: 35

Fonte: Autores

#### 4. CONSIDERAÇÕES FINAIS

O trabalho teve como objetivo apresentar a resolução de duas questões da OBMEP utilizando os pilares do PC, e utilizar a lógica construída para uma posterior implementação em linguagem de programação *Python*. Pode-se observar que o uso da programação proporciona automatização da resolução do problema, possibilitando a aplicação em outras situações semelhantes.

Como o desenvolvimento de conceitos da computação na Educação Básica é obrigatório em todo território nacional, o trabalho apresenta uma possibilidade de inclusão do PC de forma concomitante com objetos do conhecimento da Matemática, aliando duas abordagens: a desplugada através do uso dos pilares do PC durante a resolução de problemas e a plugada através da automatização da solução com a implementação no *Python*.

#### REFERÊNCIAS

- BRACKMANN, C. P. **Desenvolvimento do Pensamento Computacional Através de Atividades Desplugadas Na Educação Básica**. PhD thesis, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2017. Disponível em: <https://lume.ufrgs.br/bitstream/handle/10183/172208/001054290.pdf?sequence=1&isAllowed=y>. Acesso: 28 maio 2024.
- BRACKMANN. **Computacional: Educação em Computação**. 2024. Disponível em: <https://www.computacional.com.br/educacao-basica>. Acesso: 28 maio 2024.
- BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/>. Acesso em: 28 maio 2024.
- BRASIL, Ministério da Educação. **Parecer CNE/CEB nº 2/2022. Brasília, 2022a**. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/pec-g/33371-cne-conselho-nacional-de-educacao/90991-parecer-ceb-2022>. Acesso em: 28 maio 2024.
- BRASIL, Ministério da Educação. **RESOLUÇÃO Nº 1, DE 4 DE OUTUBRO DE 2022**. Normas sobre Computação na Educação Básica – Complemento à BNCC. Brasília, 2022b Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/docman/outubro-2022-pdf/241671-rceb001-22/file>. Acesso em: 28 maio 2024.
- OBMEP-2023. **Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP)**. <http://www.obmep.org.br/>. Acessado: em 05 de fevereiro de 2023.



## CAÇA AO TESOIRO: UTILIZANDO MINECRAFT PARA ENSINAR LOCALIZAÇÃO DE COORDENADAS NO PLANO CARTESIANO

Márcio Ricardo Barbosa de Jesus Mendes<sup>1</sup>  
Ighor Opiliar Mendes Rimes<sup>2</sup>

**Resumo:** *Minecraft*, é um jogo de sobrevivência e *sandbox*, no qual o jogador tem total liberdade para construir o que quiser através de blocos, em um mundo aberto e infinito. O *game* é formulado em 3D, que por consequência trabalha-se com as 3 coordenadas (x,y,z). Ao trazer para a prática docente, foi pensado discutir sobre o conteúdo Plano Cartesiano, direcionado ao 7º ano, por meio de um caça ao tesouro dentro do *game*, utilizando um *Mod* (Termo que vem de *Modifications*, alterações nos dados do jogo) que, trabalhando com apenas as duas dimensões x e z, didaticamente auxilia a visualização das coordenadas, além do conjunto de comandos projetados para a ambientação e charadas que servem de senha para abrir os baús trancados pelo mundo. O objetivo da dinâmica é não só chegar até o final para encontrar último tesouro através das pistas, mas também mediar a construção da habilidade alinhada ao EF07MA19 no qual realiza transformações de polígonos representados no plano cartesiano, decorrentes da multiplicação das coordenadas de seus vértices por um número inteiro, de uma forma lúdica e criativa.

**Palavras-chave:** jogos digitais, metodologia, plano cartesiano, matemática.

### 1. INTRODUÇÃO

Ao observar o atual cenário da educação brasileira, é possível notar a grande dificuldade existente no ensino de matemática. Por parte dos alunos, que não compreendem o conteúdo dado pela escola e, conseqüentemente, sentem dificuldades para utilizar o conhecimento adquirido e assim prosseguem sem ter acesso a esse fundamental saber, e por parte dos professores no momento que não obtém resultados positivos, repensando seu fazer pedagógico e buscando novos métodos para reverter esta situação (Fiorentini e Miorim, 1990). Segundo Mazola e Allevato (2019), essas dificuldades podem ter origem na falta de motivação e interesse dos alunos nos conteúdos ministrados, a ineficácia das metodologias tradicionais na abordagem dos assuntos e a desarmonia em associar a matemática com outras disciplinas e com o cotidiano além da escola. Ademais, a Matemática se tornou uma grande ferramenta de segregação.

Quando tratamos do ensino da matemática, não podemos deixar de observar sua simbologia como linguagem de dominação e de discriminação/distinção social. O aluno que não tira notas boas na disciplina é colocado no lugar do atraso ou da deficiência. (Silva;

<sup>1</sup> Graduando de Licenciatura em Matemática; Faculdade de Formação de Professores da Universidade do Estado do Rio de Janeiro / UERJ-FFP, São Gonçalo, Rio de Janeiro, Brasil; [marciorbjm@gmail.com](mailto:marciorbjm@gmail.com)

<sup>2</sup> Mestre em Ciências Computacionais; Faculdade de Formação de Professores da Universidade do Estado do Rio de Janeiro / UERJ-FFP, São Gonçalo, Rio de Janeiro, Brasil; [ighor.rimes@gmail.com](mailto:ighor.rimes@gmail.com)

Baccar; Pinto, 2021)

E na contracorrente, existem diferentes tipos de metodologias que aprimoram cada vez mais esta relação de ensino aprendizagem de acordo com as necessidades, “As metodologias precisam acompanhar os objetivos pretendidos” (Morán, 2015). Assim, é importante tornar real a matemática para estes alunos, como é feito por exemplo neste projeto, que utiliza da Gamificação. Segundo Baumgartel (2016), jogos são uma forma de socialização e entretenimento, mas também podem ter uma finalidade ou mesmo consequência de desenvolvimento de habilidades, por ser uma ferramenta facilitadora. Em contrapartida, os jogos digitais têm a capacidade de captar os alunos das gerações que cresceram nesta era com o avanço da tecnologia, sendo uma ferramenta para além de motivadora.

A possibilidade de simular diferentes situações, planejando, antecipando ações e criando estratégias para resolução dos problemas apresentados, constituem-se em característica fundamental para a construção e apropriação de conceitos, implicando o sujeito totalmente no processo de aprendizagem, levando-o a uma maior autonomia na escolha das suas ações. Assim, desperta o seu desejo de saber, um maior interesse pela pesquisa e pelo descobrimento, desenvolvendo o raciocínio lógico, a coordenação viso-motora, dando ao jogador um senso de realização. Por todas essas características, os jogos eletrônicos podem seduzir (Alves et al., 2004).

## **2. MINECRAFT E O CAÇA TESOURO ATRAVÉS DAS COORDENADAS**

*Minecraft* é um jogo em 3D produzido pela empresa *Mojang* em 2009, no qual tem como objetivo a sobrevivência, coletando recursos pelo mundo infinito, para derrotar o chefe do jogo chamado *Enderdragon*. Além disso, é do gênero *Sandbox*, no qual possibilita produzir, construir e realizar de acordo com sua imaginação, utilizando blocos.

Com isso, este projeto foi criado (utilizando a versão mais atual 1.20.6) como uma ferramenta para ensinar localização de coordenadas no plano cartesiano para turmas do 7º ano (podendo integrar também outros anos escolares e até disciplinas universitárias), utilizando um *Mod* (que vêm de *modifications*, modificações externas) Chamado *Compass Coords*, no qual explicita as coordenadas em (z,x) utilizadas na construção do próprio *game*, e comandos para ambientação. O objetivo é encontrar todos os tesouros até chegar no tesouro final.

### **2.1 Dinâmica dos Tesouros**

O jogo se inicia com o personagem em um local que será considerado como a origem do plano cartesiano, ou seja, o ponto (0,0), no qual há um baú, que contém o livro inicial (Figura 1), que introduz as regras do jogo com as primeiras coordenadas; uma bússola que revela as coordenadas no canto da tela quando está na mão do personagem; e uma chave, utilizada para abrir os baús (Figura 2). Existem vários tesouros espalhados pelo mapa, e em cada um deles há um baú, um enigma a ser resolvido e um troca-nomes. Ao resolver a charada, faz-se necessário trocar o nome da chave para a resposta no troca-nomes e assim, abrir o baú (Figura 3). Dentro de cada baú, tem outro

livro com as coordenadas do próximo tesouro, e uma dica para a charada final. O último tesouro é aberto ao desvendar a resposta através das dicas dos anteriores (Figura 4).

**Figura 1- Início do Game**



Fonte: Próprio do Autor

**Figura 2 - Itens do Baú**



Fonte: Próprio do Autor

**Figura 3 - Tesouros**



Fonte: Próprio do Autor

**Figura 4 - Final**



Fonte: Próprio do Autor

## **2.2 Aplicação**

Este projeto é bem amplo e pode abranger diversos assuntos para além do plano cartesiano e da matemática. Para a aplicação em sala, o ideal é formar grupos para resolver as charadas por vez, com uma pessoa responsável, para de fato jogar no computador. As charadas podem abordar questões diversas de acordo com a intenção aplicada na atividade, assim como o tesouro final. É necessário uma sala de aula com projetor para facilitar a visualização da turma, e um computador ou *Notebook* que possa realizar o download do jogo (disponível em: [www.minecraft.net](http://www.minecraft.net)). O objetivo para além de chegar ao final, é ensinar a localização no plano cartesiano de uma forma lúdica, divertida e gerar um sentido à matemática abordada para os alunos.

## **3. CONSIDERAÇÕES FINAIS**

Ao trazer um jogo digital para dentro da sala de aula, é possível cativar e prender a atenção dos alunos para aquilo que é ministrado como conteúdo, sendo algo diferente das metodologias tradicionais mais frequentes na educação, e também presente no cotidiano desses educandos, o que abre uma nova perspectiva, sentido e função para aquela matemática que é cobrada nas escolas ausentes de contexto e significação. É uma atividade para reforçar o aprendizado e também auxilia os discentes desinteressados ou desestimulados, portanto é importante salientar que não substitui o conteúdo em si. Com este tipo de aplicação, descontraída, lúdica e ao mesmo tempo educativa e conceituada, geramos um sentimento de pertencimento para os discentes que estudam matemática tanto nas escolas, quanto na universidade.

Este sentimento gerado, atrai estes jovens e adultos para a matemática, descolonizando esta que segundo Silva, Baccar e Pinto (2021), a dificuldade com a matemática escolar se dá o papel de exclusão social, sendo mais um eixo da colonialidade.

Como educadores, nossa missão é preparar gerações para um futuro sem fanatismo, sem ódio, sem medo e com dignidade para todos. Mas pode não haver qualquer futuro. Nossa existência, como espécie, está



ameaçada. Os nossos objetivos devem ir além de justiça social e dignidade para a espécie humana, devemos pensar na própria sobrevivência da espécie, que está ameaçada por um colapso social. (D'Ambrosio, 2018)

## REFERÊNCIAS

- ALVES, L. *et al.* Ensino On-Line, jogos eletrônicos e RPG: Construindo novas lógicas. In: **Conferência eLES**. 2004. p. 49-58.
- BAUMGARTEL, P. O uso de jogos como metodologia de ensino da Matemática. **Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-graduação em Educação Matemática**, Xx, 2016.
- SILVA, E. S.; BACCAR, M. H. M. M.; PINTO, R. S. Por um projeto decolonial de formação de docentes: a vez da matemática do professor. **Revista Internacional de Pesquisa em Educação Matemática**, v. 11, n. 2, p. 319-335, 2021.
- D'AMBROSIO, U. Etnomatemática, justiça social e sustentabilidade. **Estudos avançados**, v. 32, p. 189-204, 2018.
- FIORENTINI, D. *et al.* Uma reflexão sobre o uso de materiais concretos e jogos no Ensino da Matemática. **Boletim da SBEM-SP**, v. 4, n. 7, p. 5-10, 1990.
- MASOLA, W.; ALLEVATO, N. Dificuldades de aprendizagem matemática: algumas reflexões. **Educação Matemática Debate**, v. 3, n. 7, p. 52-67, 2019.
- MORÁN, J. *et al.* Mudando a educação com metodologias ativas. **Coleção mídias contemporâneas. Convergências midiáticas, educação e cidadania: aproximações jovens**, v. 2, n. 1, p. 15-33, 2015.



## GRANDEZAS GEOMÉTRICAS: UMA APLICAÇÃO ENVOLVENDO HABILIDADES DE VISUALIZAÇÃO E O GEOGEBRA TAREFAS

Maria José Sanabria Correa<sup>1</sup>  
Carmen Vieira Mathias<sup>2</sup>

**RESUMO:** Este trabalho apresenta um recorte de uma pesquisa, a qual tem por objetivo investigar as potencialidades de trabalhar com o GeoGebra como ferramenta de apoio na resolução de tarefas que envolvem grandezas geométricas. Nesse âmbito, constitui-se uma sequência de atividades com três questões da 2ª fase e 3º nível da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP). Esses problemas foram aplicados para 11 participantes, alunos do primeiro semestre de um curso da Engenharia, tendo como caráter associar conceitos da Geometria Plana e da Geometria Espacial e relações entre grandezas geométricas em diferentes tipos de funções. Por fim, analisou-se os resultados da aplicação de uma das questões da sequência de atividades e, com isso, foi possível inferir a influência do GeoGebra no processo de resolução e as habilidades de visualização mais exploradas pelos participantes.

**Palavras-chave:** geometria, OBMEP, geogebra, habilidades de visualização.

### 1. INTRODUÇÃO

Com o desenvolvimento nas áreas de tecnologias no decorrer das últimas duas décadas, houve uma maior preocupação no debate sobre o potencial da visualização e suas representações para o ensino de Matemática (Abrahamson, 2014). O ponto central neste debate era o uso dos meios visuais, o qual para Giaquinto (2007) não se resumia a uma mera ajuda na compreensão de conceitos geométricos, mais ainda, como recursos para descobertas, justificativas e, até mesmo, demonstrações. Ao encontro disso, existem documentos que norteiam a Educação Básica na área de Matemática e suas Tecnologias como, por exemplo, uma das competências da Matriz de Referência do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM), a qual prevê “[...] utilizar o conhecimento geométrico para realizar a leitura e a representação da realidade e agir sobre ela” (Brasil, 2012, p. 5).

Nesse contexto, o presente trabalho apresenta um recorte de uma pesquisa que teve como produto um Trabalho de Conclusão de Curso da graduação em Matemática Licenciatura, cujo objetivo é investigar as potencialidades de trabalhar com o GeoGebra como ferramenta de apoio na resolução de tarefas que envolvem grandezas geométricas. Para tanto, constituiu-se uma sequência com três problemas adaptados da 2ª fase e 3º nível da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP), em que foram modelados no GeoGebra com o intuito de auxiliar na visualização da função

<sup>1</sup> Mestranda do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Ensino de Física (PPGEMEF); Universidade Federal de Santa Maria/UFSM, Santa Maria, Rio Grande do Sul, Brasil; mariasanabriacorreia@hotmail.com.

<sup>2</sup> Doutora em Matemática; Universidade Federal de Santa Maria/UFSM, Santa Maria, RS, Brasil; carmen@ufsm.br.



relacionada ao perímetro, a área e ao volume de uma determinada região. Por fim, estruturou-se os problemas dinamizados em um [Livro no GeoGebra Tarefas](#) para serem aplicados. No mais, a perspectiva deste trabalho serão os resultados obtidos na aplicação da questão intitulada “Posicionamento de triângulos retângulos isósceles”. Também, é importante destacar que o GeoGebra foi utilizado por ser um recurso de livre acesso e manuseio intuitivo.

## 2. O PROCESSO DE VISUALIZAÇÃO

O pensamento geométrico é definido por Leivas (2009, p. 136) como “[...] um processo capaz de construir estruturas geométricas mentais a partir de imaginação, intuição e visualização, para a aquisição de conhecimentos matemáticos científicos”. Assim, esse processo está diretamente associado a capacidade de visualização que é considerada para Gutiérrez (1996) como um tipo de atividade do raciocínio, capaz de integrar quatro elementos principais, que são: as Imagens Mentais (IM), as Representações Externas (RE), os Processos de Visualização (PV) e as Habilidades de Visualização Espacial (HVE).

Em relação as IM, Leivas (2009) expôs que são objetos que podem ser criados, usados e transformados na atividade de visualização espacial. As RE, geralmente, são empregadas em conjunto com as IM. Gutiérrez (1996) aborda os PV como uma ação que pode ser tanto mental quanto física, e que tem relação direta com a IM. Tendo dois processos específicos: Interpretação Visual da Informação – visa a criação de imagens mentais; Interpretação de Imagens – objetiva a formação de informações.

No que se refere às HVE, elas são definidas por Gutiérrez (1996) como:

**Percepção do fundo da figura:** A habilidade de observar a figura mesmo que isolada em um fundo complexo; **Constância perceptual:** a habilidade de não confundir as características e propriedades de um objeto mediante sua movimentação ou espessura do traço de sua representação, cor ou tamanho; **Rotação mental:** a habilidade de construir imagens mentais dinâmicas e imaginá-las em movimento; **Percepção de posições espaciais:** a habilidade de construir relações entre objetos observados e o próprio observador; **Percepção de relações espaciais:** a habilidade de construir as relações entre os objetos observados; **Discriminação visual:** é a habilidade de observar as diferenças ou semelhanças entre objetos, imagens ou imagens mentais (Gutiérrez, 1996, p.10, tradução nossa).

Assim, com um enfoque nas habilidades de visualização, pretende-se desenvolver o pensamento geométrico atrelado ao uso do GeoGebra. Com isso, no trabalho realizado, foi possível movimentar os objetos e visualizar suas características, a fim de interagir com diferentes formas de representação Matemática e, conseqüentemente, promover a aprendizagem.

### 3. ESTRUTURA DO TRABALHO

Os participantes da pesquisa realizada foram 11 alunos regularmente matriculados na disciplina de Matemática Básica do curso de Engenharia de Produção da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM), no 2º semestre de 2023. A escolha dos participantes se deu após algumas tentativas de aplicação para alunos do Ensino Médio, para os quais foi inicialmente planejada. Assim, optou-se por esse público, visto que são alunos que ingressaram na instituição no presente ano.

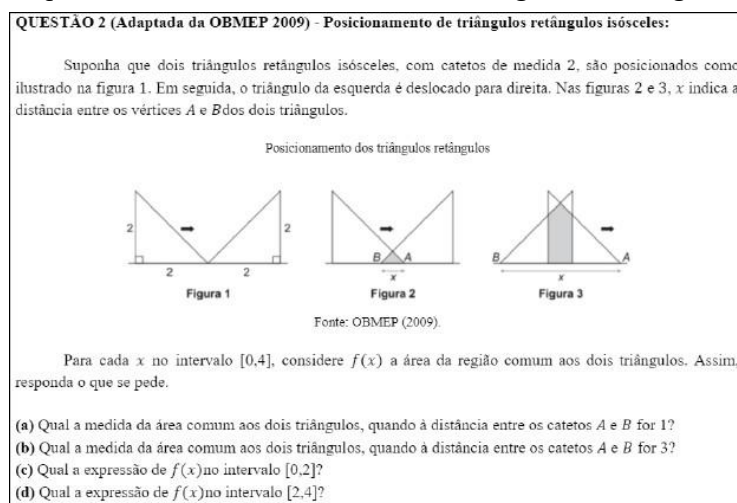
A aplicação foi realizada em duas aulas com duração de 2 horas cada. O primeiro momento foi destinado para os discentes resolverem as questões utilizando apenas lápis e papel, sem o auxílio de qualquer recurso. Enquanto, que no segundo momento houve a imersão dos alunos no ambiente que continha as questões de forma dinâmica, disponibilizadas por meio da plataforma GeoGebra. Nesse mesmo dia, também foi realizada a discussão das respostas estruturadas pelos estudantes.

### 4. ANÁLISE DOS RESULTADOS

Os dados obtidos na aplicação da sequência de atividades, com e sem o uso do recurso GeoGebra, foram analisados segundo as seguintes categorias: as justificativas fornecidas pelos participantes na resolução sem o uso do GeoGebra; a influência do GeoGebra na resolução nos problemas propostos; a análise das HVE mais recorrentes utilizadas pelos participantes na resolução das questões da Obmep; a relevância e percepção dos participantes sobre a atividade desenvolvida.

Nesse viés, pretende-se discorrer sobre os resultados do primeiro e do segundo dia de aplicação, relacionados à questão intitulada “Posicionamento de triângulos retângulos isósceles”, descrita na Figura 1. Esse problema considera o deslocamento realizado por dois triângulos retângulos isósceles à medida que se sobrepõem com uma determinada distância.

**Figura 1 – Questão “Posicionamento de triângulos retângulos isósceles”**



Fonte: Dados da pesquisa (2023).

Desse modo, no primeiro dia de aplicação, o maior obstáculo dos alunos, na resolução

sem o auxílio das tecnologias, foi perceber as figuras sobrepostas, mesmo com a RE, o que prejudicou identificar a altura do retângulo, fundamental para determinar a função da área de região sombreada, conforme ilustrado na Figura 2.

**Figura 2 - Falta de percepção da sobreposição das figuras**

$$d) C_{ret} = BC + CD + DA = 4 \quad CD = 4 - x$$

$$A_{ret} = (5-2) \cdot (4-x) = 8 - 2x + \frac{x^2}{4}$$

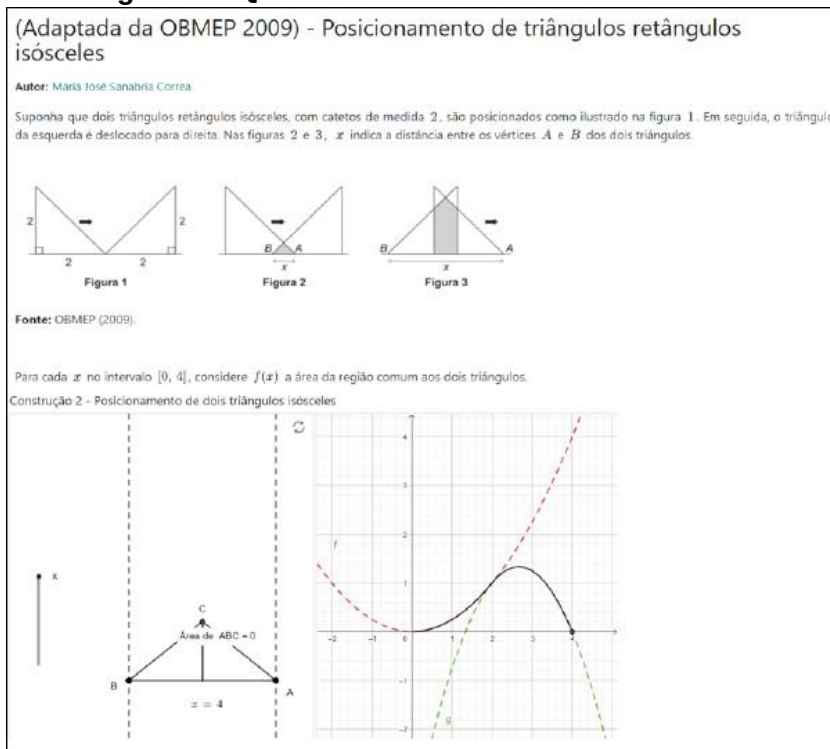
$$A(x) = \frac{x^2}{4} - 2x + 8$$

Fonte: Dados da pesquisa (2023).

No mais, com o intuito de auxiliar os alunos, foi sugerido, no momento da resolução, que os participantes determinassem a área comum dos triângulos quando a distância fosse 2 e 4, já que 1 e 3 haviam sido explorados nas demais perguntas. Assim, os participantes poderiam compreender a ideia intuitiva de forma mais clara e generalizar para uma distância  $x$ .

Já no segundo dia da aplicação, com o auxílio do *software* GeoGebra, esperava-se determinar, com o uso da ferramenta controle deslizante, a função relacionada a área delimitada pela distância dessas duas regiões. Na Figura 3, é possível observar a questão dinamizada, a qual permite deslocar os triângulos e, na janela de visualização 2, vislumbrar o comportamento da função relacionada a essa medida.

**Figura 3 – Questão dinamizada no GeoGebra**



Fonte: Dados da pesquisa (2023).

Dessa forma, ao mover o controle deslizante e observar o comportamento da função, os participantes conseguiram responder de forma imediata qual era a função no intervalo  $[0,2]$  e, ainda, desenvolveram a habilidade de percepção de fundo. Quanto a função em  $[2,4]$ , foi questionado: “o triângulo sombreado formado no intervalo  $[0,2]$  está englobado neste intervalo, né!?”. Outro participante, relatou que “confundi a altura do retângulo da sobreposição dos triângulos”.

Assim, foi possível observar características que não foram consideradas no primeiro dia da aplicação, ou seja, criaram imagens mentais com ajuda do GeoGebra e interpretaram suas informações.

## 5. CONCLUSÃO

O processo de ensino e aprendizagem de Geometria está diretamente relacionado à visualização de entes geométricos e, conseqüentemente, ao desenvolvimento de habilidades de visualização. Assim, com a realização da sequência de atividade, notou-se que seus participantes tiveram dificuldades em identificar o comportamento de funções sob a mudança de grandezas geométricas, já que faltou subsídios teóricos e conceituais por parte dos alunos. Porém, o contato com um recurso como o GeoGebra mostrou-se algo positivo na perspectiva dos participantes, já que apenas quatro discentes já tinham manuseado e fizeram uso de suas ferramentas.

## REFERÊNCIAS

- ABRAHAMSON, D. *et al.* Coordinating visualizations of polysemous action: Values added for grounding proportion. **ZDM**, v. 46, n. 1, p. 79-93, 2014.
- BRASIL. **Matriz de Referência ENEM**. Ministério da Educação, Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. Brasília: MEC/INEP, 2012.
- GIAQUINTO, M. *et al.* **Visual thinking in mathematics**. Oxford University Press, 2007.
- GUTIÉRREZ, A. **Visualization in 3-Dimensional Geometry: In Search of a Framework**. University of Valence, Spain, 1996.
- LEIVAS, J. **Imaginação, intuição e visualização: a riqueza da possibilidade da abordagem geométrica no currículo de cursos de licenciatura de matemática**. Tese (Doutorado em Educação) - Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2009.



## PROGRAMAÇÃO LINEAR NO ENSINO MÉDIO: INDO ALÉM DO ESTUDO DE DESIGUALDADES LINEARES ATRAVÉS DO USO DE TECNOLOGIAS DIGITAIS

Leonardo Nunes Valentim<sup>1</sup>  
Marilis Bahr Karam Venceslau<sup>2</sup>

**Resumo:** A Programação Linear é uma ferramenta muito útil para a resolução de certos tipos de problemas que aparecem com frequência na indústria, economia, logística, geração de energia, área da saúde etc. Tais problemas são de relevância para o mundo globalizado no qual a humanidade está inserida e podem servir para despertar o interesse dos alunos e dar significado à matemática praticada no Ensino Médio. Além disso, a prática da Programação Linear envolve trabalhar com resolução de problemas, modelagem matemática e raciocínio computacional. O objetivo deste trabalho é apresentar uma proposta de introdução à Programação Linear no Ensino Médio utilizando modelagem e recursos computacionais como o software de Geometria Dinâmica GeoGebra; a planilha Excel e o seu solver embutido; e a ferramenta online *PHPSimplex*. A metodologia empregada é baseada na revisão bibliográfica de Programação Linear, na apresentação das ferramentas digitais utilizadas e como estas são empregadas na resolução de um Problema de Programação Linear. São propostas atividades de maneira a possibilitar a avaliação contínua da aprendizagem.

**Palavras-chave:** programação linear, ensino médio, recursos computacionais.

### 1. INTRODUÇÃO

A Programação Linear é um dos ramos da Matemática que mais se desenvolveram nas últimas décadas devido ao advento dos computadores eletrônicos digitais, entre outros fatores. Suas aplicações ocorrem em diversas áreas tais como: economia; logística militar e industrial; planejamento agrícola; medicina, etc.

A Programação Linear demanda o planejamento de atividades para obter um resultado, entre todas alternativas viáveis, a que melhor alcance um objetivo previamente determinado. Na literatura, há um vasto material sobre Programação Linear: Bertsimas e Tsitsiklis (1997); Maculan e Fampa (2006); Macambira *et al* (2021) entre outros.

Porém, poucos são os livros didáticos do Ensino Médio, que tratam da Programação Linear, e quando o fazem, citam apenas um único exemplo de PPL como uma aplicação de sistemas lineares de duas variáveis, resolvendo-o pelo método gráfico. O estudo de desigualdades lineares é apenas tratado na representação de regiões planas quando se ensina Geometria Analítica, sem uma correlação com a resolução de um sistema de desigualdades lineares. Aliado a este fato, o uso do método geométrico é difícil no caso de PPL's de três variáveis e seu uso é impossível em problemas com quatro ou mais variáveis. Isso acaba limitando muito a exploração de problemas da realidade usando Programação Linear, pois a maioria das suas aplicações na vida real são problemas com

<sup>1</sup> Mestre; Colégio Pedro II/CP II, Rio de Janeiro, RJ, Brasil. E-mail: valentimlnv@gmail.com.

<sup>2</sup> Doutora; Colégio Pedro II/CP II, Rio de Janeiro, RJ, Brasil. E-mail: marilivsenceslau@cp2.g12.br.

mais de duas variáveis.

Por outro lado, o estudo da Programação Linear propicia o desenvolvimento de conhecimentos práticos, contextualizados, que vão ao encontro das necessidades da vida contemporânea, como também propicia o desenvolvimento de habilidades relativas aos processos de investigação, de construção de modelos e de resolução de problemas. Com o uso do software de geometria dinâmica GeoGebra; ou da Planilha do Excel e o seu *solver* embutido; ou da ferramenta *online* PHPSimplex, torna-se possível abordar a resolução de um PPL de duas ou mais variáveis no Ensino Médio. O GeoGebra pode ser utilizado em todos os níveis de ensino e em todas as disciplinas que usem geometria, álgebra, planilhas, gráficos, estatística, cálculo (GeoGebra, 2024). Segundo Diniz (2015), o Excel “pode ser utilizado para calcular, armazenar e trabalhar planilha de dados, criar relatórios e gráficos” e também ser usado em todos os níveis de ensino e em diversas disciplinas.

De acordo com Santo, Moura e Silva (2020), a inclusão de tecnologias digitais no ambiente escolar, conectadas a um projeto pedagógico pode propiciar o desenvolvimento crítico e criativo, assim como a aprendizagem colaborativa.

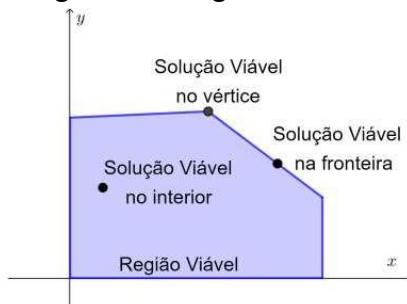
Tudo o que foi dito nos três últimos parágrafos vai ao encontro das orientações da Base Nacional Curricular Comum (BNCC) para o Ensino Médio (Brasil, 2018).

Portanto, este trabalho tem por objetivo apresentar uma proposta que introduz os problemas de Programação Linear de duas ou mais variáveis no Ensino Médio aplicando somente conhecimentos matemáticos adquiridos até este nível e usando tecnologias digitais. Mais especificamente, almeja-se que o aluno possa reconhecer um PPL; aplicar o método geométrico para resolvê-lo quando possível e obter suas soluções caso existam; saiba usar as ferramentas digitais para resolvê-los como o GeoGebra, as planilhas do Excel e o *solver* embutido neste; e o PHPSimplex, uma ferramenta online para resolução de um PPL de uso livre e gratuito. E mais ainda, espera-se que ele tenha participação ativa e colaborativa durante o processo de aprendizagem.

## 2. PROGRAMAÇÃO LINEAR

O Problema de Programação Linear tem por objetivo maximizar ou minimizar uma função linear, chamada função objetivo, sujeita a um sistema de desigualdades lineares, as quais são chamadas de restrições. A interseção destas desigualdades gera uma região, chamada região viável, na qual se encontram todas as soluções viáveis do problema modelado (Figura 1). Pode acontecer destas restrições não gerarem uma região, e caso este fato ocorra, o problema estudado não terá solução ótima.

**Figura 1 – Região Viável.**





Matematicamente, um problema de Programação Linear, na sua forma canônica, é do tipo:

$\max z = f(x_1; x_2; x_3; \dots; x_n) = c_1x_1 + c_2x_2 + c_3x_3 + \dots + c_nx_n$   
 sujeito a

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + \dots + a_{1n}x_n \leq b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 + \dots + a_{2n}x_n \leq b_2 \\ \vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + a_{m3}x_3 + \dots + a_{mn}x_n \leq b_m \\ x_1 \geq 0 \\ x_2 \geq 0 \\ \vdots \\ x_n \geq 0 \end{cases}$$

onde

$c_1, c_2, \dots, c_n, a_{11}, a_{12}, \dots, a_{mn}, b_1, b_2, \dots, b_m$  são constantes reais, e  $x_1, x_2, \dots, x_n$  são as variáveis de decisão do problema.

Segundo Lachtermacher (2009), uma solução é qualquer valor que as variáveis de decisão podem assumir no domínio da função-objetivo. Uma solução é viável quando é uma solução que satisfaz todas as restrições. E a solução é ótima quando esta é viável e maximiza a função objetivo, podendo ser única ou não. A resolução de um PPL, ou seja, o ponto que maximiza ou minimiza a função desejada, encontra-se nos extremos (vértices) da região viável (região poliedral convexa). Mais detalhes em Maculan e Fampa (2006).

## 2.1. O Método Gráfico e o Método Simplex

O **método gráfico** (ou geométrico) para determinar a solução de um Problema de Programação Linear (PPL) na forma canônica, é constituído por duas etapas: determinação da região viável do problema e determinação da solução ótima entre todas as soluções viáveis desta região. Para isso, deve-se fazer o gráfico de cada restrição em um sistema de  $n$  eixos coordenados ( $n$  é o número de variáveis de decisão do problema) e determinar o conjunto interseção de todas as soluções. Ora, para problemas de duas variáveis isso é factível, mas a partir de três variáveis torna-se muito difícil ou impossível traçar tais gráficos.

O método gráfico, propicia uma conexão entre as representações algébrica e geométrica das soluções de um PPL e dá uma ideia de como funciona o algoritmo *Simplex*.

O **método Simplex** é um algoritmo utilizado para resolver problemas de Programação Linear construindo uma solução viável no vértice do poliedro (nome dada à região viável para um PPL de  $n$  variáveis de decisão), e então percorre os vértices do poliedro que sucessivamente possuem valores mais altos da função objetivo até encontrar o valor máximo. Foi desenvolvido por George Dantzig e Koopmans em 1946. É considerado por muitos como um dos principais algoritmos inventados no século XX. Para maiores detalhes, veja Maculan e Fampa (2006) e Macambira *et al.* (2016).

## 2.2. Recursos Computacionais

Em geral, os modelos de PL que representam problemas práticos podem conter milhares de variáveis e restrições. Assim, o único modo plausível de resolvê-los é via uso de computadores (TAHA, 2008). Há vários softwares populares que podem ser usados para obter a solução de um PPL. Entre eles, tem-se: o *solver* do Excel, o qual é mais atraente para quem gosta de usar planilhas, e o AMPL - linguagem algébrica de modelagem. Para maiores detalhes, veja Taha (2008). Há também o PHPSimplex, uma ferramenta online para resolução de um PPL, cuja interface é amigável e o acesso é gratuito e online (Granja; Ruiz, 2016).

O GeoGebra é um *software* de geometria dinâmica, gratuito, e “oferece uma plataforma online com mais de um milhão de recursos de sala de aula gratuitos criados por sua comunidade multilíngue” (GeoGebra, 2024).

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC), propõe que “os estudantes utilizem tecnologias, como calculadoras e planilhas eletrônicas, desde os anos iniciais do Ensino Fundamental” (Brasil, 2018).

Assim, neste trabalho, para resolver um PPL, optou-se por usar as ferramentas digitais o *solver* do Excel, o PHPSimplex e o GeoGebra. Este último é utilizado para solucionar um PPL de duas variáveis através do método gráfico.

## 3. ATIVIDADES DESENVOLVIDAS

As atividades propostas apresentam situações-problema e são desenvolvidas de maneira a facilitar que o aluno compreenda os conceitos de Programação Linear, a ideia do método gráfico e a do algoritmo *Simplex*, além de adquirir destreza no uso do GeoGebra, do *solver* do Excel e do PHPSimplex para resolver um PPL. A seguir, no Exemplo 1, apresenta-se uma destas atividades.

**Exemplo 1.** A Distribuidora Revendex vende álcool, máscaras cirúrgicas e sabonete líquido somente em kits. Estes são montados na própria distribuidora. A composição, o valor de venda de cada kit e a quantidade em estoque de cada produto estão descritos na Tabela 1. Qual a quantidade de kits de cada tipo que maximiza o valor total do lucro?

**Tabela 1 – Composição dos kits**

| Produtos                    | Tipo 1 | Tipo 2 | Tipo 3 | Quantidade em estoque |
|-----------------------------|--------|--------|--------|-----------------------|
| Álcool em gel (frasco)      | 6      | 9      | 3      | 480                   |
| Máscaras cirúrgicas (caixa) | 3      | 4      | 2      | 250                   |
| Lucro na venda do kit (R\$) | 78,00  | 112,50 | 52,50  |                       |

Para o desenvolvimento desta atividade, elaborou-se um roteiro para o aluno seguir a fim de que primeiro ele perceba a dificuldade de utilizar o método gráfico em um problema de três variáveis, mesmo com o auxílio do GeoGebra, e na etapa seguinte, utilize o *solver* do Excel e o PHSimplex para resolver este PPL.

O roteiro completo, a resolução do PPL do Exemplo 1 e as demais atividades propostas encontram-se em Valentim (2021).



A avaliação contínua de aprendizagem é uma ferramenta eficaz para garantir que as metas educacionais sejam alcançadas em sua íntegra. Dessa maneira, propõe-se que a avaliação ocorra durante a realização das atividades que podem ser desenvolvidas em sala de aula ou em um Ambiente Virtual de Aprendizagem como, por exemplo, o *Moodle*<sup>3</sup>. Assim, pode-se investigar se o aluno desenvolveu as competências e as habilidades estabelecidas nas atividades, e alinhadas com a BNCC (Brasil, 2018), ou se, em algumas delas o aluno tenha a necessidade de melhorar seu desempenho, o que possibilita o docente estabelecer estratégias para aprimorar o aprendizado do aluno. E, por último, uma autoavaliação feita pelo discente.

#### 4. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Utilizar o método gráfico para resolver os problemas de PL só é viável com problemas de duas variáveis. Considerando-se que o objetivo é abordar PPL's com três ou mais variáveis que aparecem na vida real, o uso das ferramentas digitais, *solver* do *Excel* ou *PHPSimplex*, torna-se imprescindível na busca dessas soluções. Assim, espera-se que a abordagem de um assunto que envolva a matemática escolar com problemas da realidade, utilizando tecnologias digitais, e o emprego de avaliação contínua da aprendizagem sejam fatores que motivem os alunos a serem protagonistas durante a execução das atividades propostas, facilitando o seu aprendizado.

#### REFERÊNCIAS

- BERTSIMAS, D.; TSITSIKLIS, J. N. **Introduction to Linear Optimization**. Massachusetts: Athena Scientific, 1997.
- BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**: Ensino Médio. Brasília: MEC/Secretaria de Educação Básica, 2018. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/docman/abril-2018-pdf/85121-bncc-ensino-medio/file>. Acesso em: 10 jun. 2024.
- DINIZ, J. B. C. **Utilização do aplicativo Excel no Ensino da Matemática no Ensino Médio**. 2015. Trabalho de Conclusão de Curso (Especialização). Curso de Especialização em Metodologia do Ensino de Matemática no Ensino Médio, Universidade do Estado do Amazonas, Amazonas, 2015. Disponível em: <http://repositorioinstitucional.uea.edu.br/handle/riuea/428>. Acesso em: 29 jun. 2024.
- GRANJA, D. I.; RUIZ, J. J. R. **PHPSimplex**: otimizar os recursos com Programação Linear. 2016-2024. Disponível em: <https://www.phpsimplex.com/simplex/simplex.htm?l=pt>. Acesso em: 13 jun. 2024.
- LACHTMACHER, G. **Pesquisa Operacional na tomada de decisões**. 1. ed. São Paulo: Pearson, 2009.
- MACAMBIRA, A. F. U. dos S. *et al.* **Programação Linear**. João Pessoa: Editora da UFPB, 2016.
- MACULAN, N.; FAMPA, M. H.C. **Otimização Linear**. Brasília: EdUnB, 2006.
- O que é o GeoGebra? GeoGebra. 2024. Disponível em: <https://www.geogebra.org/about?lang=pt-PT>. Acesso em: 28 jun. 2024.
- SANTO, S. A. C. E., MOURA, G. C., SILVA, J. T. O uso da tecnologia na educação: perspectivas e entraves. **Revista Científica e Multidisciplinar Núcleo do Conhecimento**. Ano 05, Ed.01, Vol. 04, pp.31-45. Janeiro de 2020. ISSN: 2448-0959. Disponível em: <https://www.nucleodoconhecimento.com.br/educacao/uso-da-tecnologia>. Acesso em: 28 jun. 2024.
- TAHA, H. A. **A Pesquisa Operacional**. 8. ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2008.
- VALENTIM, L. N. **Programação Linear no Ensino Médio**: uma proposta envolvendo contextualização, modelagem e tecnologias digitais. 2021. Dissertação (Mestrado). Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, Colégio Pedro II, Rio de Janeiro, 2021. Disponível em: [https://sca.profmatsbm.org.br/profmat\\_tcc.php?id1=6526&id2=171053369](https://sca.profmatsbm.org.br/profmat_tcc.php?id1=6526&id2=171053369). Acesso em: 10 jun. 2024.

<sup>3</sup> O Moodle é um *software* gratuito cuja interface é muito fácil.



## ANÁLISE DA RESPOSTA PARA UMA QUESTÃO INVESTIGATIVA DE GEOMETRIA USANDO REALIDADE AUMENTADA

Thiago Emanuel Santos Goulart e Silva<sup>1</sup>

William Vieira<sup>2</sup>

Roberto Seidi Imafuku<sup>3</sup>

**Resumo:** Neste trabalho, analisamos a resposta de um estudante da licenciatura em Matemática para uma atividade investigativa que utilizava o GeoGebra RA. O objetivo é identificar as potencialidades que o software promove para o desenvolvimento do raciocínio matemático (RM) e quais os processos do RM são evidenciados na resposta apresentada pelo estudante. Os dados foram coletados a partir de uma atividade aplicada num minicurso ministrado pelos autores. Dentre os resultados obtidos, podemos destacar o potencial do GeoGebra RA em atividades investigativas e o desenvolvimento de processos de classificação, justificação e validação de inferências.

**Palavras-chave:** geogebra RA, realidade aumentada, geometria espacial, geometria plana, raciocínio matemático.

### 1. INTRODUÇÃO

A evolução das tecnologias digitais trouxe consigo diversas transformações nas relações sociais e culturais, influenciando quase todos os âmbitos da vida em sociedade. Essas transformações se refletiram nas novas concepções de educação e nas novas formas de se ensinar matemática. Com o advento das novas tecnologias digitais, o ensino e aprendizagem ganha novas perspectivas educacionais, buscando se inserir dentro do mundo digital. (Amorim; Reis; Ferreira, 2024; Meroto *et al.*, 2024).

O uso de *softwares* como o GeoGebra e sua ferramenta de realidade aumentada (RA) denotam potencialidades para o ensino de geometria espacial e o desenvolvimento do pensamento visual, como observaram Blass e Junqueira (2023). Em seu trabalho, os pesquisadores coletaram dados a partir de um questionário, o qual foi aplicado em uma oficina que tinha como intuito trabalhar o GeoGebra RA e construções geométricas. Em suas conclusões, evidenciaram que:

Os resultados deste estudo confirmaram, por meio de uma análise pelo método misto, que

---

<sup>1</sup> Bolsista de Extensão e Licenciando em Matemática pelo Instituto Federal de São Paulo - IFSP campus Guarulhos, Guarulhos, São Paulo, Brasil. [t.goulart@aluno.ifsp.edu.br](mailto:t.goulart@aluno.ifsp.edu.br).

<sup>2</sup> Doutor em Educação Matemática. Docente e pesquisador do Centro de Pesquisa e Inovação em Educação Matemática e Formação de Professores – CEPIN do Instituto Federal de São Paulo – IFSP campus Guarulhos, Guarulhos, SP, Brasil. [wvieira@ifsp.edu.br](mailto:wvieira@ifsp.edu.br).

<sup>3</sup> Doutor em Educação Matemática. Docente e pesquisador do Centro de Pesquisa e Inovação em Educação Matemática e Formação de Professores – CEPIN do Instituto Federal de São Paulo – IFSP campus Guarulhos, Guarulhos, SP, Brasil. [roberto.imafuku@ifsp.edu.br](mailto:roberto.imafuku@ifsp.edu.br).

houve diferenças significativas na percepção visual-espacial dos sujeitos participantes da oficina com a inserção dos recursos de visualização GeoGebra 3D e RA (Blass; Junqueira, 2023, p. 11).

Neste artigo, analisamos sob a perspectiva do raciocínio matemático (RM), a resposta de um estudante para uma questão de geometria, a qual foi aplicada durante um minicurso ministrado pelos autores deste trabalho. Buscamos observar quais as potencialidade e limitações do GeoGebra RA no desenvolvimento dos processos do RM a partir de questões de cunho investigativo. No que segue, apresentamos os materiais e métodos utilizados na pesquisa.

## 2. MATERIAIS E MÉTODOS

Como já mencionado, os dados foram recolhidos por meio de questionários aplicados durante um minicurso. Neste, apresentamos o GeoGebra RA para 17 estudantes da licenciatura em matemática de uma instituição pública de ensino. Em um primeiro momento, apresentamos o GeoGebra RA e algumas de suas ferramentas, como as de ponto, segmento, plano por 3 pontos, cubo, pirâmide e medição de distância e ângulo. Explicamos também algumas funcionalidades do aplicativo, como a janela de álgebra, como alterar a cor e opacidade dos objetos e ocultar os eixos coordenados. O intuito dessa primeira parte da oficina era apresentar as ferramentas necessárias para que os participantes conseguissem realizar as investigações.

Foram aplicados 2 questionários para cada participante. O segundo questionário trata da construção de um cubo e um quadrilátero inscrito neste, como destacado na Figura 1.

### Figura 1 – Instruções da atividade

Construção:

- Abra o GeoGebra 3D e projete o ambiente da realidade aumentada (AR);
- Esconda os eixos coordenados;
- Construa dois pontos A e B;
- Utilizando a ferramenta "CUBO", construa um cubo clicando nos pontos A e B;
- Obtenha os pontos médios dos segmentos AE e CG;
- Construa os segmentos HI, IB, BJ, JH (você pode digitar o comando segmento(H,I) direto na caixa de comandos).

Fonte: Elaborado pelos autores

Após a construção, o estudante deveria identificar e classificar o quadrilátero construído e responder e justificar se este é ou não plano (Figura 2). Para isso, deveria utilizar as ferramentas do aplicativo.

### Figura 2 – Perguntas sobre a construção

- 1) Qual a figura formada pela união dos segmentos HI, IB, BJ, JH? Justifique sua resposta.
- 2) A figura construída é plana? Justifique sua resposta.

Fonte: Elaborado pelos autores

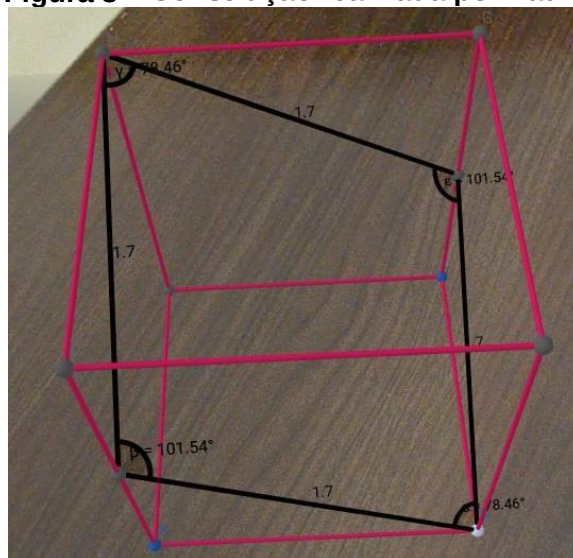
Para o referencial teórico, adotamos as ideias do raciocínio matemático segundo Jeannotte e Kieran (2017). Seguindo estas autoras, entendemos o pensar matematicamente como o uso de uma série de processos para realizar inferências e conjecturas acerca de um dado problema ou objeto matemático. Dentre os processos, conjecturar, generalizar, identificar padrões, comparar, classificar, justificar e validar se destacam como os mais relevantes. Estes processos podem ou não se interligarem, mas, para que o raciocínio matemático seja evidenciado, algum destes processos precisa ser externalizado pelos estudantes em suas respostas. (Jeannotte; Kieran, 2017).

No que segue, discutimos a resposta de Paulo (nome fictício) para a questão apresentada, buscando observar quais os processos do raciocínio matemático podem ser observados.

### 3. DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Paulo não teve dificuldades com a projeção da realidade aumentada, conseguindo realizar as construções e utilizar corretamente as ferramentas para justificar sua resposta. O questionário possui duas questões. A primeira pergunta, os estudantes deveriam reconhecer e justificar que o quadrilátero construído é um losango. Para isso, eles poderiam utilizar as ferramentas de medição de ângulo e de comprimento para, assim, observar a relação entre ângulos opostos e a congruência dos quatro lados. Paulo, em suas respostas (Figuras 4 e 5), identifica corretamente a figura como um quadrilátero plano e mais especificamente, um losango. Ele justifica essa inferência a partir do uso das ferramentas de medição, mobilizando a definição desse quadrilátero e validando assim suas conclusões (Figura 3).

**Figura 3 – Construção realizada por Paulo**



Fonte – Dados da pesquisa

Na segunda questão, os estudantes deveriam analisar a figura construída e dizer se ela é plana ou não. Para isso, eles poderiam utilizar a funcionalidade do GeoGebra RA e observar, a partir de elementos visuais, se a figura era plana ou não.

#### Figura 4 – Resposta de Paulo para a primeira pergunta

- 1) Qual a figura formada pela união dos segmentos HI, IB, BJ, JH? Justifique sua resposta.

A figura formada é um quadrilátero plano. Após avaliar a medida dos ângulos percebemos que é um losango.

Fonte: Dados da pesquisa

Para verificar essa conjectura, para além do recurso visual, eles deveriam utilizar a ferramenta plano por 3 pontos, para verificar se os 4 pontos do losango estavam em um mesmo plano. Traçando dois planos que contenham os 4 pontos, os participantes poderiam verificar através da janela de álgebra, se os dois planos construídos possuíam equações equivalentes.

#### Figura 5 – Resposta de Paulo para a segunda pergunta

- 2) A figura construída é plana? Justifique sua resposta.

Sim, possui duas dimensões. Confirmamos isso traçando um plano.

Fonte: Dados da pesquisa

Em sua resposta, Paulo apresenta uma inferência correta, além de utilizar a ferramenta de plano por 3 pontos, para fundamentar e justificar sua conclusão, como pode-se observar na Figura 5. Além disso, ele indica desde a resposta para a primeira pergunta, reconhecer a figura como plana, demonstrando um bom resgate dos elementos da geometria plana e espacial. No entanto, cumpre observar que embora Paulo tenha usado a ferramenta de plano por 3 pontos, ele não menciona ter traçado mais de um plano para verificar que a figura é plana, como seria esperado.

Após os estudantes responderem o questionário, ocorria uma discussão coletiva, na qual, explorávamos junto dos participantes, as maneiras de se identificar e classificar a figura e como garantir que ela era plana. Nessas discussões, explorávamos junto dos estudantes, a necessidade de utilizar estas ferramentas para a validação das inferências e não apenas a observação, por não estar não ser suficiente para uma validação adequada e bem fundamentada.

## 4. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Paulo evidencia o uso de alguns dos processos do raciocínio matemático em suas respostas. Ele consegue realizar o resgate correto de elementos da geometria necessários para produzir inferências corretas, embora algumas vezes sem estar completamente embasado matematicamente, como no caso da resposta para a segunda pergunta. De todo modo, ele identifica a figura como plana e a caracteriza corretamente como um losango, utilizando os conhecimentos resgatados e as ferramentas do software para justificar e validar a sua conjectura. Assim, podemos identificar o uso de processos do raciocínio matemático, como a elaboração de conjecturas, classificação, validação e

justificação em suas respostas. Evidencia-se também, um bom nível de conhecimento acerca dos elementos necessários para solucionar a questão investigativa proposta.

Além disso, podemos observar potencialidades das ferramentas do GeoGebra RA para o desenvolvimento de processos do RM. De fato, este recurso tecnológico, favoreceu a construção de objetos geométricos, a visualização destes e os processos de classificação, justificação e validação, como evidenciado pelas respostas de Paulo.

Concordamos com Blass e Junqueira (2023), quando estes destacam as potencialidades que a relação entre o software e o desenvolvimento do pensamento visual-espacial possuem. Porém, observa-se que em certos casos a visualização não é suficiente para se realizar uma justificação ou validação, como destacamos na resposta de Paulo para o item 2. Nestes casos, elementos da matemática formal são necessários para a justificação das conjecturas produzidas a partir das observações.

Essa perspectiva revela o potencial do uso do GeoGebra RA em atividades investigativas, como a discutida aqui. As potencialidades deste aplicativo estão principalmente nas ferramentas e modos com que os estudantes se dispõem para realizarem construções e manipulações de sólidos e figuras geométricas.

Nesse sentido, evidenciamos uma necessidade em se realizar mais pesquisas e estudos acerca das potencialidades do GeoGebra RA em atividades investigativas, visto que a realidade aumentada ainda é muito nova e está em desenvolvimento.

## REFERÊNCIAS

- AMORIM, G. de; S. L.; REIS, F. da S.; FERREIRA, N. da S. A utilização integrada da realidade aumentada no software GeoGebra por meio de dispositivos móveis para a aprendizagem de geometria espacial no ensino médio. **VIDYA**, Santa Maria (RS, Brasil), v. 44, n. 1, p. 211–230, 2024. DOI: 10.37781/vidya.v44i1.4771. Disponível em: <https://periodicos.ufn.edu.br/index.php/VIDYA/article/view/4771>. Acesso em: 24 maio. 2024.
- BLASS, L.; JUNQUEIRA, S. M. S.; Os modos do pensamento visual-espacial na inserção da calculadora GeoGebra 3D e realidade aumentada. **Revista Electrónica de Investigación en Educación en Ciencias**, v. 18, n. 2, p. 1-11, 2023. DOI: <https://doi.org/10.54343/reiec.v18i2.362>. Disponível em: <https://reiec.unicen.edu.ar/reiec/article/view/362>
- JEANNOTTE, D.; KIERAN, C. A conceptual model of mathematical reasoning for school mathematics. **Educational Studies in Mathematics**, Springer Nature, n. 96(3), p 1-16, 2017. Disponível em: [https://www.researchgate.net/publication/316789539\\_A\\_conceptual\\_model\\_of\\_mathematical\\_reasoning\\_for\\_school\\_mathematics](https://www.researchgate.net/publication/316789539_A_conceptual_model_of_mathematical_reasoning_for_school_mathematics)
- MEROTO, M. B. *et al.* Além da lousa: explorando o potencial da realidade aumentada no ambiente educacional. **REVISTA FOCO**, [S. l.], v. 17, n. 1, p. e4114, 2024. DOI: 10.54751/revistafoco.v17n1-050. Disponível em: <https://ojs.focopublicacoes.com.br/foco/article/view/4114>. Acesso em: 24 mai. 2024.





## ENADE: UMA ANÁLISE PRÉVIA DO ANO DE 2014 DOS ESTUDANTES DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

Beatriz Teixeira de Oliveira<sup>1</sup>

**Resumo:** A Álgebra é uma ramificação da matemática vista como desafiadora a partir do momento que os números começam a se entrelaçar com as letras. O uso incorreto de termos matemáticos em geral, incluindo termos algébricos, é evidenciado na forma em que linguagem é utilizada em sala de aula, muitas vezes, a partir de leituras mecânicas e sem significado. Uma palavra tem significado de acordo com seu uso e são utilizadas, na maioria das vezes, para se referir a formas e números no âmbito da matemática. Esse estudo, portanto, parte da inquietação de entender como está o desempenho dos alunos da Universidade Federal do Sul e Sudeste do Pará (Unifesspa) em relação ao tema Álgebra. Para tanto, nossos instrumentos versam em cima das provas do Enade aplicadas entre os anos de 2011 até 2021 com um recorte das 17 questões de múltipla escolha que abrangem tal temática, sendo analisadas, de forma qualitativa, as palavras e os mediadores visuais presentes nos distratores a partir da terapia Wittgensteiniana e da teoria commognitiva da Sfard (2008) que reconhece a matemática como um tipo de discurso.

**Palavras-chave:** álgebra, linguagem matemática, Enade.

### 1. INTRODUÇÃO

A Álgebra é uma ramificação da matemática vista como desafiadora para os alunos a partir dos Anos Finais do Ensino Fundamental, já que é nesse momento que os números começam a se entrelaçar com as letras (Brasil, 2017). Como, muitas vezes, o currículo aborda tal tema de maneira problemática, tem-se como resultado alunos com dificuldades (Canavarro, 2007).

“A Álgebra escolar tem tradicionalmente sido ensinada e aprendida como um conjunto de procedimentos desligados quer dos outros conteúdos matemáticos, quer do mundo real dos alunos” (Kaput, 1999, p. 2). Assim, não deve ser encarada como uma técnica, mas sim, como uma forma de pensamento e raciocínio de situações matemáticas (Kieran, 2007).

Para Danyluk (1988), o uso incorreto de termos matemáticos em geral, incluindo termos algébricos, é evidenciado na forma em que linguagem é utilizada em sala de aula, muitas vezes, a partir de leituras mecânicas e sem significado. Para Wittgenstein (1984), ademais, uma palavra tem significado de acordo com seu uso. Na matemática, por exemplo, termo a inclusão de termos não matemáticos com significado matemático (Escudero; Gavilán; Sánchez – Matamoros, 2014), utilizados na maioria das vezes para se referirem a formas e números (Sfard, 2008).

---

<sup>1</sup> Mestranda; Universidade Federal do Sul e Sudeste do Pará/Unifesspa, Marabá, Pará, Brasil, email: [biasccp97@gmail.com](mailto:biasccp97@gmail.com)



Assim, esse estudo parte da inquietação de entender como está o desempenho dos alunos da Universidade Federal do Sul e Sudeste do Pará (Unifesspa) em relação ao tema Álgebra. Para tanto, foi realizada uma revisão sistemática de literatura que apontou ser incipiente pesquisas que foquem na linguagem algébrica presente nas provas do Exame Nacional de Desempenho dos Estudantes (Enade) nos últimos 10 anos, e, por isso, nossos instrumentos versam em cima das provas aplicadas entre os anos de 2011 até 2021 com um recorte das 17 questões de múltipla escolha que abrangem tal temática, sendo analisadas as palavras e os mediadores visuais presentes nos distratores a partir da terapia Wittgensteiniana e da teoria comognitiva da Sfard (2008) que reconhece a matemática como um tipo de discurso.

## **2. LINGUAGEM MATEMÁTICA**

Para Wittgenstein (1889), o que importa na fala é o momento de o falante dizer o que quer, e o ouvinte entender o que está sendo dito. Por entender a linguagem como um jogo, não pode ser jogada sozinha, portanto, sem ao menos um ouvinte, torna-se um jogo sem sentido. Como o significado das palavras ocorre a partir de seu uso, para um conhecimento dialético e ativo da linguagem, são necessários instrumentos que indiquem a raiz do significado (Wittgenstein, 1999). Assim, o termo “jogos de linguagem” tem o propósito de influir sobre a nuance dos diversos usos da linguagem e do seu funcionamento baseado no seguimento de regras, como é o caso de comandos e tradução de uma língua para outra (Wittgenstein, 1889). Depreende-se, por conseguinte, que compreender não é um processo mental, mas sim, ser capaz de seguir uma regra, ou seja, de dominar uma técnica. A compreensão depende de um ensino de regras, conceitos e procedimentos e, fundamentalmente, de um treino (Wittgenstein, 1999).

Na teoria comognitiva, que reconhece o pensamento e a comunicação pertencentes a uma mesma categoria antológica, a matemática é um discurso que possui características próprias, sendo o uso de palavras-chave e os mediadores visuais exemplos delas. Assim, o modo como as palavras são utilizadas são capazes de permitir a comunicação sobre um determinado objeto, enquanto os mediadores visuais são símbolos que manejam propriedades dos objetos matemáticos (Sfard, 2008), possuindo um significado próprio (Pimm, 2002). Um dos três tipos de discursos matemáticos reconhecidos por Sfard (2008) é o discurso matemático literato que circula nos ambientes acadêmicos. Possui um vocabulário matemático mais adequado que outros tipos de discursos matemáticos, como o escolar e o coloquial, além da utilização de mais símbolos e menos palavras (Ripardo, 2014), sendo a Álgebra um objeto matemático rotineiro desse tipo de discurso.

## **3. CONTEXTO E MÉTODO**

Após uma revisão sistemática realizada em três bancos de dados, sendo dois nacionais e um internacional – a Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD), Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (Capes) e Repositórios Científicos de Acesso Aberto de Portugal (RCAAP) – por meio da inserção das palavras “linguagem algébrica e wittgenstein” e “enade e linguagem algébrica” em um recorte temporal de 10 anos (entre 2013 e 2023), evidenciou-se que estudos acerca da linguagem algébrica por meio da análise de questões do Enade ainda é um campo de

pesquisa incipiente.

Assim, o objetivo dessa pesquisa é analisar o desempenho em Álgebra de alunos da Unifesspa que responderam as provas do Enade entre os anos de 2011 e 2021. Para isso, foram identificadas 17 questões de múltipla escolha, que possuem uma alternativa correta e quatro erradas, para uma análise qualitativa das palavras e dos mediadores visuais presentes nas alternativas consideradas incorretas, a partir da terapia Wittgensteiniana e da teoria commognitiva da Sfard (2008).

Destaca-se que esta comunicação é um recorte de uma pesquisa de dissertação do programa de Pós-graduação em Educação em Ciências e Matemática (PPGECM) da Unifesspa o que justifica a escolha do público para análise.

#### 4. ANÁLISE E DISCUSSÃO

Por ser um recorte de uma dissertação de mestrado será apresentado, aqui, apenas a análise da questão 19 da prova do Enade do ano de 2014.

##### Quadro 1 – Questão 19 do ano de 2014

Para realizar o seu trabalho cotidiano, um engenheiro civil precisa modelar matematicamente algumas tarefas. Em determinado projeto, uma situação problema, depois de modelada, recai em um sistema de equações lineares com  $m$  equações e  $n$  incógnitas, para o qual a matriz dos coeficientes foi denominada  $M$ . Após a modelagem, o engenheiro descobriu que o posto da matriz ampliada do sistema ( $P_a$ ) era igual ao posto da matriz dos coeficientes ( $P_c$ ) e que ambos, ( $P_a$ ) e ( $P_c$ ), têm valor equivalente ao número de incógnitas do sistema, ou seja,  $P_a = P_c = n$ .

Admitindo que o modelo construído pelo engenheiro está matematicamente correto, avalie as afirmações que seguem.

- I) a matriz  $M$  é singular
- II) O sistema de equações lineares modelado admite uma única solução
- III) É impossível encontrar a solução do problema utilizando o sistema conforme modelado
- IV) O valor de  $P_c$  é calculado obtendo-se a maior ordem possível das submatrizes quadradas de  $M$  que tenham determinantes não nulos.

É correto apenas o que se afirma em

- a) I
- b) II
- c) I e III
- d) II e IV
- e) III e IV

Fonte: Enade (2014)

O aluno poderia denotar qualquer matriz que tivesse o mesmo número de equações e incógnitas para responder essa questão, já que seu enunciado utiliza as palavras e mediadores “ $m$  equações e  $n$  incógnitas”. Por não mencionar as palavras “igualdade entre elas” pode ocorrer algum erro de interpretação. As palavras “matriz ampliada” usadas no enunciado, referem-se aos termos independentes utilizados para se obter resultado diferente de zero.

A afirmação I diz que a matriz  $M$  é singular, que significa obter um determinante igual a 0, contrariando o uso das palavras “matriz ampliada” que é o oposto do que a assertiva diz. Já a afirmação II é um complemento da afirmação IV pois o valor de  $P_c$  é diferente de zero ao adequarmos na matriz com os termos independentes. A afirmação III também é considerada errada pois ao utilizar a palavra impossível contraria o enunciado, já que ao dizer “ $m$  equações e  $n$  incógnitas” permite a construção de uma

matriz que contenha as informações dadas pela questão. Por fim, a afirmação IV é um complemento da afirmação II tornando a assertiva verdadeira, obtendo valor diferente de zero no cálculo do determinante.

A alternativa correta dessa questão é a letra D denotando 19,3%, sobrando as demais alternativas que são consideradas incorretas ou parcialmente incorretas para serem os detratores analisados. A alternativa C, com um percentual de 35,1% de escolha está totalmente incorreta pois ambas as afirmações presentes nela estão erradas. A alternativa A com percentual de 22,8% também está totalmente incorreta pois a única afirmação dela é considerada incorreta, assim como a alternativa B com 22,8% de escolha.

A alternativa mais escolhida pelos alunos a C, portanto, é uma considerada totalmente errada e por conter afirmações com uso de palavras que vão de oposto ao que o enunciado diz, revelam falta de compreensão algébrica no âmbito da Álgebra Abstrata. O uso, provavelmente, de letras distintas para dizer o número de equações e incógnitas que poderiam conter foi intencional e causou confusão, já que nesse caso  $m$  teria que ser igual a  $n$ . Suprimir a informação acerca dessa igualdade é outro fator que confirma nossa suposição.

Esse erro apesar de levar a uma alternativa equivocada, permite-nos deduzir que os participantes sabem manipular as letras como representações de números em sua regra mais usual, entretanto, esquecem-se do fato que pela regra dizer que uma letra representa um número qualquer, letras distintas podem representar números diferentes, mas também, os mesmos números.

## 5. CONCLUSÕES

Conclui-se que o uso de palavras de formas distintas do habitual pode contribuir para a utilização das velhas regras, como é o caso da questão em que por utilizar letras diferentes, foi atribuído valores diferentes. Além disso, pode haver confusão de entendimento ao suprimir palavras em um enunciado matemático. Os mediadores visuais também acabam sendo mal utilizados, já que são símbolos utilizados para representar objetos matemáticos para substituir o uso das palavras. Com estas denotações erroneamente colocadas, pode causar a má interpretação do estudante na resolução das questões e consequentemente na assertiva correta.

## REFERÊNCIAS

- PIMM, D. **Símbolos e significados na matemática escolar**. Routledge, 2002.
- ESCUADERO, I. M.; GAVILÁN, J. M.; SÁNCHEZ-MATAMOROS, G. Una aproximación a los cambios en el discurso matemático generados en el proceso de definir. **Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa**, v. 17, n. 1, p. 7-32, 2014.
- BRASIL. Ministério da Educação. **ENADE**: Exame Nacional de Desempenho dos Estudantes. (Acesso em 2024)
- WITTGENSTEIN, Ludwig. **Investigações filosóficas (IF)**. Tradução de José Carlos Bruni. São Paulo: Nova cultural, 1999 (coleção os pensadores) / Philosophical Investigations (IF). Oxford: Blackwell, 1997.
- RCAAP (**Repositórios Científicos de Acesso Aberto de Portugal**). Fundação para Ciência e Tecnologia. República Portuguesa. Disponível em: <https://www.rcaap.pt/>. Acesso em: 15 fev 2024.
- BDTD (**Biblioteca Brasileira de Teses e Dissertações**). Instituto Brasileiro de Informação Ciência e Tecnologia. Disponível em: <https://bdtd.ibict.br/vufind/>. Acesso em: 21 fev. 2024
- CAPES (**Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior**). Ministério da Educação.

Disponível em: <https://www.gov.br/capes/pt-br>. Acesso em: 19 fev. 2024

SFARD, A. **Thinking as communicating**: human development, the growth of discourses, and mathematizing. Cambridge: Cambridge University Press, 2008

KIERAN, C. Algebraic thinking in the early grades: what is it? **The Mathematics Educator**, 2004, vol. 8, 139-151

CANAVARRO, A P. **O pensamento algébrico na aprendizagem da Matemática nos primeiros anos**. Portugal, 2005

RIPARDO, R. B. **Escrever bem aprendendo matemática: tecendo fios para uma aprendizagem matemática escolar**. Tese (Doutorado – Programa de Pós-Graduação em Educação. Área de Concentração: Ensino de Ciências e Matemática) Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo, São Paulo, 2014.



## NÍVEL DE LETRAMENTO MATEMÁTICO DE ESTUDANTES DO 4º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL: PERFIL DE ENTRADA

Railane Caroline da Silva<sup>1</sup>  
Fabio Colins da Silva<sup>2</sup>

**Resumo:** Esta pesquisa teve como objetivo analisar o nível de letramento matemático de estudantes do 4º ano do Ensino Fundamental em relação às habilidades que compõem a unidade temática: Números. Para isso, foi utilizado como referencial teórico os estudos de Fonseca acerca do letramento matemático, além de definições de documentos como a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e o Programa Internacional de Avaliação de Estudantes (Pisa). A metodologia de pesquisa caracterizou-se pela abordagem de natureza qualitativa, e quanto aos objetivos consistiu em uma pesquisa exploratória, assim, analisou-se o nível de letramento matemático por meio da perspectiva sobre o erro verificado nas resoluções dos itens presentes nos testes diagnósticos que eram compostos por habilidades as quais deveriam ser desenvolvidas e consolidadas até o final do primeiro ciclo do Ensino Fundamental, segundo a BNCC. Para a construção dos dados, foi aplicado um teste diagnóstico no primeiro semestre de 2023. Esses testes eram constituídos de 20 itens de múltipla escolha. Participaram desta pesquisa um total de 23 colaboradores, sendo 13 meninos e 10 meninas, que faziam parte de duas turmas do 4º ano de uma Escola Municipal de Ensino Infantil e Fundamental, situada no bairro de São Brás, em Belém, estado do Pará. A partir das análises dos resultados, foi possível inferir que os estudantes possuíam significativas fragilidades no letramento matemático, evidenciadas pela não consolidação de habilidades esperadas para o ano anterior.

**Palavras-chave:** anos iniciais, avaliação, BNCC, habilidades, letramento matemático.

### 1. INTRODUÇÃO

A reflexão sobre avaliação no contexto da escola, se mostra muito frequente, por exemplo, quando decidimos analisar o cotidiano do professor em sala de aula, é essencial que ele saiba o significado de avaliar e como avaliar corretamente a sua turma. Desse modo, ele pode verificar as potencialidades e as dificuldades dos alunos, para que possa verificar exatamente em quais pontos pode melhorar, esse pensamento se assemelha ao descrito por Hoffmann (1991),

A avaliação é a reflexão transformada em ação. Ação, essa, que nos impulsiona a novas reflexões. Reflexão permanente do educador sobre sua realidade, e acompanhamento, passo a passo, do educador, na sua trajetória de construção na qual educandos e educadores aprendem sobre si mesmos e sobre a realidade escolar no ato próprio da avaliação. (Hoffmann, 1991, p.17-18)

<sup>1</sup> Mestranda do Programa de Pós-Graduação em Educação Ciências e Matemáticas, Universidade Federal do Pará/UFPA, Belém, Pará, Brasil, railanecaroline01@gmail.com.

<sup>2</sup> Professor efetivo do Instituto de Educação Matemática e Científica, Universidade Federal do Pará/UFPA, Belém, Pará, Brasil, fabiocolins@ufpa.br.

Desse modo, apresentamos o Programa Internacional de Avaliação de Estudantes (Pisa), organizado pela Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico (Ocde), conta com a participação de 38 países membros, avaliando desde os anos 2000, o desempenho dos estudantes desses e de outros países convidados, como é o caso do Brasil. A prova não possui o interesse em avaliar se o aluno aprendeu o uso correto de fórmulas ou conceitos, mas a sua capacidade de utilizar e interpretar a Matemática no cotidiano. O teste no ano de 2022, representou a última aplicação do Pisa, o que tornou os resultados mais interessantes, pois, já apresentou o primeiro desempenho dos estudantes após a crise sanitária, o que possibilitou uma análise com base nas perdas proporcionadas pelo período.

De acordo com o relatório do Inep (2023), divulgado em 05 de dezembro de 2023, referente aos resultados do Pisa de 2022, o Brasil alcançou 379 pontos em Matemática, 410 em Leitura, e 403 em Ciências, no ano anterior, em 2018, foram feitos: 384 pontos, 413 pontos e 404 pontos, em cada área respectivamente. Desse modo, foi possível perceber que o Pisa, se assemelhou bastante ao proposto pelo letramento matemático, tema central deste trabalho, o qual se justificou como relevante no âmbito educacional, ao ter o objetivo de analisar o nível de letramento matemático de estudantes de duas turmas ao ingressarem no 4º ano do Ensino Fundamental, em relação às habilidades do primeiro ciclo do Ensino Fundamental que compõem a unidade temática: Números.

## 2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Nesta seção, foram apresentados e discutidos brevemente os conceitos que ajudaram na construção da pesquisa, assim, para um melhor desenvolvimento das ideias, iniciou-se tratando acerca da avaliação em matemática, e em seguida, apresentamos o letramento matemático. Conforme relatou-se anteriormente, a avaliação em matemática, possui significativo impacto na forma como a matemática é ensinada e avaliada. Atualmente, existem diversos métodos para avaliar a aprendizagem nas provas de matemática, o que representa de certo modo, um pensamento interessante para essa área tão temida pelos estudantes. É comum verificar que muitos professores se concentram no número de acertos de seus alunos nas provas de matemática, e em como esses números podem aumentar. Nessa perspectiva, o erro é colocado em segundo plano, visto como algo ruim, que deve ser eliminado a qualquer custo, concordando com dito por Buriasco (1999),

O erro é considerado [...] uma espécie de disfunção, uma anomalia, como tendo um caráter anormal, portanto, o ideal é a ausência de erro. Assim, se um aluno comete um erro, deve corrigi-lo o mais rapidamente possível” (Buriasco, 1999, p. 84).

No entanto, neste trabalho, não interessou-nos as questões que os alunos acertaram nos testes aplicados, decidimos nos concentrar naquelas questões que houve um elevado número de erros, e compreendemos, de forma mais específica, o erro a partir da resposta dada pelo aluno. Portanto, concordamos com Esteban (2013) ao afirmar que o erro “encarna uma dimensão criativa e múltiplos conhecimentos, que nos oferece pistas importantes, assinala trilhas não percebidas que devem ser consideradas e exploradas”

(Esteban, 2013, p.141).

No histórico acerca do letramento matemático, verificou-se que o seu conceito foi definido por autores a partir da década de 1980. Apesar disso, o Letramento Matemático, anteriormente era visto relacionado por exemplo com os termos Alfabetização Matemática, Numeramento e na literatura estrangeira, *Literacy* e *Numeracy*. Assim, concordamos com Fonseca (2007) quando a autora fez uso do termo Numeramento, ao se referir à condição ou estado que adquire o indivíduo (ou mesmo um grupo social) como consequência da produção/mobilização/apropriação do conhecimento matemático.

Nesta pesquisa, utilizaremos o conceito de letramento matemático defendido pela Bncc como “as competências e habilidades de raciocinar, representar, comunicar e argumentar matematicamente, de modo a favorecer o estabelecimento de conjecturas, a formulação e a resolução de problemas” (Brasil, 2018, p. 266). Nesse sentido, é possível perceber que o letramento matemático ao trazer a matemática para mais próximo do cotidiano desses alunos, ajudou a afastá-la de um rigor e formalismo que se perpetuou por muito tempo nas salas de aula. Normalmente, esse discurso, só servia para aumentar a discussão da matemática como uma matéria difícil e chata, que estava cheia de fórmulas e números sem sentido, servindo apenas como fator desmotivador para os alunos.

### 3. PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Este trabalho utilizou a metodologia de abordagem qualitativa, que segundo Oliveira (2008, p. 60) “pode ser caracterizada como sendo um estudo detalhado de um determinado fato, objeto, grupo de pessoas ou ator social e fenômenos da realidade.” E quanto aos objetivos, evidencia-se o caráter exploratório, que segundo Gil (2002, p. 42) a natureza da pesquisa é exploratória, porque “proporciona familiaridade com o problema”, tornando-o mais explícito, esclarecendo e modificando conceitos e ideias, como enfatiza. Nesta perspectiva, com o intuito de analisar o nível de letramento matemático apresentado pelos alunos, os dados foram analisados, com a utilização do método da análise de conteúdo, Bardin (2004, p. 41) define como, “método que visa obter, por procedimentos sistemáticos e objetivos de descrição do conteúdo das mensagens, indicadores (quantitativos ou não) que permitem as inferências de conhecimentos.”

A pesquisa faz parte de um projeto chamado “Temas emergentes na formação de professores que ensinam matemática II” e foi aplicada após o diálogo com a diretora e as professoras das turmas participantes, apoio de uma professora integrante do programa de pós-graduação ao qual a pesquisa faz parte. A pesquisa foi realizada no contexto de uma Escola Municipal de Educação Infantil e Ensino Fundamental, no bairro de São Brás, em Belém, Estado do Pará. Os testes foram aplicados no período do primeiro semestre de 2023 com duas turmas do 4º ano do Ensino Fundamental, no total foram 23 alunos, desses 18 alunos do turno da manhã e 5 alunos da tarde.

Dessa maneira, a técnica de pesquisa análise de conteúdo defendida por Bardin se estrutura em três fases. A primeira foi a de pré-análise, onde o material coletado durante a pesquisa foi organizado, nesta pesquisa conforme informado anteriormente, os materiais foram os testes diagnósticos. Em seguida, após o primeiro contato com os dados coletados, fizemos a leitura, para levantamento e seleção das informações. A segunda foi a exploração do material, categorização ou codificação, assim, foram verificados quais itens seriam contemplados para o desenvolvimento e a análise, de modo que o objetivo fosse alcançado. A terceira foi a de tratamento dos resultados,



inferências e interpretação, onde os resultados proporcionaram significados à pesquisa realizada. Desse modo, o instrumento para a coleta de dados deste trabalho foi o teste diagnóstico aplicado com os alunos do 4º ano do Ensino Fundamental. Para isso, o teste que eles realizaram apresentou um total de 20 itens, conforme as habilidades matemáticas relacionados aos objetos de conhecimento da unidade temática: Números do 3º ano do Ensino Fundamental.

#### 4. RESULTADOS E DISCUSSÕES

Assim, para este trabalho, decidiu-se selecionar dentre os 20 itens, apenas 1 deles, para a discussão, e o seu critério de seleção foi o alto número de erro pelos alunos. Dessa maneira, na figura 1 abaixo, o item representou o código (EF03MA05), tratou da habilidade de “Utilizar diferentes procedimentos de cálculo mental e escrito para resolver problemas significativos envolvendo adição e subtração com números naturais”, da unidade temática Números, e do objeto de conhecimento “procedimentos de cálculo (mental e escrito) com números naturais: adição e subtração”.

**Figura 1 - Resolução do aluno A**

14) Resolva a operação abaixo.

$$\begin{array}{r} 83 \\ - 34 \\ \hline 51 \end{array}$$

Qual o resultado dessa operação?

( ) 40  
( ) 49  
( x ) 51  
( ) 59

Fonte: Autores, 2023.

A figura 1 possibilita inferir que o estudante não consolidou a habilidade citada, pois não apresenta domínio na realização do algoritmo da subtração com recurso. Percebe-se, portanto, que realizou a subtração “4 – 3” e a subtração “8 – 3”, sem recorrer a decomposição das dezenas em unidades simples. Conforme a BNCC, espera-se que o estudante ao final do 3º ano do Ensino Fundamental tenha consolidado a operação de subtração com recurso. No entanto, o resultado do teste diagnóstico mostrou lacunas na aprendizagem dos algoritmos tradicionais das operações aritméticas. Dessa forma, o professor que ensina matemática precisa considerar no planejamento das aulas, que mesmo que o estudante esteja cursando o 4º ano, há habilidades do primeiro ciclo do Ensino Fundamental que precisam ser introduzidas e aprofundadas.

Para a consolidação dessa habilidade, sugere-se que o professor realize uma estratégia didática de modo que contemple explicar que a ordem dos algarismos altera o resultado da subtração e a compreensão do Sistema de Numeração Decimal por parte do aluno, para isso, ele pode também explorar os recursos que tiver disponíveis, como opções citamos os materiais concretos, de exemplo temos o ábaco e o material dourado. Então, na ordem das unidades, o 3 é menor que o 4, sendo preciso emprestar, para continuar a conta, retiramos uma dezena do 8 e adicionamos ao 3. Por fim, o 8 passa a valer 7, e o 3 passa a valer 13, pois fazemos uma dezena mais 3, podendo assim prosseguir a conta. É possível inferir também que, esse aluno apresentou aspectos do letramento

matemático que não foram consolidados, ou seja, mesmo que esse aluno possuísse a habilidade da subtração sem reserva consolidada, dificilmente teria êxito na subtração com reserva, caso essa habilidade não esteja consolidada corretamente, como foi possível verificar com o erro evidenciado por ele, que apontou uma lacuna importante que não foi solucionada ao final do ano letivo anterior, e que poderá ser um potencial obstáculo para o aprendizado de matemática no ano atual.

## 5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Os resultados apontaram que o nível de letramento matemático, esteve abaixo do esperado para os alunos do 4º ano do Ensino Fundamental. Tem-se portanto, a percepção que tal ensino básico, que já possuía índices insatisfatórios, só foi mais fragilizado e prejudicado com o fechamento de escolas e educação online consequentes da pandemia de covid/19. Além de ser observada, a necessidade de que sejam amplamente divulgadas as discussões e as melhorias da formação de professores dos anos iniciais acerca do letramento matemático, para que eles consigam ser capazes de identificar e solucionar lacunas como as evidenciadas por meio dessa pesquisa.

## REFERÊNCIAS

- BARDIN, L. **Análise de Conteúdo**. Tradução: Luís Augusto Pinheiro. São Paulo, SP: Edições 70, 2004.
- BRASIL, Ministério da Educação. **Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira**. Divulgados os resultados do Pisa 2022. Brasília, DF: Inep, 2023. Disponível em: <https://www.gov.br/inep/pt-br/assuntos/noticias/acoes-internacionais/divulgados-os-resultados-do-pisa-2022>. Acesso: 24 mai. 2024.
- BRASIL, Ministério da Educação. Secretaria da Educação Básica. **Base nacional comum curricular**. Brasília, DF: Inep, 2018. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/abase/>. Acesso: 24 mai. 2024.
- BURIASCO, R. L. C. **Avaliação em Matemática**: um estudo das respostas de alunos e professores. Tese (Doutorado em Educação) - Universidade Estadual Paulista, Marília, SP, 1999.
- ESTEBAN, M. T. **O que sabe quem erra?** Reflexões sobre avaliação e fracasso escolar. 2ª.ed. Petrópolis, RJ: De Petrus et Alii, 2013.
- FONSECA, M. C. F. R. Sobre a adoção do conceito de numeramento no desenvolvimento de pesquisas e práticas pedagógicas na educação matemática de jovens e adultos. Belo Horizonte, BH: **Anais do IX Encontro Nacional de Educação Matemática**, 2007.
- GIL, A. C. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 4ª. ed. São Paulo: Atlas S/A, 2002.
- HOFFMANN, J. **Avaliação mitos e desafios**: uma perspectiva construtivista. Porto Alegre, RS: Mediação, 1991.
- OLIVEIRA, M. M. **Como fazer pesquisa qualitativa**. 2ª. ed. Petrópolis, RJ: Vozes, 2008.



## O SISTEMA NUMÉRICO MAIA EM LIVROS DIDÁTICOS DE MATEMÁTICA DO 6º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

Elisabelly dos Santos Silva<sup>1</sup>  
Thayane Camile dos Santos<sup>2</sup>  
Viviane de Oliveira Santos<sup>3</sup>

**Resumo:** Este trabalho é resultado parcial da pesquisa “História das Matemáticas da Civilização Maia” do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação Científica (Pibic), desenvolvida na Universidade Federal de Alagoas (Ufal). Esta pesquisa tem como objetivo descrever a abordagem do Sistema Numérico Maia em obras didáticas de Matemática aprovadas na edição 2024 do Programa Nacional do Livro e do Material Didático (PNLD 2024). Das treze coleções de livros didáticos de Matemática do Ensino Fundamental – Anos Finais aprovados no PNLD 2024, o estudo tomou como fonte onze coleções. Com o estudo, verificamos que apesar dos povos maias terem desenvolvido diversos conhecimentos em diferentes áreas, estes são pouco explorados nos livros didáticos. Por ser resultado parcial, consideramos que ainda há muito a se concluir durante o desenvolvimento da pesquisa.

**Palavras-chave:** história da matemática, povos maias, PNLD, pibic.

### 1. CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Este trabalho tem como objetivo descrever como é a abordagem do Sistema Numérico Maia em livros didáticos (LD) do 6º ano do Ensino Fundamental (EF) aprovados no Programa Nacional do Livro e do Material Didático em 2024 (PNLD 2024). Escolhemos o 6º ano pelo fato de ser neste ano escolar que ocorrem as aprendizagens acerca dos sistemas numéricos. Ressaltamos que este texto é resultado parcial da pesquisa “Histórias das Matemáticas da Civilização Maia”, desenvolvida no Programa Institucional de Bolsas de Iniciação Científica da Universidade Federal de Alagoas (Pibic-Ufal).

A escolha de explorar as matemáticas da Civilização Maia está relacionada com o fato que, de acordo com Faoro e Pozzobon (2012), esses povos indígenas têm grande destaque por suas observações do universo, avanços matemáticos e um sistema simbólico e sagrado para representar esses padrões. Além disso, em relação ao Sistema Numérico Maia, segundo O’connor e Robertson (2000), apesar de não termos ciência de que momento da história foi concebido, nota-se que as características desse sistema eram mais avançadas em detrimento de outros sistemas da época. Dentre as treze

---

<sup>1</sup>Licencianda em Matemática pela Universidade Federal de Alagoas (Ufal), Maceió, Alagoas, Brasil. Email: [Elisabelly.silva@im.ufal.br](mailto:Elisabelly.silva@im.ufal.br)

<sup>2</sup> Licencianda em Matemática pela Universidade Federal de Alagoas (Ufal), Maceió, Alagoas, Brasil. Email: [thayane.santos@im.ufal.br](mailto:thayane.santos@im.ufal.br)

<sup>3</sup> Doutora em Educação Matemática pela Universidade Estadual Paulista “Julio de Mesquita Filho”; Docente da Universidade Federal de Alagoas (Ufal), Maceió, Alagoas, Brasil. Email: [viviane.santos@im.ufal.br](mailto:viviane.santos@im.ufal.br)

coleções aprovadas, tivemos acesso a onze delas, duas delas não conseguimos encontrar nos sites das respectivas editoras, sendo assim tivemos para o nosso estudo onze LD do 6º ano do EF dessas coleções aprovadas no PNLD 2024.

Para realizarmos a descrição, utilizamos os critérios de análise de LD organizadas por Bianchi (2006), que estabelece uma sistematização para analisar a presença da História da Matemática em livros didáticos. Nessa sistematização, há sete categorias em que um LD pode se encaixar, podendo também se encaixar em mais de uma. Quatro dessas categorias estão relacionadas à presença da História da Matemática na parte teórica e três dessas categorias relacionadas à presença da História da Matemática nas atividades propostas nos LD. No que se refere à parte teórica, as categorias são: Informação geral; Informação adicional; Estratégia didática; e flash. Para a parte das atividades, temos as categorias: Informação; Estratégia didática; Atividade sobre a história da Matemática.

Neste estudo, adaptamos as categorias de Bianchi (2006) trocando a presença da História da Matemática para a presença do Sistema Numérico Maia. Nesse sentido, na parte teórica, em Informação geral se encaixam os LD que apresentam informações sobre acontecimentos e datas, aparecendo no início ou interior do conteúdo, no qual o assunto ainda será abordado. Em Informações adicionais, geralmente ocorre no fim dos capítulos e não sugere trabalho baseado nessas informações. Em Estratégia didática, o Sistema Numérico Maia é utilizado como recurso para facilitar o entendimento do conteúdo matemático, incentivando o estudante a refletir sobre o tema. Em *Flash*, o sistema aparecerá de forma sutil, sem notas explícitas sobre sua presença, vai misturar o Sistema Numérico Maia com o conteúdo teórico, oferecendo apenas um breve contexto. Nas atividades, em Informação, a atividade apresenta informações sobre o Sistema Numérico Maia seguida de uma tarefa com objetivos de aprendizagem em matemática. Em Estratégia didática, o método é para incluir o Sistema Numérico Maia na atividade para adquirir conhecimento matemático. Em Atividade sobre a História da Matemática, vamos renomear para Atividade sobre o Sistema Numérico Maia (ASNM), na qual se encaixam as atividades que questionam as características do Sistema Numérico Maia, normalmente acompanhada de um texto sobre o tema.

Sendo assim, com base nessas adaptações das categorias, explicaremos o Sistema Numérico Maia e iniciaremos as análises dos LD.

## 2. O SISTEMA NUMÉRICO MAIA

De acordo com Morey e Silva (2017), o sistema de numeração dos povos maias tem similaridades com o que é utilizado na atualidade, o indo-arábico, no qual existe a representação do zero e é posicional. O Sistema Numérico Maia é na base 20 (vigesimal), utilizando apenas três símbolos para a formulação de todos os números. Em relação aos símbolos, uma concha representa o zero, um seixo (ponto) representa uma unidade e o bastão (barra) representa cinco unidades, ver a Figura 1.

**Figura 1 - Concha, seixo (ponto), bastão (barra)**

|                                                                                     |   |   |
|-------------------------------------------------------------------------------------|---|---|
| 0                                                                                   | 1 | 5 |
|  | • |   |

Fonte: Mathcentral

Para a utilização desse sistema, de acordo com Gendrop (1987) tem-se que a cada cinco seixos numa determinada casa será equivalente a um bastão, e essa mesma regra se aplicará aos bastões. Os bastões poderão se repetir até 3 vezes em uma casa, pois o sistema é na base 20 e quatro bastões equivalem a 20 unidades, logo quatro bastões será equivalente a uma concha na primeira casa e um seixo na segunda casa. Existe uma particularidade nesse sistema relacionado à base (a qual é vigesimal), conforme ressaltam Morey e Silva (2017, p. 31):

Em vez de ter uma coluna de  $20^2$  (coluna de 400) os maias utilizavam os múltiplos de 360 (18.20), em vez de 400. A razão para isto é que a principal função do seu sistema de numeração era manter a noção do tempo; seu calendário anual consistia de 360 dias. Após a coluna de 360, temos a coluna de 7200, que é de  $18 \times 20^2$  em vez de  $20^3$ . Note-se que o 18 toma o lugar de um 20.

Diante dessa introdução ao Sistema Numérico Maia, iremos apresentar os resultados da análise nos livros didáticos.

### 3. AS MATEMÁTICAS MAIAS NOS LIVROS DIDÁTICOS.

Nesta seção, apresentaremos o resultado da análise dos LD. Ressaltamos que os LD utilizados foram do 6º ano das coleções aprovadas no PNLD 2024. No Quadro 1, apresentamos os LD com seus respectivos dados (Nome da coleção, autores, editora, ano de publicação). Além disso, informamos que para cada livro, utilizaremos um código de identificação: L1, L2, L3, L4, L5, L6, L7, L8, L9, L10 e L11.

**Quadro 1 - Informações gerais sobre os livros didáticos escolhidos**

| Código | Nome                        | Autor(a) e ano de publicação  | Editora     |
|--------|-----------------------------|-------------------------------|-------------|
| L1     | Matemática - Bianchini      | (Bianchini, 2022)             | Moderna     |
| L2     | Matemática e Realidade      | (Iezzi; Dolce; Machado, 2022) | Saraiva     |
| L3     | A Conquista matemática      | (Giovanni Junior, 2022)       | FTD         |
| L4     | Araribá Conecta             | (Moderna, 2022a)              | Moderna     |
| L5     | Jornadas: Novos Caminhos    | (Editora Saraiva, 2022)       | Saraiva     |
| L6     | Matemática nos dias de hoje | (Cevada; Silva, 2022)         | SEI         |
| L7     | Desafios da Matemática      | (Silveira, 2022)              | Moderna     |
| L8     | Geração Alpha               | (Oliveira, Fugita 2022)       | SM Educação |
| L9     | Superação Matemática        | (Moderna, 2022b)              | Moderna     |
| L10    | Telaris Essencial           | (Dante, 2022)                 | Ática       |
| L11    | Matemática em cena          | (Gonzalez, 2022)              | Wisdom      |

Para melhor entendimento, iremos apresentar a verificação dos dados por suas categorias. Inicialmente, abordaremos as partes teóricas apresentada em cada livro.

Na categoria Informação geral, os livros L2 e L4 trouxeram informações detalhando as características dos povos maias, por exemplo sua localidade, datas, entre outras informações. Em relação ao Sistema Numérico Maia, tais livros abordam as representações numéricas, ou seja, os símbolos da concha, seixo e bastão, trazendo ilustrações, outra característica mencionada nesses livros é a regra das transformações de cinco seixos em uma barra e quatro barras em um seixo e uma concha. Vale destacar que esses livros utilizaram a nomenclatura barra, ponto e concha ao apresentar os

símbolos.

Na categoria Informação adicional, destaca-se o livro L3 que ao final do capítulo sobre sistemas numéricos traz um texto sobre a importância da invenção do zero e faz uma citação ressaltando que nas américas os povos maias já compreendiam a noção do zero e ao lado contém uma ilustração da representação do zero no Sistema Numérico Maia.

Na categoria *Flash*, os livros L1, L5 e L11 trazem apenas uma tabela mostrando a representação de alguns números em diversos sistemas numéricos, dentre eles o Sistema Numérico Maia, sem detalhar as características do sistema. Vale destacar que todos os livros que apresentaram o sistema numérico na parte teórica L1, L2, L3, L4, L5 e L11 também se enquadram na categoria Estratégia didática, pois esses livros apresentaram o Sistema Numérico Maia como um recurso para o entendimento do sistema numérico que utilizamos. Em L1, o autor também menciona o Sistema Numérico Maia quando introduz o conceito de múltiplo mostrando a relação existente entre o este sistema e o calendário maia.

Sobre o Sistema Numérico Maia nas atividades, observou-se que os livros não abordaram o sistema nas atividades, então não se enquadraram na categoria Informação. Na categoria ASNM, os livros L2, L4, L10 e L11 trazem exercícios que questionam informações sobre o Sistema Numérico Maia que foram abordadas na parte teórica ou em pequenos textos no enunciado do questionamento.

Na categoria Estratégia didática, destacam-se os livros L1 e L10. Vale ressaltar que L10 está presente em duas categorias em Atividades. Os dois livros trazem exercícios de conversão do Sistema Numérico Maia para o indo-arábico e vice-versa. Ademais, os outros livros não fizeram menção sobre o tal sistema nas atividades.

É relevante notar que os livros L6, L7, L8 e L9 não abordaram os aspectos do Sistema Numérico Maia. No Quadro 2, há uma síntese da análise realizada.

**Quadro 2 - Resultado da análise dos livros didáticos**

| Código | Parte teórica                                |                      |                     |       | Atividades |                     |      |
|--------|----------------------------------------------|----------------------|---------------------|-------|------------|---------------------|------|
|        | Informação geral                             | Informação adicional | Estratégia Didática | Flash | Informação | Estratégia didática | ASNM |
| L1     |                                              |                      | X                   | X     |            | X                   |      |
| L2     | X                                            |                      | X                   |       |            |                     | X    |
| L3     |                                              | X                    | X                   |       |            |                     |      |
| L4     | X                                            |                      | X                   |       |            |                     | X    |
| L5     |                                              |                      | X                   | X     |            |                     |      |
| L6     | O livro não menciona o Sistema Numérico Maia |                      |                     |       |            |                     |      |
| L7     | O livro não menciona o Sistema Numérico Maia |                      |                     |       |            |                     |      |
| L8     | O livro não menciona o Sistema Numérico Maia |                      |                     |       |            |                     |      |
| L9     | O livro não menciona o Sistema Numérico Maia |                      |                     |       |            |                     |      |
| L10    | Não mencionou o tema na parte teórica        |                      |                     |       |            | X                   | X    |
| L11    |                                              |                      | X                   | X     |            |                     | X    |

#### 4. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Por meio desse estudo sobre a abordagem do Sistema Numérico Maia em onze LD de Matemática do 6º ano do EF, concluímos que apesar da civilização maia ter grande destaque em diferentes áreas, seus conhecimentos matemáticos são pouco explorados nos LD.



De acordo com nosso estudo, na categoria da parte teórica, apenas 2 livros estão na Informação geral, 1 livro na Informação adicional e 3 livros estão na Flash, apesar de todos os livros que abordam o tema estarem na categoria Estratégia didática. Nas atividades, 4 livros estão na categoria Atividade sobre o Sistema Numérico Maia e 2 livros na Estratégia didática.

Conforme os resultados alcançados, indicamos que os professores e autores de LD passem a explorar e aprofundar os conhecimentos sobre o Sistema Numérico Maia. A Civilização Maia, reconhecida por sua vasta riqueza de conhecimentos matemáticos, oferece um acervo significativo que pode contribuir de forma positiva para o ensino e a aprendizagem da matemática, além de proporcionar uma perspectiva mais ampla e diversificada das bases matemáticas e suas aplicações históricas e culturais. Ademais, acreditamos que pesquisas relacionadas aos LD podem colaborar em pesquisas relacionadas à História da Matemática e à Educação Matemática.

## REFERÊNCIAS

- BIANCHI, M.I. Z. **Uma reflexão sobre a presença da história da matemática nos livros didáticos**. 2006.116f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2006.
- BIANCHINI, E. **Matemática Banchini** - 6º ano: manual do Professor. 10. ed. São Paulo: Moderna, 2022.
- BRASIL. **Guia digital PNLD 2024**: Obras didáticas. Brasília: MEC, 2024. Disponível em: <https://pnld.nees.ufal.br/>. Acesso: 10 jun. 2024.
- CEVADA, J.; SILVA, R. S.. **Matemática nos dias de hoje**: 6ºano. São Paulo: SEI, 2022.
- EDITORA SARAIVA. **Jornadas, novos caminhos, matemática**: 6º ano. São Paulo: Saraiva Educação, 2022
- FAORO, V.; POZZOBON, M. C. C. Sistemas de numeração e operações do povo maia em duas coleções de livros didáticos. In: IV Jornada Nacional de Educação Matemática. XVII Jornada Regional de Educação Matemática. **Anais...** Rio Grande do Sul: Universidade de Passo Fundo, 2012.
- GENDROP, P. **A civilização Maia**. Rio de Janeiro: Zahar, 2014.
- GIOVANNI JÚNIOR, J. R. **A conquista matemática**: 6º ano Ensino Fundamental - Anos finais. São Paulo: FTD, 2022.
- HUBBARD, J. **Math Central**. 1995. Disponível em: <https://mathcentral.uregina.ca/index.php>. Acesso: 10 jun. 2024.
- IEZZI, G; DOLCE, O.; MACHADO, A. **Matemática e realidade**. 10. ed. São Paulo: Saraiva Educação, 2022.
- MODERNA. **Araribá conecta - 6º ano**: manual do professor. São Paulo: Moderna, 022a. MODERNA.
- SuperAÇÃO Matemática**: 6º ano. São Paulo: Moderna, 2022b.
- MOREY, B.; SILVA, G. **Os sistemas de numeração antigos na formação de professores**. São Paulo: Livraria da Física, 2017.
- O'CONNOR J.; ROBERTSON, E. F. **Mayan Mathematics**. St. Andrews. Disponível em: [hnp://1www-hisrory.mcs.srand.ac.uk/JHisrTopics/Mayan\\_marhemarics](http://www-hisrory.mcs.srand.ac.uk/JHisrTopics/Mayan_marhemarics). Acesso em: 11 jun. 2024.
- OLIVEIRA, C. N. C. **Geração alpha matemática**: 6º ano Ensino Fundamental - Anos Finais. 4. ed. São Paulo: Edições SM, 2022.
- SAVOYA, F.; LALLI, M.; RANCA, G.; SILVA, P. S. **Matemática em cena** - 6ºano. São Paulo: Wisdom, 2022.
- SILVEIRA, E. **Desafios da Matemática com Ênio Silveira**: 6º ano. São Paulo: Moderna, 2022.





## FRAÇÕES E O REGISTRO DE SUAS OPERAÇÕES

Valmiro de Santiago Lima<sup>1</sup>  
Sheyla Silva Thé Freitas<sup>2</sup>  
Maria Dayse Pereira<sup>3</sup>

**Resumo:** A matemática é uma ciência que permeia a vida da humanidade desde os mais remotos tempos, este pilar estruturante perpassa pelas ações de sobrevivência, proteção e sustentabilidade familiar nas tomadas de decisões de forma lógica na perspectiva de maximizar a eficiência e evitar desperdícios. Na enumerabilidade de objetos, estratégia para a caça, pesca e agricultura na compreensão dos fenômenos naturais no contexto de sua inserção das relações interpessoais. Na partilha de afazeres e consumo, a matemática se faz presente de forma intuitiva e a posteriori em escala formal e estrutural, no comércio as frações se fazem presente para o estabelecimento das trocas na vertente do escambo. Na escola para a formação cidadã pautada nos processos de ensino e aprendizagem.

**Palavras-chave:** frações, história da matemática, ensino de matemática.

### 1. INTRODUÇÃO

A escola como local social privilegiado para apropriação de conhecimento já constituído, de novas etapas para evolução da cultura humana entre elas a ciência da matemática e as frações fazem parte desde os registros dos povos egípcios da antiguidade. Segundo registros históricos a ideia de fração surge da necessidade humana na partilha ou distribuição de quantidades unitárias que não equacionam situações, assim o fracionamento em partes menores geralmente resolvia a situação problema momentaneamente e as partes davam-se por satisfeitas.

Segundo Boyer (2003, p.4) a origem dos números inteiros é atribuída as ideias da antiguidade na matemática pré-histórica, os povos primitivos não sentiam a necessidade de usar frações, pois para calcular quantidades pequenas, os homens usavam unidades suficientemente pequenas. Assim, a utilização da noção de fração apareceu durante a Idade do Bronze nas culturas mais evoluídas como a egípcia, entre outras. Além da escrita dos números surgiu “a necessidade do conceito de fração e de notação para frações. As inscrições hieroglíficas egípcias têm uma noção especial para frações unitárias, isto é, com numerador um” (Boyer, 2003, p. 9).

A civilização egípcia em meados dos 3000a.C. era bastante desenvolvida, segundo Ifrah (1997a) devido às necessidades de ordem administrativas e comerciais, se percebeu quão limitada era a memória humana para armazenar tantas informações em pensamentos e falas por tanto tempo, de grandes inventários e enumerações. A

<sup>1</sup> Doutor; Universidade Estadual do Ceará – UECE/UAB, Fortaleza – CE, valmirosantiago@gmail.com

<sup>2</sup> Doutora; Universidade Estadual do Ceará – UECE/UAB, Fortaleza – CE, sheylasthe@gmail.com;

<sup>3</sup> Doutora; Centro Universitário Christus – UNICHRISTUS, Fortaleza – CE, maria.pereira@unichristus.edu.br

oralidade, os informes dos conhecimentos de geração a geração por meio de lendas, emergiram as necessidades de extensões de memória daí a criação da escrita e posteriormente a notação numérica, criaram o registro dos números, aportados nos hieróglifos baseados na fauna e na flora.

Dessa forma, Roque (2012) corrobora com a historicidade dos registros do sistema de numeração decimal utilizados pelos egípcios, a unidade um bastão vertical, o agrupamento de dez bastões era substituído por uma alça ou curva de um calcanhar invertido, dez destes por um desenho de uma corda enrolada, dez cordas eram substituídas por uma flor de lótus, dez destas por um desenho de um dedo humano, dez destes desenhos de dedos por desenho de um girino ou sapo, dez girinos eram substituídos por um desenho de um homem assustado ou um deus ajoelhado com os braços levantados, equivalendo a um milhão.

O registro dos números naturais, oriundos da contagem foi essencial na representação das frações e registros das mesmas pelos egípcios. Pesquisadores, passando por H. Eves, G. Ifrah entre outros, relatam em suas escritas o fato das enchentes, em um passado remoto, alteravam as marcações das terras férteis as margens do rio Nilo. Nesse sentido, os agrimensores “esticadores de cordas” usavam o instrumento de medida à época era a corda esticada que referendava a unidade de medida, em cúbito ou côvado, referente a distância compreendida da ponta do dedo médio e o cotovelo do faraó, equivalente a 45 centímetros entre dois nós consecutivos “a corda com vários nós compunha um instrumento de medida, uma ‘régua’ primitiva utilizada por agrimensores daquela época” Dias e Moretti (2011, p.120). Assim, os agrimensores obtinham cordas com comprimento adequados para determinar o contorno do terreno a ser medido.

Porém, nem sempre o cúbito cabia um número inteiro de vezes no comprimento a ser medido, e a necessidade de fazer as medições com precisão, levaram os egípcios a criarem subunidades do cúbito que cabia nesse contorno. Nesse referido período histórico houve a necessidade de fracionar a unidade, ou seja, surgiu o conceito de fração intuitivo, era um número, mas não existia ainda a concepção de um conjunto numérico racional, o que ocorreu muitos mais tarde.

Os Egípcios na antiguidade que habitavam esta região geográfica, se fixaram as margens do rio Nilo e a convivência com as inundações, faziam parte da sua cultura, e a matemática foi concebida de maneira prática de acordo com as necessidades da época. Segundo Eves (2011, p.57) “[...] nesse contexto, todavia, desenvolvem-se tendências no sentido da abstração e, até certo ponto, passou-se então a estudar a ciência por si mesma. Foi dessa maneira que a álgebra se desenvolveu ao fim da aritmética e a geometria teórica originou-se da mensuração”, pois a priori a aritmética e a mensuração ocorreram de maneira prática, para solucionar problemas emergentes.

No papiro de Rhind, em escrita hierática, são encontradas diversas representações de frações entre 0 e 1, no qual faz referências “as frações unitárias eram indicadas, na notação hieroglífica egípcia, pondo-se um símbolo elíptico sobre o número do denominador. Um símbolo especial era usado também para a fração excepcional  $\frac{2}{3}$  e um outro símbolo às vezes aparecia para  $\frac{1}{2}$ ” (Eves, 2011, p.73).

As frações na sua origem não foram consideradas números, eram relações práticas entre os números inteiros “as frações eram conhecidas desde a Antiguidade. Mas, na falta de numeração bem conhecidas, receberam por muito tempo notações mal fixadas, não homogêneas e inadequadas às aplicações práticas” Ifrah (1997b, p.490), com o

advento do cálculo e da aritmética percebeu-se que as frações obedeciam às mesmas regras dos inteiros e começaram a ser consideradas números.

Nesse contexto, as soluções de problemas na contemporaneidade no passado eram resolvidas de maneira prática com os recursos que estavam à disposição neste período histórico, a humanidade de um modo geral buscava na simplicidade resolver as situações problemas para casos particulares, nessa época remota, os procedimentos se realizavam consultando tábuas de argila, tabelas predefinidas, para solução e registro.

## **2. AS FRAÇÕES UNITÁRIAS EGÍPCIAS**

O ser humano se apropria de ferramentas para resolver situações de casos particulares, por sua natureza racional tenta verificar se aquele instrumento usado poderia resolver outras situações. Nesse sentido, a expansão do conhecimento leva esse indivíduo a criar outras formas de resolver desafios ou adaptar técnicas que dominavam em situações adversas distintas, que o conduz as generalizações “no caminho das generalizações, observamos como a forma se relaciona com o conteúdo no desenvolvimento do objeto de estudo, reportando-o ou impulsionando. A notação das frações é um exemplo disso” Dias e Moretti (2011, p.137), o mesmo aconteceu no decorrer do tempo com as frações. A epistemologia mostra que as “noções primitivas relacionadas com os conceitos de números, grandezas e formas podem ser encontradas nos primeiros tempos da raça humana, vislumbres de noções matemáticas se encontram em formas de vida que podem datar de milhões de anos antes da humanidade” Boyer (2003, p.1). Nesse sentido, o conceito de fração foi se construindo e sendo concebido como número, ganhando representação numérica que perpassou séculos, desde as frações egípcias unitárias até o sistema de numeração decimal posicional atual.

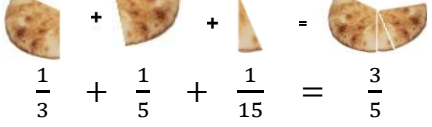
Dessa forma, possibilitou a humanidade olhar para o passado e buscar no contexto histórico-cultural de algumas civilizações antigas, e compreender a concepção dos conhecimentos matemáticos conquistados, adquiridos por essas nações na interação histórica da matemática. Sendo assim, os PCNs de Matemática, aponta os “conceitos abordados em conexão com sua história constituem-se veículos de informação cultural, sociológica de grande valor formativo. A História da Matemática é, nesse sentido, um instrumento de resgate da própria identidade cultural” Brasil (1997, p.34). Nessa perspectiva, o currículo escolar integra os conceitos matemáticos, segundo Moura (2001, p.148) “são aqueles que permaneceram como patrimônio cultural porque, de algum modo, contribuem para solução de problemas ainda relevantes para o convívio social”. Dessa forma, é possível afirmar que as frações estão presentes nas instituições escolares como conteúdo a ser ensinado e compreendido, pois sua origem remonta nas necessidades práticas do convívio social da humanidade desde a antiguidade, perfazendo uma construção de conhecimentos até a época atual.

A necessidade prática da utilização da fração está presente desde a sua origem do conceito ao ingresso dos currículos escolares de matemática atrelados a realizações de medições, comparações de grandezas e proporcionalidade entre outros temas desta ciência. Na educação básica este enfoque começa com a sensibilidade do docente em respeitar a cognição de cada faixa etária na construção do conhecimento matemático dentro de uma pedagogia ativa, estabelecendo corresponsabilidade de parcerias destas ações, entre o núcleo gestor, corpo docente, estudantes e família.

No contexto da contagem e medida, a humanidade apropriou-se da ideia dos números naturais e dos números racionais. O número natural surgiu da necessidade da contagem, já o número racional da medida, “a origem concreta dos números racionais é o seu significado como expressão numérica de medição de segmentos” Caraça (1984, p.38). A matemática é uma ferramenta promotora na resolução das situações problemas da humanidade e torna-se uma ciência imprescindível na evolução dos povos.

## 2.1. Resultados e Discussão

As contribuições para transformação de fração em unitárias, a complexidade nos desafios em situações problemas de repartir ou dividir objetos do cotidiano dos povos egípcios na antiguidade em alguns casos, extrapolavam a busca de alternativas práticas em frações unitárias com denominadores diferentes dos números de potências de base binária, vejamos um exemplo como “repartir três pães entre cinco pessoas” Mastin (2010).

|                                                                                                                                                                                                     |                                                                                      |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Primeiro passo:</b> verifica-se que cada pessoa não dá para receber um pão inteiro.                                                                                                              |   |
| <b>Segundo passo:</b> vamos dividir dois pães em três partes, teremos 6 pedaços de 1/3.                                                                                                             |   |
| Logo cada pessoa receberá uma terça parte. Então, restam 1/3 (uma terça parte) e um pão inteiro.                                                                                                    |   |
| <b>Terceiro passo:</b> dividamos o pão em cinco partes, cada pessoa receberá uma dessas partes 1/5.                                                                                                 |   |
| <b>Quarto passo:</b> vamos dividir um terço em cinco partes, logo cada um dessa parte corresponderá a $\frac{1}{15}$ , ou seja, $\frac{1}{3} \div 5 = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{5} = \frac{1}{15}$ |  |

Note que no passo 2, se obtivermos seis metades, caberia a cada, uma metade ( $1/2$ ) e restaria uma metade ( $1/2$ ), se repartirmos esta metade em cinco partes, seria a quinta parte da metade ( $1/5$  de  $1/2$ ) que é equivalente a duas partes de dez ( $1/5 = 2/10$ ), portanto não é uma fração unitária. Verifica-se que lidar com operações de frações na prática é fácil, a dificuldade surge quando há a necessidade do registro da operação, provavelmente da existência de tabelas (tablete de argila) preexistentes na antiguidade a serem consultadas, no caso específico passo 2, por tentativa procede dividindo dois pães em três partes, cabendo uma terça parte ( $1/3$ ), a cada pessoa e ainda resta um pão inteiro e uma terça parte ( $1/3$ ) de um pão, agora podemos dividir um pão em cinco partes iguais, e cada pessoa receberá uma quinta parte ( $1/5$ ), falta repartir uma terça parte ( $1/3$ ) do pão entre as cinco pessoas. Mas, um quinto da terça parte é ( $1/5$  de  $1/3$ ) o que resulta em um quinze avos de um pão inteiro ( $1/15$ ). A distribuição de três pães entre cinco pessoas ( $\frac{3}{5} = \frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \frac{1}{15}$ ) de quantidades igualitárias em frações unitárias.

A transformação de uma fração não unitária em uma soma de frações unitárias, existem outros métodos e técnicas. Neste contexto, a fração na concepção conceitual, define o modo de representar partes de um inteiro foi dividido em partes iguais, que pode representar uma ou mais dessas partes. Nesse sentido, uma fração representa uma

divisão em que o numerador equivale ao dividendo e o denominador equivale ao divisor, as frações constituem o conjunto dos números racionais.

### 3. CONSIDERAÇÕES FINAIS

A matemática é um aspecto ímpar do pensamento humano que caminha irmanado a sua evolução, desde o paleolítico e a idade da pedra registros matemáticos dentro de uma cultura complexa, na fabricação de ferramentas para caça e proteção, linguagem simbólica através de contagem simples, comprovado pela história da matemática há vários milênios em sua evolução contínua para dar respostas as necessidades do homem.

Os números remontam há mais 30.000 anos, surgiram da necessidade de contagem de objetos e animais de forma rudimentar que evoluíram para o registro e elaboração de sistemas de numeração mais diversos para cada civilização. Além da contagem e medidas surgem novos desafios, os números são criação do homem para atender necessidades emergentes ao tempo.

Uma nova categoria de números brota além dos naturais, as frações dos povos egípcios, por volta dos milênios antes de Cristo para resolverem problemas práticos do cotidiano e de natureza geométrica. A palavra fração vem do latim *fractus* (partidos) é um conceito para expressar tamanho de uma porção. Nesse sentido, os agrimensores egípcios quando realizavam as medidas das terras com suas cordas e não cabiam um número de vezes exatas, recorriam as partes das unidades empregadas.

Pesquisadores, passando por H. Eves, G. Ifrah, Asger Aaboe entre outros historiadores, matemáticos no campo teórico e da prática corroboraram e colaboram para evolução desta ciência que seja compreendendo e criando os processos lógicos matemáticos concretos e abstratos.

### REFERÊNCIAS

- BOYER, C. B. **História da Matemática**. – 2. ed. São Paulo: Editora Edgard Blücher, 2003. BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais: matemática**. Brasília: MEC/SEF, 1997.
- CARAÇA, B. de J.. **Conceitos Fundamentais da Matemática**. Lisboa: Sá da Costa, 1984.
- DIAS, M. da S.; MORETTI, V. D.. **Números e operações**: elementos lógicos-históricos para a aprendizagem. Curitiba: Ibpex, 2011. (Série Matemática em Sala de Aula).
- IFRAH, G. **História Universal dos Algarismos**: a inteligência dos homens contada pelos números e pelo cálculo. Tomo 1. Tradução de Alberto Muñoz e Ana Beatriz Katinsky. Rio de Janeiro: Editora Nova Fronteira, 1997 (a).
- IFRAH, G.. **História Universal dos Algarismos**: a inteligência dos homens contada pelos números e pelo cálculo. Tomo 2. Tradução de Alberto Muñoz e Ana Beatriz Katinsky. Rio de Janeiro: Editora Nova Fronteira, 1997 (b).
- MASTIN, L. **The Story of Mathematics: Egyptian Mathematics**. 2010. Disponível em: <http://www.storyofmathematics.com/egyptian.html>. Acesso em: 07 jun. 2020.
- MOURA, M. O. de. **A atividade de ensino como unidade formadora**. Bolema (Rio Claro), UNESP, v. 12, p. 29 – 43, 1996.
- MOURA, M. O. de. A atividade de ensino como ação formadora. In CASTRO, A. de; CARVALHO, A. M. P. (orgs.) **Ensinar a ensinar**: didática para a escola fundamental e média. São Paulo: Pioneira Thonson Learning, p. 143 – 162, 2001.
- MOURA, M. O. de. *et al.* A atividade orientadora de ensino: unidade entre ensino e aprendizagem. In: MOURA, M. O. de (Coord.). **A atividade pedagógica na teoria histórico-cultural**. Brasília, DF: Líber Livro, p. 81 – 110, 2010.
- ROQUE, T.. **História da Matemática**: Uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas. Rio de Janeiro: Zahar, 2012.



## O ENSINO DA MATEMÁTICA PARA PESSOAS COM DEFICIÊNCIA VISUAL: VIVÊNCIAS, RECURSOS E POSSÍVEIS ESTRATÉGIAS PARA O ENSINO

Ermison Machado Pereira<sup>1</sup>  
Marcos Leão Neves<sup>2</sup>  
Ana Júlia dos Reis<sup>3</sup>

**Resumo:** O presente trabalho tem como objetivo relatar algumas dificuldades enfrentadas por um aluno com baixa visão, no caso o aluno Ermison Machado Pereira, também autor do presente trabalho, além de discutir recursos e estratégias que possam facilitar o ensino da matemática para jovens e adultos que possuem deficiência visual, como forma de garantir a eles o direito à educação, previsto em lei. Nesta comunicação oral, busca-se evidenciar como um aluno com deficiência visual muitas vezes é impossibilitado de realizar tarefas simples do cotidiano escolar sem um acompanhamento específico, e como essas dificuldades influenciam em seu rendimento escolar. Nesse sentido, faz-se necessário buscar métodos que eliminem ou diminuam essas dificuldades que prejudicam o rendimento de um aluno de baixa visão ou cegueira. Neste sentido, percebe-se a complexidade do papel do docente e a importância do ensino de educação especial na formação desses profissionais durante seu processo de formação e em formações complementares.

**Palavras-chave:** recursos e estratégias, ensino de matemática, deficiência visual, métodos de ensino.

### 1. INTRODUÇÃO

O último Censo do Ibge (Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística), de 2022, relatou que existem mais de 6,5 milhões de pessoas com deficiência visual, sendo 506 mil cegas e cerca de 6 milhões com baixa visão. Tendo isso em vista, faz-se realmente necessário a busca por meios que possam além de facilitar, promover uma participação de forma direta dessas pessoas em sala de aula, sendo que em muitas ocasiões não há acessibilidade a estes alunos.

Atualmente, com os avanços das tecnologias e dos métodos de ensino em salas de aula, recursos e estratégias que possibilitam uma maior aprendizagem por parte dos discentes vem começando a ser implementado no meio educacional, tanto no auxílio da execução de tarefas mais simples, quanto naquelas que demandam um maior esforço por parte daqueles que buscam desenvolvê-las. Observando isso, é de total relevância

<sup>1</sup> Graduando em Licenciatura em Matemática; Universidade do Estado da Bahia/Uneb, Caetité, Bahia, Brasil. ermisonuneb@gmail.com.

<sup>2</sup> Graduando em Licenciatura em Matemática; Universidade do Estado da Bahia/Uneb, Caetité, Bahia, Brasil, marcosleoa012@gmail.com

<sup>3</sup> Graduanda em Licenciatura em Matemática; Universidade do Estado da Bahia/Uneb, Caetité, Bahia, Brasil, anareis255@gmail.com



levar em consideração a utilização de estratégias e recursos disponíveis, como *softwares* e ferramentas facilitadoras durante o ensino de matemática para pessoas com deficiência visual, especialmente na educação infantil e durante o ensino fundamental, visto que, estes são os anos iniciais desses estudantes e considerando que a partir daí os mesmos começam a ter contato direto com o âmbito escolar.

O desenvolvimento e a inclusão de *softwares* que facilitem o ensino para alunos com deficiência são essenciais para promover uma educação mais participativa. No ensino da matemática por exemplo, a inclusão desses alunos apresenta diversos desafios, pois exigem metodologias e ferramentas específicas que permitam sua adaptação. Em conjunto a isso, a falta de recursos para atender a essas dificuldades criam obstáculos para a inclusão desses alunos em sala de aula.

Sendo assim, o intuito deste presente trabalho é demonstrar as dificuldades enfrentadas por um aluno de baixa visão, e explorar recurso e estratégias que possam facilitar e incluir de forma adaptativa esses alunos. Buscando meios que promovam a inclusão de forma que todos tenham acesso a uma educação de qualidade e na qual não haja barreiras que afastem os estudantes do espaço de aprendizado, como ocorre em algumas situações.

## **2. DIFICULDADES ENFRENTADAS POR UM DEFICIENTE VISUAL EM SALA DE AULA**

Aos 5 anos de idade, eu, Ermison Machado Pereira me descobri uma pessoa com baixa visão, uma condição intermediária entre a cegueira e a possibilidade de enxergar completamente. A baixa visão se apresenta de diversas maneiras, fazendo com que pessoas com essa condição não enxerguem com a mesma intensidade e nem com a mesma percepção que uma pessoa que tenha boa visão.

Essa dificuldade em enxergar completamente ou nitidamente diversas coisas e objetos criaram obstáculos por muitas das vezes desafiadores e desanimadores, que além de dificultar a execução de tarefas simples por muita das vezes me impossibilitando de participar de atividades em grupo. Além dos diversos desafios mencionados anteriormente, havia um certo tipo de preconceito presente na sociedade como um todo. Muitas pessoas não respeitavam as particularidades de cada indivíduo, deixando-me cada vez mais inseguro em relação à tentativa de participar de alguma atividade prática. Os anos iniciais em contato com o ambiente escolar me permite relatar as mais diversas dificuldades enfrentadas, começando pelo processo de ensino aprendizagem e de aproveitamento escolar até as relações de interação em sala de aula, tanto com os demais alunos quanto com o conteúdo trabalhado em sala. Desde o simples fato de escrever o que estava sendo exposto em lousa, até a participação de alguma brincadeira educativa trabalhado pelo professor se tornavam verdadeiros desafios quanto a minha participação e envolvimento na dinâmica.

A cada dia que se passa mostram se presente em sala de aula, assim como o autor desse presente trabalho, que diversos alunos que possuem deficiência visual não são incluídos no âmbito educacional, sendo necessário então a “inclusão” dos mesmos em uma busca por mudanças no sistema educacional de ensino e uma transformação em seus paradigmas antiquados e muitas das vezes antigos.

Sob essa análise, em relação a educação inclusiva a Declaração de Salamanca de 1994 acresce que:



Escola inclusiva é o lugar onde todas as crianças devem aprender juntas, sempre que possível, independentemente de quaisquer dificuldades ou diferenças que elas possam ter, conhecendo e respondendo às necessidades diversas de seus alunos, acomodando ambos os estilos e ritmos de aprendizagem e assegurando uma educação de qualidade a todos através de um currículo apropriado, arranjos organizacionais, estratégias de ensino, uso de recurso e parceria com as comunidades (Stobäus, 2003).

Entende-se que, muitas das vezes um aluno com baixa visão ou cegueira demandará de uma maior atenção por parte de seus professores e até mesmo um acompanhamento específico para que o mesmo tenha a possibilidade de conseguir participar ativamente da aula. Tendo isso em vista, é de fundamental importância uma educação inclusiva para com esses alunos. Sampaio e Sampaio (2009) pontuam em seu livro vários depoimentos de professoras da rede pública municipal, as quais participaram de um projeto sobre educação inclusiva. Uma das professoras participantes desse projeto relata que:

O indivíduo aprende na interação com o outro, se essas pessoas com deficiência ficarem só interagindo, no mesmo espaço, com crianças com as mesmas deficiências, a troca de uma com a outra vai ser muito pouco (...), ao mesmo tempo em que eu sei que o conhecimento se dá em construção, vou ter a clareza de que meu aluno com deficiência (...) também vai estar aprendendo, mas com os saltos dele em momentos diferentes (...) Quando você parte de uma concepção movida por essas questões, você inclui numa boa [...] (Sampaio; Sampaio, 2009).

Em contra partida, essa tarefa não se torna tão fácil se observado alguns aspectos importantes. Primeiramente, em seu processo de formação, o professor muitas das vezes não é devidamente preparado com matérias voltadas ao ensino de educação especial. Segundo a maioria dos professores não possuem conhecimento prévio que possam utilizar na organização de seu planejamento de aula para que possam incluir esses alunos com deficiência visual, sendo necessário assim que os mesmos busquem sempre aprimorar sua formação acadêmica tendo em vista que a mesma não é um processo que se restringe a formação inicial, sendo mais do que uma necessidade do professor, trata-se de uma necessidade ética da qualidade de ensino. Nessa perspectiva, o escritor e professor Paulo Freire, afirma que:

A responsabilidade ética, política e profissional do ensinante lhe coloca o dever de se preparar, de se capacitar, de se formar antes mesmo de iniciar sua atividade docente. Esta atividade exige que sua preparação, sua capacitação, sua formação se tornem processos permanentes. Sua experiência docente, se bem percebida e bem vivida, vai deixando claro que ela requer formação permanente do ensinante. Formação que se funda na análise crítica de sua prática. (Freire, 2003, p. 28).

Haja visto o anterior, alguns recursos e ferramentas assumem papel fundamental durante o ensino para jovens e adultos com deficiência visual. Recursos ópticos como lentes, lupas, óculos e telescópios são exemplos de alguns recursos que podem ser utilizados em sala de aula para promover uma maior participação dos alunos com baixa

visão. Alguns outros cuidados também são essenciais nesse processo, como por exemplo aumento da fonte de material a ser trabalhado, cadeiras adaptadas, folhas e até cadernos com pautas pretas espaçadas, pilotos que possam facilitar a leitura desses alunos entre outros, como forma de buscar uma maior independência desses alunos em sala de aula. O processo de criar metodologias e formas metodológicas efetivas, não é algo simples de um dia para outro, mas é essencial não ficar estagnado no tempo, buscando sempre que o ser educando se sinta incluso e pertença o local inserido.

### 3. RECURSOS E FERRAMENTAS QUE PODEM SER UTILIZADOS DURANTE O ENSINO DE MATEMÁTICA

O campo da matemática contemporânea abrange uma ampla gama de competências, incluindo geometria, aritmética, álgebra, estatística e muito mais. Na matemática, não lidamos apenas com números, mas também com relações, classes, conjuntos e agrupamentos, entre outros conceitos. Para acomodar essa diversidade, os sistemas de representação tornaram-se mais complexos, atingindo níveis de abstração que representam um desafio significativo para os educadores do ensino fundamental e médio. Como afirma Reily, é inegável que “sem recursos especiais alunos com cegueira terão bastante dificuldade de acompanhar a matéria nas primeiras séries do ensino fundamental, bem como a partir da 5ª série, quando as exigências começam a aumentar.” (Reily, 2004, p. 60). Especificando assim a necessidade, de que os alunos deficientes de baixa visão ou cegueira não terão direito a uma forma de ensino igualitária como se constitui na Carta Magna promulgada em 1988, na qual em seu art.6º constitui o direito a educação de maneira equitativa.

Atividades predominantemente visuais precisam ser analisadas pelo professor e adaptadas de acordo as necessidades de seus alunos para que não haja exclusão em sala. Algumas formulações, desenhos, gráficos devem ser descritos ou feitos em materiais manipuláveis para que os alunos com deficiência consigam participar ativamente da aula. Algumas soluções de atividades como o sorobã, conhecido também como ábaco, e o Cubaritmo que já são utilizados em salas de aula com alunos cegos ou de baixa visão. Materiais manipuláveis como o Tangran, o próprio dominó e até mesmo figuras geométricas bi e tridimensional podem ser utilizadas durante esse processo.

**Figura 1 – Sorobã ou ábaco**



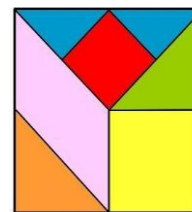
Fonte: Wordpress

**Figura 2 – Cubaritmo**



Fonte: Megapontes

**Figura 3 – Tangran**



Fonte: Pinterest

O desenvolvimento de aulas de matemática com materiais didáticos são uma maneira prática para o processo de aprendizagem do aluno, na qual ele consegue compreender e visualizar os conteúdos propostos pelo encadeamento didático, mas a inserção dessas práticas é essencial verificar a inclusão de todos os estudantes, para que esse meio de aprendizagem não se torne um espaço segregacionista.

#### 4. CONSIDERAÇÕES FINAIS

É possível analisar que a educação inclusiva para alunos com baixa visão é fundamentalmente desafiadora, requerendo abordagens pedagógicas específicas e o uso de recursos adaptados para o ensino, especialmente em disciplinas como matemática. A implementação eficaz dessas estratégias enfrenta obstáculos significativos, como a falta de preparo dos professores e a limitação de recursos educacionais especializados.

É crucial que os educadores se capacitem continuamente para atender às necessidades diversificadas de seus alunos, garantindo uma educação equitativa e de qualidade. Além disso, as escolas precisam adotar práticas inclusivas que promovam a participação ativa e o desenvolvimento integral dos estudantes com baixa visão.

Investir em tecnologias acessíveis e em formações adequadas para os professores é imprescindível para superar os desafios educacionais enfrentados pelos alunos com baixa visão. Ao adotar abordagens inclusivas e promover um ambiente escolar acolhedor e capacitante, podemos garantir que todos os alunos tenham oportunidades iguais de aprendizagem e desenvolvimento, independentemente de suas necessidades específicas, o que infelizmente em determinadas situações não ocorrem no processo de formação básica e até no nível superior.

#### REFERÊNCIAS

- Brasil. Constituição (1988). **Constituição da República Federativa do Brasil**. Brasília, DF: Senado Federal, 1988.
- FREIRE, Paulo. **Professora sim, tia não: cartas a quem ousa ensinar**. 14ª ed. São Paulo: Editora Olho d'Água, 2003.
- IBGE. **Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística**. Censo Demográfico 2022
- SAMPAIO, Cristiane T. e SAMPAIO, Sônia Maria R. **Educação Inclusiva: O Professor Mediando Para a Vida**. EDUFBA, 2009.
- STOBÄUS, Claus Dieter. **Educação especial: em direção à educação inclusiva**. Edipucrs, 2003.
- REILY, L. **Escola Inclusiva: Linguagem e mediação**. Campinas: Papyrus, 2004. (Série Educação Especial).



## A IMPORTÂNCIA DO MATERIAL CONCRETO PARA O ENSINO DE GEOMETRIA PARA ALUNOS COM DEFICIÊNCIA VISUAL

Gabriel Lopes Almeida<sup>1</sup>

**Resumo:** O presente trabalho é resultado de algumas inquietações quanto a necessidade da preparação e utilização de materiais tangíveis para o ensino de geometria em sala de aula, reforçando a importância de trabalhar de uma forma mais didática e inclusiva em uma sala que não se faz homogênea no cenário brasileiro. Trata-se de uma pesquisa bibliográfica que se desenvolve a partir da análise de trabalhos de outros autores, sem apropriação da parte experimental, vindo em direção à uma reflexão sobre como o professor de matemática e as escolas podem se posicionar frente às necessidades dos alunos com deficiência visual, permitindo que o processo de inclusão ocorra de maneira natural como algo pertencente a rotina dos docentes nesse espaço educacional.

**Palavras-chave:** deficiência visual, educação inclusiva, educação matemática, geometria, material concreto.

### 1. INTRODUÇÃO

Na contemporaneidade tem-se discutido abundantemente sobre a importância de tornar o ensino dos conteúdos programáticos da Educação Básica “acessível” à todos os públicos que estão presentes no ambiente escolar, visando uma formação ampla e significativa para o aluno que como ser social lidará com as demandas sociais e deverá trazer respostas significativas a elas. Ademais, isso não difere dos educandos com necessidades especiais que estão assegurados em seus direitos. Segundo a Lei de Diretrizes e Bases:

**Art. 59.** Os sistemas de ensino assegurarão aos educandos com deficiência, transtornos globais do desenvolvimento e altas habilidades ou superdotação: (Redação dada pela Lei nº 12.796, de 2013)

I - currículos, métodos, técnicas, recursos educativos e organização específicos, para atender às suas necessidades (Brasil, 1996).

É possível observar que avanços foram alcançados com essa lei, uma vez que foi garantido ao público da Educação Especial a oportunidade de se desenvolver em sua total potencialidade em todos os espaços e níveis da Educação Básica brasileira,

---

<sup>1</sup> Licenciando em Matemática; Universidade Federal Fluminense/UFF, Santo Antônio de Pádua, Rio de Janeiro, Brasil, [gabriellopesalmeida@id.uff.br](mailto:gabriellopesalmeida@id.uff.br)

principalmente na estruturação dos currículos de ensino.

A matemática é considerada como uma disciplina difícil na perspectiva do aluno, porém quando esse aluno entra em contato com a Geometria, considerada a área visual da matemática, sente sua dificuldade se intensificar, dado que a área matemática necessita de uma certa abstração durante seu desenvolvimento. Visto isso, percebe-se que se essa dificuldade já é enfrentada pelos estudantes não-deficientes, considere o que os alunos com deficiência visual não enfrentam com o despreparo da maioria dos profissionais, a falta de materiais palpáveis, a linguagem utilizada na sala de aula, entre outros desafios.

Dessa forma, ao seguir para os próximos tópicos deste trabalho faz-se necessário destacar que o mesmo se constitui por meio de uma abordagem de pesquisa qualitativa, de natureza básica, seguindo o caráter de uma pesquisa exploratória quanto aos objetivos e bibliográfica quanto aos procedimentos, trazendo uma reflexão breve, fundamentada em alguns artigos e trabalhos de conclusão de curso presentes nos repositórios da Capes e no banco de dados do *Google Acadêmico* que, geralmente, apresentavam artigos publicados por algumas universidades federais que prezam pela qualidade do ensino prestadas para a melhoria da sociedade e de outros publicados pela SciELO. Embora partamos desse pressuposto não é apresentado os textos ou traços de fichamentos como ocorrem em trabalhos que se apropriam desse método de pesquisa, no entanto, fundamentam esse processo de escrita que surge na inquietação do ensino de Geometria e da Matemática na sua amplitude para alunos com Necessidades Educativas e Especiais, que em questão se aplica aos alunos com deficiência visual.

Logo, os objetivos que puderam ser traçados em concordância com os textos lidos e discussões são: refletir sobre o contexto da Educação Matemática no âmbito da Inclusão, ressaltar a importância dos materiais concretos para o ensino da Matemática e da Geometria para alunos com deficiência visual e, sobretudo, gerar um espaço importante para discussão do papel da inclusão na sala de aula da Educação Básica, motivado por um olhar sensível das múltiplas realidades apresentadas na sala de aula das escolas brasileiras, visto que não foram aplicados questionários ou até mesmo realizado experiências com o público alvo até o momento dessa escrita.

## **2. A GEOMETRIA NA SALA DE AULA**

A geometria é um ramo da matemática indispensável que permeia todas as etapas da educação básica e tem impacto de longo prazo na vida dos alunos. Ajuda as crianças a adquirir percepção espacial, raciocínio lógico e outras habilidades. A partir disso, podem ser utilizados jogos e materiais concretos em suas aplicações frente ao ensino da geometria na sala de aula e apropriar-se dessas ferramentas pode ser uma excelente maneira de despertar a atenção dos alunos, principalmente daqueles com deficiência visual. À medida que a geometria está diretamente conectada com a vida dos educandos, como podemos citar através de Silvio. S. Vieira e Francisco.S.H.da Silva:

Seja na escola, na rua, na casa, a geometria está constantemente presente. Para os alunos deficientes visuais a situação não é diferente, a perda da visão não os limita de sentir e presenciar as formas geométricas que os cercam, pois, a partir do toque, esses alunos podem “visualizar” toda a beleza do mundo geométrico em sua volta. O que parecia então vazio e sem forma, com um simples toque ganha forma e vida na mente

desses alunos possibilitando-os, assim, acompanhar os conteúdos.

Dessa forma, segundo Sá, Campos e Silva (2007), os professores que têm estudantes com deficiência visual devem buscar estratégias e atividades pedagógicas que atendam às necessidades de todos e de cada estudante em específico, possibilitando a interação entre eles. Interpretar imagens, objetos, problemas e assim por diante não é inerentemente válido. É fundamental considerar as demandas dos alunos, pois visualizar conceitos matemáticos é uma tarefa árdua e ao consideramos os alunos com deficiência visual, fica evidente que os materiais concretos são importantes para não limitar os alunos com deficiência visual e sim auxiliá-los na construção dos conceitos utilizando o sentido tátil, diferenciando assim, formas, tamanhos e outros fatores.

## **2.1. O material concreto nas aulas de Geometria**

A utilização do material concreto e de elementos manipulativos tornam o ensino e a aprendizagem da Matemática muito significativo para os educandos, levando em consideração que ter o objeto de estudo presente no seu dia a dia faz com que a conexão entre o objeto e o conceito sejam estabelecidos rapidamente. “O material concreto é uma forma de apresentar ao aluno uma maneira mais fácil e palpável de aprender matemática e como ela pode ser usada no nosso cotidiano.” (Koepsel, 2016)

No entanto, esse meio não pode ser utilizado sem uma finalidade específica, o professor deve ter em seu planejamento o que usar com seus alunos e como usar, com o intuito de desenvolver as habilidades necessárias para entender os conceitos tidos como “difíceis”, para os diferentes tipos de alunos que estão compreendidos na sala de aula. Quando o tema abordado é a Geometria, o educador matemático deve trazer consigo bastante materiais concretos e de preferência palpável, sendo perceptível que os alunos possuem um pouco de dificuldade de entender conceitos mais abstratos que não trazem consigo a presença do concreto.

Nesse sentido, caminhar para um ensino de Geometria que seja “experimentável” leva a todos alunos a participarem de maneira ativa do seu processo de ensino/aprendizagem, abrindo espaço para o aceite das diferenças e colaboração de toda a turma com os alunos que possuem deficiência visual ou algum outro tipo, mostrando que nos encontros das diversas identidades o saber matemático-geométrico é potencializado. Quebrando os paradigmas de que esses saberes estão apenas para atender as expectativas dos testes, trabalhos e avaliações em seus aspectos quantitativos.

Tais ferramentas que podem ser confeccionadas com materiais recicláveis ou não, como figuras geométricas feitas de EVA, tendo o contorno e as diagonais traçadas por barbantes e seus ângulos destacados por sementes/missangas; os sólidos geométricos que podem ser feitos com papelão, permitindo assim o maior destaque das arestas, vértices e faces; tudo isso para que a geometria seja tangível para os alunos que possuem a deficiência visual, permitindo que os educandos tenham a percepção dos conceitos abordados em sala de aula, tais como figuras bidimensionais e tridimensionais. Pois, segundo Kaleff (2006), a utilização de recursos manipuláveis e atividades didáticas desenvolvidas dentro desse espaço levará o aluno visualizar, analisar e perceber as diferentes características das formas geométricas, buscando assim incentivar o desenvolvimento de habilidades introdutórias à aprendizagem de conceitos geométricos, tanto euclidianos, como não-euclidianos” (Kaleff, 2006, p. 117).

## **2.2. Abordagem tátil do material concreto em uma sala de aula inclusiva**

Uma sala de aula inclusiva apresenta-se como um ambiente que abraça as múltiplas identidades, propiciando diferentes e potenciais interações, considerando que os alunos passam desde antes da sua inserção no ambiente escolar pela construção de um pensamento relacionado a coisas do dia a dia, dos próprios componentes curriculares e “[...] o verdadeiro curso do desenvolvimento do pensamento não vai do individual para o socializado, mas do social para o individual” (Vygotsky, [1934] 2009, p.18).

Dessa forma, essa sala de aula quando o assunto é a Matemática e a Geometria deve conter diferentes recursos didáticos que atendam os alunos com deficiência visual ou outras, estimulando a assimilação dos conceitos abstratos que a matemática traz e quando não há prontos o professor deve se colocar nesse lugar de produtor de tais recursos. Segundo Gil (2000, p. 46) “ao criar recursos didáticos especiais para o aprendizado de alunos com necessidades especiais, o professor acaba beneficiando toda a classe, pois recorre a materiais concretos”

Enfatizando que a ideia não é fazer o professor se desvencilhar da aula expositiva, mas mostrá-lo que o material concreto quando possível deve ser inserido, conectando imaginário do aluno ao que está sendo ensinado, fazendo do conteúdo-objeto um caminhar indissociável, e assim, atenda os alunos com necessidades educativas especiais, apontando que devemos “intensificar o uso de materiais concretos, para ajudar a abstrair os conceitos” (Gil, 2000, p. 47).

Por fim, podemos ressaltar que trabalhar pontos, retas, segmentos de reta, ângulos, perímetro, área, volume, figuras planas, sólidos geométricos por meio de objetos simples é possível. E, cabe ao professor sempre ter uma postura atenta para que os passos na apresentação do conteúdo e “ferramentas” se demonstrem descritivos através da oralidade de modo que o aluno com deficiência visual consiga conceber em sua imaginação o que está sendo falado e através do material concreto, romper com dúvidas ou levantar novos questionamentos importantes ao seu aprendizado.

## **3. CONSIDERAÇÕES FINAIS**

Tratar da educação inclusiva ainda é um caminho delicado e que está se desenvolvendo de maneira progressiva no ambiente escolar, atravessando os diferentes componentes curriculares. Também, é notório que o professor enfrenta diversos desafios em sala de aula e nem sempre possui a formação adequada para tratar com as múltiplas identidades que pertencem ao público da educação brasileira.

Sendo para os educadores também um desafio, não como um comparativo, nem sendo uma justificativa para que a educação inclusiva não esteja presente, mas para ressaltar que ambos estão aprendendo juntos nesse processo de ensino e aprendizagem.

Portanto, o professor de matemática, assim como todos os profissionais da educação passaram e estão se adequando e trabalhando continuamente para que a transmissão do saber seja “tangível” para todos, apropriando-se da confecção de materiais didáticos, utilização dos que na escola possuem, ou dos quais o aluno com a deficiência visual traz consigo para a sala. A Matemática e a geometria se fazem “vivas” para todos, sejam através da visão ou do toque.



## REFERÊNCIAS

- BRASIL. Ministério de Educação e Cultura. **LDB - Lei nº 9394/96**, de 20 de dezembro de 1996.
- GIL, M. (org). **Cadernos da TV Escola: Deficiência Visual**. – Brasília: MEC. Secretaria de Educação a Distância, 2000.
- HONORA, Márcia. Sala de aula inclusiva: de que forma os alunos sem deficiência compreendem as relações com um aluno com deficiência. **Revista Educação Especial**, v. 36, n. 1, p. e47/1-25, 2023.
- KOEPEL, Ana Paula Poffo. Materiais Didáticos no ensino de Matemática para estudantes com deficiência visual. **Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática**, v. 20, 2016..
- KALEFF, A. M. M. R. Do fazer concreto ao desenho em geometria: ações e atividades desenvolvidas no laboratório de ensino de geometria da Universidade Federal Fluminense. In: LORENZATO, S. (ED) **O Laboratório de Ensino de Matemática na formação de professores**. São Paulo: Autores Associados, p. 113-134, 2006
- VYGOTSKY, Lev Semionovitch. Pensamiento y lenguaje. In: **Obras escogidas II**. Madrid: Machado Libros, [1934] 2009
- SÁ, E. D.; CAMPOS, I. M.; SILVA, M. B. C. **Atendimento educacional especializado: deficiência visual**. SEESP/SEED/MEC Brasília, 2007. Disponível em: [http://portal.mec.gov.br/seesp/arquivos/pdf/aee\\_dv.pdf](http://portal.mec.gov.br/seesp/arquivos/pdf/aee_dv.pdf). Acesso em 27 de maio de 2024.
- HONORA, Márcia. Sala de aula inclusiva: de que forma os alunos sem deficiência compreendem as relações com um aluno com deficiência. **Revista Educação Especial**, v. 36, n. 1, p. e47/1-25, 2023.
- VIEIRA, Silvio Santiago; SILVA, Francisco Hermes Santos da. **A Matemática e a Geometria na Educação Inclusiva dos Deficientes Visuais**. Sobre a deficiência visual. Disponível em: <<https://www.deficienciavisual.pt/txt-matematica-geometria.htm>>. Acesso em 27 de maio de 2024.



## EXPLORANDO A ETNOMATEMÁTICA ATRAVÉS DO JOGO MANCALA

Gabriel Cardoso<sup>1</sup>  
Mayara Lopes de Oliveira<sup>2</sup>  
Mylene Cristina Sabim<sup>3</sup>

**Resumo:** A Etnomatemática investiga como a matemática se entrelaça com as práticas culturais, evidenciando a riqueza de suas aplicações globais. Através da Etnomatemática, os estudantes percebem a matemática não apenas como uma ciência isolada, mas como parte da trajetória cultural humana, enriquecendo e fortalecendo o processo educativo. O trabalho em questão visa proporcionar um mergulho na matemática como uma expressão cultural, apresentando o jogo Mancala como ferramenta didática para uma experiência de aprendizado multicultural. O objetivo é estimular o interesse dos docentes e abrir caminhos para métodos de ensino que abracem a diversidade cultural e as práticas matemáticas, enquanto oferecem uma jornada visual e interativa. Isso realça tanto o entendimento matemático quanto o valor da diversidade cultural. Com isso, os estudantes têm a oportunidade de desenvolver competências matemáticas aplicadas, como contagem, estratégia e solução de problemas, ao explorar a conexão entre matemática e cultura, promovendo assim uma aprendizagem significativa e engajada.

**Palavras-chave:** Etnomatemática, inclusão, experiência, diversidade, cultura.

### 1. INTRODUÇÃO

A Etnomatemática é uma tapeçaria tecida com os fios da cultura, tradição e prática matemática. Nesse viés, o objetivo do presente trabalho é explorar seus fundamentos, destacando-a como uma história matemática viva e relevante para diferentes culturas, buscando entender o entrelaçamento de conhecimentos e como isso reflete na diversidade e riqueza das sociedades humanas. Usando, desse modo, abordagens envolvendo a atividade multicultural do Mancala, um jogo estratégico e lúdico, capaz de desenvolver habilidades lógicas, de contagem e sociais com várias possibilidades de aplicações educacionais. De acordo com D'Ambrósio (2012), é fundamental que o professor se aproxime da Etnomatemática, pois exerce papel fundamental no processo de emancipação dos estudantes. A matemática é uma atividade culturalmente enraizada, que se manifesta nas distintas formas de analisar e entender as experiências no mundo. Com essa contextualização, potencializa-se uma educação mais inclusiva, que valoriza a diversidade cultural e desenvolve o respeito entre culturas diferentes. Além disso, através dessa integração, a matemática passa a assumir sentido para o estudante, resultando em aprendizado mais interessante, considerável e duradouro. Com incentivo à reflexão analítica, o entendimento se torna aprofundado e, por conseguinte, a utilização

<sup>1</sup> Licenciando em Matemática; IFPR, Campo Largo, Paraná, Brasil, 20220015376@estudantes.ifpr.edu.br

<sup>2</sup> Licenciando em Matemática; IFPR, Campo Largo, Paraná, Brasil, 20220000471@estudantes.ifpr.edu.br

<sup>3</sup> Licenciando em Matemática; IFPR, Campo Largo, Paraná, Brasil, 20220001361@estudantes.ifpr.edu.br

prática do saber em contextos reais se concretiza.

## **2. ETNOMATEMÁTICA COMO HISTÓRIA MATEMÁTICA**

A Etnomatemática é um campo interdisciplinar fascinante que estuda a relação entre a matemática e suas práticas contidas nas diferentes culturas, reconhecendo a diversidade de aplicações matemáticas ao redor do mundo. Destacar a Etnomatemática como história matemática envolve explorar como diferentes sociedades desenvolveram sistemas numéricos, técnicas de medição e resolução de problemas ao longo do tempo, evidenciando a riqueza e a complexidade das contribuições culturais para o desenvolvimento da matemática. Assim, reconhece-se que culturas diferentes desenvolvem suas próprias formas de matemática, com sistemas singulares. Ao contrário do senso comum, a matemática não é uma disciplina universal e imutável; geralmente varia de acordo com as necessidades práticas e os contextos em que os indivíduos estão envolvidos, social e historicamente.

Segundo D'Ambrósio (2007), a História é fundamental nas reflexões sobre Etnomatemática. A grande estratégia dos dominantes é ignorar, menosprezar e até mesmo remover a História dos dominados, pois é na História que se alicerçam as raízes de qualquer grupo cultural. Remover sua História implica, inevitavelmente, fragilizar ou mesmo anular a capacidade de resistência do grupo.

Ao longo da história, muitos povos desenvolveram sistemas complexos de medição e gerenciamento porque precisavam resolver certos problemas que afetavam o cotidiano, como a questão dos recursos naturais e da agricultura. Esses métodos frequentemente eram transmitidos oralmente, de geração em geração, através das práticas e aprimoramentos. É essencial que os estudantes compreendam que esses métodos desenvolvidos são tão válidos quanto os “formais” e sistematizados ensinados nas escolas, promovendo o valor social e o respeito. Além disso, desafia-se a falsa ideia de que a matemática é uma criação exclusivamente ocidental. Diversas sociedades em todo o globo terrestre tiveram e têm descobertas, desenvolvimentos, aprimoramentos e contribuições significativas e essenciais para o campo matemático, muitas vezes subestimadas ou ignoradas. Um exemplo disso é o sistema de numeração binário, essencial para a computação contemporânea, que originou-se na África ancestral.

Usar a Etnomatemática em sala de aula torna-se uma ferramenta poderosa, possibilitando que os alunos analisem a matemática como uma herança cultural, transcrevendo seu estereótipo como relevante e acessível. Além disso, pode transformar a escola em um ambiente inclusivo (Stainback, S.; Stainback W., 1999) e empoderar estudantes sub-representados ou marginalizados socialmente e historicamente, que não se reconhecem na matemática considerada tradicional, refletindo apenas a cultura dominante.

### **2.1. ABORDAGEM DA ATIVIDADE MULTICULTURAL**

A Etnomatemática é um campo interdisciplinar fascinante que explora como diferentes grupos culturais aprendem, ensinam e compreendem suas práticas matemáticas, considerando seus contextos sociais e históricos específicos. A abordagem multicultural da Etnomatemática não apenas enriquece o entendimento da matemática, mas também fortalece a ideia de que a matemática sistematizada, tal como se

estabelece atualmente, não é simplesmente um conjunto de verdades universais descobertas pelo Ocidente. Pelo contrário, é um produto de experiências humanas e interações sociais.

A palavra “Mancala” vem do árabe e significa “transferir o movimento”. O jogo Mancala é um dos jogos de tabuleiro mais antigos do mundo, com aproximadamente 7000 anos de existência. Também é conhecido por outras designações, como “jogo de semeadura” ou “jogo da contagem”. Os professores podem usá-lo como uma forma de explorar conceitos matemáticos de maneira lúdica, prática e culturalmente relevante. O Mancala é altamente estratégico e valorizado por suas importantes e simples aplicações educacionais, como o desenvolvimento de habilidades matemáticas e estratégicas.

No mundo, foram encontradas diversas variantes do jogo Mancala, com diferentes nomes e regras, dependendo da região. Por exemplo, na África, o jogo é conhecido como “Oware”, “Bao” ou “Kalah”, enquanto nas Filipinas é chamado de “Sungka”. De maneira geral, o jogo Mancala consiste em um tabuleiro com duas ou mais fileiras de buracos parecidos com meias esferas ocas, nos quais são dispostas peças (como sementes, pedras ou grãos). As peças são movimentadas de acordo com regras específicas da localidade, com o objetivo de transferi-las de um buraco para outro. O vencedor é quem conseguir acumular mais peças em sua própria área.

Essa abordagem lúdica e multicultural possibilita que os estudantes entendam e aprimorem seus conceitos de contagem, estratégia e tomada de decisão, ao mesmo tempo em que aprendem sobre a história e a diversidade cultural por trás do Mancala. Portanto, apresentar o jogo como uma possibilidade real de uso na sala de aula é uma alternativa valiosa.

**Figura 1- Exemplo de reprodução do jogo Mancala**



Fonte: Museu de Arte Sacra de São Paulo

### **3. CONCLUSÕES OU CONSIDERAÇÕES FINAIS**

Em conclusão, a utilização do jogo Mancala para apresentar o conceito da Etnomatemática resulta em uma compreensão mais profunda da matemática como uma

disciplina culturalmente enraizada. Isso reconhece e estabelece uma nova relação, capaz de não apenas aplicar o jogo apresentado, mas também despertar o interesse dos professores para promover novas perspectivas de ensino que considerem a diversidade de práticas matemáticas ao redor do mundo. Essa abordagem pode melhorar consideravelmente o desenvolvimento de habilidades matemáticas práticas, como contagem, estratégia e resolução de problemas dos estudantes.

A utilização dessa ferramenta é valiosa para os estudantes explorarem a interseção entre matemática e cultura. Compreendendo que essa interseção não é restritiva ou limitante, destacamos a Etnomatemática como uma abordagem enriquecedora para o ensino e aprendizagem da matemática. Ao utilizar o Mancala como uma atividade multicultural, oferecemos uma experiência visual e envolvente que promove tanto a compreensão da matemática quanto a apreciação da diversidade cultural.

## REFERÊNCIAS

- D'AMBROSIO, U. **Etnomatemática**: elo entre as tradições e a modernidade. 2.ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2007.
- D'AMBROSIO, U. **Educação matemática**: Da teoria à prática. 23 ed. Campinas, SP: Papirus, 2012.
- STAINBACK, S.; WILLIAM, S. **Inclusão**: um guia para educadores. São Paulo, SP: Artmad, 1999.



## AS OPERAÇÕES BÁSICAS NO 5º ANO: UM OLHAR À LUZ DO PENSAMENTO MATEMÁTICO AVANÇADO

Wagner Gomes Barroso Abrantes  
Sandro Henrique Martins Nobre  
Priscila dos Reis Areias

**Resumo:** Esta investigação busca compreender como o material Rioeduca de Matemática do 5º ano de 2024, desenvolvido pela Secretaria Municipal de Educação do Rio de Janeiro, trata as operações básicas na transição entre o primeiro e o segundo segmentos do Ensino Fundamental. Para a análise dos dados, foi utilizado o aporte teórico do Pensamento Matemático Avançado, de Tommy Dreyfus. Esta pesquisa evidenciou que o material busca desenvolver os processos de construção do pensamento matemático, sendo possível identificar aqueles essenciais para desenvolver a capacidade de abstração pelos alunos. O trabalho deixa como sugestão de complemento ao material que sejam trabalhadas pelos docentes as representações geométricas da adição e subtração de números naturais na reta numérica.

**Palavras-chave:** pensamento matemático avançado, operações básicas, representação, abstração.

### 1. INTRODUÇÃO

O ensino da disciplina de Matemática no primeiro segmento do Ensino Fundamental está pautado em atividades concretas. A Matemática básica pode facilmente ser associada a exemplos do cotidiano da criança e ganha conceitos intuitivos. Contudo, ao ingressar no segundo segmento do Ensino Fundamental, a criança inicia o seu contato com uma Matemática mais abstrata e com conceitos menos intuitivos e, por este motivo, torna-se menos evidente sua aplicação no cotidiano e, conseqüentemente, menos significativa.

O desenvolvimento da capacidade do aluno em lidar com objetos abstratos certamente terá implicações nos desdobramentos do contato deste aluno com a disciplina de Matemática ao longo dos seus anos escolares, resultando no seu sucesso e interesse pela disciplina ou no seu fracasso e desinteresse pela Matemática.

Neste sentido, esta investigação busca compreender como o material Rioeduca, desenvolvido pela Secretaria Municipal de Educação do Rio de Janeiro (SME), trata a transição entre o primeiro e o segundo segmentos do Ensino Fundamental na disciplina de Matemática, com foco nas operações básicas apresentadas na apostila do 5º ano.

Para fundamentar a análise dos dados obtidos, utilizaremos o aporte teórico do Pensamento Matemático Avançado, de Dreyfus (2002), por dar relevância aos requisitos da abstração no desenvolvimento do pensamento matemático.

## **2. PENSAMENTO MATEMÁTICO AVANÇADO**

Para Dreyfus (2002), não há uma distinção clara entre os processos que envolvem o Pensamento Matemático Elementar (PME) e o Pensamento Matemático Avançado (PMA), sendo esta mais focada na definição e na dedução ou demonstração dessas definições. Nesse contexto, Dreyfus (2002) acredita ser possível pensar e trabalhar com a Matemática elementar de modo avançado.

O PMA e, por conseguinte o PME, relacionam diversos processos mentais, como a visualização, a representação, a generalização e a sintetização. Para Dreyfus (2002), a visualização é extremamente importante para os processos envolvidos na representação, que podem ser subdivididos em três processos mentais:

- 1) A representação propriamente dita, por sua vez, divide-se em representação simbólica, responsável por explicitar, através de símbolos, o conhecimento implícito do aluno, e a representação mental, que corresponde a um esquema interno que o aluno utiliza com o intuito de interagir com o mundo exterior.
- 2) A mudança entre representações sugere a capacidade do aluno de transitar entre as diversas representações do objeto em estudo, conforme a conveniência para a solução do problema.
- 3) A modelação consiste em encontrar uma representação matemática para um objeto que não é matemático, isto é, problemas reais do cotidiano.

Já os processos envolvidos na abstração são divididos em dois pré-requisitos, que se somam à representação com o intuito de atingir níveis avançados do pensamento matemático, segundo Dreyfus (2002): a generalização e a sintetização.

- 1) Generalizar é tomar um caso particular, verificar semelhanças com outros casos e expandir validades.
- 2) Sintetizar é combinar objetos matemáticos distintos com o intuito de solucionar um problema.

Nessa perspectiva, os processos envolvidos na representação irão se relacionar aos processos envolvidos na abstração de modo que o aluno consiga atingir níveis avançados do pensamento matemático. Portanto, para Dreyfus (2002), os professores da Educação Básica devem contribuir com o desenvolvimento da capacidade de abstração dos alunos.

## **3. TRATAMENTO DAS OPERAÇÕES BÁSICAS NO RIOEDUCA**

A SME desenvolve anualmente um material que é distribuído para todos os alunos da rede municipal, chamado de Rioeduca e desenvolvido para todas as disciplinas e anos escolares do primeiro e segundo segmentos do Ensino Fundamental. Ele serve como parâmetro do conteúdo mínimo que o aluno de um determinado ano escolar deve ter contato, bem como das habilidades e competências que devem ser desenvolvidas no período letivo. Portanto, esse material segue as orientações da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) a fim de desenvolver nos alunos as competências e habilidades enumeradas para cada ano escolar.

Além disso, cada escola tem autonomia para adotar os livros didáticos oferecidos pelo Plano Nacional do Livro e do Material Didático (PNLD). Esses livros podem ser usados pelos docentes como uma alternativa para complementar o material Rioeduca, caso



julguem necessário. No entanto, a proposta desta investigação irá se ater à análise do material desenvolvido pela SME: o Rioeduca de Matemática do 5º ano de 2024, que inicia o conteúdo com exemplos de representação de números naturais com material dourado, ábacos e geometricamente na reta numerada.

Diversos contextos do cotidiano são apresentados nessa abordagem com inúmeras figuras ilustrativas desses contextos, possibilitando que os alunos transitem entre situações do cotidiano que contextualizam os problemas e as operações básicas em linguagem matemática.

Em relação à adição e à subtração de números naturais, o material costuma apresentar a operação na horizontal e também explora a técnica convencional “arme e efetue”, colocando a operação na vertical, ou seja, um número sobre o outro para fazer a soma (ou a subtração) das unidades, dezenas, centenas e assim sucessivamente. O material também trabalha a subtração como operação inversa da adição.

Sobre a multiplicação de números naturais, o Rioeduca introduz o tema com a relação das operações de adição e multiplicação. A seguir, apresenta as propriedades comutativa, distributiva e de elemento neutro como facilitador de cálculo.

A abordagem da divisão começa com contextos do cotidiano que trazem a necessidade de dividir uma quantidade de objetos em grupos, de modo que cada grupo possua a mesma quantidade final. Com isso, a divisão é tratada como a operação inversa da multiplicação. A técnica convencional do “arme e efetue” também é trabalhada na multiplicação e na divisão como estratégia para solução de problemas.

De forma complementar, o material ainda aborda a representação dos números naturais na reta numérica, com atividades que solicitam a localização de números naturais na reta numérica.

Para finalizar a abordagem dos conteúdos que envolvem as operações básicas com números naturais, o material apresenta as expressões numéricas e as regras de resolução, com prioridade para a multiplicação e divisão.

Posteriormente, o Rioeduca apresenta os números racionais como um conceito novo a ser abordado. A representação dada a esses números é a fração, que é definida como um número usado para “representar parcelas de um valor inteiro que foi dividido em partes iguais” (Rio de Janeiro, 2024). Além da representação algébrica, o material utiliza diversas representações geométricas, como a divisão de círculos e barras em partes iguais e exemplos do cotidiano como ferramentas de auxílio para o ensino das frações.

A apostila também trabalha as operações básicas entre frações. São apresentados exemplos algébricos e geométricos para facilitar a compreensão dos alunos, quase sempre inseridos em situações reais do cotidiano.

Outras representações dos números racionais também são relacionadas à fração: como a porcentagem e os números decimais. As operações básicas usando números decimais também ganham destaque. A adição e a subtração são apresentadas entre números decimais. Contudo, a multiplicação e a divisão são efetuadas entre números decimais e números naturais. A apostila também utiliza inúmeras situações reais do cotidiano como auxílio ao processo de ensino e aprendizagem, tendo como exemplo o sistema monetário e problemas iniciais de probabilidade.

#### 4. ANÁLISE DOS DADOS OBTIDOS

Após a análise das operações básicas envolvendo números naturais, foi possível evidenciar diversas situações do cotidiano sendo utilizadas para contextualizar os problemas e uma quantidade relevante de figuras ilustrativas que estimulam as representações mentais nos alunos. Além disso, eles são instigados a identificar técnicas para resolver os problemas e transitarem entre a representação apresentada no contexto em Língua Portuguesa e a representação simbólica em linguagem matemática (como os modelos na técnica de “arme e efetue”), passando pela representação mental gerada pelas figuras. Dessa forma, foi possível evidenciar que a transição entre as diversas representações busca estimular os processos do PMA envolvidos na representação.

Foi possível verificar também que utilizar problemas contextualizados para desenvolver estratégias de solução ou para permitir intuir que a subtração é a operação inversa da soma e que a divisão é a operação inversa da multiplicação pode contribuir para a capacidade de generalização dos alunos, na medida em que eles devem partir de casos concretos, verificar semelhanças entre esses casos e expandir validades.

As representações dos números naturais por meio de material dourado e ábaco possibilitam a utilização de outros conceitos aprendidos em séries anteriores e que são empregados para gerar significação àquilo que é conhecido como “pegar emprestado”, isto é, quando, por exemplo, uma dezena é usada como dez unidades para viabilizar uma subtração. Dessa forma, o uso de outros objetos matemáticos pode estimular a habilidade de sintetização dos alunos.

Cabe ressaltar também que a habilidade de partir de problemas contextualizados, criar estratégias de solução e utilizar diversos objetos matemáticos e em diversas representações, bem como materiais concretos que podem servir de instrumento de auxílio para a solução de problemas, evidencia a busca pela relação entre os processos envolvidos na representação, generalização e sintetização, favorecendo o desenvolvimento da capacidade de abstração dos alunos e, conseqüentemente, contribuindo para alcançarem níveis avançados do pensamento matemático.

Contudo, alguns trabalhos, como o de Martins (2013) e de Ribeiro (2019), discutem a importância de trabalhar com operações básicas (adição e subtração) na reta numérica. Esse entendimento vai ao encontro de uma das habilidades descritas na BNCC para alunos do primeiro segmento do Ensino Fundamental: “(EF03MA04) Estabelecer a relação entre números naturais e pontos da reta numérica para utilizá-la (...) na construção de fatos da adição e da subtração, relacionando-os com deslocamentos para a direita ou para a esquerda” (Brasil, 2018). Esta habilidade, por estar inserida no contexto do terceiro ano dos anos iniciais do Ensino Fundamental, é esperada naqueles alunos que concluem os estudos do primeiro segmento, além de ser um fator de contribuição para o desenvolvimento da habilidade do emprego da representação geométrica, sendo assim mais um aporte para o PMA e, por este motivo, poderia ser trabalhada com os alunos do 5º ano no contexto das operações com números naturais.

Em relação aos números racionais, os problemas concretos e as situações reais do cotidiano exploram a representação da fração como a divisão de um inteiro. Neste caso, pode-se evidenciar o estímulo à capacidade de generalização do aluno, na medida em que ele parte do caso concreto para expandir validades. A divisão de círculos e barras em partes iguais inserida em problemas contextualizados para intuir a noção de fração

mostra a intenção de desenvolver a habilidade nos alunos de transitarem entre as representações algébrica e geométrica e também entre as representações em Português e em linguagem matemática. As figuras ilustrativas contribuem para estimular as representações mentais nos alunos.

A apostila também apresenta as representações como números decimais e porcentagem, o que nos permite evidenciar que o aumento da capacidade de representação dos números racionais contribui para expandir seu emprego em contextos distintos, como problemas envolvendo sistema monetário ou probabilidade.

No caso das operações de soma e subtração com frações de mesmo denominador, são utilizados os conceitos adquiridos com as operações de números naturais para operar os numeradores. De forma análoga, com a multiplicação e a divisão de frações, também é exigido que o aluno busque conceitos trabalhados anteriormente. Isso evidencia o desenvolvimento da habilidade de sintetização, na medida em que os alunos devem utilizar diversas ferramentas matemáticas para a resolução de problemas. Sendo assim, a habilidade de partir de problemas contextualizados, desenvolver representações mentais para criar estratégias de solução e transitar para representações simbólicas matemáticas evidencia a relação entre os processos envolvidos na abstração.

## 5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho trouxe uma análise sobre as operações básicas com números naturais e racionais constantes no material Rioeduca de Matemática do 5º ano de 2024, uma apostila desenvolvida pela SME do Rio de Janeiro e distribuída a todos os alunos da rede municipal. Foi utilizada, para fundamentar a análise de dados, a teoria do Pensamento Matemático Avançado, de Dreyfus (2002).

A investigação evidenciou que o material busca desenvolver os processos de construção do pensamento matemático, sendo possível identificar aqueles essenciais para desenvolver a capacidade de abstração dos alunos: representação, generalização e sintetização.

Como contribuição ao material e aos professores de Matemática da rede, esse estudo sugere que seja dada ênfase ainda nos anos iniciais do Ensino Fundamental, a representação geométrica da adição e da subtração de números naturais na reta numérica e sua relação com a representação aritmética dessas operações.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- BRASIL, Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, 2018.
- DREYFUS, T. Advanced mathematical thinking process. In: TALL, D. **Advanced Mathematical Thinking**. Kluwer Academic Publishers, 2002, p. 25-41.
- MARTINS, A.P.C. **Uma análise do ensino das operações com números relativos**. Trabalho de Conclusão de Curso (Especialização em Educação Matemática), Universidade do Extremo Sul Catarinense – UNESC, Criciúma, 2013.
- RIBEIRO, F.G.J. **Explorando as operações básicas da Matemática**: limites e possibilidades. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Matemática), Universidade Federal do Pará – UFPA, Castanhal, 2019.
- RIO DE JANEIRO, Secretaria Municipal de Educação. **Material Rioeduca** – 5º ano. Rio de Janeiro: SME, 2024.

# Relatos de Experiência



## 5. Relatos de Experiência

### Temas:

- T1: Abordagens e metodologias inovadoras em Matemática na Educação Básica
- T2: Ensino de Matemática nos anos iniciais (1º a 5º) do Ensino Fundamental
- T3: Ensino de Matemática nos anos finais do Ensino Fundamental (6º ao 9º ano) e no Ensino Médio.
- T4: Ensino de Matemática na Educação de Jovens e Adultos e nos cursos técnicos integrados ao Ensino Médio
- T5: Formação inicial e continuada de professores de Matemática
- T6: Desenvolvimento de materiais e recursos didáticos de Matemática
- T7: Tecnologias digitais no ensino de Matemática
- T8: Avaliação no ensino de Matemática
- T9: História da Matemática e prática docente
- T10: Educação Inclusiva e Matemática
- T11: Sessão especial: A transição do 5º para o 6º ano



## MODELAGEM MATEMÁTICA NA CONFEÇÃO DE BONECAS ABAYOMI

Karolayne Queiroz<sup>1</sup>  
Ana Maria Luz Fassarella do Amaral<sup>2</sup>  
Magda Kimico Kaibara Dutra<sup>3</sup>

**RESUMO:** Este trabalho apresenta o relato de experiência das oficinas realizadas em 2023 pelo Projeto de Extensão Modelagem no Ensino de Matemática do Programa Dá Licença da Universidade Federal Fluminense. As oficinas tiveram como objetivo promover a compreensão da metodologia de modelagem matemática no ambiente escolar através da confecção de bonecas Abayomi. Essa metodologia, conhecida desde a década de 1980, tem o professor Rodney Bassanezzi como um de seus precursores no Brasil. A situação-problema apresentada envolveu encontrar a quantidade mínima de tecido para confeccionar bonecas Abayomi para os alunos, considerando a largura do tecido e a quantidade mínima vendida. A atividade, além de utilizar a modelagem matemática, alinha-se à Lei 10.639 de 2003, que torna obrigatório o ensino da história e cultura afro-brasileira e africana em todas as escolas.

**Palavras-chave:** modelagem matemática, ensino de matemática, ensino-aprendizagem, educação matemática antirracista.

### EIXO TEMÁTICO

( X ) T1: Abordagens e metodologias inovadoras em Matemática na Educação Básica

### INTRODUÇÃO

“A modelagem matemática consiste na arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real”, segundo Bassanezi (2002), um dos precursores da Modelagem Matemática (MM) no Brasil. Desde então, diversos professores e pesquisadores, como Barbosa (2004), Biembengut (2005) e Almeida, Silva, Vertuan, (2012), têm contribuído para o desenvolvimento desta metodologia de ensino a partir de diferentes abordagens desta tendência em Educação Matemática voltada, prioritariamente, para o ensino básico e a formação de professores.

O Projeto de Modelagem Matemática no Ensino de Matemática, que faz parte do Programa de Extensão Dá Licença da Universidade Federal Fluminense, tem como finalidade a produção de atividades didáticas voltadas para o ensino e aprendizagem de Matemática na educação básica, usando a modelagem como estratégia de ensino. Ou

<sup>1</sup> Graduanda em Licenciatura de Matemática pela Universidade Federal Fluminense/UFF; Niterói, RJ, Brasil, karolaynequeiroz@id.uff.br

<sup>2</sup> Doutora; Universidade Federal Fluminense/UFF, Niterói, RJ, Brasil, analuz@id.uff.br.

<sup>3</sup> Doutora; Universidade Federal Fluminense/UFF, Niterói, RJ, Brasil, magdakaibara@id.uff.br.

seja, pretende-se propiciar aos licenciandos em Matemática uma introdução a essa tendência em Educação Matemática e oferecer aos professores a possibilidade de se moverem para a proposta da utilização da MM na sala de aula, a partir das atividades produzidas.

Esta iniciativa oferece diversas atividades integradas ao currículo escolar, utilizando a MM como ferramenta pedagógica. Essa metodologia coloca o aluno no centro da experiência educativa, permitindo que eles aprendam conceitos matemáticos de forma teórica e prática e os apliquem em situações cotidianas, tornando-se participantes ativos no aprendizado. O processo envolve várias etapas, como formular problemas, construir e analisar modelos matemáticos, e interpretar resultados, desenvolvendo competências e habilidades matemáticas e intelectuais para a vida em sociedade.

Em 2023, o desenvolvimento da atividade iniciou-se com leituras essenciais sobre o tema, proporcionando aos graduandos uma compreensão dos métodos e justificativas para a aplicação da modelagem no contexto educacional. Houve trocas de ideias em grupo e apresentações de trabalhos prévios relacionados à temática, produzidos na disciplina de modelagem matemática do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal Fluminense (UFF).

No decorrer do processo de pesquisa, decidimos abordar, dentro de uma das atividades do projeto, a perspectiva da Educação Matemática Antirracista, inicialmente focando no tema do colorismo. No entanto, durante nossas discussões em grupo, chegamos ao desenvolvimento da atividade com as bonecas Abayomi. As professoras aprenderam a confeccionar a boneca Abayomi durante o 6º Simpósio Nacional de Formação do Professor da ANPMAT, realizado na Universidade Federal do Estado do Rio de Janeiro (Unirio) em 2023, numa mostra das atividades desenvolvidas pelo projeto MOI (Meninas Olímpicas do Impa). Ao falarem sobre a boneca nas discussões para a escolha de um tema de atividade de modelagem que pudesse envolver Educação Matemática Antirracista, surgiu a situação-problema de encontrar a quantidade mínima de tecido para confeccionar um determinado número de bonecas.

A partir dessa proposta, conseguimos produzir e ministrar 3 oficinas<sup>4</sup>: uma oficina na Agenda Acadêmica 2023 para os estudantes da graduação da UFF, uma para os alunos do Ensino Médio do Colégio Universitário Geraldo Reis (Coluni-UFF), durante o evento II Eureka: Experiências Matemáticas e outra no I Encontro Regional de Estudantes de Matemática da Região Sudeste (I EREMAT), realizado na UFRJ.

Resumidamente, a experiência no projeto mostrou que as aulas de matemática se tornam mais participativas quando os estudantes se envolvem ativamente no processo educacional. Além disso, a escolha de uma temática antirracista demonstra que é possível cumprir a Lei 10.639 de 2003, que institui a obrigatoriedade do ensino da História e Cultura Afro-Brasileira, não apenas nas disciplinas consideradas humanas, mas também no campo das ciências exatas.

---

<sup>4</sup> Os slides utilizados em 2 oficinas estão no site do Projeto de Extensão Modelagem Matemática no Ensino de Matemática do Programa Dá Licença - <https://dalicenca.uff.br/projetos/modelagem-matematica/> e as fotos das oficinas estão publicadas no perfil do Instagram do Programa Dá Licença: <https://www.instagram.com/programadalicenca>

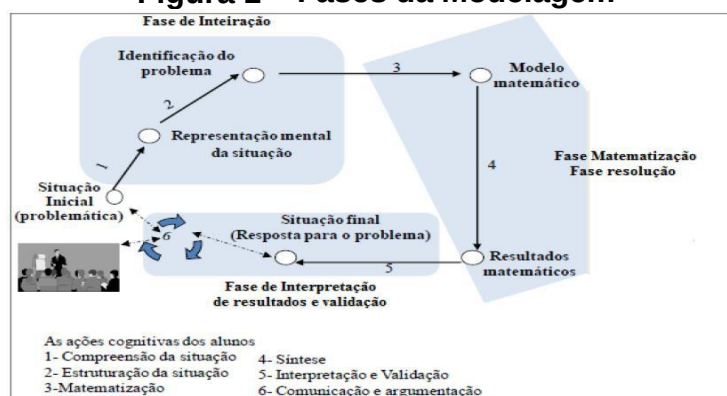


## REFERENCIAIS TEÓRICOS

A Modelagem Matemática (MM), segundo Araújo (2009), permite a utilização de modelos matemáticos para resolver problemas da realidade e contribuir na construção de uma sociedade mais confortável pela criação de uma situação real que não existia anteriormente assim como promove a participação crítica dos estudantes na sociedade, promove questionamentos quanto ao uso dos modelos matemáticos como formatadores da sociedade, discutindo questões políticas, econômica, nas quais a matemática serve como suporte tecnológico.

O desenvolvimento da atividade foi baseado na caracterização de MM, segundo a concepção de Almeida, Silva e Vertuan (2012). Para esses autores, o processo de MM começa com a identificação de um problema real a ser investigado e solucionado, caracterizando a chamada situação inicial. Esse processo inclui um conjunto de procedimentos para a elaboração de um modelo matemático para a situação inicial, visando alcançar a situação final, que é a solução do problema. Entre a situação inicial e a situação final, os autores sugerem seguir um ciclo de modelagem, composto por várias fases para a resolução do problema: Interação, Matematização e Resolução, Interpretação de resultados e Validação, finalizando com a fase de Comunicação e argumentação, conforme ilustrado na Figura 1.

**Figura 1 – Fases da Modelagem**



Fonte: Almeida, Silva e Vertuan, 2013 (p. 19)

## RELATO

Partindo da perspectiva da Educação Matemática Antirracista, foram necessárias pesquisas para delimitar qual tema melhor se adequaria no trabalho com a Modelagem Matemática. A escolha das bonecas Abayomi se deu pela possibilidade de trabalhar com o ensino de geometria, através do cálculo das áreas necessárias à confecção da boneca. As bonecas Abayomi são uma criação da artesã brasileira Waldilena Serra Martins, mais conhecida como Lena Martins<sup>5</sup>. Na década de 80, a artesã integrava o Movimento de Mulheres Negras e trabalhava como coordenadora de animação cultural no Centro

<sup>5</sup> Ramos (2021).

Integrado de Educação Pública - CIEP - Luiz Carlos Prestes. As bonecas possuem uma técnica única, na qual são confeccionadas apenas com nós simples, sem necessidade do uso de costura ou cola. Além disso, elas eram feitas com restos de tecidos descartados pelas fábricas. A proposta da artesã surge com o viés de resgate da cultura afro-brasileira, trazendo representatividade de matrizes africanas.

Escolhido o tema da atividade, partimos para a montagem do problema. Neste caso, focamos no uso do tecido para confecção das bonecas e nos propusemos a estimar quanto de tecido seriam gastos na confecção de um número  $x$  de bonecas. Para a confecção das bonecas são necessárias: um pedaço de tecido para o corpo; um pedaço de tecido que serviram como os braços da boneca; um pedaço de tecido para o vestido dela; uma tira de tecido para o turbante e uma fita/tira para amarrar o vestido.

Para a realização das oficinas na UFF o problema foi abordado de duas maneiras distintas levando em consideração o público-alvo da atividade e a quantidade de presentes na atividade. Na oficina realizada com os graduandos a situação-problema ou situação inicial foi: “Qual a quantidade mínima de tecido, que temos de comprar, para confeccionar 25 bonecas Abayomi?”. Essa problemática foi apresentada no início da atividade que contava com 7 participantes. Os alunos foram divididos em dois grupos de trabalho. Inicialmente, foi apresentado um breve contexto sobre as bonecas Abayomi e imagens das mesmas. Em seguida, foi explicada a ideia básica da MM, partindo do princípio de que ela consiste em traduzir a realidade para o contexto matemático. Após isso apresentamos a pergunta-problema, para que os alunos, somente com as informações dadas seguissem ao processo de resolução. Esta forma de proceder em MM tem como finalidade pedagógica que o aluno se inteire do problema e faça os questionamentos necessários à sua resolução. Seguindo a discussão entre os grupos eles chegaram às ponderações de que era necessário saber quantas partes a boneca tinha para calcular a metragem de tecido, visto que essa informação não foi fornecida junto com informações iniciais da boneca.

Nessa etapa inicial a ideia é que os participantes reflitam e façam perguntas que auxiliem na resolução do problema. As perguntas que são levantadas podem variar, mas apresentamos a seguir algumas fundamentais para a discussão: Que tipos de tecidos precisaremos para fazer a boneca? Quais são as metragens necessárias para fazer 25 bonecas? Como os tecidos são vendidos?

Na etapa seguinte, após as considerações iniciais, podem ser apresentadas algumas dicas aos alunos para encaminhar o processo da resolução. Como fornecer a informação de que eles precisarão de dois tipos diferentes de tecido para a confecção da boneca, além de que usualmente o tecido é vendido a uma largura fixa igual a 140 centímetros e que o mínimo de tecido vendido é 140 centímetros por 50 centímetros. Somado a isso, deve-se indicar aos alunos quantas partes a boneca possui, indicando que podem ser usados formatos retangulares de tecido (Figura 2C e 2D).

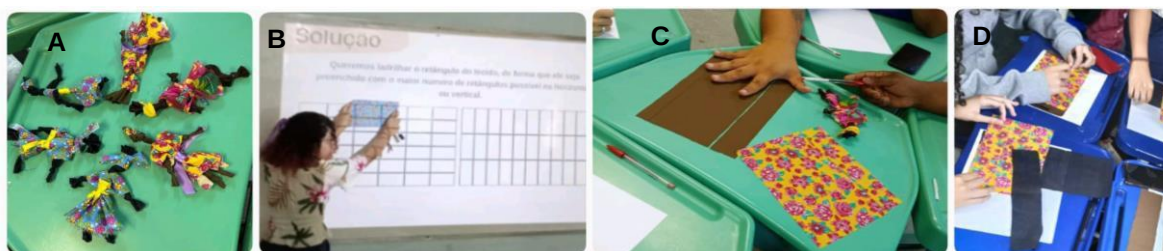
A atividade segue com as discussões dos alunos, permitindo que cheguem às suas soluções com o professor apenas como mediador nesse processo, auxiliando quando necessário. Após os alunos chegarem a alguma solução que os oficineiros considerem válida de acordo com o que foi fornecido a eles, é solicitado que os integrantes dos grupos apresentem para os outros as suas soluções. Indicando qual foi o processo que seguiram, as perguntas que fizeram e mais importante se acreditam que sua solução realmente é coerente como a resposta do problema.

Posteriormente, foi apresentada uma solução para o problema, comparando os

resultados com o obtido pelo público presente. Uma possível solução é fazer o ladrilhamento do tecido (Figura 2B), calculando quantos retângulos é possível encaixar na metragem do tecido, lembrando da largura fixa de 140 centímetros. Deve-se verificar qual é a melhor forma de posicionar os retângulos, seja na vertical ou na horizontal. A ideia é fazer esse processo para todas as cinco partes da boneca e chegar à conclusão de quanto de tecido será gasto. Conclui-se a atividade com a confecção da boneca por parte dos presentes (Figura 2A).

A outra abordagem feita com os alunos do Ensino Médio no Coluni-UFF e com os participantes do I EREMAT se apoiou na seguinte problemática: Qual a quantidade mínima de tecido para confeccionar 15 bonecas Abayomi? No Coluni o processo realizado foi equivalente ao feito com os alunos da graduação, com a diferença que os estudantes da educação básica tiveram mais dificuldades em chegar à solução do problema por meio do ladrilhamento. Esse foi um ponto importante da atividade, já que verificamos que a atividade precisava de alguns ajustes para ficar mais compreensível para um alunado diferente.

**Figura 2 – Fotos das Oficinas: MM na confecção de bonecas Abayomi**



Fonte: Acervo do Projeto de Modelagem Matemática no Ensino de Matemática

## REFLEXÕES FINAIS

Em suma, a experiência de desenvolver a atividade de MM através da confecção de bonecas Abayomi foi altamente gratificante. Embora tenha havido momentos de dificuldades no desenvolvimento da atividade, houve constante encorajamento e apoio para encontrar soluções e persistir. Ao final das oficinas, verificou-se que a atividade ainda necessitava de alguns ajustes, e a pesquisa continuou para seu aprimoramento. Esses percalços no caminho foram extremamente importantes para que a atividade ganhasse forma e para manter a confiança no processo. Além da solução para a situação-problema, outros frutos importantes do trabalho foram a construção de um rico ambiente de discussão e aprofundamento pela equipe docente e discente, vivenciando as etapas do ciclo de modelagem, e a própria consolidação do projeto de extensão que até o ano anterior funcionava como uma ação dentro do Programa Dá Licença.

Sintetizando, todo esse envolvimento com o projeto demonstrou como a MM pode ser uma ferramenta poderosa e transformadora no ensino de matemática, especialmente quando alinhada com perspectivas críticas e inclusivas.

## REFERÊNCIAS

- ALMEIDA, L. W.; PESSOA, K. VERTUAN, R. E. **Modelagem matemática na educação básica**. Editora Contexto, São Paulo, 2012.
- ARAÚJO, Jussara de Loiola. Uma abordagem sócio-crítica da Modelagem Matemática: a perspectiva da educação matemática crítica. **Alexandria: Revista de Educação em Ciência e Tecnologia**, v. 2, n. 2, p. 55–68, 2009. Disponível em: <https://periodicos.ufsc.br/index.php/alexandria/article/view/37948>. Acesso em: 11 jun. 2024.
- BASSANEZI, R. C. **Ensino- aprendizagem com modelagem matemática**. Editora Contexto, São Paulo, 2002.
- BARBOSA, J. C. Modelagem Matemática: O que é? Por que? Como?, **Veritati**, n. 4, pp. 73-80, (2004).
- BIEMBENGUT, M. S.; Hein, N. **Modelagem Matemática no Ensino**, Editora Contexto, São Paulo, 2005.
- BRASIL. Lei nº 10.639, de 9 de janeiro de 2003. Altera a Lei nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996, que estabelece as diretrizes e bases da educação nacional, para incluir no currículo oficial da Rede de Ensino a obrigatoriedade da temática “História e Cultura Afro-Brasileira”, e dá outras providências. **Diário Oficial da União**: seção 1, Brasília, DF, n. 8, p. 1, 10 jan. 2003.
- RAMOS, E. **Bonecas Abayomi: o perigo de contar uma história hegemônica**. Portal Lunetas, 30 de agosto de 2021, <https://lunetas.com.br/bonecas-abayomi/>. Acesso em: 4 out. 2023.



## IMPACTOS DO MODELO MTSK NO DESENVOLVIMENTO PROFISSIONAL DE DUAS PROFESSORAS DE MATEMÁTICA DA EDUCAÇÃO BÁSICA

Carla Aves<sup>1</sup>  
Gabriela Gibim<sup>2</sup>

**RESUMO:** Este trabalho tem como foco as reflexões a respeito da experiência de duas professoras de matemática da Educação Básica em termos dos impactos que o estudo e a busca simultânea pela compreensão do modelo teórico MTSK - *Mathematical Teacher's Specialized Knowledge*<sup>3</sup> se evidenciam no exercício da docência e, por conseguinte, no desenvolvimento profissional de ambas. É possível perceber, a partir do relato, evidências das impressões causadas pelo modelo MTSK sobre as práticas das professoras, sobretudo relativamente a tomada de consciência da importância de se considerar o conhecimento do professor de matemática como especializado, exigindo, portanto, um aprofundamento no conhecimento para o ensino e, consequentemente, a necessidade de ferramentas ou modelos que facilitem este aprofundamento, permitindo uma efetiva continuidade na ampliação do conhecimento matemático dos professores.

**Palavras-chaves:** MTSK, conhecimento especializado, ensino de matemática, educação básica, formação de professores.

### EIXO TEMÁTICO

( x ) T1: Abordagens e metodologias inovadoras em Matemática na Educação Básica

### INTRODUÇÃO

Já há muitas décadas tem-se intensificado discussões sobre a formação de professores e, igualmente, há uma concordância de que estas envolvem importantes processos reflexivos. Para nós - professoras da Educação Básica com experiência de mais de duas décadas -, tais processos são imprescindíveis para compreendermos e, sobretudo, aperfeiçoarmos e nos desenvolvermos profissionalmente a partir de uma reflexão sobre a nossa própria prática, com vistas a entender os processos de ensino e de aprendizagem e suas relações com as concepções e atividades formativas - sejam elas iniciais, sejam elas continuadas.

Este trabalho consiste num relato no qual apresentamos as mudanças ocorridas em nossa prática docente em aulas de matemática com turmas dos anos finais do Ensino Fundamental e do Ensino Médio a partir do contato que tivemos com as teorias que fundamentam o modelo MTSK (Carrillo *et al.*, 2018), que considera o conhecimento do professor de matemática como sendo especializado, ou seja, diferente daquele conhecimento matemático dos profissionais que utilizam a matemática como instrumento.

<sup>1</sup> Doutora; Universidade de Campinas/Unicamp, Campinas, São Paulo, Brasil, carla0934@gmail.com.

<sup>2</sup> Doutoranda; Universidade de Campinas/Unicamp, Campinas, São Paulo, Brasil, gabi.gibim@gmail.com.

<sup>3</sup> A denominação em língua inglesa foi mantida para evitar-se possíveis distorções em seus respectivos significados.

Assim, o conhecimento do professor vai além do saber fazer, é um conhecimento que está associado a entender os porquês dos procedimentos matemáticos, isto é, como se faz e por que se faz. Acreditamos que este relato seja relevante e significativo para que outros docentes possam conhecer o modelo e refletir sobre a sua prática docente de modo a contribuir para uma necessária mudança de foco por parte dos professores que ensinam matemática com vistas a proporcionar um ensino com compreensão e significado para o aluno.

## REFERENCIAIS TEÓRICOS

O MTSK foi desenvolvido tendo por base os estudos de Shulman, sobre o MKT e os trabalhos anteriores do grupo SIDM<sup>4</sup> de Huelva, Espanha, com foco no desenvolvimento profissional do professor e na reflexão de crenças como elementos para este desenvolvimento profissional. A pesquisa, coordenada por Lee Shulman na década de 1980, é uma das pioneiras na área e se referia a aspectos gerais dos processos de ensino e aprendizagem e não às particularidades de cada área. Já os estudos realizados por Deborah Ball e seus colaboradores, em 2008, resultaram em um modelo denominado *Mathematical Knowledge for Teaching* (MKT), que tem como elemento gerador a análise e a discussão da prática letiva de professores durante o ensino, o que permitiu identificar um conhecimento de especificidades do conhecimento do professor. O grupo de Huelva, liderado por Carrillo, buscando suprir algumas dificuldades do modelo MKT, como a dificuldade em identificar o conteúdo de cada um dos subdomínios, desenvolveu uma conceitualização do conhecimento do professor (MTSK).

O modelo proposto por Carrillo e seus colaboradores é composto por seis subdomínios, divididos em dois grandes domínios: MK e PCK, que acedem o conhecimento especializado do professor que ensina matemática, além das crenças “de” e “sobre” a Matemática, assim como o seu ensino e sua aprendizagem.

O *Mathematical Knowledge* (MK) é constituído de três subdomínios (KoT, KSM, KPM) e se caracteriza por ser um conhecimento matemático mais amplo e profundo do que aquele que os alunos da Educação Básica devem construir em seu processo de escolarização, diferente daquele necessário para o exercício de outras profissões. Esta especialidade do conhecimento matemático do professor o permite relacionar as definições, as propriedades, os fundamentos e os procedimentos, além de explorar adequadamente as diferentes formas de representações e registros destes componentes da Matemática. Estes conhecimentos especializados sobre os diversos tópicos matemáticos fazem parte do subdomínio da *Knowledge of Topics* (KoT). No outro subdomínio, denominado como *Knowledge of the Structure of Mathematics* (KSM), estão presentes os conhecimentos relacionados à estrutura da matemática, e seu ensino, de maneira a integrá-la ao longo dos diferentes anos de escolarização, estabelecendo conexões entre esta estrutura e outras mais amplas, auxiliares, ou ainda as estruturas de outros tópicos da Matemática. Ou seja, este conhecimento fundamenta a forma pela qual o professor poderá estabelecer as relações entre diferentes tópicos matemáticos, assim como as conexões entre os conceitos a eles subjacentes, levando à complexidade ou à simplificação de um determinado objeto de conhecimento matemático. Por fim, no terceiro subdomínio, o *Knowledge of Practices in Mathematics* (KPM), se concentra o

<sup>4</sup> Seminario de Investigación Didácticas de las Matemáticas

conhecimento associado às formas de fazer matemática, incluindo as formas de fazer demonstrações, de validar generalizações, de atribuir significado à definição e à sintaxe matemática, de resolver problemas e de fazer modelagem matemática.

Outros três subdomínios compõem o domínio *Pedagogical Content Knowledge* (PCK) e alocam o conhecimento necessário ao professor para ser capaz de fazer com que seus alunos compreendam os objetos de conhecimento matemático. No subdomínio *Knowledge of Mathematics Teaching* (KMT), está o conhecimento sobre as teorias de ensino, as potencialidades e limitações dos recursos didáticos e a forma de usar estes recursos. Ou seja, é o conhecimento que permite ao professor optar por uma estratégia para ensinar determinado conteúdo. O conhecimento sobre as teorias da aprendizagem, as dificuldades dos alunos e os erros mais comuns cometidos por eles, assim como a linguagem por eles utilizada pertencem ao *Knowledge of Features of Learning Mathematics* (KFLM). Para Montes e Carrillo (2017), neste subdomínio, encontra-se “o conhecimento que possibilita desenvolver as habilidades que permitem ao professor olhar com sentido a aprendizagem de seus alunos”. No KMLS, inclui-se o conhecimento do professor relacionado às especificações e orientações curriculares, que distribuem os objetos de conhecimento e habilidades ao longo de cada um dos anos de escolarização. Neste subdomínio, está também o conhecimento das matrizes de avaliação externas e os critérios de avaliação para orientar o parecer do professor para a progressão dos alunos em cada uma das etapas de sua formação. No centro do modelo, estão as crenças, que permeiam os subdomínios e se referem às crenças dos professores sobre a matemática, seu ensino e sua aprendizagem.

O modelo proposto por Carrillo e seus colaboradores – o MTSK – tanto pode ser tomado como uma ferramenta teórica, quanto analítica. Considerando estas perspectivas, o modelo se faz fundamental para este trabalho, que pretende compreender e relatar os indícios revelados e como se desenvolve (sendo isso possível/esperado) o conhecimento especializado de duas professoras que ensinam matemática em contextos de atuação em sala de aula de turmas do Ensino Fundamental anos finais e Ensino Médio.

## RELATO

O nosso contato com o modelo MTSK deu-se em contextos de pesquisa e formação de professores e suscitou inúmeras reflexões acerca de nossa própria prática em sala de aula, respondendo, em alguma medida, aos propósitos deste modelo analítico que, segundo os autores, foi projetado para ser usado como ferramenta útil na abordagem dos conhecimentos dos professores de matemática, com o intuito de refinar o olhar sobre as diferentes facetas deste conhecimento especializado.

Entendemos que a nossa compreensão sobre o processo de aprendizagem e de ensino de matemática foi ampliada por uma visão mais detalhada, específica da interpretação desses processos, uma vez que houve uma tomada de consciência das nossas práticas pedagógicas em termos do conhecimento do conteúdo matemático que ensinamos, incluindo aqui o porquê ensinar e como ensinar.

As alterações percebidas em nosso cotidiano escolar estão nas escolhas e estratégias para preparação das aulas. Por exemplo, ao ensinar a operação da divisão de frações, optamos por trabalhar com os alunos estratégias de cálculo mental e a



estimativa. Estimar o valor das operações antes de resolvê-las é uma habilidade importante a ser desenvolvida com os alunos, principalmente no contexto das operações, pois, desse modo, é possível trabalhar o sentido de número, propriedades e fundamentos dos números fracionários antes de efetuar os cálculos com algoritmos. Isso permite um ensino mais conceitual (voltado para o sentido de número) e procedimental (centrado nos algoritmos), contribuindo, assim, com uma aprendizagem mais significativa por parte do aluno. Além disso, começamos a reflexionar sobre a construção de tarefas matematicamente desafiadoras para os alunos e que contribuíssem para desenvolver o seu conhecimento matemático conceitual. Desse modo, passamos a levar em consideração as dificuldades que os alunos poderiam apresentar em um determinado tópico e já antecipar estratégias de ensino, ou trabalhar com exemplos potentes, de forma a auxiliar para que estas dificuldades fossem sanadas. Por exemplo, ao propor uma tarefa com o seguinte problema de frações: *Osvaldo decidiu dividir um terreno. Ele pegou  $\frac{1}{3}$  da terra e dividiu a outra parte igualmente entre seus 4 filhos. Represente com uma fração a parte da fazenda que cada um dos filhos de Osvaldo recebeu*, percebemos que os alunos apresentavam uma dificuldade com relação a sua solução, pois apontaram como resposta  $\frac{1}{4}$  ou  $\frac{2}{8}$  ou seja, não consideravam o todo, mas, sim, a parte restante. Então, passamos a propor duas perguntas ao problema: qual fração representa a parcela que cada filho receberá da propriedade? Qual fração representa o valor que cada filho recebeu da parcela restante? Logo, ao tentar responder à segunda pergunta, percebiam que, na verdade, haviam dado a resposta na primeira, levando-os a refletir, voltar e refazer a primeira questão considerando o todo. Esta estratégia permite aos alunos refletirem sobre seu próprio erro, ampliando seu conhecimento matemático.

Outro exemplo de mudança de foco no trabalho com operações e números racionais, especialmente frações e porcentagens, se deu com a proposta de promover discussões matemáticas com e para um efetivo entendimento e não aplicação de um conjunto de regras sem compreensão. Como na tarefa: *Considerando as seguintes promoções A) leve 3 e pague 2; B) leve 4 e pague 3; C) leve 2 com 50% de desconto na 2ª embalagem, qual delas (A, B ou C) é a mais vantajosa?* Anteriormente, calculávamos apenas o desconto percentual de cada uma para decidir a mais vantajosa. Agora, passamos a perceber com esta tarefa outras possibilidades: como a discussão que envolve as diferentes representações (fração, decimal, porcentagem e pictórica), que possibilitam a comparação entre as promoções e a escolha matematicamente correta e, também, o trabalho com os sentidos das frações e o senso numérico, que exige uma análise crítica do resultado apresentado. Desse modo, passamos a ter um foco mais conceitual, procedimental não utilizando a regra pela regra, mas promovendo discussões para auxiliar o entendimento do porquê se faz e como se faz. Para isso, levamos em consideração a importância da argumentação e justificação, e não apenas o resultado, podendo esta justificativa ser por meio de estratégias, desenhos ou escrita. Atentamos, igualmente, à escolha do recurso (material manipulativo, por exemplo), feita com intencionalidade matemática, ou seja, associada a um objetivo matemático e não apenas ao uso do recurso pelo recurso (como entretenimento). Refletindo sempre ao escolher o recurso, por que este e não outro, por que este é mais potente, contribuindo para auxiliar o conhecimento matemático, como que recurso seria mais potente para auxiliar na representação da divisão de frações: a reta numérica, a representação pictórica, ou a tira de frações? E por quê?

Assim, as questões propostas em atividades passaram de simples perguntas para

verificação de conteúdo para outras que mobilizassem nos alunos a necessidade de reflexão sobre os problemas propostos, a elaboração de hipóteses e uma exploração dos tópicos estudados a fim de desenvolver habilidades de argumentação matemática. Isto é, em relação aos objetivos matemáticos, o foco passou a ser a observação do aluno das regularidades em termos das estruturas matemáticas, estabelecendo relações, refletindo sobre casos particulares e generalizações, fazendo distintos registros e argumentações, desenvolvendo, assim, seu pensamento algébrico. E, em relação a objetivos pedagógicos, por meio da resolução de problemas e do desenvolvimento do raciocínio lógico – com o uso intencional de recursos e com a discussão pertinente da importância do erro – foi possível estimular a curiosidade do aluno e interligar o estudo da matemática com outras diferentes áreas do conhecimento e vivências cotidianas. E nesse sentido, todas as ações voltadas para a elaboração das aulas passaram a ter uma intencionalidade matemática associada e correlacionada aos subdomínios do modelo e suas categorias sendo uma ferramenta teórica e de análise (lente) da nossa própria prática.

## REFLEXÕES FINAIS

Objetivamos com este trabalho mostrar, a partir do relato, significativas alterações – suscitadas após o contato com as teorias que fundamentam o modelo MTSK – em nossa prática enquanto professoras de matemática da Educação Básica e a necessidade de uma mudança de foco na formação de professores<sup>5</sup> para formar professores especializados, e não apenas replicadores de conteúdos e de regras, ensinando do modo como foram ensinados.

Ao considerar o conhecimento do professor como sendo especializado, tomamos consciência de que existem especificidades no ensino da matemática que cabe ao professor conhecer para que possa potencializar o seu próprio desenvolvimento profissional e, conseqüentemente, criar melhores condições para que sua ação docente contribua para uma verdadeira aprendizagem matemática de seus alunos. As experiências vivenciadas nas formações de professores com o modelo MTSK permitiram, além da reflexão da nossa prática, uma transposição didática desta prática com os nossos alunos. Portanto, passamos a construir e implementar tarefas matematicamente mais potentes, realizando escolhas de exemplos e recursos de forma mais consciente e com intencionalidade matemática.

## REFERÊNCIAS

- BALL, D.; THAMES, M. H.; PHELPS, G. Content knowledge for teaching: what makes it special? *Journal of Teacher Education*, v. 59, n. 5, p. 389-407, 2008.
- CARRILLO, J. *et al.* The mathematics teacher's specialized knowledge (MTSK) model. *Research in Mathematics Education*, v. 20, n. 3, p. 236-253, 2018.
- MONTES, M.; CARRILLO, J. Conocimiento Especializado del profesor de matemáticas acerca del infinito. *Boletim de Educação Matemática*, v. 31, n 57, p. 114-134, 2017.

---

<sup>5</sup> RIBEIRO, M.; GIBIM, G.; ALVES, C. A Necessária Mudança de Foco na Formação de Professores de e que Ensinam Matemática: Discussão de Tarefas para a Formação e o Desenvolvimento do Conhecimento Interpretativo. *Perspectivas da educação matemática*, v. 14, p. 1-24, 2021.



## ENSINO E APRENDIZAGEM DE INEQUAÇÕES: EXPLORANDO REPRESENTAÇÃO ALGÉBRICA E GRÁFICA NO GEOGEBRA ATRAVÉS DA CONSTRUÇÃO DE QUEBRA-CABEÇAS PARA A CORTADORA A LASER

Claudiomir Feustler Rodrigues de Siqueira<sup>1</sup>  
Cláudia Brum de Oliveira Fogliarini Filha<sup>2</sup>  
Diego Eduardo Lieban<sup>3</sup>

**RESUMO:** A aprendizagem de matemática tem sido deficitária, tornando seu ensino um desafio na educação básica e evidenciando a necessidade de novas abordagens didáticas. Para enfrentar esse panorama, os autores relatam atividades realizadas no IFRS – Campus Bento Gonçalves e Campus Canoas, que exploram o estudo de inequações do ponto de vista algébrico e gráfico por meio do uso do GeoGebra, com estudantes do ensino médio e licenciandos em matemática, dessas instituições. Nessa experiência, o ensino e a aprendizagem desse conteúdo são promovidos através da construção de quebra-cabeças para confecção em cortadora a laser, utilizando uma abordagem que destaca o protagonismo dos estudantes na construção do conhecimento integrado à cultura maker. Numa perspectiva interdisciplinar, adota-se a abordagem STEAM explorando esses espaços de criação, o que tem favorecido o envolvimento dos estudantes, e aumentado a motivação e o engajamento para a aprendizagem. Além disso, essa abordagem contribui significativamente para o desenvolvimento de habilidades do século XXI, preparando os estudantes para os desafios contemporâneos que exigem competências cada vez mais criativas, inovadoras e empreendedoras. Promovendo assim, uma educação mais dinâmica, participativa e alinhada com as necessidades atuais da sociedade.

**Palavras-chave:** ensino e aprendizagem de inequações, metodologias ativas, abordagem STEAM, ambientes maker, geogebra.

### EIXO TEMÁTICO

( x ) T1: Abordagens e metodologias inovadoras em Matemática na Educação Básica

### INTRODUÇÃO

A aprendizagem de matemática tem enfrentado dificuldades significativas, e surgindo em lacunas no entendimento e na aplicação dos conceitos por parte dos estudantes. Muitos alunos chegam ao ensino médio e aos cursos superiores com

<sup>1</sup> Doutor em Informática na Educação (UFRGS), Mestre em Ensino de Matemática (UFRGS), Licenciado em Matemática (PUCRS); Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Sul (IFRS) - Campus Canoas, Canoas, Rio Grande do Sul, Brasil, claudiomir.siqueira@canoas.ifrs.edu.br.

<sup>2</sup> Mestra em Ensino de Matemática (Profmat-UFSM), Licenciada em Matemática (UFPEL); Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Sul (IFRS) - Campus Canoas, Canoas, Rio Grande do Sul, Brasil, claudia.fogliarini@canoas.ifrs.edu.br.

<sup>3</sup> Doutor em STEM Education (JKU), Mestre em Matemática (UFRGS), Licenciado em Matemática (UFRGS); Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Sul (IFRS) - Campus Bento Gonçalves, Bento Gonçalves, Rio Grande do Sul, Brasil, diego.lieban@bento.ifrs.edu.br.

deficiências prévias na compreensão de álgebra, o que compromete seu desempenho acadêmico e dificulta o desenvolvimento de habilidades críticas em raciocínio lógico e resolução de problemas. Por outro lado, nas aulas de matemática do ensino fundamental, a geometria muitas vezes não recebe a devida atenção ou é relegada a um papel secundário. O que acaba refletindo no ensino superior, onde os alunos frequentemente demonstram dificuldades de aprendizagem, apresentando "pouca compreensão dos objetos geométricos, confundindo propriedades do desenho com propriedades do objeto" (Gravina, 1996, p.1). Essas lacunas, acumuladas ao longo dos anos, tornam essencial a implementação de abordagens inovadoras e recursos pedagógicos eficazes para melhorar a compreensão e o domínio da álgebra, da geometria e demais conteúdos de matemática.

Diante desse contexto, destaca-se que os autores têm desenvolvido uma série de recursos e estratégias na perspectiva da Educação STEAM e da Cultura Maker no IFRS – Campus Bento Gonçalves e Campus Canoas. Entre os materiais destacados estão quebra-cabeças geométricos, jogos de estratégia, mecanismos, e outros recursos didáticos, como réguas, compassos e círculos trigonométricos. Com isso, tem-se por objetivo integrar diferentes áreas do conhecimento e promover a criatividade e o pensamento crítico (Harari, 2018) por meio de atividades práticas e projetos interdisciplinares.

Ao combinar ciências, tecnologia, engenharia, artes e matemática (STEAM), busca-se incentivar os estudantes a explorar soluções inovadoras para desafios reais e a desenvolver habilidades como resolução de problemas, colaboração e comunicação. Além disso, a cultura *maker*, baseada no princípio do “faça você mesmo” e na valorização da experimentação (Nussbaum, 2013), é uma parte essencial do trabalho. Encoraja-se os estudantes a criar, prototipar e testar ideias utilizando diversas ferramentas e materiais, incluindo impressoras 3D e cortadoras a *laser*.

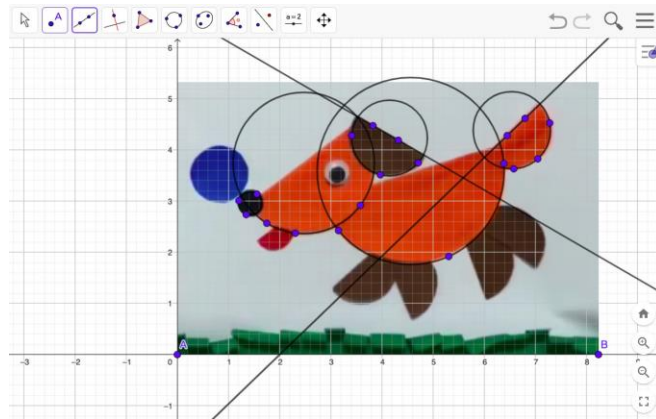
A seguir, descreve-se a proposta que tem inspiração em uma técnica utilizada para criação de logotipos a partir de circunferências e retas, na qual os participantes recriaram suas obras digitalmente, para posteriormente cortarem na cortadora *laser* e transformá-los em quebra-cabeças físicos.

## QUEBRA-CABEÇAS COM INEQUAÇÕES

A atividade explora a integração entre o GeoGebra e o corte a *laser*, proporcionando uma experiência prática e interativa, combinando o GeoGebra para explorar conceitos matemáticos com a capacidade da cortadora a *laser* para transformar essas produções em objetos físicos. O processo compreende converter uma imagem digital em um formato que a cortadora *laser* interpreta. Destaca-se que o material físico pode ser feito em acrílico, MDF, EVA, papelão, entre outros.

Assim, inicialmente o estudante desenha ou escolhe uma imagem, limitada essencialmente por circunferências e retas (arcos de circunferências e segmentos de retas). A partir daí, essa imagem é carregada no GeoGebra, e usando a representação pictórica como fundo, são utilizadas inequações para colorir as regiões adequadamente. Para exemplificar, a seguir na Figura 1, tem-se a imagem da reconstrução da imagem de um cachorro no GeoGebra com o uso de retas e circunferências.

**Figura 1 - Imagem sendo recriada no GeoGebra com circunferências ou retas**



Fonte: Acervo pessoal

Após essa etapa, delimitam-se as regiões que representarão cada peça do quebra-cabeça. Nessa fase, também são revisadas as noções de conjuntos, trabalhando união, interseção e diferença entre conjuntos envolvendo a equação da circunferência. É neste ponto que as conexões entre as representações geométricas e algébricas são destacadas. Com base nos elementos criados na etapa anterior, a ideia é identificar as equações algébricas das retas e circunferências construídas, para então ajustá-las (utilizando desigualdades) de modo que a coloração das partes seja realizada de forma adequada.

Não basta desenhar duas circunferências e colori-las manualmente com as ferramentas do GeoGebra, é necessário que a região seja obtida por uma desigualdade. Senão, o *software* da cortadora *laser* irá interpretar todas as regiões geradas pela interseção dessas circunferências, ou seja, as linhas estarão todas à mostra e serão realizados cortes sobre todas elas, gerando mais peças do que era desejado. Por exemplo, na Figura 2 a seguir, a orelha e a cabeça do elefante são geradas por duas circunferências, mas é preciso estabelecer a operação  $A \cap \neg B$  (A e não B), para criar a orelha, sendo A e B as circunferências. Mas uma situação comum que surge é realizar  $A - B$ , o que a ferramenta vai interpretar como uma subtração comum e não como o complementar de um conjunto.

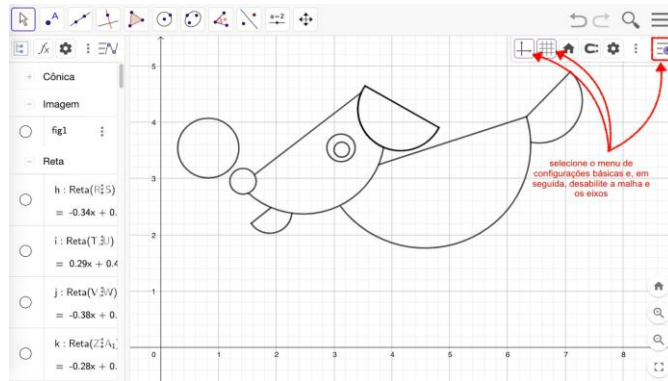
**Figura 2 - Exemplo de delimitação das regiões/peças do quebra-cabeça**



Fonte: Acervo pessoal.

A etapa final consiste em ocultar os “elementos de fundo” como a malha quadriculada e os eixos do plano cartesiano. Assim, a imagem estará pronta para ser exportada no formato .svg e depois deverá ser convertida em formato .dxf que é o padrão utilizado para o corte a *laser*.

**Figura 3 - Etapa final da imagem sendo recriada no GeoGebra**



Fonte: Acervo pessoal

Na Figura 4, tem-se exemplo da produção de um quebra-cabeça, à esquerda a versão digital e à direita a versão física feita em MDF e acrílico. Também surgem outras possibilidades de conexões, por exemplo, explorar análise combinatória, aspectos financeiros e de empreendedorismo, poder trabalhar questões relacionadas à arte e favorecer a criatividade dos estudantes.

Destaca-se que a exploração desses recursos visa fomentar a formação técnica e tecnológica da comunidade interna e externa dos Institutos Federais e estreitar a relação com as escolas públicas locais por meio da produção e distribuição de materiais pedagógicos. Por isso, esses materiais, criados por estudantes e professores em formação, em outros momentos são disponibilizados de modo que possam servir para que crianças, principalmente e, adultos, explorem em outros contextos, como: escolas, feiras ou festivais de matemática e comunidades que os envolvidos estão inseridos. A seguir, na Figura 5, exemplo dessa interação.

**Figura 4 - Quebra-cabeça digital e físico elaborado por estudante**



Fonte: Acervo pessoal



**Figura 5 - Produções de estudantes (esquerda) transformadas em jogos e quebra-cabeças para crianças em outros contextos (direita)**



Fonte: Acervo pessoal.

Dessa forma, acredita-se que diferentes competências e habilidades (criatividade, colaboração, comunicação e pensamento crítico) podem ser desenvolvidas por diferentes partícipes do processo. Outras construções podem ser acessadas em: <https://www.geogebra.org/m/tb67kepy>.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este relato buscou evidenciar a relevância de novas abordagens didáticas para o ensino de álgebra, particularmente no estudo de inequações, em resposta às lacunas e desafios observados na educação básica. A utilização do GeoGebra, aliada à construção de quebra-cabeças para confecção em cortadora a laser, proporcionou uma metodologia inovadora e eficaz que destaca o protagonismo dos estudantes na construção do conhecimento. Essa abordagem auxiliou na compreensão de conceitos algébricos e gráficos, para além do ensino usual desse conteúdo, integrando práticas da cultura faça-você-mesmo como forma de fortalecer a conexão entre teoria e prática.

A adoção de uma perspectiva interdisciplinar com a abordagem STEAM e a exploração de ambientes de criação demonstrou ser uma estratégia profícua para engajar os estudantes, aumentando sua motivação e engajamento. Assim, os resultados indicam que essa integração, combinada com a criação de materiais físicos, promoveu uma educação mais dinâmica e participativa, alinhada com as necessidades atuais da sociedade. A experiência reforça a importância de práticas educacionais que transcendem a sala de aula tradicional, proporcionando aos estudantes a oportunidade de aplicar seus conhecimentos em contextos práticos e desafiadores, preparando-os para os desafios contemporâneos.

## AGRADECIMENTOS

O presente trabalho foi realizado com apoio do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Sul (IFRS).

## REFERÊNCIAS

GRAVINA, M. A. Geometria Dinâmica: uma nova abordagem para o aprendizado da geometria. In: SIMPÓSIO BRASILEIRO DE INFORMÁTICA NA EDUCAÇÃO, 6, 1996, Belo Horizonte. **Anais**. Belo Horizonte: SBIE, 1996. p.1-13.  
HARARI, Y. N. **21 lições para o século 21**. São Paulo: Companhia das Letras, 2018.  
NUSSBAUM, B. **Creative Intelligence: Harnessing the Power to Create, Connect, and Inspire**. Harper Collins Publishers, 2013.





## CONTRIBUIÇÕES DO PIBID NA FORMAÇÃO DOCENTE EM MATEMÁTICA

Claudio Iavorski<sup>1</sup>

Gabriel Cardoso<sup>2</sup>

Mayara Lopes de Oliveira<sup>3</sup>

**RESUMO:** Este texto tem como objetivo apresentar as vivências dos bolsistas de um subprojeto do Pibid desenvolvido entre os câmpus Campo Largo e Palmas do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Paraná (IFPR). Almeja-se, também, estabelecer uma análise e reflexão sobre as experiências e práticas desenvolvidas durante a participação no Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência (Pibid). Dessa forma, exploraremos a valiosa contribuição desse programa para a formação eficiente dos licenciandos.

**Palavras-chave:** licenciatura, Pibid, experiência, educação.

### EIXO TEMÁTICO

( x ) T1: Abordagens e metodologias inovadoras em Matemática na Educação Básica

### INTRODUÇÃO

O presente texto tem um enfoque nas atividades desenvolvidas no câmpus Campo Largo do Instituto Federal do Paraná. O câmpus se destaca no município e região diante da oferta de uma educação de qualidade, com o desenvolvimento de programas e projetos, pesquisa e extensão que atendem tanto a comunidade interna, quanto externa, potencializando o desenvolvimento local e regional. Atualmente, o câmpus conta com cursos de Ensino Médio Integrado ao Técnico, Cursos Técnicos Subsequentes, Cursos Superiores, Pós-Graduação, além de Cursos Extracurriculares. Todos esses níveis de ensino são ofertados em um mesmo ambiente promovendo assim a verticalização do ensino. Fator esse que inclusive, cria um cenário muito fértil para ações envolvendo licenciatura e o ensino básico.

A Capes (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior), a partir de 2007 de acordo com seu portal no site do Ministério da Educação, passou a investir na formação de professores para a Educação Básica com o lançamento do primeiro edital do Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência (Pibid), o que oportunizou a diversas Instituições de Ensino Superior no Brasil o fortalecimento dos cursos de licenciatura, na perspectiva da valorização do magistério, visando incentivar os jovens para a carreira docente e promover melhor articulação entre teoria e prática (Figueiredo, 2012, p. 9-10). Segundo Figueiredo (2012), as Instituições de Ensino Superior têm como

<sup>1</sup> Mestre; IFPR, Telêmaco Borba, Paraná, Brasil, claudio.iavorski@ifpr.edu.br

<sup>2</sup> Licenciando; IFPR, Campo Largo, Paraná, Brasil, 20220015376@estudantes.ifpr.edu.br

<sup>3</sup> Licenciando; IFPR, Campo Largo, Paraná, Brasil, 20220000471@estudantes.ifpr.edu.br

desafio, na formação de professores, a manutenção da qualidade na formação docente e a necessidade de valorização do professor na Educação Básica. Nóvoa (2013) destaca a urgência de uma transformação no âmbito da formação de professores, enfatizando que nada pode substituir a presença de um educador competente. Segundo o autor, é no cerne da profissão, no contexto do ensino e do trabalho escolar, que devemos concentrar nossos esforços para renovar a formação docente.

As turmas do Ensino Médio Integrado do IFPR foram acompanhadas por 27 estudantes de licenciatura, sendo 24 bolsistas e 3 voluntários, divididos entre três professores orientadores. Durante a participação, ocorreram momentos mais passivos, com observações, anotações e leitura de textos, bem como momentos mais ativos, com explicações de conteúdos e exercícios aos alunos, além da correção de atividades avaliativas sob a orientação dos professores regentes. Essa dinâmica efetivou a articulação entre teoria e prática.

As atividades realizadas no âmbito do programa demonstraram suma importância para o curso de Licenciatura em Matemática. Segundo D'Ambrósio (1998), é próprio de todas as espécies preparar gerações futuras, transmitindo e apreendendo conhecimentos e comportamentos acumulados pelas gerações anteriores. No entanto, é necessário que os futuros professores estejam preparados para enfrentar todos os desafios e planejar aulas que estimulem a interdisciplinaridade como caminho para uma aprendizagem significativa.

## RELATO

O Programa Pibid tem por objetivo antecipar o contato dos estudantes de licenciaturas com os alunos das instituições públicas de ensino básico, contribuindo com a compreensão do contexto que futuramente serão inseridos. Durante a participação no Pibid, foi possível estabelecer uma relação entre a teoria aprendida em sala de aula e a prática através dessa antecipação.

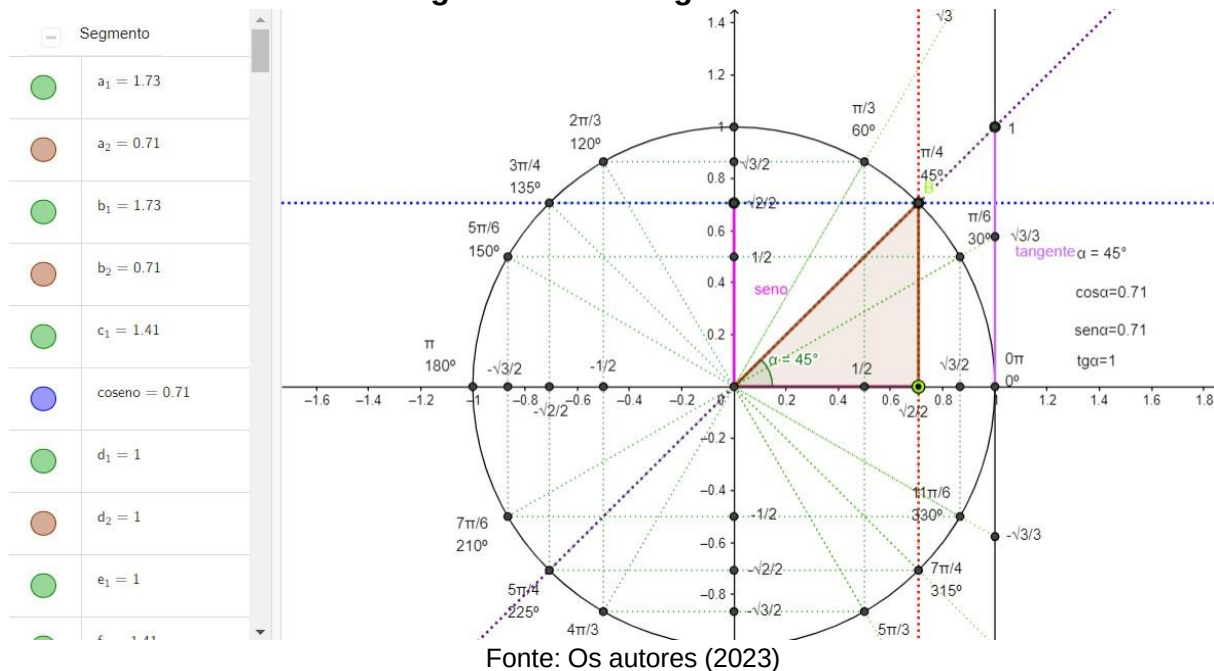
As dimensões da iniciação à docência identificadas como parte da atuação no subprojeto não se restringem à prática dentro da sala de aula. No decorrer da participação muitos foram os acessos a artigos e textos que contribuíram para a prática docente não apenas no Pibid, mas também como futuros professores em diversas esferas relacionadas à educação. A vivência ativa com a sala de aula, permitiu refletir sobre a maneira como os professores, de diferentes formas, transmitem o conteúdo e estabelecem o contato com os estudantes, sanando ou contornando as dificuldades enfrentadas no processo de aprendizagem.

Além disso, foi possível refletir sobre as práticas docentes, novas metodologias, técnicas de ensino e uso de *softwares* para facilitar a compreensão dos estudantes. Um exemplo é a utilização do *software GeoGebra*, sendo um aplicativo educacional interativo que combina geometria, álgebra, tabelas, gráficos, estatísticas e cálculo em uma única plataforma e de fácil familiarização. Ele é projetado para melhorar o ensino e a aprendizagem de matemática em todos os níveis educacionais. O aplicativo permite aos usuários construir modelos matemáticos visualmente intuitivos que promovem a compreensão de conceitos complexos de forma mais concreta. Disponível tanto *online* quanto *offline*, o *GeoGebra* é uma ferramenta valiosa para estudantes, professores e entusiastas da matemática.

O uso de recursos computacionais em sala de aula pode ser um grande incentivo

para os estudantes. Um dos usos que se mostrou como de suma importância foi no ensino de trigonometria, porque possibilitou aos estudantes a compreensão do real significado das fórmulas. Algo fundamental, posto que há uma extensa mistificação quando pretende-se entender os significados matemáticos por trás da reprodução de fórmulas e exemplos. Sendo algo novo aos estudantes, eles observaram a matemática de uma forma mais afetiva, o conteúdo foi mais facilmente absorvido e atrativo. Em sala, foi realizada a demonstração dos ângulos no ciclo trigonométrico utilizando o *GeoGebra*, foi evidente o entusiasmo dos estudantes ao visualizarem as funções seno, cosseno e tangente, como ilustrado na **Figura 1**.

**Figura 1 - Ciclo trigonométrico**



Suplementarmente, sob orientação, apresentamos uma revisão sobre trigonometria para os alunos do último ano do Ensino Médio Integrado. Essa revisão teve como foco o Enem e os vestibulares, considerando que os estudantes estavam se preparando para esses exames com o auxílio de um cursinho promovido pelo câmpus. Durante a aula de duas horas, realizamos uma breve revisão com o intuito de relembrar as fórmulas e os significados matemáticos, utilizando o *GeoGebra* como ferramenta de apoio, conforme ilustrado na **Figura 2**. A utilização do *GeoGebra* contribuiu para relacionar tecnologia com o processo de ensino-aprendizagem, permitindo que os estudantes visualisassem e esclarecessem dúvidas pré-existentes quanto à utilização do *software* e à observação das funções trigonométricas.

**Figura 2 - Revisão trigonometria**



Fonte: Os autores (2023)

Outro ponto interessante foi a observação prática da importância de trabalhar os conteúdos matemáticos paralelamente à realidade dos estudantes. Um exemplo disso é o conteúdo de matemática financeira, que está intrinsecamente ligado ao cotidiano. Nesse viés, foi desenvolvida uma atividade com os alunos do 4º ano do Ensino Médio, com o objetivo de desenvolver habilidades financeiras de forma natural e intuitiva. Essa abordagem simultaneamente prática e lúdica baseou-se em situações e cenários reais, como ilustrado na **Figura 3**. A matemática financeira é uma ferramenta essencial para tomadas de decisão financeira, abrangendo desde cálculos de juros até o planejamento de investimentos.

**Figura 3 - Atividade sobre matemática financeira**



Fonte: Os autores (2023)

A atividade consistiu em um jogo que aplicava os conhecimentos sistematizados em sala de aula. Os estudantes participavam de uma simulação de compras em um supermercado fictício. Primeiro, eles escolhiam produtos recortados de panfletos e calculavam o valor total das compras. Em seguida, sorteavam um saldo disponível para pagamento. Alguns alunos conseguiram pagar à vista, aproveitando um desconto de 12,3%. Outros optaram por parcelar, enfrentando juros de 4,1% ao mês, seguindo a fórmula de juros compostos. Essa atividade aprimorava suas habilidades de resolução de

problemas e tomada de decisões.

A atividade foi desenvolvida antes de uma avaliação e trouxe grandes benefícios. A maioria dos estudantes apresentou excelente desempenho. Realizada em grupos, a atividade permitiu a troca de conhecimentos. Os alunos que enfrentaram dificuldades tiveram essas questões resolvidas pelos colegas, graças à interação e colaboração. Além disso, a atividade prática consolidou os conceitos aprendidos em sala de aula de forma divertida e proporcionou a aquisição de novas habilidades no campo financeiro, promovendo a interação entre os participantes.

Ainda nesse processo, sob orientação da professora, os pibidianos puderam participar do processo avaliativo, com aplicação e correção de avaliações, podendo identificar formas de correção e o que se analisar para um processo efetivo. De tal modo que as experiências foram completas, desde a apresentação do conteúdo à aplicação das avaliações. Entendimento completo que abrange todos os processos do ensino de determinado conteúdo.

## REFLEXÕES FINAIS

Através do Pibid, notamos a grande importância de inserir o licenciando nas escolas antes mesmo do início das atividades práticas do estágio supervisionado. Isso permite que o futuro docente conheça a realidade da comunidade onde atuará, tanto para o desenvolvimento de projetos quanto para sua futura profissão. Nessa perspectiva, o Pibid promoveu uma aproximação entre as instituições de ensino básico e a universidade.

Observamos também a relevância de estabelecer critérios claros e adequados para um ensino mais alinhado à realidade do educando, considerando sua vivência, interesses e contexto sociocultural. O Pibid proporcionou experiências significativas para a futura carreira docente, incentivando melhorias na qualidade do ensino na Educação Básica. Afinal, a educação necessita de profissionais comprometidos com a excelência.

Assim, podemos concluir que o Pibid desempenhou um papel essencial na formação acadêmica tanto dos licenciandos em matemática quanto dos futuros professores. Essa experiência possibilitou a compreensão de que o professor deve investir no futuro, assumindo o papel de ponte entre o conhecimento formal e o aluno.

## REFERÊNCIAS

- D'AMBRÓSIO, U. **Etnomatemática**: arte ou técnica de ensinar e conhecer. 4ª ed. São Paulo, editora Ática, 1998.
- FIGUEIREDO, Raimundo Otoni Melo. **A história do PIBID no IFPA e suas contribuições na formação de professores de Matemática**. Educação Contemporânea-Volume 03 Ensino Superior, 2012. 15 p.
- NÓVOA, A. Nada substitui um bom professor: propostas para uma revolução no campo da formação de professores. In: GATTI, B. A. *et al.* **Por uma política nacional de formação de professores**. São Paulo: Unesp, 2013, p. 199-210
- BRASIL. Ministério da Educação. **Pibid - Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência**. 1 jan. 2014. Disponível em: <https://www.gov.br/capes/pt-br/acesso-a-informacao/acoes-e-programas/educacao-basica/pibid/pibid>. Acesso em 26 abril 2024.





## MÁGICAS MATEMÁTICAS: UMA VIVÊNCIA JUNTO AO PIBID

João Victor dos Santos Caires<sup>1</sup>  
Rita de Cássia Pavan Lamas<sup>2</sup>

**RESUMO:** Júlio César de Mello e Souza, conhecido pelo heterônimo de Malba Tahan, foi um escritor e matemático brasileiro. Ele é famoso no Brasil e no exterior por seus livros de recreação matemática, fábulas e lendas passadas no Oriente. Em homenagem a ele, junto ao Programa Institucional de Iniciação à Docência (Pibid), da área de Matemática, da Universidade Estadual Paulista (Unesp), no Instituto de Biociências Letras e Ciências Exatas de São José do Rio Preto, foram desenvolvidas atividades diversas com a participação dos alunos do 5º, 7º, 8º e 9º anos da escola parceira. Cada turma teve a responsabilidade de abordar um tema específico e de preparar as atividades propostas durante os meses de março e abril, finalizando com o evento intitulado "Dia Nacional da Matemática: Academia de Malba Tahan", no dia 5 de maio de 2023. Em particular, neste trabalho, o objetivo é apresentar sobre as atividades desenvolvidas no 8º ano B, relacionadas às mágicas matemáticas, baseadas em (Sampaio; Malagutti, 2008). Os alunos foram distribuídos em cinco grupos, e cada um ficou encarregado de estudar uma das mágicas escolhidas por eles. Durante as aulas de matemática realizadas em abril, os alunos foram auxiliados pelos pibidianos para compreenderem e praticarem as mágicas. Além disso, foi proposto trabalhar, com essa turma, a confecção do figurino, incluindo as suas próprias cartolas, cartazes e brindes para distribuição ao término do evento. Com isso, durante todo esse processo, diversos conceitos matemáticos foram abordados, como adição e multiplicação, potência de 2, planificação do cilindro e o pensamento lógico dos alunos, para aprenderem as mágicas. Essa abordagem de ensinar esses conceitos motivou-os e apresentaram um bom desempenho. No evento os alunos não enfrentaram dificuldades ao apresentar suas mágicas, impressionando os convidados.

**Palavras-chave:** matemática, matemática, soma, multiplicação, planificação.

### EIXO TEMÁTICO

( X ) T1: Abordagens e metodologias inovadoras em Matemática na Educação Básica

### INTRODUÇÃO

Júlio César de Mello e Souza, mais conhecido pelo heterônimo de Malba Tahan, foi um escritor e matemático brasileiro. Ele é famoso no Brasil e no exterior por seus livros de recreação matemática, fábulas e lendas passadas no Oriente, muitas delas publicadas sob o heterônimo / pseudônimo de Malba Tahan. Em homenagem à ele, a professora de

<sup>1</sup> Graduando em Matemática; Universidade Estadual Paulista (Unesp), Instituto de Biociências Letras e Ciências Exatas, São José do Rio Preto, São Paulo, Brasil, joao.caires@unesp.br.

<sup>2</sup> Doutora em Engenharia Elétrica; Universidade Estadual Paulista (Unesp), Instituto de Biociências Letras e Ciências Exatas, São José do Rio Preto, São Paulo, Brasil, rita.lamas@unesp.br.

matemática indicou aos alunos do 5º, 7º, 8º e 9º anos a leitura do livro (Tahan, 2001) e propôs o evento intitulado "Dia Nacional da Matemática: Academia de Malba Tahan", a ser realizado, no dia 05 de maio, junto à uma Escola Municipal de São José do Rio Preto, parceira no Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência (Pibid), na área de Matemática, da Universidade Estadual Paulista (Unesp), no Instituto de Biociências Letras e Ciências Exatas de São José do Rio Preto.

Os pibidianos ficaram responsáveis por indicar o tema e as atividades que cada turma teria que abordar e preparar, durante os meses de março e abril, para apresentação no evento citado. Em particular, neste trabalho, o objetivo é apresentar sobre as atividades desenvolvidas no 8º ano B, relacionadas às mágicas matemáticas, baseadas em (Sampaio; Malagutti, 2008), conforme proposto pelo pibidiano (autor), para diferenciar do ensino tradicional, a revisão dos conteúdos de adição e multiplicação, a introdução da potência de 2 e a planificação do cilindro.

O uso das mágicas possibilitou o pibidiano a vivenciar uma abordagem inovadora de trabalhar com conteúdos matemáticos, envolvendo os alunos de forma ativa durante as aulas. Isso despertou um grande interesse neles para descobrir e compreender os conceitos por trás das mágicas, além de aprender como realizá-las. Esperamos que esse trabalho estimule outros professores, que buscam melhorias no desempenho de seus alunos, a explorarem abordagens de ensino similares àquela apresentada aqui.

## RELATO

No 8º ano B tinham 26 alunos. Para o desenvolvimento das atividades a serem relatadas neste trabalho, eles foram distribuídos em cinco grupos (4 grupos de 5 alunos e um de 6). Cada grupo ficou encarregado de estudar uma das mágicas retiradas de (Sampaio; Malagutti, 2008). Os alunos tiveram a liberdade de escolher qual mágica desejavam apresentar no evento, de modo a serem protagonistas na forma de atuarem durante o mesmo.

Durante as aulas de matemática realizadas em março e abril, os alunos foram auxiliados pelos pibidianos para compreenderem e praticarem as mágicas escolhidas por eles. Paralelamente, foi proposto trabalhar a confecção do figurino, incluindo as suas próprias cartolas, cartazes e brindes para distribuição ao término do evento.

Na fase de produção da cartola, os alunos exploraram os conceitos relacionados à planificação do cilindro, entre eles, as figuras retângulo e círculo. Eles cortaram um retângulo, para ser a superfície do cilindro, dois círculos concêntricos para fazer a coroa circular, sendo esta a aba da cartola, e um círculo para ser o seu topo (Figura 1).

As mágicas escolhidas pelos grupos foram: "Pensamentos em Sintonia", nesta a partir do número escolhido por uma pessoa, o aluno (mágico) adivinharia o número escolhido por outra; "Calendário Mágico do Apagão", se resume em descobrir o dia do aniversário de uma pessoa (Figura 3), sendo o nome das demais auto explicativo, "Revertendo a Camisa", "Passando Você Pelo Buraco do Papel" e "Entrelaçando uma Dupla" (Figura 2). No processo de aprender e aprimorar suas habilidades mágicas, alguns conceitos matemáticos foram abordados, como soma e multiplicação, na mágica "Pensamentos em Sintonia", potência de 2, na mágica "Calendário Mágico do Apagão", e o pensamento lógico dos alunos na interpretação e execução das demais mágicas.

Após terem compreendido e praticado as mágicas, os alunos expressaram a vontade de fazerem mais coisas para o evento. A escola forneceu as cartolinas para eles



fazerem os cartazes com as mágicas que cada grupo iria apresentar, e também se juntaram, para comprar um pacote de pirulito para distribuir aos visitantes.

No dia do evento, cada grupo organizou seu espaço com os cartazes para apresentar suas mágicas (Figura 2). O evento teve a duração de 2 horas, e os alunos não enfrentaram dificuldades ao apresentar suas mágicas, impressionando os convidados (Figura 3).

**Figura 1 - Modelo de cartola confeccionado**



**Figura 2 - Entrelaçando uma Dupla**

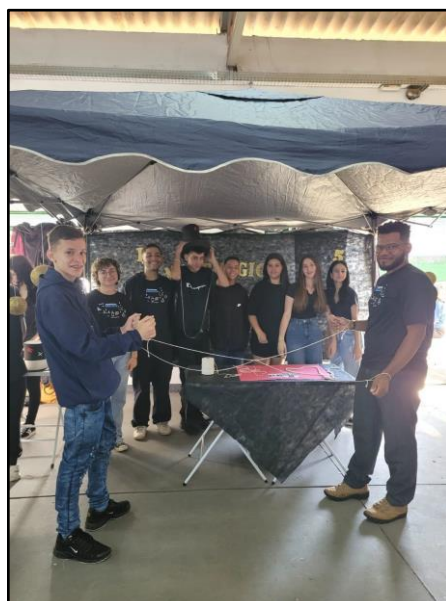


**Figura 3 - Calendário Mágico do Apagão**



## REFLEXÕES FINAIS

Baseado em Dante (2007), os alunos participaram ativamente das atividades propostas “fazendo Matemática”, desenvolvendo o pensamento matemático, e não passivamente observando o que o professor fazia. Essa abordagem diferenciada de trabalhar com os conceitos matemáticos, junto ao fato de que os trabalhos realizados por eles, seriam expostos para os seus pais e a comunidade local, levou a uma responsabilidade maior deles para o que foi produzido em sala de aula, e despertou o interesse dos mesmos.

Em fevereiro, quando iniciamos com o PIBID no 8º ano, percebemos as dificuldades e o desinteresse de alguns alunos pela matemática, mas durante as atividades aqui relatadas, conseguimos atrair esses alunos e motivá-los pelos conteúdos de matemática. Foi gratificante ver o desempenho e a vontade da turma nas aulas, para que a participação deles no evento fosse a melhor possível.

## REFERÊNCIAS

DANTE, L. R. **Didática da Resolução de Problemas de Matemática**, São Paulo: Ática, 2007.  
SAMPAIO, J. C. V.; MALAGUTTI, P. L. A. **Mágicas, Matemáticas e outros Mistérios**. São Carlos: EdFSCar, 2008.  
TAHAN, M. **O homem que calculava**. Record; 108ª edição, 2001.



## VIVÊNCIAS JUNTO AO PIBID COM JOGO MATEMÁTICO: NA PANDEMIA E PÓS-PANDEMIA

Julio Kuwae Morais<sup>1</sup>  
Ana Carolina Batista de Souza<sup>2</sup>  
Rita de Cássia Pavan Lamas<sup>3</sup>

**RESUMO:** Como consequência da pandemia Covid-19 as dificuldades em matemática se agravaram e a defasagem escolar expandiu para todos os anos do Ensino Fundamental. Em 2021, os licenciandos do Curso de Matemática da Universidade Estadual Paulista (Unesp), do Instituto de Biociências Letras e Ciências Exatas de São José do Rio Preto, junto ao Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência (Pibid), buscaram alternativas para amenizar essas dificuldades. Em particular, neste relato apresentamos as vivências com o jogo de tabuleiro Matix (Unesp Ibilce, 2013) utilizado no ensino remoto, para retomar as operações de adição e subtração com os números inteiros, e com a sua adaptação, proposta pelos autores, para retomar tais operações com os números racionais, com os alunos do nono ano de uma escola estadual do interior do estado de São Paulo, parceira no Pibid anteriormente citado. Relatamos também a vivência, junto ao projeto do Núcleo de Ensino de Matemática, na mesma escola, com o jogo Matix, sendo utilizado no ensino presencial. Por consequência, os alunos entenderam o conteúdo que foi explorado durante o jogo. Com isso, foi possível identificar a melhora nas dúvidas dos alunos e a realização das atividades de forma mais clara e específica durante o decorrer das aulas dos professores dessas turmas.

**Palavras-chave:** números inteiros, jogos matemáticos, números racionais, ensino fundamental, pandemia.

### EIXO TEMÁTICO

( X ) T1: Abordagens e metodologias inovadoras em Matemática na Educação Básica

### INTRODUÇÃO

Durante a pandemia Covid-19 (2020 a 2021), os bolsistas junto ao Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência (Pibid), da licenciatura em matemática, do Instituto de Biociência, Letras e Ciência Exatas de São José do Rio Preto, vivenciaram uma proposta didática com o ensino remoto, em duas escolas de São José do Rio Preto (uma estadual e uma municipal), atuando como mediadores no processo de ensino e aprendizagem.

<sup>1</sup> Graduando em Matemática; Universidade Estadual Paulista (Unesp), Instituto de Biociências Letras e Ciências Exatas, São José do Rio Preto, São Paulo, Brasil, julio, kuwae@unesp.br.

<sup>2</sup> Graduando em Matemática; Universidade Estadual Paulista (Unesp), Instituto de Biociências Letras e Ciências Exatas, São José do Rio Preto, São Paulo, Brasil, acb.souza@unesp.br.

<sup>3</sup> Doutora em Engenharia Elétrica; Universidade Estadual Paulista (Unesp), Instituto de Biociências Letras e Ciências Exatas, São José do Rio Preto, São Paulo, Brasil, rita.lamas@unesp.br.

Segundo Borin (2007), um dos desafios no ensino de matemática é estimular os alunos para que desenvolvam raciocínio lógico, pensamento crítico e autonomia. No ensino remoto, segundo o relato das professoras das escolas parceiras no Pibid, isso se agravou, sendo necessário o professor buscar alternativas para o ensino. Uma alternativa interessante é o uso de jogos em sala de aula. Os jogos matemáticos podem promover uma aprendizagem significativa de forma lúdica tanto no ambiente escolar quanto fora dele.

Ensinar por meio de jogos é um caminho para o educador desenvolver aulas mais interessantes, descontraídas e dinâmicas, podendo competir em igualdade de condições com os inúmeros recursos a que o aluno tem acesso fora da escola, despertando ou estimulando sua vontade de freqüentar com assiduidade a sala de aula e incentivando seu envolvimento nas atividades, sendo agente no processo de ensino e aprendizagem, já que aprende e se diverte, simultaneamente. (Silva, 2005, p. 26).

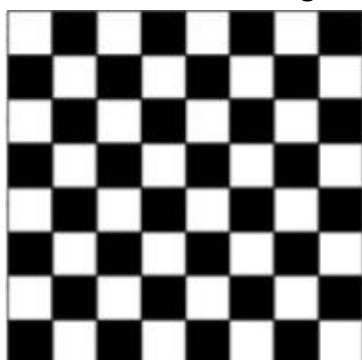
Diante disso, e das dificuldades apresentadas pelos alunos, foi proposto utilizar jogos matemáticos nas atividades junto ao Pibid, adaptados para o ensino remoto, durante o período pandêmico, nas escolas parceiras citadas.

Neste trabalho serão apresentadas as experiências vivenciadas junto ao Pibid citado, nos nonos anos do Ensino Fundamental, na escola estadual, com o uso do jogo matemático de tabuleiro Matix (Unesp, Ibilce, 2013), com o intuito de trabalhar as operações de adição e subtração no conjunto dos números inteiros e com sua adaptação proposta pelos autores, relativa aos números racionais, durante o momento pandêmico nacional em 2021, utilizado de forma online. Também serão apresentadas as vivências relacionadas a esse jogo, no ano de 2023, no âmbito do projeto Núcleo de Ensino da Unesp, intitulado: Apoio à aprendizagem no ensino de matemática nos anos finais, ao utilizá-lo de forma presencial. Com isso, esse relato evidencia a defasagem matemática gerada após o momento pandêmico e apresenta uma alternativa para o desenvolvimento dos conteúdos matemáticos e das habilidades da Base Nacional Comum Curricular (Brasil, 2018) relacionadas aos números inteiros e racionais para o ensino remoto e presencial.

## RELATO

O jogo Matix foi utilizado em 2021 inicialmente pelo pibidiano autor, com o objetivo de despertar maior interesse dos alunos nas aulas online durante o momento pandêmico mundial e para trabalhar com as operações de adição e subtração no conjunto dos inteiros.

**Figura 1 - Tabuleiro do Jogo Matix**



Fonte: (Unesp, Ibilce, 2013)

**Figura 2 - Peças do Matix**

| Peça           | Quant. | Peça       | Quant. |
|----------------|--------|------------|--------|
| <i>Coringa</i> | 1      | <b>+2</b>  | 5      |
| <b>-10</b>     | 4      | <b>+3</b>  | 5      |
| <b>-5</b>      | 3      | <b>+4</b>  | 5      |
| <b>-4</b>      | 3      | <b>+5</b>  | 5      |
| <b>-3</b>      | 3      | <b>+6</b>  | 5      |
| <b>-2</b>      | 3      | <b>+7</b>  | 3      |
| <b>-1</b>      | 3      | <b>+8</b>  | 3      |
| <b>0</b>       | 4      | <b>+10</b> | 3      |
| <b>+1</b>      | 5      | <b>+15</b> | 1      |

**Figura 3 - Tabuleiro adaptado**

|   | 1 | 2 | 3              | 4 | 5 |
|---|---|---|----------------|---|---|
| A |   |   |                |   |   |
| B |   |   |                |   |   |
| C |   |   | <b>Coringa</b> |   |   |
| D |   |   |                |   |   |
| E |   |   |                |   |   |

Fonte: Autor

Após o esclarecimento das regras, os alunos iniciaram a partida do jogo. Para isso, o pibidiano selecionou duas cores primárias distintas, de forma aleatória, para pintar os números que foram selecionados pelas equipes. Alternadamente, os membros da equipe que deveriam escolher o número, abriam o microfone e discutiam sobre as possibilidades e, ao decidir a jogada, o pibidiano pintava o número da cor determinada para aquela equipe. Por fim, a contagem de pontos foi feita de forma individual pelos alunos e pelo professor colaborador (também pibidiano). Com isso, eles descobriram os erros cometidos pelos alunos nas operações com os números inteiros selecionados ao jogar.

Durante essa aplicação do jogo, na realização da conta final, alguns dos alunos que estavam acompanhando o desenvolvimento do jogo, mostraram facilidade e domínio do assunto. Além disso, foi possível observar que em relação ao conteúdo de adição e subtração de números inteiros, nas aulas seguintes, esses alunos apresentaram melhora no desempenho na resolução de problemas.

Ainda na pandemia, na segunda aplicação do jogo, praticamente todos os alunos da turma estavam presentes, na aula online. Com isso, tivemos um melhor resultado. Ao analisarmos a participação da turma durante o jogo, foi possível observar a melhora no interesse no conteúdo de matemática. Embora, tivemos desafios para entender o grau de dificuldade de cada um dos alunos, durante a primeira aplicação do jogo, na segunda, todos os alunos participaram e contribuíram, apresentando estratégias como, por exemplo: retirar peças negativas maiores, ou seja, de valor próxima ao zero, fazendo com

que o adversário retirasse peças menores que essas e, como consequência, mais longe do zero. Isso facilitou a análise do domínio dos alunos em relação ao conteúdo.

Em 2022, durante as aulas híbridas, os alunos também apresentaram dificuldades para trabalhar com as operações com os números racionais. Com isso, foi proposto utilizar o jogo Matix adaptado, trocando nas peças os números inteiros pelos racionais e mantendo as mesmas regras anteriores (Figura 4).

**Figura 4 - Tabuleiro com as peças contendo números racionais**

|   | 1              | 2              | 3              | 4              | 5              |
|---|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
| A | $\frac{3}{2}$  | 0              | $-\frac{6}{3}$ | $\frac{2}{3}$  | $\frac{6}{3}$  |
| B | $\frac{6}{3}$  | $-\frac{2}{3}$ | $-\frac{5}{3}$ | $\frac{6}{3}$  | $-\frac{5}{3}$ |
| C | $-\frac{3}{4}$ | Coringa        | $\frac{2}{3}$  | $-\frac{3}{2}$ | $\frac{3}{4}$  |
| D | 0              | $\frac{3}{4}$  | $-\frac{2}{3}$ | 0              | $-\frac{3}{2}$ |
| E | $-\frac{6}{3}$ | $\frac{3}{2}$  | $\frac{2}{3}$  | $-\frac{3}{2}$ | $\frac{2}{3}$  |

Fonte: Autor

A realização das contas finais, ao término da partida, foi desenvolvida essencialmente para verificar os resultados de cada aluno. Por se tratar de um jogo utilizado via aplicativo *Google Meet*, os alunos enviaram as suas respostas no *chat* para serem analisadas pelo pibidiano. Houve a necessidade de explicar que os números opostos se anulam e sobre o Mínimo Múltiplo Comum.

Em 2023, no ensino presencial, pudemos notar o quanto a pandemia afetou na participação, no interesse e no conhecimento dos alunos, junto ao projeto do Núcleo de Ensino da Unesp citado anteriormente. Os autores Julio e Ana, aplicaram o jogo utilizando os tabuleiros das figuras 1 e 2, nos nonos anos (A, B e C), e sétimo ano A, no apoio curricular, extra classe. Esses alunos frequentaram o quinto ano e sétimos em 2021, durante a pandemia, e apresentavam dificuldades nas operações com os números inteiros.

Baseado em Borin (2007), inicialmente, foi realizada a leitura das regras de forma individual, e depois, de forma conjunta, para que compreendessem as regras e o objetivo do jogo. Durante a partida, os autores atuaram como mediadores, de modo a verificar como os alunos jogavam. Com questionamentos em momentos oportunos analisavam se eles estavam utilizando corretamente os conceitos matemáticos.

No sétimo A, foi possível jogar cinco partidas. Na primeira e na segunda, os alunos jogaram com as regras propostas no jogo. Vencia o jogo quem fazia mais pontos. Na terceira e quarta, eles jogaram com as regras adaptadas por eles mesmos. Nessas a equipe ganhadora era a que fizesse menos pontos. Já na quinta partida, voltaram a usar as regras iniciais.

Na turma do sétimo B o jogo foi aplicado em sala de aula, juntamente com a docente da disciplina. Os alunos apresentaram estratégias. Já na primeira partida, eles entenderam que a peça (+15) era a mais importante no tabuleiro. Diante disso, as equipes não só tentavam pegar essa peça, mas também não deixavam a equipe adversária pegá-la. Para isso, eles sempre deixavam o coringa longe da mesma. A partir

da segunda partida, os cálculos do tipo citado anteriormente ( $+5-5=0$ ) foram realizados mais facilmente por esses alunos.

Os alunos dos nonos anos apresentaram uma defasagem maior do que os do sétimos anos, em relação ao conteúdo envolvido no jogo. Eles não conseguiam entender que números opostos se anulam, como por exemplo 5 e -5, resultando em zero, o que foi esclarecido. Acreditamos que isso se explica pois na seriação proposta em São Paulo (2018) esse conteúdo está previsto para o sétimo ano, quando esses alunos estavam tendo aulas remotas devido à pandemia Covid-19.

## REFLEXÕES FINAIS

As intervenções com os jogos Matix possibilitaram uma aprendizagem significativa dos conceitos matemáticos trabalhados com os mesmos. Os alunos tiveram um bom envolvimento durante as suas aplicações, tanto no ensino remoto quanto no presencial.

Quanto aos licenciandos puderam experimentar na prática aspectos teóricos que o curso de matemática proporciona, entre eles, sendo mediadores do processo de ensino e aprendizagem com o uso de metodologias alternativas, como informática e jogos.

Durante a pandemia, a abordagem de ensino utilizada influenciou não apenas pedagogicamente, mas também emocionalmente, tanto os professores, quanto às famílias. Algumas famílias jogaram com seus filhos, sendo um momento de diversão, mesmo que em casa.

## REFERÊNCIAS

BORIN, J. **Jogos e Resolução de Problemas**: uma estratégia para aulas de matemática. São Paulo: IME-USP, 2007.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, 2018.

SILVA, M. S. da. **Clube de matemática**: Jogos educativos. Série atividades. Campinas: Papirus, 2005.

UNESP IBILCE. **Jogos no Ensino Fundamental II**: 6º ao 9º Ano - Departamento de Matemática, 2013.

Disponível em: <https://www.ibilce.unesp.br/#!/departamentos/matematica/extensao/lab-mat/jogos-no-ensino-de-matematica/6-ao-9-ano/>. Acesso em 18 Ago 2021.





## EDUCAÇÃO FINANCEIRA NO ENSINO MÉDIO: HORAS EXTRAS X IMPOSTO DE RENDA RETIDO NA FONTE

Marcelo A. A. Torraca<sup>1</sup>  
Jean Conceição Pereira<sup>2</sup>

**RESUMO:** O texto relata a experiência de alunos do Ensino Médio e professores de um Colégio Estadual no Rio de Janeiro, que investigaram o cálculo do Imposto de Renda da Pessoa Física (IRPF) e seus impactos nos salários dos docentes. Durante uma oficina, os alunos explicaram o IRPF, utilizando uma planilha para demonstrar deduções conforme a tabela vigente, e trabalharam em grupo para resolver desafios nos cálculos. Exemplos práticos destacaram o impacto no Imposto retido na fonte no salário de um professor, referente ao recebimento de horas extras. A atividade promoveu a compreensão dos conceitos financeiros, capacitando os professores e estudantes a tomar decisões financeiras mais detalhadas e de forma estratégica, e demonstrou a importância da educação financeira contínua para a gestão eficiente dos rendimentos

**Palavras-chave:** imposto de renda, educação financeira.

### EIXO TEMÁTICO

T1: Abordagens e metodologias inovadoras em Matemática na Educação Básica.

### INTRODUÇÃO

O presente texto apresenta um relato de experiência de estudantes do Ensino Médio (EM) com docentes de um Colégio Estadual do Estado do Rio de Janeiro. Durante essa experiência, os alunos não apenas exploraram o cálculo do Imposto de Renda da Pessoa Física (IRPF), mas também investigaram outros aspectos relevantes, como o impacto dos descontos na folha de pagamento sobre o salário bruto dos professores, incluindo o desconto na fonte do IRPF. Essa abordagem multidisciplinar proporcionou uma compreensão mais ampla e prática dos conceitos financeiros, preparando os alunos não apenas para os desafios acadêmicos, mas também para as exigências do mundo real.

É relevante salientar que o Imposto de Renda teve sua gênese em 31 de dezembro de 1914, como uma medida tributária abrangente destinada a assegurar a participação de todos na contribuição fiscal. O imposto retido na fonte é uma faceta desse sistema tributário, sendo subtraído diretamente pela fonte pagadora no momento do pagamento de salários, entre outros rendimentos. Essa prática tem como objetivo principal simplificar a coleta antecipada do imposto ao longo do ano, contribuindo para uma gestão mais eficaz dos recursos públicos. A alíquota de dedução varia conforme a faixa de renda do contribuinte, e cabe à Secretaria de Estado de Educação do Estado do Rio de Janeiro (Seeduc-RJ) repassar os valores diretamente às autoridades federais, assegurando, assim, a regularidade e a transparência no processo de arrecadação tributária.

<sup>1</sup> Mestre; Seeduc-RJ, Gepic/Projeto Fundação-IM/UFRJ, RJ, Brasil. [torraca@gmail.com](mailto:torraca@gmail.com)

<sup>2</sup> Estudante do Ensino Médio da Seeduc-RJ, Rio de Janeiro, Brasil. [jn999725@gmail.com](mailto:jn999725@gmail.com)

Diante da amplitude da educação financeira, em conformidade com a proposta da Base Nacional Comum Curricular (Brasil, 2018), as competências dessa área se concentram em um mesmo objeto matemático na solução de problemas. Por exemplo, uma das habilidades a ser trabalhada no 3º ano do Ensino Médio é

(EM13MAT404) Analisar funções definidas por uma ou mais sentenças (tabela do Imposto de Renda, contas de luz, água, gás etc.), em suas representações algébrica e gráfica, identificando domínios de validade, imagem, crescimento e decrescimento, e convertendo essas representações de uma para outra, com ou sem apoio de tecnologias digitais. (Brasil, p. 589)

## RELATO

É notável que muitos docentes enfrentam dificuldades em compreender o cálculo do Imposto de Renda da Pessoa Física (IRPF) retido na fonte. Reconhecendo essa lacuna, como professor da disciplina de Educação/Matemática Financeira, propus aos estudantes do terceiro ano integral do Ensino Médio do Colégio Estadual Astrogildo Pereira, no Estado do Rio de Janeiro, uma iniciativa educacional que visasse tanto o aprendizado prático quanto a disseminação do conhecimento.

Foi atribuído aos estudantes um estudo aprofundado sobre o IRPF, culminando em uma oficina de 20 minutos destinada aos professores da escola, realizada em dois turnos (matutino e vespertino). Durante essa oficina, os alunos apresentaram uma introdução sobre o IRPF, explicaram os conceitos fundamentais e demonstraram, utilizando uma planilha, o cálculo do imposto devido pelos docentes que realizam horas extras.

Adicionalmente, os estudantes foram desafiados a aplicar a tabela vigente do imposto para determinar o valor das deduções das alíquotas em cada faixa de renda, conforme ilustrado na figura 1 a seguir. Essa atividade não apenas fomentou o aprendizado dos alunos em Matemática Financeira, mas também proporcionou um recurso valioso para os professores, auxiliando-os na compreensão de suas obrigações fiscais e no planejamento financeiro pessoal.

**Figura 1 - Tabela do IRPF**

A partir de fevereiro de 2024.

| Base de cálculo                  | Alíquota | Dedução    |
|----------------------------------|----------|------------|
| Até R\$ 2.259,20                 | -        | -          |
| De R\$ 2.259,21 até R\$ 2.826,65 | 7,5%     | R\$ 169,44 |
| De R\$ 2.826,66 até R\$ 3.751,05 | 15,0%    | R\$ 381,44 |
| De R\$ 3.751,06 até R\$ 4.664,68 | 22,5%    | R\$ 662,77 |
| Acima de R\$ 4.664,68            | 27,5%    | R\$ 896,00 |

Rendimentos previdenciários isentos para maiores de 65 anos: R\$ 1.903,98

Dedução mensal por dependente: R\$ 189,59

Limite mensal de desconto simplificado: R\$ 564,80

Fonte: Tributação de 2024 — Receita Federal ([www.gov.br](http://www.gov.br))

A iniciativa busca não apenas contribuir para que os docentes compreendam o IRPF, mas também enriquecer o aprendizado dos alunos por meio da prática e da colaboração mútua no compartilhamento de conhecimentos. Após aprenderem sobre porcentagens, foi pedido à turma que calculasse a dedução do Imposto de Renda, conforme a figura 1.

Os alunos, sendo 8 no total, se reuniram em um único grupo. Eles começaram a calcular a dedução para a segunda faixa, onde não houve dúvida no cálculo. O desafio surgiu nas faixas posteriores, então o aluno 1 apresentou uma proposta de cálculos para a turma, visando determinar a dedução das alíquotas de cada faixa. Esses cálculos não apenas aprofundaram a compreensão dos estudantes sobre o imposto, mas também promoveram um ambiente de aprendizado colaborativo e engajado. Segue abaixo o desenvolvimento feito pelo aluno 1 (figura 2).

**Figura 2 - Cálculo do Aluno 1**

|                                                                                                               |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| • Até R\$ 2259,20, não tem dedução, ou seja, a pessoa física é isenta;                                        |
| • Entre R\$ 2259,21 e R\$ 2826,65, a dedução foi feita da seguinte forma:                                     |
| $7,5\% \text{ de } 2259,21$                                                                                   |
| $0,075 \times 2259,21 = 169,44$                                                                               |
| • Entre R\$ 2826,66 e R\$ 3751,05                                                                             |
| $7,5\% \text{ de } 2259,21 + 7,5\% \text{ de } 2826,66$                                                       |
| $0,075 \times 2259,21 + 0,075 \times 2826,66$                                                                 |
| $0,075 \times (2259,21 + 2826,66) = 381,44$                                                                   |
| • Entre R\$ 3751,06 e R\$ 4664,68                                                                             |
| $7,5\% \text{ de } 2259,21 + 7,5\% \text{ de } 2826,66 + 7,5\% \text{ de } 3751,06$                           |
| $0,075 \times 2259,21 + 0,075 \times 2826,66 + 0,075 \times 3751,06$                                          |
| $0,075 \times (2259,21 + 2826,66 + 3751,06) = 662,76$                                                         |
| • Acima de R\$ 4664,68                                                                                        |
| $7,5\% \text{ de } 2259,21 + 7,5\% \text{ de } 2826,66 + 7,5\% \text{ de } 3751,06 + 5\% \text{ de } 4664,68$ |
| $0,075 \times 2259,21 + 0,075 \times 2826,66 + 0,075 \times 3751,06 + 0,05 \times 4664,68$                    |
| $0,075 \times (2259,21 + 2826,66 + 3751,06) + 0,05 \times 4664,68 = 896,00$                                   |

Após apresentação do cálculo do aluno 1, foi feita a seguinte sugestão para o cálculo da terceira faixa da tabela do IRPF (figura 3).

**Figura 3 - Cálculo da terceira faixa**

|                                                                    |
|--------------------------------------------------------------------|
| • Entre R\$ 2826,66 e R\$ 3751,05                                  |
| $15\% \text{ de } 2826,66 - 7,5\% \text{ de } (2826,65 - 2259,21)$ |
| $0,15 \times 2826,66 - 0,075 \times (2826,65 - 2259,21)$           |
| $424,00 - 42,56 = 381,44$                                          |

Todos os alunos expressaram preferência pelo método de resolução proposto pelo aluno 1, o que demonstra que o desenvolvimento apresentado por ele foi claro. Portanto, o cálculo proposto pelo professor serviu como uma abordagem alternativa para enriquecer o processo de aprendizado e oferecer diferentes perspectivas sobre o tema. Essa diversidade de métodos de resolução contribui para a ampliação do entendimento dos alunos sobre o IRPF e promove uma aprendizagem mais completa e abrangente.

Com a utilização da planilha eletrônica, os alunos precisavam demonstrar o cálculo para determinar o valor do imposto de renda descontado na fonte para os docentes que atuam junto à Seeduc-RJ. A planilha discrimina os seguintes elementos (figura 3).

**Figura 4 - Discriminação da Planilha**

|                                                                                                                                                             |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1. Vencimentos: Baseados no plano de cargos e salários, que são divididos em níveis (quinquênios). Notação para vencimentos: V.                             |
| 2. Triênios: Adicional concedido a cada três anos de serviço. Notação: T.                                                                                   |
| 3. Adicional de Qualificação: Valor adicional por qualificações (mestrado ou doutorado). Notação: AQ.                                                       |
| 4. Hora Extra: Gratificação por Lotação Prioritária (GLP), ou seja, remuneração adicional por horas trabalhadas além da carga horária regular. Notação: HE. |
| 5. Número de Dependentes: Influencia na base de cálculo do imposto. Dedução mensal por dependente: R\$ 189,59. Notação: D.                                  |
| 6. Pensão: Valores descontados para pensão alimentícia. Notação: P                                                                                          |
| 7. Rio Previdência: Desconto previdenciário de 14%. Notação: RP                                                                                             |
| 8. Base de Cálculo do IRPF: Rendimento bruto menos deduções legais.                                                                                         |
| 9. Imposto Retido na Fonte: Valor do imposto de renda calculado e descontado diretamente da fonte pagadora.                                                 |
| O cálculo para determinar o Imposto de Renda retido na fonte é realizado da seguinte forma:                                                                 |
| $Base \text{ Cálculo IRPF} = V + T + AQ + HE - D - P - RP$                                                                                                  |
| $IRPF \text{ retido na fonte} = Base \text{ Cálculo IRPF} \times Alíquota - Dedução$                                                                        |

Na figura 4, a planilha eletrônica apresenta detalhadamente cada uma dessas categorias, permitindo que os professores visualizassem como cada componente contribui para o cálculo final do imposto de renda retido na fonte. Essa atividade não apenas ajuda os professores a entenderem melhor os conceitos teóricos, mas também os capacita a aplicá-los em situações práticas e reais.

Exemplo 1: Na Figura 5, é um professor atuando na Seeduc-RJ com mestrado e/ou doutorado, com duas matrículas no nível 9 (o máximo que um professor pode chegar), porém uma com 28 anos e outra com 26, com dois dependentes e sem hora extra.

**Figura 5: Planilha do Cálculo do IRPF**

[illegible]

$$\text{Total: } 3\,135,20 + 3\,135,19 + 1\,567,60 + 1\,410,84 + 2 \times 310,75 = 9\,873,33$$

*Base Cálculo do IRPF:*  $9\,873,33 - 2 \times 379,18 - 701,90 - 679,95 = 7\,730,12$

$$\text{IR retido na fonte: } 7\,730,12 \times 0,275 - 896,00 = 1\,229,78$$

Será descontado o valor de R\$ 1 229,78 na fonte. Vamos analisar agora que esse mesmo professor precise realizar 20 horas extras, pois não trabalha em nenhum outro Colégio, figura 6. A Seeduc-RJ paga R\$ 32,08 por hora extra.

**Figura 6: Planilha do Cálculo do IRPF**

| NÍVEL                  | 9        | 9        |                       | TOTAL                          | 6.457,75 | 6.300,38  |                                            |
|------------------------|----------|----------|-----------------------|--------------------------------|----------|-----------|--------------------------------------------|
| VENCIMENTOS            | 3.195,20 | 3.195,19 |                       | HOMENS DE<br>DEPENDENTES       | 379,10   | 379,10    |                                            |
| Tempo de Estado        | 28       | 26       |                       | 2                              |          |           |                                            |
|                        |          |          |                       | PENSAO()                       | 0,00     | 0,00      |                                            |
| TRÊNDS                 | 1.567,60 | 1.410,84 | MESTRADO OU DOUTORADO | 0                              |          |           |                                            |
| ADICIONAL QUALIFICAÇÃO | 310,75   | 310,75   | sim                   | FREQ FIVE VIGENCIA             | 790,50   | 679,95    |                                            |
| HORA EXTRA             | 1443,60  | 1443,60  | HORA EXTRA            | Base Cálculo do IRPF           |          | 10.617,32 | Faixa do imposto de Renda de pessoa Física |
| 10                     |          |          | 10                    |                                |          |           |                                            |
| TOTAL                  | 6.457,75 | 6.300,38 |                       | IMPOSTO DE RENDA NETO NA FONTE | 2.023,76 |           | 27,6% - Imposto a deduzir 886 reais        |

$$Total: 9\,873,33 + 1\,443,60 + 1\,443,60 = 12\,760,53$$

*Base Cálculo do IRPF:*  $12\,760,53 - 2 \times 379,18 - 701,90 - 679,95 = 10\,617,32$

- |    |                                                                                                                                                          |
|----|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1. | Vencimentos: Baseados no plano de cargos e salários, que são divididos em níveis (quinqüênios). Notação para vencimentos: V.                             |
| 2. | Triênios: Adicional concedido a cada três anos de serviço. Notação: T.                                                                                   |
| 3. | Adicional de Qualificação: Valor adicional por qualificações (mestrado ou doutorado). Notação: AQ.                                                       |
| 4. | Hora Extra: Gratificação por Lotação Prioritária (GLP), ou seja, remuneração adicional por horas trabalhadas além da carga horária regular. Notação: HE. |
| 5. | Número de Dependentes: Influência na base de cálculo do imposto. Dedução mensal por dependente: R\$ 189,59. Notação: D.                                  |
| 6. | Pensão: Valores descontados para pensão alimentícia. Notação: P                                                                                          |
| 7. | Rio Previdência: Desconto previdenciário de 14%. Notação: RP                                                                                             |
| 8. | Base de Cálculo do IRPF: Rendimento bruto menos deduções legais.                                                                                         |
| 9. | Imposto Retido na Fonte: Valor do imposto de renda calculado e descontado diretamente da fonte pagadora.                                                 |

O cálculo para determinar o Imposto de Renda retido na fonte é realizado da seguinte forma:

$$\text{Base Cálculo IRPF} = V + T + AO + HE - D - P - RP$$

$$\text{IRPF retido na fonte: Base Cálculo IRPF} \times \text{Alíquota} - \text{Dedução}$$

*IR retido na fonte:*  $10\,617,32 \times 0,275 - 896,00 = 2\,023,76$

#### Comparação dos Resultados

- Imposto retido sem horas extras: R\$ 1 229,78
- Imposto retido com horas extras: R\$ 2 023,76

Este exemplo ilustra com a inclusão de horas extras impacta o valor do imposto de renda retido na fonte. O uso da planilha eletrônica permite uma análise precisa e prática, evidenciando a importância da educação financeira para a compreensão e gestão dos rendimentos.

Destacando alguns relatos de professores e aluno.

Professor 1:

Trabalho Excelente! Pois os alunos tiveram a oportunidade de conhecer o que é Imposto de Renda e como esse Imposto implica na vida dos trabalhadores e empresas, desta forma eles tiveram a oportunidade de entender melhor e fazerem seus planejamentos para o futuro e se prepararem melhor.

Professor 2:

... Nos faz, professores, pensarmos sobre a validade de fazermos GLP frente ao pagamento de Imposto de renda. A tabela e a maneira de inserir as informações na mesma é simples e clara, fornecendo dados para que possamos tomar a melhor decisão possível. ...

Aluno 2.

Para realizar o trabalho sobre o imposto de renda tivemos uma experiência desafiadora. Durante o trabalho tivemos que fazer bastante pesquisa para sabermos sobre o assunto que iríamos falar, no decorrer das pesquisas ficávamos tirando nossas dúvidas com o próprio professor. ...

Podemos acrescentar que esse tipo de atividade é muito útil para os professores de Matemática, já que, segundo Nasser (2010),

observa-se também uma carência de material didático adequado para o ensino de Educação/Matemática Financeira na Escola Básica. Os livros sobre o tema são voltados para a preparação de concursos ou para cursos superiores de Contabilidade ou Administração de Empresas. Quanto aos livros textos do Ensino Médio, a maioria trata o tema por meio da aplicação de fórmulas para juros simples e compostos, e não prepara o aluno para exercer a cidadania e a autonomia, restringindo as possibilidades de tomar decisões.

## REFLEXÕES FINAIS

Os fatos apresentados aos docentes os levaram a reavaliar suas decisões financeiras em relação às ofertas de horas extras, considerando cuidadosamente suas

necessidades individuais. Esse processo incluiu a análise detalhada dos impactos das horas extras sobre o rendimento mensal, os descontos na folha de pagamento e a carga tributária. Ao compreender melhor como essas variáveis afetam o salário líquido, os professores puderam tomar decisões mais informadas e estratégicas sobre a aceitação de horas extras. Essa prática não apenas promoveu uma gestão financeira pessoal mais eficiente, mas também destacou a importância de uma educação financeira contínua e adaptada às circunstâncias individuais. Em última análise, essa abordagem contribuiu para que os docentes se tornassem mais conscientes e autônomos em suas decisões financeiras, refletindo uma prática pedagógica que vai além da sala de aula e impacta positivamente na vida pessoal e profissional de cada educador.

## REFERÊNCIAS

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018.  
NASSER, L. (coord.) . **Matemática Financeira na Escola Básica**: uma abordagem prática e visual. Brasil: Ed. IM-UFRJ, 2010.



## RELATO DE UMA INTERVENÇÃO COM TURMAS DO 6º ANO A PARTIR DA ADAPTAÇÃO DE JOGOS MATEMÁTICOS COM FOCO NOS TÓPICOS DE MULTIPLICAÇÃO E DIVISÃO

Marcos Fernandes Amorim<sup>1</sup>  
Maria Gabriela Pereira dos Santos<sup>2</sup>  
Porfírio Azevedo dos Santos Junior<sup>3</sup>

**RESUMO:** A utilização de jogos no processo de ensino-aprendizagem tem se mostrado uma estratégia eficaz no movimento em tornar conceitos abstratos mais concretos e acessíveis aos estudantes. Este relato de experiência consiste em descrever uma atividade desenvolvida a partir de uma adaptação do jogo. O objetivo deste relato é compartilhar experiências vivenciadas em duas atividades durante a execução de um projeto de extensão com 5 turmas do 6º ano dos anos finais do ensino fundamental de uma escola pública da rede estadual de ensino do estado de Goiás (GO), a partir da adaptação do jogo Batalha Naval com foco na melhoria da aprendizagem dos estudantes acerca dos tópicos de multiplicação e divisão. A equipe extensionista em conjunto com os docentes da UFCAT, desempenhavam o papel de planejar, adaptar e implementar a atividade em sala de aula. Ao acompanhar de perto o desenvolvimento dos educandos, os graduandos e a professora regente puderam refletir sobre suas práticas pedagógicas, adaptando e aprimorando suas metodologias de ensino. Essa vivência proporcionou uma troca de conhecimentos e estratégias, contribuindo para a formação contínua dos educadores e para a criação de um ambiente de aprendizagem mais dinâmico e inclusivo.

**Palavras-chave:** jogos matemáticos, multiplicação, divisão, ensino e aprendizagem.

### EIXO TEMÁTICO

(X) T1: Abordagens e metodologias inovadoras em Matemática na Educação Básica

### INTRODUÇÃO

O ensino de matemática, especialmente nos anos finais do ensino fundamental, enfrenta o desafio de tornar os conceitos abstratos mais concretos e acessíveis aos estudantes. A utilização de jogos no processo de ensino-aprendizagem tem se mostrado uma estratégia eficaz para atingir esse objetivo. Este relato busca compartilhar experiências vivenciadas em uma atividade durante a execução de um projeto de extensão com turmas do 6º ano dos anos finais do ensino fundamental a partir da adaptação de um jogo com foco na melhoria da aprendizagem dos estudantes acerca dos tópicos de multiplicação e divisão.

<sup>1</sup> Mestrando; Universidade Estadual de Campinas/Unicamp, Campinas, São Paulo, Brasil, [marcosfernandes.bts544@gmail.com](mailto:marcosfernandes.bts544@gmail.com).

<sup>2</sup> Graduação: Universidade Federal de Catalão/UFCAT, Catalão, Goiás, Brasil, [gabriela\\_maria@discente.ufcat.edu.br](mailto:gabriela_maria@discente.ufcat.edu.br).

<sup>3</sup> Doutor: Universidade Federal de Catalão/UFCAT, Catalão, Goiás, Brasil, [porfirio\\_iunior@ufcat.edu.br](mailto:porfirio_iunior@ufcat.edu.br).



Grando (2015) ainda enfatiza que o jogo pelo jogo, sem atribuir intencionalidade, resulta em resultados pouco significativos, e ressalta a importância do papel do mediador na atividade. Assim, este relato busca contribuir para que outros professores de matemática possam se inspirar e adaptar essas práticas em suas próprias salas de aula, ampliando as possibilidades de sucesso na aprendizagem dos alunos.

Entendemos que a experiência relatada neste trabalho pode ser replicada no cotidiano da sala de aula. Ademais, os professores também podem adaptar a atividade para o contexto de sua sala de aula.

## RELATO

O relato descrito neste trabalho faz parte de uma experiência em projeto de extensão/pesquisa da Universidade Federal de Catalão (UFCAT) em parceria com uma escola pública da rede estadual de ensino do estado de Goiás (GO). A equipe extensionista deste projeto era composta por estudantes do curso de licenciatura em matemática da UFCAT, um mestrando do Profmato/UFCAT, dois docentes<sup>4</sup> da UFCAT e a professora de matemática regente das turmas.

O projeto de extensão era intitulado como: “Abordagem de Objetos de Conhecimento de Matemática por Meio de Jogos e de Material Concreto” e era realizado no ambiente escolar às terças-feiras com duração de 4 horas e 10 minutos semanais, intervindo em 5 turmas distintas do 6º ano dos anos finais do ensino fundamental, a intervenção em cada turma tinha duração de 50 minutos. As turmas possuíam em média 25 estudantes, com idades entre 11 e 12 anos. O relato contempla de forma sucinta e ampla as ações do projeto entre os meses de novembro de 2022 e dezembro de 2023, e descreve uma experiência em uma atividades específicas.

Durante a execução do projeto de extensão foram desenvolvidas diversas atividades, inicialmente com a utilização de material concreto (material dourado), jogos manipulativos elaborados pela equipe extensionista e adaptações de jogos já existentes para trabalhar algum tópico matemático ou situação do cotidiano. A equipe extensionista reunia-se semanalmente por período de 1 a 3 horas em um laboratório de matemática na universidade para planejar a atividade, elaborar e confeccionar os materiais e discutir sobre as experiências vivenciadas em sala de aula, este momento era essencial para traçar os próximos passos do projeto.

A atividade que será relatada neste trabalho consiste em uma adaptação de um jogo já existente, denominado como “Batalha Naval”. O objetivo da atividade era trabalhar as operações de multiplicação e divisão por meio da decomposição e divisores, para encontrar o máximo divisor comum (MDC) e mínimo múltiplo comum (MMC) entre dois números.

A professora regente das turmas trabalhadas enfatizou a extensiva dificuldade dos estudantes em relação a estes tópicos no cotidiano da sala de aula. A escolha do jogo como estratégia de ensino está sustentada por diversos autores que enfatiza as potencialidades dos jogos como estratégia de ensino-aprendizagem Grando (2015) e Smole, Diniz e Milani (2007).

O jogo apresentado na Figura 1 (adaptação do Batalha Naval), era composto por alguns elementos, sendo eles: duas grades para cada equipe (grade do oceano e a grade

---

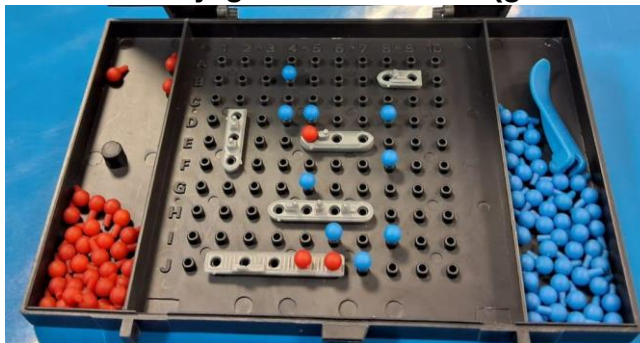
<sup>4</sup> Um desses docentes coordena o projeto de extensão, e neste relato apresenta-se como 3º autor.

da mira), 10 miniaturas de navios (5 para cada equipe), pinos azuis e vermelhos e cartas de baralhos enumeradas: 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, e as cartas: J, Q e K, as quais representavam respectivamente, os valores 11, 12 e 13. Foram excluídas duas cartas do baralho, sendo elas: A e coringa). O objetivo desta atividade é estimular os estudantes a praticar cálculos associados às operações de multiplicação e divisão.

O jogo Batalha Naval é composto por dois jogadores (adversários) a equipe extensionista fez uma adaptação do jogo original, atribuindo ao jogo equipes adversárias compostas por 2 ou 3 estudantes ao invés de apenas dois jogadores adversários, devido a quantidade reduzida de jogos disponíveis visto a quantidade de estudantes por turma (em média 25). Cada equipe posicionava na grade do oceano (disposta na horizontal) 5 miniaturas de navios com dimensões de (1 por 2), (1 por 3), (1 por 4) e (1 por 5) sem que a equipe adversária veja as posições destas miniaturas. No jogo original, para que um jogador vença a partida é necessário que o jogador encontre todas as miniaturas de navios do adversário, novamente a equipe extensionista realizou outra adaptação, ou seja, para vencer a partida era necessário que a equipe encontrasse apenas uma miniatura de navio.

Para encontrar o navio da equipe adversária, era necessário que o grupo verbalizasse à equipe adversária uma par ordenado, composto pelas coordenadas da grade, uma de suas coordenadas disposta na parte superior da grade é composta por números de 1 a 10 (horizontal) e a outra coordenada disposta na lateral esquerda da grade é composta por algumas letras do alfabeto: A, B, C, D, E, F, G, H, I e J (vertical), conforme mostra a Figura 1.

**Figura 1 – Grade do jogo Batalha Naval (grade do oceano)**



Fonte: autores.

A dinâmica do jogo realizava-se da seguinte maneira. Os estudantes da turma eram divididos em grupos composto por 2 ou 3 jogadores, sempre acompanhados por um integrante da equipe extensionista, que auxiliava na mediação da atividade.

Em cada rodada da partida, cada grupo retirava do monte de cartas do baralho, duas cartas e multiplicava o valor das cartas resultando em um produto ( $w$ ), em seguida retirava mais duas cartas do baralho e multiplicava o valor das cartas, resultado em um produto ( $y$ ), depois a equipe determina em conjunto entre seus integrantes o MDC e o MMC dos dois números obtidos (MDC e MMC entre:  $w$  e  $y$ ).

A finalidade do jogo é fazer com que os estudantes do grupo pratiquem as operações de multiplicação e divisão por intermédio do MDC e MMC, e a depender do(s) procedimento(s) utilizado(s), o grupo obtém uma determinada quantidade de “tiros”, ou

seja, quantidade de palpites de pares ordenado que o grupo pode fazer em cada partida do jogo Batalha Naval.

A equipe extensionista determinou a quantidade de “tiros” para os diferentes procedimentos que os estudantes poderiam traçar. O quantitativo de tiros a depender da situação está disposta no quadro abaixo.

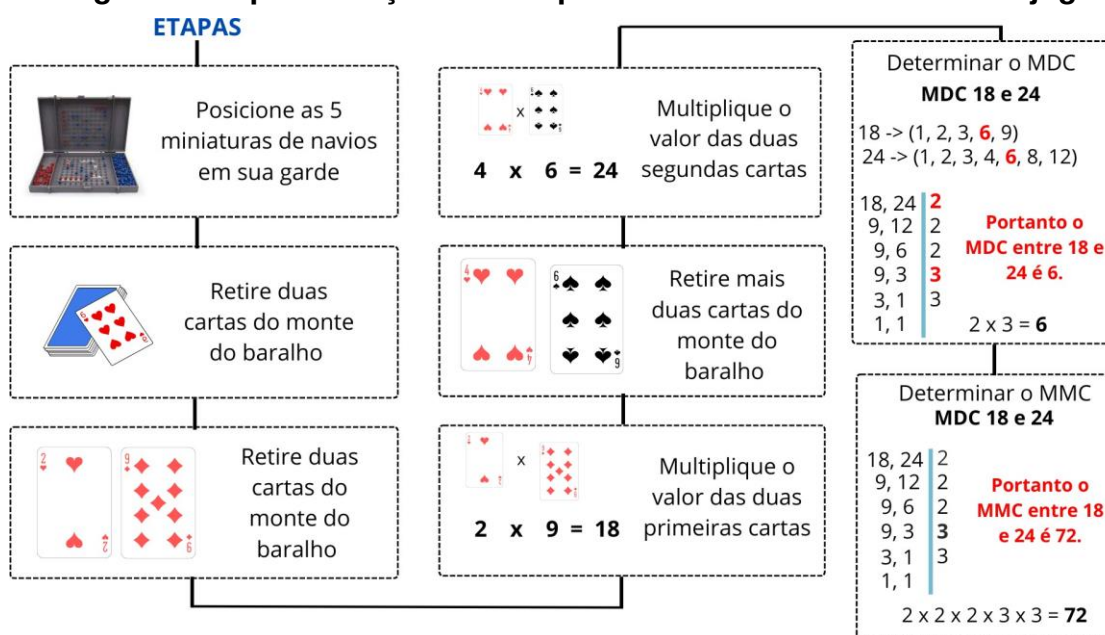
**Quadro 1 – Tabela de pontuações**

| Procedimento                                                            | Tiros  | Bônus                           | Tiros   |
|-------------------------------------------------------------------------|--------|---------------------------------|---------|
| Se utilizar o método de calcular divisores de cada número separadamente | 1 tiro | Se encontrar o MDC corretamente | 3 tiros |
| Se escolher o método da decomposição dupla e estiver correto            | 1 tiro | Se determinar o MMC             | 1 tiro  |
|                                                                         |        | Se encontrar o MDC corretamente | 3 tiros |

Fonte: autores.

Para exemplificar, apresentaremos um exemplo de jogada na Figura 2.

**Figura 2 - Apresentação das etapas iniciais de cada rodada do jogo**



Fonte: autores.

Caso, alguma equipe retirasse do monte de cartas do baralho conforme esta situação apresentada na Figura 2, ou seja, na primeira retirada os valores das cartas foram 2 e 9 e na segunda 4 e 6, multiplicando esses valores obtemos o produto dos mesmos, sendo 18 e 24. O próximo passo as equipes devem calcular o MDC e MMC desses números, a depender do procedimento realizado para chegar ao resultado definirá a quantidade de “tiros” que cada equipe terá na respectiva jogada. Caso decidam determinar o MDC descrevendo os divisores de cada um dos números e ao final verificar qual o maior divisores que estes números têm em comum, a equipe terá direito de um tiro na grade o da equipe oponente, se a equipe registrar em sua folha o valor do MDC,

a mesma ganha um bônus de mais 3 tiros.

Em uma segunda situação, com os mesmos valores anteriores: 18 e 24, caso a equipe utilize outro procedimento para obter o MDC, neste caso, a decomposição dupla (mútua) dos valores e se o resultado estiver correto, a equipe tem o direito de um tiro, se em seguida determinar o MMC a partir dessa decomposição a equipe ganha um bônus de mais um tiro, e caso encontrar o MDC corretamente outro bônus

de 3 tiros é concedido à equipe. Para realizar cada palpite de tiros conquistados a equipe deverá realizar um palpite sobre onde estão as miniaturas de navios da equipe adversária, verbalizando em voz alta qual é este palpite indicando a coordenada, composta por um número de 1 a 10 e uma letra de A a J.

Após o palpite sobre um par ordenado da grade da equipe adversária, a mesma deve comunicar à todos da outra equipe se o palpite da coordenada atingiu ou não um ponto de um navio, caso tenha atingido deverá adicionar um pino vermelho na coordenada na grade do oceano e informar quais dos navios foram atingidos (1 por 2), (1 por 3), (1 por 4) ou (1 por 5), caso o palpite esteja incorreto, então a equipe deverá colocar um pino azul na coordenada informada, a equipe que realizou o palpite deve colocar os pinos na grade mira, pinos azuis caso tenha errado o palpite e o pino vermelho caso tenha acertado a miniatura de navio da equipe adversária. Para que vença a partida a equipe deve atingir por completo todas as coordenadas de um único navio da equipe adversária.

## REFLEXÕES FINAIS

Durante o desenvolvimento das atividades, os licenciandos e professores constatarem um notável progresso entre os estudantes. As tarefas, que inicialmente lhes pareciam desafiadoras e sem um ponto de partida evidente, transformaram-se em oportunidades para questionamento e desenvolvimento de estratégias de resolução de problemas. Esse progresso não se limitou apenas à melhoria no desempenho das quatro operações matemáticas, mas também se estendeu à socialização e ao comportamento dos estudantes como aprendizes. Os educandos demonstraram maior autonomia, colaboração e engajamento, refletindo uma evolução abrangente em suas competências acadêmicas e interpessoais.

Além disso, essa experiência também foi fundamental para a evolução dos discentes da graduação que estiveram presentes nestas atividades. Ao acompanhar de perto o desenvolvimento dos educandos, estes puderam refletir sobre suas práticas pedagógicas, adaptando e aprimorando suas metodologias de ensino. Essa vivência proporcionou uma troca de conhecimentos e estratégias, contribuindo para a formação contínua dos educadores e para a criação de um ambiente de aprendizagem mais dinâmico e inclusivo.

## REFERÊNCIAS

GRANDO, R. C. Recursos Didáticos na Educação Matemática: jogos e materiais manipulativos. **Revista Eletrônica Debates em Educação Científica e Tecnológica**, S. L., v. 5, n. 2, p. 393-416, out. 2015. Disponível em: <https://ojs.ifes.edu.br/index.php/dect/article/view/117/114> . Acesso em: 26 jun. 2024.

SMOLE, K.S.; DINIZ, M.I.; MILANI, E. **Jogos de matemática do 6º ao 9º ano**. Cadernos do Mathema. Porto Alegre: Artmed 2007. Disponível em: [https://edisciplinas.usp.br/pluginfile.php/5288419/mod\\_resource/content/1/RE-Jogos-6o.pdf](https://edisciplinas.usp.br/pluginfile.php/5288419/mod_resource/content/1/RE-Jogos-6o.pdf) . Acesso em 26 jun 2024.



## ENSINO DE MATEMÁTICA POR MEIO DE METODOLOGIAS ATIVAS NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL NUMA ESCOLA PÚBLICA.

Murilo Corrêa Quinan<sup>1</sup>  
Martilene de Sousa Oliveira<sup>2</sup>

**RESUMO:** Este documento apresenta o **RELATO DE EXPERIÊNCIA** submetido ao 7º Simpósio Nacional da Formação do Professor de Matemática, que descreve as vivências de iniciação à docência do graduando em pedagogia, Murilo Correa Quinan, pela PUC-GO, ao realizar atividades pedagógicas com o uso de metodologias ativas para o ensino de matemática, nos anos iniciais do ensino fundamental numa escola pública da rede municipal de educação de Goiânia.

**Palavras-chave:** matemática, metodologias ativas inovadoras, aprendizagem.

### EIXO TEMÁTICO

( X ) T1: Abordagens e metodologias inovadoras em Matemática na Educação Básica.

### INTRODUÇÃO

Este trabalho aborda as experiências que o referido discente vivenciou no ensino de matemática por meio da abordagem pedagógica de metodologias ativas durante o período do PROGRAMA INSTITUCIONAL DE BOLSA DE INICIAÇÃO À DOCÊNCIA (Pibid), formalizado entre a secretaria municipal de educação e a Escola de Formação de Professores e Humanidades da PUC-GO.

O tema a ser explorado neste trabalho abrange com maior ênfase as abordagens e metodologias inovadoras em Matemática na Educação Básica e suas implicações no processo de aprendizagem dos alunos nos anos iniciais do ensino fundamental (EF) de uma escola pública municipal, com relações transversais a outros temas e o desenvolvimento de recursos didáticos de matemática para EF.

O presente trabalho tem sua justificativa ao descrever as principais atividades realizadas em sala de aula, bem como, as observações e análises oriundas daquelas atividades no processo de ensino e aprendizagem da matemática para alunos nos anos iniciais do ensino fundamental com idade entre 7 e 9 anos, compondo, assim, um material rico para se basear futuras pesquisas que abrangem tanto o processo de ensino e suas metodologias inovadoras, por parte dos professores de matemática, como o processo de aprendizagem dos alunos com a construção mais significativa do conhecimento matemático voltado para análise crítica da realidade em que o indivíduo está inserido.

<sup>1</sup> Pedagogia Licenciatura – PUC GO, Goiânia (GO)/Brasil mc-quinan@hotmail.com

<sup>2</sup> Pedagoga especialista em Educação Básica ensino fundamental 1, Secretaria Municipal de Goiânia (GO) Brasil, martilene2@hotmail.com. Este trabalho faz parte do relatório do Pibid apresentado pelo referido discente no simpósio de pedagogia da Escola de Formação de Professores e Humanidades da PUC GO em 11 abril 2024.



## RELATO

Foram apresentados, com acompanhamento da professora regente e desenvolvidos junto aos alunos em sala de aula, três planos de sequência didática sobre numeramento na alfabetização matemática para uma turma de 28 alunos do 3º ano EF, período matutino, explorando os seguintes temas:

❖ **Atividades de numeramento com o tema “Dinheiro brasileiro: onde se fabrica e como contá-lo”** (vide figuras 1 e 2 abaixo).

Objeto de conhecimento: apresentar aos alunos as curiosidades da Casa da Moeda do Brasil, bem como, as curiosidades das cédulas do dinheiro brasileiro do REAL.

**As metodologias ativas foram realizadas com grupos de trabalho por meio das dinâmicas** “Que bicho te mordeu” (aprendizagem da relação das figuras das cédulas com os animais brasileiros ameaçados de extinção) e dinâmica do “Chocotésimo” com foco na ideia matemática de proporção, destacando a curiosidade do nome “centavos” relacionado com os números centesimais.

**Figura 1 - Numeramento com cédulas. Figura 2 - Dinâmica do “Chocotésimo”**



❖ **A atividade de numeramento com o tema “O jogo Tangram e as Formas Geométricas** (vide figuras 3 e 4).

Objeto de conhecimento: apresentar, aos alunos, a história do jogo Tangram, que surgiu na China antiga, sendo um dos quebra-cabeças mais antigos e populares do mundo, composto por sete peças geométricas, usadas para formar uma variedade infinita de figuras e formas geométricas.

**As atividades de metodologias ativas foram desenvolvidas por meio de** uma explanação inicial do que era o jogo e suas peças geométricas, depois, tiveram exploração livre, desafios individuais, trabalhos em grupos e, finalmente, discussão e reflexão para estimular o pensamento espacial, a criatividade e a resolução de problemas nas crianças, além de promover o desenvolvimento de habilidades matemáticas, como noções de geometria e visualização de formas.

**Figura 3 - Atividade com TANGRAM**



**Figura 4 - Montando formas geométricas**



❖ **Atividades de numeramento com o tema “Viajando de trem no país da Matemática”** (vide figura 5).

Objeto de conhecimento: apresentar aos alunos as estações de trem no país da Matemática, que representam estações de trabalho com jogos de matemática.

**As atividades de metodologia ativas foram desenvolvidas por meio de estações de trabalho** (chamadas de estações de trem) nas quais se acompanhava e orientava os alunos, divididos em equipes, com seus debates e soluções em cada estação, onde são realizadas dinâmica de aprendizagem por meio de jogos com desafios de operações matemáticas e raciocínio lógico. Apresentar com intencionalidade, aos alunos, os conceitos de matemática (sistema numérico, operações de adição, subtração, multiplicação e de divisão, geometria) envolvidos nos jogos realizados.

**Figura 5 - Numeramento com estações de trabalho com jogos de matemática.**



### **OBSERVAÇÕES DO PIBID**

Uma das primeiras observações obtidas da vivência em sala de aula, foi a abordagem pedagógica que a professora regente fazia no trato com seus alunos mantendo sempre a metodologia dos “dois D”: doçura, mas com disciplina. Ou seja, mantinha-se uma linha de ter empatia, mas sem precisar perder a gestão da sala.

As estratégias para se obter as evidências de aprendizagem afim de identificar se o aluno está aprendendo foram realizadas em momentos formais por meio de atividades pedagógicas que geram evidências físicas como a correção de tarefas. Também eram realizados momentos informais que ocorreram por meio das seguintes metodologias: conversas e diálogos sobre os temas abordados (planejando boas perguntas durante as atividades, evitando respostas prontas mas apontando caminhos a serem desenvolvidos), registros de vídeos ou imagens dos percursos feitos pelos alunos na construção de seu conhecimento (fases da evolução do aluno ao longo do processo de aprendizagem), e nos momentos de aplicação do conhecimento de forma autônoma para resolução de situações propostas.

Observou-se o endosso passivo na aprovação dos estudantes com baixa proficiência nas áreas de conhecimento, como língua portuguesa e matemática, durante o ano, originando turmas com quase 30% do total de alunos da classe com deficiência de aprendizado (não sabem operações básicas de matemática e nem dominam a tabuada), dificultando o avanço dos outros alunos que já dominam o letramento e o numeramento. Isso impacta no resultado de gerações posteriores dos alunos que vão se



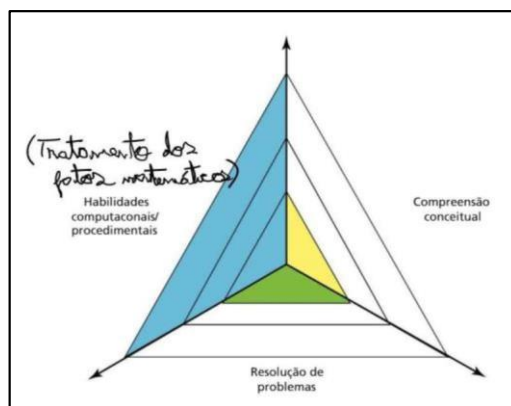
apresentar nos anos seguintes como analfabetos funcionais sem capacidade de interpretação de textos escritos, bem como, com a incapacidade de realizar operações básicas de matemáticas e de raciocínio lógico, habilidades obrigatórias para o cidadão inserido numa sociedade digital (vide tabelas e gráficos das figuras 7 a 10 que mostram os desempenhos de alunos do 2º e 5º ano EF).

Com relação à metodologia aplicada para o ensino de matemática, observou-se que os professores, embora tenham interesse na utilização de metodologias ativas para melhoria do processo ensino-aprendizagem, são implicitamente forçados a utilizar métodos instrucionais, de educação bancária, face o cronograma de conteúdo a ser lecionado, como exigência da SME, para preparação dos alunos para as provas de avaliação somativa com questões objetivas fechadas do tipo somativa. Isso se observa, à medida que se avança nos anos letivos, que os alunos são expostos a métodos menos criativos em termos pedagógicos, até o 5º ano quando os alunos já têm que se adaptar ao sistema de memorização de fatos matemáticos e “macetes”.

Com relação aos processos de avaliação, observa-se que os instrumentos avaliativos estão sendo aplicados aos estudantes sob uma ótica pragmática de buscar alcançar resultados com foco principal nas avaliações externas, excluindo do processo de ensino-aprendizagem a sequência de planejamento didático feito pela Avaliação Diagnóstica visando à significação do processo educacional.

Como afirma Boaler (2018), as três dimensões para um aprendizado de qualidade na matemática são, conforme a figura 6: a dimensão para desenvolver as habilidades procedimentais computacionais para tratar os fatos matemáticos; a dimensão para desenvolver a compreensão conceitual; e a dimensão para resolução de problemas. Boaler (2018) demonstra em suas pesquisas que alunos dos anos iniciais do Ensino Fundamental de famílias de baixa renda, considerados de baixo rendimento em matemática, quando eram expostos a aulas criativas, motivando-os a aprender a disciplina com uma mentalidade positiva, aqueles alunos apresentavam alto desempenho tanto quanto os alunos rápidos em tratar fatos matemáticos.

**Figura 6 – Multidimensionalidade do aprendizado de matemática.**



Fonte: Boaler (2018).

**Figura 7 – Desempenho % 2º ano Matemática**



**Figura 8 – Desempenho % 5º ano**



Fonte: Secretaria Municipal de Goiânia/GO

**Figura 09 – Legenda**



**Figura10 - Melhoria de desempenho, em torno de 6%, dos alunos do 5º ano EF 1**

| PROFICIÊNCIA |                       |           |           |
|--------------|-----------------------|-----------|-----------|
| Nossa Escola | 5º ano                |           |           |
|              | Componente Curricular | IDEB/2021 | CAEd/2023 |
|              | Língua Portuguesa     | 222,09    | 236       |
|              | Matemática            | 225,5     | 240       |

Fonte: Secretaria Municipal de Goiânia/GO

## REFLEXÕES FINAIS

Observou-se que a utilização das metodologias ativas, como abordagem pedagógica em sala de aula, melhorou a prática pedagógica do ensino de numeramento para alunos da educação básica anos iniciais do Ensino Fundamental na rede pública.

Nesse contexto, o referido discente aprendeu a avaliar qual a metodologia ativa mais adequada para determinado objeto de conhecimento a ser explorado, bem como, entender o contexto socioemocional do aluno, de acordo com a sua fase de desenvolvimento de atividade psicológica e o seu dia a dia, para que a aprendizagem pudesse ser cheia de significado dentro da realidade daquele aluno, gerando maior qualidade no processo de ensino-aprendizagem. Isto vem afirmar o que é observado por Rios e Rossler (2017), pois entre 6 e 10 anos, a criança se encontra na fase de atividade psicológica chamada “fase de estudo”, na qual a criança deseja ser reconhecida enquanto pessoa no mundo adulto pela atividade de estudo escolar, vindo a sua mente

ideias como “o que eu quero ser quando crescer” e atividades de imitação das profissões.

Portanto, neste instante o educador deve aproveitar a oportunidade para expor de maneira pedagógica os conceitos matemáticos com significados cognitivos para a criança.

Durante a iniciação à docência citada neste relatório, observou-se o choque de realidade da sala de aula, exemplificado pela citação da pesquisadora Parente (2015) em que “as escolas estão no século XIX, os professores no século XX e os alunos no século XXI”, pois o que se observa nas escolas da rede pública é a realidade de uma educação do tipo bancária com métodos tradicionais de ensino em que o modelo educacional se baseia no professor que faz uso de aulas expositivas para transferir aos alunos o maior número de informações possíveis, pois a pressão para se cumprir metas de conteúdos curriculares da S.M.E é colocada em primeiro lugar quando o tema são indicadores de desempenho.

Assim, o que se enfatiza neste relato é que aprender matemática não envolve apenas adquirir técnicas e métodos para tratar fatos matemáticos (como  $2 \times 3$ ), mas envolve um processo de desenvolvimento da identidade do indivíduo, no qual o aluno decide quem é e o que virá a ser no futuro. Portanto, salas de aulas com métodos procedimentais são os principais desmotivadores para que os alunos não se identifiquem com a matemática, passando a crer no mito, característico da sociedade da competição, de que aquela disciplina é apenas para pessoas ditas “inteligentes” ou para os “nerds”, criando o caminho certo para a tão temida evasão escolar, ou para uma trajetória futura com dificuldades matemáticas seja na vida acadêmica ou na vida profissional. Ensinar a aprender matemática, com mentalidade de crescimento positivo, tem a ver com alunos que têm a liberdade para querer ser a pessoa que faz a diferença, investigando, pensando, estabelecendo conexões e relações, compreendendo de maneira profunda os conceitos para entenderem como as coisas são e porque acontecem de certo jeito e, assim, interferir em suas realidades.

Em minha perspectiva como profissional docente, profissão que escolhi trilhar como projeto de vida, é premente que os educadores façam uso do cerne conceitual da matemática em sua prática pedagógica com intencionalidade, visando o comprometimento com a ética e valores da verdade e o justo, em que o diálogo e o debate de ideias seja o principal componente desta arte de ensinar e aprender na relação educador e aluno.

## REFERÊNCIAS

- ALVES, R. **A educação dos sentidos**: conversas sobre a aprendizagem e a vida. São Paulo, SP: Ed. Planeta do Brasil, 2018.
- BOALER, J. **Mentalidades Matemáticas**: estimulando o potencial dos estudantes por meio de uma matemática criativa. Ed. Penso. Instituto Sidarta, São Paulo, 2018.
- CORTELAZZO, A. L. *et al.* **Metodologias Ativas e Personalizadas de Aprendizagem**: para refinar seu cardápio metodológico. ALTA BOOKS Editora, RJ, 2018.
- GOIÁIS. **Documento Curricular para Goiás** - Vol. II Ensino Fundamental anos iniciais — Secretaria Estadual da Educação / GO.
- LIBÂNEO, J. C. **Didática**. São Paulo: Cortez, 1992. Petrópolis, RJ: Vozes, 2019.
- PACHECO, J. Inovar é assumir um compromisso ético com a educação.
- PARENTE, C. da M. D. *et al.* **A formação de professores e seus desafios frente às mudanças sociais, políticas e tecnológicas**. São Paulo, Ed. Penso, 2015.
- PROENÇA, M. C. **Resolução de problemas**: encaminhamentos para o ensino e a aprendizagem de

matemática em sala de aula. 1 ed. Maringá. EdUEM, 2018.

Projeto Político Pedagógico da E.M. Cel Getulino Artiaga, Goiania, GO. 2021/23.

RIOS, C. F. M.; ROSSLER, J. H. Atividade principal e periodização do desenvolvimento psíquico: contribuições da psicologia histórico-cultural para os processos educacionais. **Perspectivas em Psicologia**.v. 14 - Nº 2 - dezembro 2017- (pp. 30-41). UFPR, 2017.

VERGARA, C. R. G.; MARTINEZ, F. E. B. **Matemática recreativa**: uma proposta para sala de aula. 1ª ed. ANPMAT, Rio de Janeiro, 2020.



## CRIAÇÃO DE UM CLUBE DE MATEMÁTICA COMO ESTRATÉGIA PARA A RECOMPOSIÇÃO DAS APRENDIZAGENS

Oséas Guimarães Ferreira Neto<sup>1</sup>  
Júlia Barbosa Santa Brígida<sup>2</sup>

**RESUMO:** O Clube de Matemática Produtos Notáveis é um projeto educacional formado por docentes e discentes, em caráter voluntário, sem fins lucrativos e direcionado aos alunos das escolas públicas da rede estadual de ensino, que visa auxiliar os estudantes na recomposição das aprendizagens e no desenvolvimento das competências necessárias para obter êxito no Exame Nacional do Ensino Médio (Enem) e nas Olimpíadas Estudantis de Matemática, com destaque para a Obmep e a Olimpíada Canguru. Além disso, o clube busca construir atividades lúdicas que possam ser usadas por outros professores para auxiliar na recomposição das aprendizagens dos alunos da rede estadual de ensino, objetivando enriquecer suas práticas pedagógicas. Através de formações periódicas, os participantes terão a oportunidade de aprofundar e compartilhar seus conhecimentos e metodologias inovadoras no ensino da matemática, resolver problemas desafiadores e desenvolver habilidades cognitivas.

**Palavras-chave:** clube de matemática, Enem, Obmep, olimpíada Canguru, recomposição das Aprendizagens.

### EIXO TEMÁTICO

( X ) T1: Abordagens e metodologias inovadoras em Matemática na Educação Básica

### INTRODUÇÃO

Quando observamos os diversos aspectos tecnológicos da construção histórica da nossa sociedade, notamos que a Matemática tem sido um elemento constante nesse processo, pois sempre teve um papel relevante nas três grandes revoluções da humanidade: “cognitiva, agrícola e científica” como descrito por (Harari, 2020, p.13), em seu livro 21 Lições para o Século XXI, sendo a última ainda em curso, tendo na contemporaneidade a informática como grande propulsora.

Nessa longa caminhada, a abstração Matemática vem sendo acentuada, possibilitando uma maior aproximação com outras áreas do saber, porém também produz

<sup>1</sup> Mestre em Matemática pela Ufpa, Licenciado pleno em Matemática pela Uepa. Professor Substituto da UFPA – campus Bragança – Pará. Professor efetivo da rede estadual de educação do Estado do Pará. Professor voluntário do Laboratório Pedagógico de Informática e Matemática (LAPINMAT) da Ufpa e Coordenador do Clube de Matemática Produtos Notáveis com sede na E.E.E.F.M. Profª. Yolanda Chaves. e-mail: oseas.neto3234@escola.seduc.pa.gov.br.

<sup>2</sup> Licenciada Plena em Matemática pela Ufpa, campus Bragança – Pará. Professora voluntária do Laboratório Pedagógico de Informática e Matemática da Ufpa. Professora voluntária do Clube de Matemática Produtos Notáveis. Professora da rede particular de ensino. e-mail: [juliabarbosa328@gmail.com](mailto:juliabarbosa328@gmail.com).

um distanciamento no uso das ferramentas matemáticas elementares, tais como as operações básicas, no cotidiano dos alunos, gerando assim muitos questionamentos, especialmente pelo uso excessivo de uma linguagem abstrata e de uma descontextualização com a vida prática dos envolvidos no processo de aprendizagem, sejam eles docentes ou discentes.

Sendo assim, a Educação Matemática vem buscando alternativas para mediar esse processo, dentre elas, entende-se que a construção de um Clube de Matemática, pode atenuar essas dificuldades, já que possui um caráter integrador para com os educandos e uma grande capacidade para a articulação e coordenação dos saberes matemáticos com outras áreas do conhecimento, despertando no aluno o hábito permanente de fazer uso do raciocínio matemático na resolução de problemas.

O ensino da matemática tem sido um desafio em muitas escolas, especialmente quando se trata de preparar os alunos para exames padronizados como o Saeb, Enem e a Obmep. Muitas vezes, os estudantes não conseguem desenvolver as competências necessárias para resolver problemas sejam eles simples ou complexos ou aplicar conceitos matemáticos em situações do cotidiano. Além disso, os professores muitas vezes carecem de recursos e estratégias para enriquecer suas práticas pedagógicas.

O Clube de Matemática surge como uma resposta a esses desafios, proporcionando um ambiente de aprendizagem colaborativo e estimulante, no qual os estudantes podem aprimorar suas habilidades matemáticas e se preparar de forma mais eficaz para os exames. Além disso, o clube também tem o objetivo de contribuir para a formação continuada de professores, fornecendo atividades lúdicas e estratégias pedagógicas inovadoras.

## RELATO

A construção do Clube de Matemática Produtos Notáveis nasceu da necessidade de realizarmos ações na área de Matemática que favorecessem o engajamento dos alunos no processo de recomposição das aprendizagens. Dessa forma, ainda no planejamento escolar para o ano de 2023, o professor Oséas Guimarães Ferreira Neto, lotado na E.E.E.F.M. Prof<sup>a</sup>. Yolanda Chaves, localizada no município de Bragança - Pará, planejou um conjunto de ações: 1ª Feira de 'Matemática', avaliações em formato de simulados, curso de férias, revisão para o SAEB, aulas direcionadas para a Obmep e o Enem do ano de 2023. A execução de todas essas iniciativas ficou sobre responsabilidade do Clube de Matemática.

Essas ações tiveram a parceria do Laboratório Pedagógico de Informática e Matemática (Lapinmat) da Universidade Federal do Pará, campus – Bragança, onde o professor Oséas Guimarães já atuava como colaborador voluntário, desde 2021, ano em que defendeu a sua dissertação de mestrado no Proformat, com práticas voltadas para o ensino da Matemática, em especial na área de aritmética. Essa parceria também se estendeu nas residências pedagógicas dos alunos bolsistas do Lapinmat, que puderam compartilhar suas inovações e metodologias através do Programa Brasil na Escola. A presença dos alunos / bolsistas / professores Glenda de Fátima, Jacó de Brito, Júlia Barbosa e João Victor tiveram um papel muito relevante na realização das ações realizadas pelo Clube de Matemática Produtos Notáveis. Todas essas iniciativas contribuíram de forma significativa para uma mudança no ensino de matemática na escola, e os resultados comprovam a importância do Clube de Matemática nessa

transformação.

Uma importante conquista foi a aprovação dos alunos Pablo Yuri Coutinho Pinheiro e Alyne Victória Costa Mendes, aprovados no curso de Licenciatura em Letras Língua Portuguesa na Ufpa, que frequentavam as aulas do Enem do Clube de Matemática, ministradas pelo professor Oséas Guimarães às quartas-feiras de 18h às 20h30min. O Clube também obteve excelentes resultados na Obmep – 2023, com seis alunos, recebendo oito premiações, ver tabela 1, além de 4 premiações na Olimpíada Internacional de Matemática Canguru, ano 2024, ver tabela 2. Além das aprovações e premiações a escola passou a ter uma grande participação dos alunos em todas as ações em que a Matemática.

**Tabela 1 – Premiações na Obmep – 2023 obtidas pelos alunos do Clube de Matemática – Produtos Notáveis**

| Nº | NOME DO ALUNO              | PREMIAÇÃO                    |
|----|----------------------------|------------------------------|
| 01 | Carlos Calebe Oliveira     | Medalha de Bronze no Nível 1 |
| 02 | Nina Manuela Miranda Silva | Medalha de Prata no Nível 2  |
|    |                            | Menção Honrosa no Nível 2    |
| 03 | Débora Pinheiro da Silva   | Medalha de Bronze no Nível 2 |
|    |                            | Menção Honrosa no Nível 2    |
| 04 | Ítalo Mateus Brito Sousa   | Menção Honrosa no Nível 2    |
| 05 | Luana Letícia Sales Matos  | Menção Honrosa no Nível 2    |
| 06 | Daniel Azevedo Lopes       | Menção Honrosa no Nível 3    |

Fonte: Os autores

**Tabela 2 – Premiações na Olimpíada Canguru – 2024 obtidas pelos alunos do Clube de Matemática – Produtos Notáveis**

| Nº | NOME COMPLETO                        | PREMIAÇÃO         |
|----|--------------------------------------|-------------------|
| 01 | Henrique Mescouto Nascimento         | Medalha de Ouro   |
| 02 | Nina Manuela Miranda Silva           | Medalha de Bronze |
| 03 | Rian da Silva Sousa                  | Medalha de Bronze |
| 04 | Raimundo Vinícius Miranda do Rosário | Menção Honrosa    |

Fonte: Os autores

As ações do clube atingiram todas as turmas e séries da escola, indo do 6º ano do ensino fundamental até a 3ª série do ensino médio, sempre com aulas dinâmicas, criativas e com o uso de jogos, desafios, gincanas e objetos concretos que auxiliavam nas explicações que tinham como principal objetivo recompor as aprendizagens que ficaram prejudicadas devido ao período pandêmico. Todos os professores de matemática da escola passaram a usar os recursos produzidos e disponibilizados pelo clube. Essa união de esforços transformou o ensino da matemática, gerando engajamento, entusiasmo, melhorando a frequência nas aulas e consequentemente o rendimento dos alunos na disciplina.



**Figura 1 – Professora Júlia aplicando o Dominó das Frações / Turma do 7º Ano**



Fonte: Os autores

**Figura 2 – Sólidos Geométricos / Turma da 1ª Série**



Fonte: Os autores

**Figura 3 – Alunos participando da Gincana de Desafios / Turma do 9º ano**

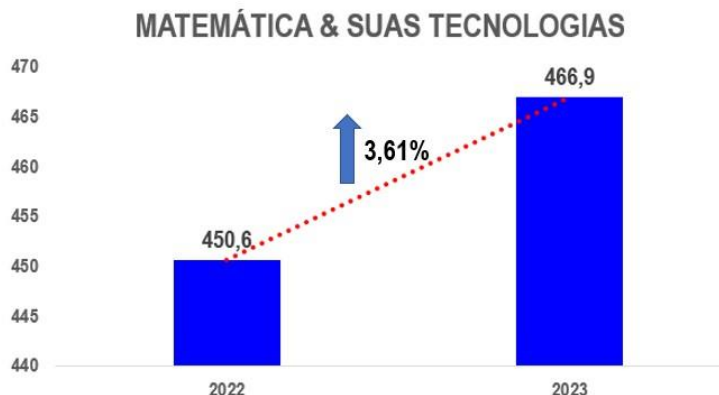


Fonte: Os autores

Em 2023, nas aulas preparatórias para o Enem 2023, o Clube atendeu os alunos da 3ª série da E.E.E.F.M. Profª. Yolanda Chaves e tivemos como resultado o maior crescimento já registrado pela escola na área de Matemática, que foi de 3,61% (ver gráfico 01), ou seja, enquanto que a área de Linguagens apresentou um crescimento de 2%, a área de Ciências Humanas um crescimento de 0,29%, a área de Ciências da

Natureza teve um crescimento de 2,17%, a Matemática liderou esse processo de avanço no rendimento no Enem da escola.

**Gráfico 1 – Comparativo de desempenho no Enem 2022 x 2023 por escola que recebe o Clube de Matemática – Produtos Notáveis**



Fonte: [https://www.aio.com.br/school\\_enem\\_data/classificacao?school](https://www.aio.com.br/school_enem_data/classificacao?school). Acesso: 07 de junho de 2024.

Esses importantes resultados colaboraram para que o Clube de Matemática Produtos Notáveis ampliasse as suas ações no ano de 2024, atendendo alunos de outras unidades escolares da rede estadual, servindo de modelo para outras escolas, reforçando a parceria com o Lapinmat e possibilitando que professores utilizem as ações do Clube como laboratório metodológico de práticas inovadoras no ensino da Matemática.

O Clube de Matemática Produtos Notáveis é uma organização estudantil formada por docentes e discentes, em caráter voluntário, sem fins lucrativos, uma vez que os alunos são oriundos de escolas públicas, não pagam nenhum tipo de mensalidade. A única exigência feita para participar das ações do Clube é a frequência escolar. Futuramente esperamos desenvolver um site e um aplicativo que possam ser usados pelos estudantes da rede estadual.

## REFLEXÕES FINAIS

A criação do Clube de Matemática Produtos Notáveis na E.E.E.F.M. Profª. Yolanda Chaves representou uma transformação extraordinária para a comunidade escolar. Numa época em que os desafios do ensino se intensificaram devido à pandemia, a iniciativa surgiu como um farol de esperança e empenho. “A educação é a arma mais poderosa que você pode usar para mudar o mundo”, disse Nelson Mandela, e foi com esse espírito que iniciamos essa jornada, com o apoio de alunos, familiares e a direção, que se uniram para enfrentar o déficit de aprendizagem em Matemática. O clube não apenas proporcionou um espaço de estudo e aprimoramento das habilidades matemáticas, mas também estimulou a curiosidade e a paixão pelo conhecimento, essencial para o desenvolvimento intelectual dos estudantes.

O impacto positivo do Clube de Matemática Produtos Notáveis rapidamente se refletiu nos resultados dos alunos. Antes considerados de baixo rendimento, os estudantes começaram a apresentar notável melhoria em suas notas na escola e no Exame Nacional do Ensino Médio (Enem). “A educação não é a preparação para a vida;

educação é a própria vida”, afirmou John Dewey. E isso se concretizou quando nossos alunos passaram a ser premiados nas principais olimpíadas estudantis, tais como Obmep e Canguru, algo que anteriormente parecia um sonho distante. Essa evolução foi resultado de um trabalho árduo, mas também da criação de um ambiente colaborativo e motivador, onde cada conquista era celebrada e cada dificuldade é superada em conjunto.

Além dos avanços acadêmicos, o Clube de Matemática promoveu uma mudança cultural dentro da escola, motivando inclusive outras áreas. Os alunos desenvolveram habilidades como pensamento crítico, resolução de problemas e trabalho em equipe, que vão muito além do aprendizado técnico. “Educação é o nosso passaporte para o futuro, pois o amanhã pertence às pessoas que se preparam para ele hoje”, dizia Malcolm X. Preparando-se hoje, nossos estudantes não apenas melhoraram seus conhecimentos em Matemática, mas também se tornaram cidadãos mais confiantes e preparados para os desafios do futuro. A iniciativa mostrou que, com dedicação e apoio mútuo, é possível reverter situações adversas e criar um legado de sucesso e superação.



## ENSINO DE MATEMÁTICA NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL

Cinthia Vieira Brum Lima<sup>1</sup>  
Pollyanna Garcia Geraldo Fecchi<sup>2</sup>  
Ana Flavia Valente Teixeira Buscariolo<sup>3</sup>

**RESUMO:** A experiência aqui relatada situa-se em um contexto de formação continuada de professoras dos anos iniciais do ensino fundamental de uma escola pública, atualmente enquanto professoras dos 4os anos, da rede municipal de Campinas, que integra o projeto “*Formação continuada de professores que ensinam matemática e seu impacto na aprendizagem dos alunos*”, financiado pela Fapesp e coordenado pelos professores Marcelo Firer (Imecc - Unicamp) e Rita Guimarães; o projeto tem como finalidade a formação de professoras dos anos iniciais e análises do(s) processo(s) de aprendizagem(ns) dos estudantes, a partir de filmagens e análises de situações de aulas. A partir das reflexões sobre o ensino de matemática fomentadas nos encontros de formação e da necessidade de atender à diversidade de saberes genuinamente existente, além das defasagens acentuadas pelo período pandêmico de “ensino remoto”, passamos a realizar semanalmente reagrupamento dos alunos segundo suas necessidades de aprendizagem específicas, além do desenvolvimento e utilização de instrumentos facilitadores, como o Material Dourado magnético, as lousas individuais, entre outros. Entendemos que tais elementos vêm favorecendo os processos e as relações de ensino no contexto da aprendizagem e do ensino da matemática.

**Palavras-chave:** ensino de matemática, recursos didáticos, formação continuada, reagrupamento de alunos.

( X ) T2: Ensino de Matemática nos anos iniciais (1º a 5º) do Ensino Fundamental

### INTRODUÇÃO

O ensino da matemática nos anos iniciais pode configurar-se como um desafio, de modo especial no contexto de formação de professores vigente, onde o tempo de estudo de cada especificidade é curto e insuficiente. Assim sendo, adentramos às salas de aula com questões não resolvidas em nosso próprio aprendizado com relação às questões matemáticas, e se faz necessária a continuada formação sobre o assunto para que, aprendendo a lidar melhor com essa disciplina, possamos ensiná-la a contento. Este texto relata a nossa experiência como professoras, participando de processo longo de desenvolvimento profissional.

<sup>1</sup> Doutoranda em Educação; professora na Secretaria Municipal de Educação de Campinas, SP, Brasil, e-mail: cvbrum@yahoo.com.br.

<sup>2</sup> Doutoranda em Educação; professora na Secretaria Municipal de Educação de Campinas, SP, Brasil, e-mail: pollyannafecchi@gmail.com.

<sup>3</sup> Doutoranda em Educação; professora na Secretaria Municipal de Educação de Campinas, SP, Brasil, e-mail: valentebuscariolo@gmail.com.

## RELATO

Em fevereiro de 2023 começamos a participar do projeto “*Formação continuada de professores que ensinam matemática e seu impacto na aprendizagem dos alunos*”, financiado pela Fapesp, que compreende encontros semanais de formação, seminários intensivos de inverno e verão, visitas dos pesquisadores da Unicamp à sala de aula e recepção dos bolsistas de iniciação científica envolvidos no projeto.

Somos professoras dos anos iniciais do Ensino Fundamental em uma escola pública e periférica na rede municipal de Campinas, SP. Atualmente estamos trabalhando com os 4ºs anos. Embora as salas de aula não estejam tão lotadas em nossas turmas - temos cerca de 23 a 25 alunos, mas há outras salas, como os 1ºs anos que tem cerca de 30 alunos - temos sentido os efeitos da pandemia, ou seja, embora saibamos que a heterogeneidade de saberes seja comum em uma sala de aula, após a pandemia essa desigualdade de saberes acentuou-se, visto que temos desde alunos cujos pais contrataram professores particulares para sanar os prejuízos do período em aulas remotas, enquanto outros mal tiveram acesso a tais aulas, inclusive por falta dos recursos eletrônicos. Soma-se a isso, o fato de que analisamos que nossa formação inicial não foi suficiente para o ensino desta disciplina, ao mesmo tempo em que as formações continuadas a nós oferecidas em sua maioria focam na alfabetização. Assim, a oportunidade de participar deste projeto justifica-se.

Neste segundo ano do projeto optamos por realizar o reagrupamento dos alunos uma vez por semana (convém dizer que já realizamos a prática do reagrupamento por grupos de saberes dos alunos em um momento anterior à pandemia, com foco no ensino da língua portuguesa, assim, essa já era uma prática familiar a todas nós). Cada aluno, após sondagem e avaliação diagnóstica, foi classificado em três grupos com necessidades diferentes: um grupo de alunos que correspondem mais adequadamente aos saberes estabelecidos pelo ano/série em que se encontram, outro grupo que apresenta algumas defasagens em relação ao ano/série (este é o caso de um número significativo de alunos, logo este grupo precisou ser subdividido em dois) e um grupo bem menor de alunos com muitas dificuldades, inclusive ainda em processo de alfabetização e apenas com saberes matemáticos equivalentes ao 1º e/ou 2º anos.

O reagrupamento acontece uma vez na semana, às terças-feiras, e tem duração de aproximadamente 2h/a; as crianças se reorganizam em seus grupos e cada grupo se dirige ao trabalho com a professora responsável. Entendemos esta prática consoante com o que dizem as Diretrizes Municipais, que no capítulo sobre Avaliação prevê o agrupamento por níveis de saberes (Campinas, 2012).

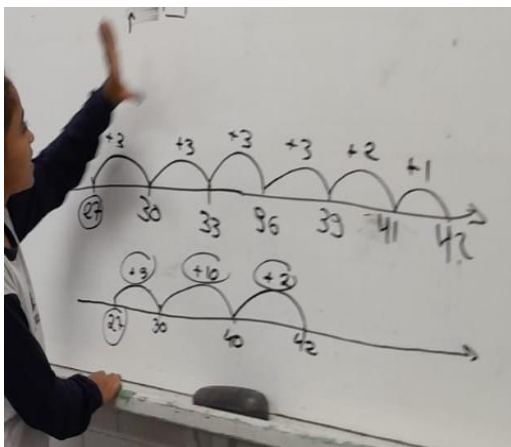
Nestes momentos de reagrupamento temos colocado em ação saberes trabalhados nos momentos de formação, em suma, temos incentivado e socializado as diferentes estratégias que os alunos utilizam para resolver um cálculo ou problema matemático, tal como vimos em Humphreys e Parker (2019). Além disso, temos intensificado o uso do material dourado, que já era uma de nossas práticas, inclusive com a implementação do material dourado magnético. O uso da reta numérica, que era menos frequente em nossas práticas de ensino, vem sendo mais utilizada, conforme registrado na figura 1. Outro material que tem feito a diferença são os slides/material do National Centre for



Excellence in the Teaching of Mathematics (NCETM)<sup>4</sup>.

Quatro estudantes da Unicamp vinculados ao projeto de pesquisa participam ativamente das atividades concernentes ao reagrupamento, auxiliando-nos no planejamento, elaboração das atividades e avaliações do/no processo, cada um em uma das turmas.

### Figuras - Exemplos de usos da reta numérica



Fonte: arquivo pessoal das autoras

Temos observado que, apesar de ser recente este trabalho com a proposta de reagrupamento em matemática, os alunos já demonstram avanços no que se refere à aprendizagem dos conceitos e conteúdos trabalhados. Ter a oportunidade de trabalharmos especificamente com as dificuldades e especificidades de cada grupo, possibilita avançar, dentro das potencialidades de cada um, contemplando as demandas mais individuais de aprendizagem. O fato de termos estagiários da área de matemática nas salas, bem como o acompanhamento do professor coordenador e da professora Rita em momentos de intervenções, contribui com o atendimento das necessidades individuais, especialmente por possuírem conhecimento específico na área. Eles nos auxiliam a enxergar novas formas de ensinar e de analisar as resoluções dos alunos, além de auxiliarem nas intervenções individuais ou de pequenos grupos.

### ALGUMAS ESTRATÉGIAS

A matemática ensinada/aplicada nos anos iniciais exige, a todo momento, a utilização de estratégias que deem conta da diversidade existente. Na mesma turma, ora precisamos explorar materiais concretos e ensinar sobre a construção do conceito de números ou de valor posicional, ora precisamos explorar possibilidades de abstração e resolução de situações-problema mais complexas. Isto posto, pensar em novas formas de lidar com os conteúdos em suas diversas possibilidades, tem nos ajudado a considerar as necessidades específicas e atendê-las.

Dentre essas novas formas de ensinar, estamos entrando em contato com materiais didáticos antes explorados apenas do modo 'convencional', como o já citado Material

<sup>4</sup> Disponível em: <https://www.ncetm.org.uk/teaching-for-mastery/mastery-materials/primary-mastery-professional-development/>. Acesso em: 09 jun. 2024

Dourado. Temos na escola disponíveis várias caixas desse instrumento confeccionados com madeira, e utilizávamos em jogos (como o Nunca 10) e representações concretas manipuláveis por nós e pelas crianças. No caso do Nunca 10, temos sido apresentadas e desafiadas a pensar variações dele, como o uso com 2 dados e a multiplicação dos números que saíram neles. Já com a apresentação do recurso magnético do material dourado, abriu-se uma nova forma de exploração deste material, pois conseguimos explicar os agrupamentos, decomposições, cálculos, entre outros modos de exploração em aulas expositivas contextualizadas, contando com a participação das crianças que sentem-se instigadas por esse novo formato de utilização. A turma consegue visualizar com mais facilidade o que apresenta a professora ou a criança que está participando naquele momento.

Outro instrumento introduzido em nossas aulas foi a lousa individual, que podemos ver em uma das fotos acima. A partir dela, conseguimos explorar as diversas possibilidades de resolução de um mesmo cálculo ou situação problema apresentadas pelos alunos, e discutir os caminhos possíveis a partir delas.

Outro ponto a ser salientado, é que temos nos dedicado mais ao trabalho com questões que envolvem o arredondamento, considerando o arredondamento como uma habilidade matemática fundamental que desempenha um papel significativo na vida cotidiana e no desenvolvimento do pensamento numérico dos alunos, faz toda a diferença nos modos de ensinar. No contexto do ensino de matemática para crianças do 4º ano, a compreensão e aplicação de estratégias de arredondamento são essenciais para aprimorar a precisão dos cálculos e promover uma compreensão mais profunda dos números.

O arredondamento para dezenas e centenas é frequentemente introduzido como uma estratégia para simplificar cálculos e estimativas. Isso envolve a compreensão dos contextos em que o arredondamento é utilizado na vida cotidiana e a aplicação de estratégias personalizadas para resolver problemas. Por exemplo, ao calcular o troco em uma compra, o aluno pode optar por arredondar o valor total para facilitar o cálculo mental. Ou então, para calcular um valor “mais 9”, ele pode calcular “mais 10” e depois “tirar um”:  $35 + 9 = 35 + 10 - 1 = 44 - 1 = 43$ , e assim por diante, o que Humpreys e Parker (2019) denominam de “arredondar e ajustar”, conforme abordam no capítulo sexto sobre a adição.

Merece destaque também o trabalho com a decomposição, que vem sendo tratado nos encontros entre professores e assim reverberando no ensino aos alunos, visto que, a partir dele, podemos explorar modos diversos de resolução de um mesmo problema. A questão da criatividade na resolução de situações-problema e as estratégias anteriores ao uso dos algoritmos convencionais também têm sido importantes neste processo de “abertura de horizontes” diante de conceitos anteriormente consolidados em nossa formação matemática.

## REFLEXÕES FINAIS

O uso dos materiais manipuláveis, já mencionados, contribuem e enriquecem a prática em sala de aula, porém o que temos aprendido no contexto de formação nas aulas teóricas desenvolvidas pela equipe universitária tem sido fundamental, visto que nos traz mais elementos para o trabalho com os alunos, afinal, não é novidade que a formação do pedagogo no que se refere ao ensino da matemática é repleta de lacunas;



isso posto, para nós pedagogas, aprender no contexto de formação continuada é fundamental, pois trabalhamos a partir das situações reais de sala de aula.

## REFERÊNCIAS

CAMPINAS. Secretaria Municipal de Educação. **Diretrizes Curriculares da Educação Básica para o Ensino Fundamental Anos Iniciais**: Um Processo Contínuo de Reflexão e Ação. Organização e coordenação: Heliton Leite de Godoy. Prefeitura Municipal de Campinas. Departamento Pedagógico. Campinas, 2012.

DANTE, L. R. **Ápis mais: matemática, 4º ano: ensino fundamental**: anos iniciais : manual do professor. Coautoria de Fernando Viana. São Paulo, SP: Ática, 2021. 304 p., il. (Ápis mais). ISBN 9786557671177 (broch. : manual do professor).

HUMPHREYS, C. **Conversas numéricas**: estratégias de cálculo mental para uma compreensão profunda da matemática. Coautoria de Ruth Parker. Porto Alegre, RS: Penso, 2019. E-BOOK. (1 recurso online). ISBN 9788584291786. Disponível em:

<https://integrada.minhabiblioteca.com.br/books/9788584291786>. Acesso em: 9 jun. 2024.



## EXPERIÊNCIA NO PROGRAMA DE INICIAÇÃO A DOCÊNCIA: FAIXA DE MÖBIUS

Alana Gazio Papandrea<sup>1</sup>  
Bruna Oliveira Falsoni<sup>2</sup>  
Raíssa Kazue Otsuka Marques<sup>3</sup>

**RESUMO:** Este relato descreve a experiência vivida durante o encerramento do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (Pibid) realizado na Emef/EJA Edson Luis Lima Souto. Os objetivos do projeto de encerramento foram o estímulo do trabalho em grupo e da curiosidade matemática. A atividade narrada consistiu na criação de uma grande faixa de Möbius e na explicação de como esse espaço topológico funciona. Para tal, foi utilizada como referencial teórico a afetividade pedagógica e o estudo matemático através de brincadeiras. A principal lição aprendida foi a compreensão profunda e multifacetada do papel do professor, que vai além da simples transmissão de conhecimento. Especificamente, as autoras aprenderam que ser professor implica ser um exemplo e desempenhar um papel crucial na formação integral dos alunos.

**Palavras-chave:** faixa de Möbius, Pibid, afetividade pedagógica, trabalho em grupo.

### EIXO TEMÁTICO

( X ) T3: Ensino de Matemática nos anos finais do Ensino Fundamental (6º ao 9º ano) e no Ensino Médio.

### INTRODUÇÃO

O Pibid - Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência - tem como função principal o auxílio ao desenvolvimento pedagógico para com os alunos de licenciatura. O principal objetivo do programa é antecipar o vínculo entre futuros professores e as salas de aula da rede pública. Durante o programa que participamos, auxiliamos um professor do ensino fundamental do 6º ao 9º ano na Emef/EJA Edson Luis Lima Souto, atuando especificamente em salas de 6º e 7º anos em 2023 e 7º e 8º anos em 2024. A atividade em questão foi desenvolvida visando práticas pedagógicas afetivas a fim de estimular o trabalho em grupo.

A experiência que iremos relatar narra especificamente sobre uma atividade em grupo realizada na cerimônia de encerramento, desenvolvida com três turmas do sétimo ano e três do oitavo ano. Após um grande período trabalhado no Pibid, tivemos o fim de um ciclo e foi feita uma cerimônia de encerramento.

<sup>1</sup> Graduando de Licenciatura em Matemática; Universidade Estadual de Campinas / Unicamp, Campinas, São Paulo, Brasil, a244191@dac.unicamp.br

<sup>2</sup> Graduando de Licenciatura em Matemática; Universidade Estadual de Campinas / Unicamp, Campinas, São Paulo, Brasil, b248471@dac.unicamp.br

<sup>3</sup> Graduando de Licenciatura em Matemática; Universidade Estadual de Campinas / Unicamp, Campinas, São Paulo, Brasil, r247825@dac.unicamp.br

Visando uma brincadeira com ensino matemático pensamos em fazer uma faixa de Möbius, que é uma faixa não orientável, ou seja, sem começo e sem fim. Unimos as salas para formar uma grande roda com uma faixa de papel kraft segurada pelos alunos.

Além disso, fizemos uma outra pequena faixa para uma análise mais detalhada de como é feita a faixa, que apesar de ser cortada ao meio não se torna duas faixas, mas sim uma maior ainda.

**Figura 1 - Exemplo da Faixa de Möbius**



Fonte: [www.impa.br](http://www.impa.br) . Acesso em: Junho de 2024

## REFERENCIAIS TEÓRICOS

Apresentaremos a seguir os principais referenciais teóricos que embasaram nossa pesquisa.

- **Afetividade pedagógica:**

A afetividade pedagógica refere-se à dimensão emocional e relacional presente na prática educativa entre professores e alunos. Durante o projeto desenvolvido ao longo de 18 meses, pudemos aprender que a capacidade do professor de cultivar vínculos afetivos positivos, cria um ambiente acolhedor, seguro e propício ao aprendizado. Essa abordagem revela que a relação entre o desenvolvimento cognitivo de um aluno está diretamente associado ao desenvolvimento emocional. Ao promover um ambiente escolar que valoriza essas relações, fortalecemos significativamente o processo de ensino e aprendizagem. A afetividade pedagógica inclui cuidado, empatia, respeito mútuo, comunicação aberta e suporte emocional aos alunos, visando não apenas ao crescimento acadêmico, mas também ao seu bem-estar emocional e social. Durante toda a duração do nosso projeto, fomos orientados pelos nossos professores a identificar as

dificuldades e encontrar formas de solucioná-las, sempre visando implementar práticas pedagógicas afetivas que estimulassem em nossos alunos a desmistificação de que a matemática é algo reservado para aqueles tidos como gênios. Trazendo assim, intimidade e confiança às crianças e adolescentes daquela escola.

Com isso, aprendemos em nossa experiência no programa que a afetividade pedagógica é fundamental para uma educação integral, que não se restringe à mera transmissão de conhecimentos, mas se preocupa genuinamente com o desenvolvimento integral dos nossos alunos, atendendo às suas necessidades emocionais e sociais.

Apesar da tentativa de implementar a afetividade pedagógica em nossas práticas semanais durante a execução do Pibid, somente pudemos notar seus impactos durante a atividade de encerramento. Ao decidirmos trazer a faixa de Möbius para encerrar o trabalho desenvolvido ao longo de 18 meses de projeto, encontramos algo muito mais valioso do que apenas uma despedida. Conseguimos visualizar como pequenas atitudes semanais mudaram completamente a relação que os alunos da EMEF construíram com a matemática ao longo dos anos. Frases como “Muito obrigada, professora, por me mostrar que eu sou capaz de aprender matemática” ilustram bem os resultados das práticas pedagógicas afetivas desenvolvidas semanalmente com aqueles alunos. Assim, por meio de um grupo, geramos uma aproximação e uma curiosidade nos alunos para entender não só essa atividade, mas todas as que viriam a seguir planejadas pelo professor Marcos. Neste sentido, foi importante identificar que a nossa decisão como equipe promoveu o sucesso na aprendizagem e que aumentaram as chances de se estabelecer uma relação afetiva positiva entre o aluno, a matemática e nós futuras professoras. Assim, visando o encerramento do projeto e pensando em todo o tempo passado com os alunos dentro do programa foi feito esse trabalho em grupo (Leite, 2012).

- Estudo matemático por brincadeiras:

Desde os tempos antigos, tem-se a tendência de enxergar os jogos e as brincadeiras como dispensáveis no ambiente, por isso a desconstrução dessa ideia é um desafio complexo. Entendendo que a escola é um ambiente de formação social e o vínculo com os professores é fundamental para interação entre ambos. Por isso, a utilização de jogos e brincadeiras para aproximação social e em especial a contribuição de um grupo. Desse modo, saiu a escolha do nosso encerramento desse programa, visando o vínculo com os alunos e trazendo o sentimento de pertencimento de um grupo, que foi um dos principais auxílios que a equipe trouxe para a escola. (Kasai; Lima e Prodócimo, 2022).

## RELATO

A equipe do projeto estava presente semanalmente na escola parceira para participar das aulas do Professor dessa escola. Durante esses dias, a equipe acompanhava o professor nas aulas para realizar um trabalho pedagógico individualizado com os alunos. A experiência de auxílio foi muito importante para nós, licenciandos, pois foi o primeiro contato com a docência e aprendemos como ajudar os alunos.

Além disso, toda semana tínhamos uma reunião da equipe, na qual organizamos atividades extras para os alunos, compartilhamos nossos relatos semanais e planejamos futuros projetos para aplicar com os estudantes.

O encerramento foi um projeto preparado com antecedência. Ele ocorreu em dois dias. No primeiro trabalhamos com as turmas de sétimos anos, e no segundo com as

turmas de oitavos anos. A organização do encerramento foi feita em três momentos específicos para esses dias. O primeiro deles foi a oficina realizada com as salas em conjunto na quadra da escola, na qual foi preparado o material para o segundo momento: este em sala de aula, onde foram feitos jogos matemáticos em duas salas separadas.

O último momento foi o encerramento, durante o qual preparamos uma faixa de Möbius. Na cerimônia, reunimos os alunos em uma grande roda na quadra poliesportiva da escola. Distribuímos canetas hidrográficas coloridas e tesouras. Em seguida, abrimos uma grande faixa de papel kraft, segurada por todos os alunos (Figura 2). Com o papel kraft construímos uma grande faixa de Möbius. Para isso, ao abrir a faixa de papel kraft, fizemos uma inversão na ponta para fechar. Este foi um momento delicado, por se tratar de uma faixa de papel, o material tinha uma fragilidade evidente e era necessário uma atenção no manuseio. Foi perceptível a atenção das crianças a partir desse momento, que se estendeu até a explicação final. Posteriormente, fizemos perguntas aos alunos sobre o que aconteceria se cortássemos a faixa. Procedemos então ao corte, realizando uma reta no meio da faixa para formar a faixa sem começo nem fim (Figura 3). Após isso, discutimos as implicações matemáticas do experimento realizado.

**Figura 2 - Abrindo o papel Kraft**



Fonte: Arquivo da equipe

**Figura 3 - Cortando o papel Kraft**



Fonte: Arquivo da equipe



Após criar a faixa principal, fizemos uma segunda faixa menor com a equipe do projeto para realizar uma análise detalhada e explicar como a faixa foi feita. Também fizemos várias perguntas para incentivar a reflexão sobre o motivo pelo qual, mesmo cortada, a faixa se transforma em uma única tira e não em duas (Figura 4). Os alunos ficaram entusiasmados, participaram da discussão e mesmo com a breve explicação foi perceptível que alguns não tinham se convencido do porquê aquilo acontecia. Entretanto, nossa principal motivação nunca foi explicar por completo como aquilo acontecia, e sim instigar os alunos para que eles tivessem interesse de ir mais a fundo no assunto.

**Figura 4 - Reflexão sobre a faixa**



Fonte: Arquivo da equipe

## **REFLEXÕES FINAIS**

A experiência do Pibid foi um ponto de virada em nossa trajetória acadêmica e profissional. Fomos profundamente transformadas e preparadas para nossas futuras carreiras como professoras, tendo a oportunidade de colaborar com educadores que admiramos e aprender através da experiência de outras pessoas ao mesmo tempo que desenvolvemos as nossas. Essa vivência não apenas aprimorou nossas habilidades pedagógicas, mas também ampliou nossa compreensão dos desafios e da importância da educação básica.

Percebemos que ser professor vai além de simplesmente transmitir conhecimento; é ser um exemplo para os alunos, desempenhando um papel fundamental em sua formação integral.

Ao organizar e implementar uma atividade lúdica para o ensino da matemática, pudemos aprimorar nossas práticas pedagógicas, tornando-as mais afetivas. Testemunhar a virada de chave dos alunos para visualizar uma nova relação com a matemática e saber que fizemos parte desse processo é extremamente gratificante. Acreditamos que as experiências e os aprendizados adquiridos durante o programa serão indispensáveis para nossa atuação como educadoras, contribuindo para a formação de cidadãos críticos, autônomos e participativos, elementos essenciais para uma sociedade mais justa e equitativa.

Durante a apresentação do relato de experiência, gostaríamos de comunicar a respeito de como essa experiência foi engrandecedora para a nossa formação enquanto futuras professoras que visam implementar práticas pedagógicas afetivas em suas atividades diárias, além de como a implementação de atividades lúdicas, tais como a faixa de Möbius, podem ressignificar a relação de um aluno para com determinada matéria.

## REFERÊNCIAS

- LEITE, S. A. da S. Afetividade nas práticas pedagógicas. **Temas em psicologia**, v. 20, n. 2, p. 355-368, 2012.
- KASAI, P. M.; LIMA, I. G.; PRODÓCIMO, E. Jogos, brincadeiras e práticas pedagógicas nos anos iniciais do ensino fundamental: perspectivas em destaque. **DESIDADES - Revista Científica da Infância, Adolescência e Juventude**, n. 32, 2022.





## UMA TAREFA PARA EXPLORAR E RETOMAR O CONHECIMENTO DOS ALUNOS NO ÂMBITO DA TRANSFORMAÇÃO GEOMÉTRICA ISOMÉTRICA REFLEXÃO

Alexandra Giraldi Scotti<sup>1</sup>  
Caroline Silva<sup>2</sup>  
Miguel Ribeiro<sup>3</sup>

**RESUMO:** Neste relato de experiência enfatiza-se a importância do conhecimento especializado do professor no processo de ensino, para elaborar e adaptar tarefas matemáticas que ajudem os alunos a desenvolverem seu conhecimento, entendimento e competências matemáticas. Elaborou-se e implementou-se uma tarefa matemática para os alunos, no âmbito da transformação geométrica isométrica reflexão, com uma abordagem pedagógica associada ao lúdico e centrada na resolução de problemas para alunos do 8º ano. Elaborou-se, também, um documento denominado cinco dimensões fundamentais para a implementação dessa tarefa. A implementação da tarefa possibilitou que os alunos entendessem a reflexão, estimulando o seu pensamento crítico, a partir das discussões em grupo para explorar e retomar o tópico abordado. Os resultados evidenciaram uma melhoria na compreensão da reflexão após a tarefa, pois passaram a conhecer a importância do eixo de reflexão e como determiná-lo para efetuar os procedimentos dessa transformação, bem como, conseguiram compreender que reflexão e simetria não são sinônimas e que a figura e a imagem são congruentes, o que possibilitou ir além das habilidades previstas para os alunos do 8.º ano, envolvendo entender o que fazem e porque fazem a cada momento.

**Palavras-chave:** conhecimento especializado do professor, tarefa matemática, reflexão, cinco dimensões fundamentais para a implementação da tarefa para o aluno.

### EIXO TEMÁTICO

( X ) T3: Ensino de Matemática nos anos finais do Ensino Fundamental (6º ao 9º ano) e no Ensino Médio.

### INTRODUÇÃO

A eficácia do ensino em matemática, entre os fatores controláveis, depende do conhecimento do professor, entendido como um todo especializado de acordo com as conceitualizações do Conhecimento Interpretativo – CI (Jakobsen; Ribeiro; Mellone, 2014) e do *Mathematics Teacher's Specialised Knowledge* – MTSK (Carrillo *et al.*, 2018). É esse conhecimento que permite ao professor elaborar tarefas matemáticas, enquanto

<sup>1</sup> Licenciada em matemática; Secretaria da Educação do Estado de São Paulo (Seduc), Piracaia, São Paulo, Brasil. E-mail: alexandragiraldiscotti@gmail.

<sup>2</sup> Doutorando do Programa Multiunidades em Ensino de Ciências e Matemática, Universidade Estadual de Campinas (Unicamp), Campinas, São Paulo, Brasil. E-mail: caroldesouza86@gmail.com.

<sup>3</sup> Doutor em Educação Matemática; Universidade Estadual de Campinas (Unicamp), Campinas, São Paulo, Brasil. E-mail: cmribas78@gmail.com.

recursos que contemplem as necessidades individuais dos alunos.

Conceitualizou-se uma tarefa matemática para alunos de 8º ano que os estimulasse a buscar estratégias matemáticas para resolver um problema no âmbito da transformação geométrica isométrica reflexão, tópico que já havia sido estudado por eles. A partir dessa tarefa foram discutidas as estratégias utilizadas, explorando e retomando os conceitos associados, como, a posição e importância do eixo de reflexão para reconhecer a equidistância dos pontos da figura ao eixo e seus pontos correspondentes na imagem, também equidistantes do eixo, congruência entre a figura e a imagem e diferenciar reflexão de simetria. A tarefa pode ser considerada uma tarefa lúdica, pois envolve uma figura que remete a metade do desenho de um “sapinho” a ser refletido, o que torna a tarefa, sua implementação e discussão divertida e estimulante para os alunos.

A elaboração da tarefa surgiu diante da participação da primeira autora em um contexto formativo com foco no desenvolvimento do Conhecimento Interpretativo e Especializado do professor de responsabilidade do CIEspMat<sup>4</sup>, cujos formadores foram os demais autores. Por meio da adaptação de uma brincadeira para crianças, elaborou-se uma tarefa para os alunos e um documento denominado cinco dimensões fundamentais para a implementação dessa tarefa.

Aqui, apresentamos e discutimos a tarefa e as cinco dimensões fundamentais. Relata-se como foi a implementação em sala de aula, cujas discussões focaram nas facilidades e dificuldades dos alunos, estimulando-os a participarem para que desenvolvessem seu conhecimento no âmbito da transformação geométrica isométrica reflexão.

## RELATO

A experiência foi realizada com uma turma de 8º ano de uma escola pública, em que se implementou uma tarefa matemática. Anteriormente à implementação da tarefa, os alunos já haviam tido aulas sobre reflexão. Essas aulas focavam, respectivamente, nos tópicos de simetria e transformações geométricas isométricas (reflexão, translação e rotação), conforme orientação da Secretaria da Educação do Estado de São Paulo (Seduc), diante dos materiais digitais (slides) que devem ser utilizados<sup>5</sup>. Cerca de um mês depois dessas aulas, por conta da necessidade da retomada dos tópicos para as avaliações, a professora (primeira autora) elaborou a tarefa que aqui se apresenta. Como resultado do contexto formativo em que se encontrava, focado em desenvolver seu conhecimento interpretativo e especializado, a professora percebeu que os materiais utilizados anteriormente apresentavam alguns erros conceituais ao denominarem os tópicos – assumiram simetria como sinônimo de qualquer uma das transformações geométricas isométricas.

Foram elaboradas as cinco dimensões fundamentais para a implementação dessa tarefa. Por uma questão de espaço, apresentamos uma versão sintética do conteúdo de cada uma dessas dimensões da tarefa que a experiência versa, mas para uma versão com uma discussão teórica completa consultar (Silva; Ribeiro, 2024):

---

<sup>4</sup> O CIEspMat é um grupo de Pesquisa e Formação que desenvolve trabalhos focados no desenvolvimento do Conhecimento Interpretativo e Especializado do professor e futuro professor de e que ensina matemática – desde a Educação Infantil ao Ensino Médio. [www.ciespmat.com.br](http://www.ciespmat.com.br)

<sup>5</sup> Todos os materiais estão disponíveis para professores da rede em: <https://repositorio.educacao.sp.gov.br/Inicio/MidiasCMSP>. Acesso: 04 maio 2024.

(1) objetivo de aprendizagens matemáticas que se persegue com a tarefa: desenvolver o entendimento do aluno ao efetuar a reflexão de uma figura no contexto da malha quadriculada.

(2) recursos necessários e forma de trabalho dos alunos: folha impressa com a tarefa, lápis e borracha. Os alunos deverão realizar a tarefa individualmente.

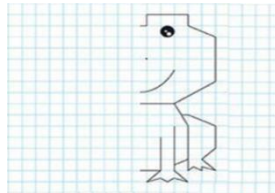
(3) habilidade da Base Nacional Comum Curricular associada à tarefa: reconhecer e construir figuras obtidas por composições de transformações geométricas (translação, reflexão e rotação), com o uso de instrumentos de desenho ou de softwares de geometria dinâmica (Brasil, 2018, p. 315).

(4) possíveis maiores dificuldades dos alunos: entender que conseguirá completar o desenho (refletir a figura) se usar as propriedades da reflexão; localizar o eixo de reflexão corretamente; refletir a parte da figura que remete ao pé do sapo.

comentários para a implementação: destinar uma aula para a realização da tarefa e outra para a discussão (90 minutos). Devemos orientar os alunos a realizarem a tarefa individualmente, sem auxílio, realizando a tarefa à lápis, pois poderão revisar pequenos erros. Alguns possíveis questionamentos a serem realizados durante a discussão: (i) conseguiu associar seu desenho a alguma transformação geométrica? Se sim, qual? Se não, por quê? (ii) ficou congruente a parte (imagem) que você desenhou em relação à parte dada (figura)? Se não, o que faltou para que houvesse congruência? (iii) conseguiu visualizar o eixo de reflexão? (iv) se considerarmos um ponto da figura e seu correspondente na imagem, o que podemos concluir das suas distâncias em relação ao eixo de reflexão? (v) existe algum tipo de simetria ao observamos o “sapinho” como um todo?

A tarefa era composta por um desenho que representava a metade de um sapo em uma malha quadriculada (Figura 1) a ser completado (obter a imagem por reflexão), sem explicitar como proceder e que envolvia a reflexão.

**Figura 1 – Figura da tarefa a ser refletida**



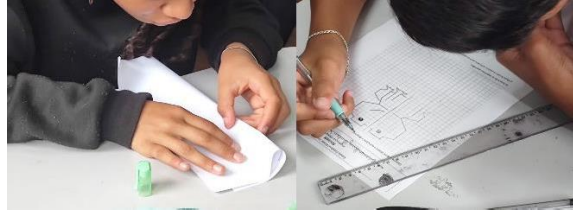
Fonte: Elaborado pelos autores

A tarefa continha três questões para instigar os alunos sobre suas estratégias matemáticas e decisões tomadas ao completar a figura. A primeira questão (quais os passos utilizados para completar a figura?) objetivou focar a atenção nos procedimentos para refletir a figura, além de que por meio da discussão, os alunos comparassem os procedimentos utilizados com os dos demais colegas. A segunda questão (o que você observou após terminar o desenho?) objetivava descrever o que foi observado, requerendo uma visualização criteriosa que foi associada a discussão da terceira questão (ao tampar a figura inicial sua imagem ficou congruente? Justifique.) para comparar e concluir se havia congruência entre figura e imagem.

Os alunos resolveram a tarefa sem uma comanda orientando qual sequência de passos seguir e isso propiciou a busca por diferentes estratégias matemáticas. Ao

observar a realização da tarefa pelos alunos, a professora considerou que a maioria remeteu o pensamento à reflexão e aqueles que perceberam que se aplicassem a reflexão teriam sucesso na tarefa, começaram a buscar o eixo de reflexão, utilizando diversas estratégias e recursos para localizá-lo, tais como, medição com régua, traços, dobra da folha da tarefa e determinação dos vértices (Figura 2).

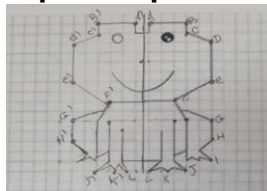
**Figura 2 – Alunos buscando estratégias matemáticas para a resolução da tarefa**



Fonte: Arquivo dos autores

A discussão a respeito das respostas fornecidas para a tarefa foi realizada no dia seguinte, sendo que para isso, a professora fotografou algumas respostas obtidas (12) sem a identificação do aluno que a fez e as apresentou para a turma. Optou-se por iniciar a discussão por uma resposta de aluno com escolhas consistentes de procedimentos da reflexão (Figura 3).

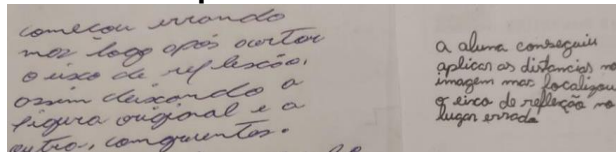
**Figura 3 – Primeira resposta apresentada para a discussão**



Fonte: Arquivo dos autores

Iniciou-se a discussão a partir de questionamentos, contando com a participação ativa da turma. Em continuação, foram apresentadas as demais produções dos alunos e a discussão foi conduzida para a socialização dos procedimentos utilizados, permitindo que os alunos expressassem o que poderia ter sido realizado para que o desenho ficasse correto (sem deformações), sendo que no final da discussão eles concluíram e generalizaram os procedimentos de reflexão. Posteriormente, foi proposto aos alunos realizarem uma orientação (*feedback*) para si mesmos, no verso da tarefa (Figura 4), considerando o que responderam.

**Figura 4 – Exemplos de *feedback* de dois alunos**



|                                                                                                                     |                                                                                                     |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Começou errando, mas logo após acertou o eixo de reflexão, assim deixando a figura original e a imagem congruentes. | A aluna conseguiu aplicar as distâncias na imagem mas focalizou o eixo de reflexão no lugar errado. |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------|

Fonte: Arquivo dos autores

Essa estratégia de solicitar que os alunos fornecessem um *autofeedback* favoreceu as aprendizagens, pois os próprios alunos foram incisivos nos seus comentários para si mesmos. Percebeu-se que os alunos conhecem procedimentos e algumas propriedades da reflexão, inclusive destacam seus erros e acertos, e ao resolverem a tarefa demonstraram entusiasmo se vangloriando das distintas estratégias escolhidas para concluí-la. A tarefa foi implementada na perspectiva de explorar e retomar a reflexão, porém, a tarefa por si só não permite que os alunos desenvolvam conhecimento matemático, mas com as discussões e as intervenções adequadas da professora (fundamentadas no seu conhecimento especializado) isso foi alcançado.

## REFLEXÕES FINAIS

A discussão em sala de aula foi enriquecedora, pois os alunos estavam cientes do que haviam realizado, puderam avaliar os procedimentos utilizados à medida que recordavam a reflexão e fornecer um *feedback* para si mesmos. Uma abordagem alternativa envolveria iniciar a discussão pelos erros apresentados pelos alunos, permitindo focar nos desafios encontrados para a realização da tarefa, porém como já estava delineado o uso do *autofeedback*, considera-se que essa é uma opção que, neste caso, otimizou as discussões e possibilitou que todos os alunos participassem, uma vez que nem todos estão ainda habituados a encarar o erro como uma fonte de aprendizagens. A decisão de mencionar ou não explicitamente a transformação reflexão no enunciado da tarefa pode ser debatida, pois isso pode influenciar de modo instrutivo a abordagem dos alunos e sua compreensão do problema.

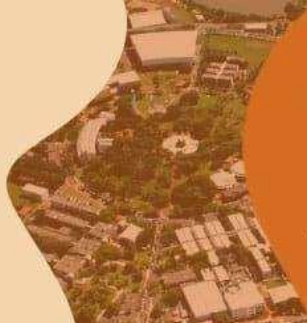
## AGRADECIMENTOS

O presente trabalho forma parte do projeto de pesquisa financiado pelo CNPq “Desenvolvimento do Conhecimento Interpretativo e Especializado do professor e suas relações com as Tarefas para a Formação no âmbito da Medida, e do Pensamento Algébrico, Geométrico e Estatístico” (404959/2021-0).

## REFERÊNCIAS

- BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**: Educação é a base. Brasília, DF: Ministério da Educação, 2018.
- CARRILLO, J. *et al.* The mathematics teacher's specialised knowledge (MTSK) model, **Research in Mathematics Education**, v. 20. n. 3, p. 236-253, 2018.
- JAKOBSEN, A.; RIBEIRO, M.; MELLONE, M. Norwegian prospective teachers' MKT when interpreting pupils' productions on a fraction task. **Nordic Studies in Mathematics Education**, v. 19, p. 135, 2014.
- SILVA, C.; RIBEIRO, M. Caracterizando tarefas para os alunos e as cinco dimensões fundamentais para sua implementação: elementos gênese das Tarefas para a Formação. **Espaço Plural**, 2024. (Aceite).





## EUR3KA: EXPERIÊNCIAS MATEMÁTICAS

Ana Paula Cabral Couto Pereira<sup>1</sup>  
Gisele dos Santos Miranda<sup>2</sup>  
Fábio Vinicius Silva dos Santos<sup>3</sup>

**RESUMO:** Este relato de experiência descreve a organização e execução do conjunto de atividades que compõem a ação *EUR3KA: Experiências Matemáticas*, realizada no Colégio Universitário Geraldo Achilles Reis (Coluni-UFF), com os estudantes do 6º ano do Ensino Fundamental ao 3º ano do Ensino Médio. A atividade, concebida pela área de Matemática, envolveu a colaboração de docentes de diversas áreas do conhecimento, licenciandos e professores convidados, com o objetivo de tornar a matemática mais atrativa e lúdica para estudantes da Educação Básica. A iniciativa se integra ao esforço de promover a divulgação científica e estimular o interesse dos/das estudantes pela área de matemática, especialmente incentivando a participação das meninas. Nessa proposta optamos por valer-se das metodologias ativas, por enfatizarem a participação direta dos/das estudantes no processo de aprendizagem, tornando-o mais significativo e prazeroso. Em especial, priorizamos a abordagem STEM (Ciência, Tecnologia, Engenharia e Matemática) nas atividades por entendermos que é capaz de promover uma educação integrada e aplicada, que conecta a matemática a outras áreas do conhecimento de forma prática e relevante. A ação propõe o desenvolvimento de oficinas com temas relacionados à matemática e palestras com temas inter e intra relacionados com a matemática. Nas oficinas há uma vasta diversidade de práticas: jogos, temas interdisciplinares, atividades de exploração, entre outros. A primeira edição, em 2022, ofereceu 11 oficinas, enquanto a segunda edição, em 2023, expandiu para 17 oficinas e 4 palestras. Aqui, apresentamos detalhadamente quais foram as atividades desenvolvidas com uma breve descrição, fotos dos eventos e discutimos os resultados que temos observado, evidenciando o impacto positivo no interesse e na compreensão matemática dos alunos. Além disso, destacamos a importância da integração entre a educação básica e a formação inicial dos licenciandos, fundamental para a qualificação de futuros professores.

**Palavras-chave:** ensino de matemática, interdisciplinaridade, educação básica, metodologias ativas, oficinas.

## EIXO TEMÁTICO

T3: Ensino de Matemática nos anos finais do Ensino Fundamental (6º ao 9º ano) e no Ensino Médio.

---

<sup>1</sup> Mestre em Matemática; Colégio Universitário Geraldo Reis - Coluni-UFF, Niterói-RJ, Brasil, anapaulapereira@id.uff.br

<sup>2</sup> Doutora em Química; Colégio Universitário Geraldo Reis - Coluni-UFF, Niterói-RJ, Brasil, giselemiranda@id.uff.br

<sup>3</sup> Mestre em Matemática; Colégio Universitário Geraldo Reis - Coluni-UFF, Niterói-RJ, Brasil, fabiovinicius@id.uff.br

## INTRODUÇÃO

O ensino de Matemática tem enfrentado desafios significativos, especialmente no que diz respeito ao engajamento e ao interesse dos alunos pela disciplina. A ação *EUR3KA: Experiências Matemáticas*, realizada pelo Colégio Universitário Geraldo Achilles Reis (Coluni-UFF), surge como uma resposta inovadora a esses desafios, buscando transformar a percepção dos alunos sobre a Matemática. Realizada como parte da Agenda Acadêmica da Universidade Federal Fluminense (UFF), o EUR3KA foi concebido pela área de Matemática do Coluni-UFF e envolveu a colaboração de docentes de diversas áreas, licenciandos, bolsistas dos programas Pibid e PIRP e professores convidados externos.

Os objetivos do evento incluem estimular o desejo de aprendizagem pela Matemática, engajar os alunos por meio de abordagens lúdicas e atrativas, e promover a divulgação científica. Adicionalmente, o evento tem um foco especial em incentivar a participação das meninas nas áreas das ciências ditas duras, utilizando a abordagem STEM (Ciência, Tecnologia, Engenharia e Matemática) para desenvolver suas atividades. As metodologias adotadas, como jogos matemáticos e temas interdisciplinares, buscam facilitar a compreensão de conceitos abstratos e demonstrar a aplicabilidade da Matemática em diversos contextos.

Este relato de experiência pode interessar a outros professores de Matemática porque oferece insights práticos sobre como organizar eventos semelhantes que incentivem o aprendizado ativo e interativo. Ao compartilhar a vivência experienciada, o relato contribui para a troca de experiências e o desenvolvimento de práticas pedagógicas inovadoras, reforçando a importância da integração entre a educação básica e a formação inicial de professores.

## RELATO

A ação *EUR3KA: Experiências Matemáticas* surge como fruto das constantes discussões em reuniões da área de Matemática do Coluni-UFF e inquietações dos docentes, buscando estimular o interesse pela aprendizagem e engajar os alunos em uma matemática mais atrativa e lúdica. Aliado a esse desejo, foi estabelecida uma parceria com o projeto de extensão Meninas e Mulheres na Ciência: uma proposta de investigação-ação na educação básica feita por elas e para elas, cuja coordenação é das autoras deste relato, consolidando assim uma ampliação de objetivos de modo a promover a equidade de gênero e estimular meninas a se interessarem por áreas de STEM, combatendo a ameaça do estereótipo e proporcionando oportunidades igualitárias para todos os estudantes, independentemente do gênero.

Desta maneira, o desenho da proposta e sua organização iniciou-se em março de 2022 e envolveu uma equipe multidisciplinar composta por docentes de várias áreas do conhecimento, licenciandos, bolsistas dos programas PIBID e PIRP e professores convidados externos, que colaboraram na elaboração e execução das oficinas e palestras.

Uma das concepções metodológicas adotadas para construção do evento era que as atividades propostas deveriam ter como fundamento as metodologias ativas por enfatizarem a participação direta dos estudantes no processo de aprendizagem, tornando-o mais significativo e prazeroso. Assim, as atividades ministradas incluíram o



uso de jogos matemáticos, atividades de exploração prática e temas interdisciplinares, fundamentados na abordagem STEM (Ciência, Tecnologia, Engenharia e Matemática).

Para organização, foram abertas as inscrições para professores(as) que ensinam matemática internos/externos, professores(as) do Coluni-UFF, projetos de extensão/pesquisa em educação matemática ou licenciandos em matemática, enviassem suas propostas de oficinas.

A primeira edição do EUR3KA, realizada em 2022, contou com 11 oficinas, com duração de 1h30min cada, sendo 6 para os anos finais do Ensino Fundamental (6º ao 9º anos) e 5 para o Ensino Médio, abordando temas variados como geometria, álgebra, probabilidade, radioatividade e até mesmo topologia, através de atividades lúdicas e interativas, conforme exibido no Quadro 1 e cada estudante podia escolher até duas oficinas para participar. Em média cada oficina contou com a presença de 20 estudantes. É importante ressaltar que a participação não era obrigatória e a primeira edição ocorreu num sábado letivo.

**Quadro 1 - Oficinas em 2022<sup>4</sup>**

| NOME DA OFICINA                                               | PROFESSOR(A)(S)                                      |
|---------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------|
| <i>Boia ou afunda?</i>                                        | Felipe Olavo Silva                                   |
| <i>CINEMAT</i>                                                | Olinda Mioka Chubachi e Clara Dock Telles            |
| <i>Que conta é essa?</i>                                      | Rafael Filipe Novôa Vaz                              |
| <i>Múltiplos e divisores com o Jogo Saltos Matemáticos</i>    | Mônica Souto e Sulamita C. S. C. Marques             |
| <i>Jogo SET</i>                                               | Karoline Lucas de Menezes e Gabriela Joia Martinho   |
| <i>Fatoração 900</i>                                          | Mariana Vasconcelos Monteiro e João Pedro T. de Sá   |
| <i>E agora, Mendel? A genética em números.</i>                | Karine de Oliveira Bloomfield Fernandes              |
| <i>Qual é o lado? Atividades Experimentais com Topologia.</i> | Luiz Mazzei                                          |
| <i>Desvendando a radioatividade através da matemática</i>     | Gisele dos Santos Miranda e Marcelo Marques Monteiro |
| <i>Jogo ACITEMTIRAP</i>                                       | Pedro Humberto Rezende e Raphael de Carvalho         |
| <i>Geometria com Canudos</i>                                  | Ana Paula Cabral Couto Pereira                       |

**Figura 1 - Mosaico de fotos do evento em 2022**



<sup>4</sup> Link dos resumos das oficinas:

[https://docs.google.com/document/d/e/2PACX-1vROh3CFKfoJcLfGR2q5P2YiESreMNBnwbQ1jPKSPpwcVLUNjsjPhbLBDYIT\\_KDNUGM4505HH8-NVw8R/pub](https://docs.google.com/document/d/e/2PACX-1vROh3CFKfoJcLfGR2q5P2YiESreMNBnwbQ1jPKSPpwcVLUNjsjPhbLBDYIT_KDNUGM4505HH8-NVw8R/pub)



O sucesso da primeira edição impulsionou a expansão do evento em 2023, que ofereceu 17 oficinas e 4 palestras ministradas por especialistas convidados e uma das palestras, De frente com a Matemática: Conhecendo a pessoa por trás das Fórmulas, foi organizada pelos alunos da 2ª série do Ensino Médio sob a orientação do professor Luiz Davi Mazzei. As palestras trataram de temas atuais e relevantes, como Matemática e Racismo Estrutural, Mulheres na Matemática e Curiosidades e ‘Matemáticas’ no mundo divertido da Matemática, ampliando a visão dos alunos sobre as possibilidades que a matemática oferece.

**Quadro 2 - Oficinas em 2023<sup>5</sup>**

| NOME DA OFICINA                                                                | PROFESSOR(A)(S)                                                                                                   |
|--------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <i>Produto da moda</i>                                                         | Brenda Duarte Paixão e Ian Matheus Modesto Pacheco                                                                |
| <i>De frente com a Matemática: Explorando Jogos de Diferentes Civilizações</i> | Delaine C. S. Franco, João Vitor R. de Oliveira, Thaiza Copello, Vinicius M. C. Pereira e Ana Paula C. C. Pereira |
| <i>Passeios Triangulares</i>                                                   | Sally Andria V. da Silva, Vitória R. S. de Souza, Bruno Marinho, Ewertton Rocha Vital e Pierre Minner Denizot     |
| <i>Regulares: do papel A4 à impressão 3D</i>                                   | Fábio V. S. dos Santos, João Victor G. Louzada e Carlos do Nascimento                                             |
| <i>Transformações de Figuras</i>                                               | Victória da S. da Rocha, João Gabriel B. Aidê e Rebeca Rosa                                                       |
| <i>Mistérios da Divisibilidade</i>                                             | Athirson F. de Oliveira, Karolayne Queiroz, Gabriel Generozo e Ana Paula C. C. Pereira                            |
| <i>(2<sup>1</sup>+2<sup>0</sup>)D: Da planificação ao sólido</i>               | Gabriela Jóia Martinho, Raphael Paes Oliveira de Carvalho, Júlia Almeida e Ana Paula C. Couto Pereira             |
| <i>Matemática Recreativa</i>                                                   | Wanderley Moura Rezende, Melyssa Oliveira Bezz Torres, Natasha Cardoso Dias e Danilo Magalhães Farias             |
| <i>Completando retângulos</i>                                                  | Felipe Olavo Silva e Denise Marinho de Araújo                                                                     |

<sup>5</sup> Link dos resumos das oficinas:

<https://docs.google.com/document/d/e/2PACX-1vSrG7IE44HCloKw3dMLEn-v7mKg1f28XLZtEW6hrWckuywnWMGxDkH2ZSC6mRgmO8oqeIGxdic5lhAb/pub>

|                                                  |                                                                                                                     |
|--------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <i>Se Jogando na Matemática</i>                  | Monica Souto, Thalia dos Santos, Melyssa O. B. Torres, Natasha Cardoso e Theodoro Ribeiro Dias                      |
| <i>Not Mat Genius</i>                            | Laila Ferreira, Carolina Silva, Ghabriel Araujo, Marcos Turles Iris Mata, Maria Antonia Fagundes e Luiz Davi Mazzei |
| <i>Oficina de Volúmpera</i>                      | Brenda Duarte Paixão e Marcos Adriano Costa de Souza                                                                |
| <i>Detetive Matemático</i>                       | Iara Ramalho, Mariana Souza, Lidia Carvalho, Mateus Silva e Luiz Mazzei                                             |
| <i>Escape Jungle: Você consegue escapar?</i>     | Lucia Dias, Giovanna dos Santos M. Pinto e Renan Maciel                                                             |
| <i>Construção de poliedros no Geoespaço</i>      | Carlos Daniel Nascimento Neles e Felipe Olavo Silva                                                                 |
| <i>a Confecção de Bonecas Abayomi</i>            | Karolayne Queiroz e Athirson Figueiredo de Oliveira                                                                 |
| <i>e Truques com Números e Álgebra Elementar</i> | Paulo Roberto Trales                                                                                                |

**Figura 2 - Mosaico de fotos do evento em 2023**



## REFLEXÕES FINAIS

O EUR3KA tem demonstrado um impacto positivo no interesse e na compreensão dos alunos pela matemática, superando nossas expectativas em relação à participação dos estudantes. As atividades lúdicas e interativas contribuem para desmistificar a disciplina e torná-la mais acessível. Observamos que o evento fortalece a conexão entre

teoria e prática pedagógica, ao proporcionar aos licenciandos a oportunidade de aplicar seus conhecimentos em um contexto real de ensino. Notamos a criação de uma identidade e cultura pela espera do evento, o que entendemos que fortalece os laços com a matemática e a partir da 2ª edição, algumas oficinas foram elaboradas pelos próprios estudantes. Além disso, o EUR3KA reforça a integração entre a educação básica e o magistério superior, um aspecto essencial dos colégios de aplicação como o Coluni-UFF. Ao participar ativamente da organização e execução do evento, licenciandos vivenciam a prática pedagógica e desenvolvem habilidades relevantes para sua futura carreira docente.





## EXPLORANDO INVARIANTES GEOMÉTRICOS NA SALA DE AULA

Cinthia Monçores Cruz<sup>1</sup>  
Julia Ana Lopes de Freitas<sup>2</sup>  
Jhonatan Marques de Lima<sup>3</sup>

**RESUMO:** Relatamos a experiência de três estudantes de graduação em três aulas e uma oficina para professores ministradas no contexto de sua formação inicial. Tudo ocorreu na Universidade, mas tiveram conteúdo e abordagem voltados para os Anos Finais do Ensino Fundamental. O trabalho investigativo com Invariantes Geométricos permitiu reflexões tanto sobre a Matemática envolvida como sobre aspectos relevantes do ensino de matemática como a decisão por ênfase geométrica ou algébrica na solução de exercícios, o uso de diagramas para ajudar na compreensão dos estudantes antes da redação detalhada da solução no quadro, o cuidado na escolha da notação matemática a ser usada e aspectos curriculares como as ênfases em certos conteúdos e visões da matemática que a associam a números, contas e fórmulas. Em contraponto, as atividades consideradas contribuem para o desenvolvimento dos pensamentos geométrico e visual, solicitam construções geométricas com o *software* GeoGebra, a identificação de padrões e a argumentação lógica. Tudo sem fazer contas e, na maioria das vezes, sem usar fórmulas.

**Palavras-chave:** invariantes geométricos, geometria plana, docência, anos finais do ensino fundamental

### EIXO TEMÁTICO

( X ) T3: Ensino de Matemática nos anos finais do Ensino Fundamental (6º ao 9º ano) e no Ensino Médio.

### INTRODUÇÃO

É comum que estudantes da Educação Básica confundam propriedades *das figuras* geométricas desenhadas no quadro ou impressas nos livros didáticos com propriedades *geométricas* das figuras. Nesse sentido, alguns estudantes não reconhecem um quadrado quando um de seus vértices é apresentado apontando “para cima”, em relação à folha ou ao quadro, por exemplo. Não reconhecem uma altura de um triângulo, se a base correspondente não estiver posicionada na “horizontal” com relação a orientação do quadro ou da página do livro didático (ver Figura 1). A investigação com *softwares* de Geometria Dinâmica ajuda a eliminar a confusão entre os componentes *figurais* e

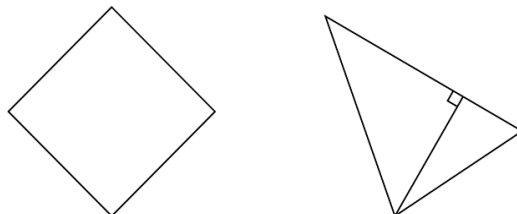
<sup>1</sup> Licencianda em Matemática; Universidade Federal do Estado do Rio de Janeiro/UNIRIO, Rio de Janeiro, RJ e Brasil e cinthiamoncores@edu.unirio.br.

<sup>2</sup> Licencianda em Matemática; Universidade Federal do Estado do Rio de Janeiro/UNIRIO, Rio de Janeiro, RJ e Brasil e julia.ana@edu.unirio.br.

<sup>3</sup> Licenciando em Matemática; Universidade Federal do Estado do Rio de Janeiro/UNIRIO, Rio de Janeiro, RJ e Brasil e jhonatan0o@edu.unirio.br.

*geométricos* das imagens, pois a construção e visualização de uma infinidade de exemplos com pouco esforço adicional pode ser feita apenas arrastando-se um dos pontos da figura, por exemplo.

**Figura 1 - Quadrado e altura do triângulo em posições não usuais**



A Matemática na Educação Básica é comumente associada a números, contas e fórmulas. Os estudantes raramente são convidados a realizar construções geométricas. “Mais difícil ainda é encontrar questões do tipo ‘o que podemos dizer nesta situação?’ ou ‘que regularidades percebemos?’, onde estratégias de investigação devem ser estabelecidas.” (Gravina, 1996, p. 2). Apresentamos aqui reflexões de experiências de sala de aula sobre geometria plana em que os estudantes precisam resolver problemas de Matemática em que o foco está na (a) construção geométrica, com o uso do *software* GeoGebra, na (b) investigação, pois os estudantes são convidados a descobrir qual é o invariante geométrico em questão e a criarem suas próprias conjecturas e na (c) argumentação, os estudantes precisam mobilizar conceitos e fatos da geometria plana para justificar que a hipótese levantada está correta. As justificativas se baseiam em fatos elementares da geometria escolar e estão de acordo com a BNCC (Brasil, 2018). Segundo a Base

Esses conceitos [congruência e semelhança] devem ter destaque nessa fase do Ensino Fundamental, de modo que os alunos sejam capazes de reconhecer as condições necessárias e suficientes para obter triângulos congruentes ou semelhantes e que saibam aplicar esse conhecimento para realizar demonstrações simples, contribuindo para a formação de um tipo de raciocínio importante para a Matemática, o raciocínio hipotético-dedutivo. (Brasil, 2018, p. 272, inserção nossa)

A sequência didática utilizada está disponível em Machado (2015). Essas atividades costumam estar presentes na disciplina Geometria da Educação Básica, na licenciatura em Matemática da Unirio. Acreditamos que vale a pena divulgar porque o material tem grande potencial para engajar estudantes da Educação Básica em tarefas de sala de aula produtivas com o uso do GeoGebra no celular ou mesmo apenas com o professor manuseando o *software* e projetando a imagem para os estudantes.

Os principais objetivos desta proposta são:

- a) divulgar o belo trabalho do Professor Edilson Machado (Machado, 2015);
- b) comunicar algumas das reflexões e aprendizados das professoras em formação decorrentes das aulas que ministraram fazendo uso desse recurso.

## RELATO

Relatamos aqui as aulas das autoras e do autor, em dois encontros da disciplina Geometria para a Educação Básica, da Licenciatura em Matemática da Unirio (Universidade Federal do Estado do Rio de Janeiro) e em uma oficina para professores e licenciandos no contexto das atividades de greve na Unirio. As atividades estão disponíveis em Machado (2015), elas foram pensadas para os Anos Finais do Ensino Fundamental e implementadas no âmbito da formação de professores, nos meses de março, abril e maio de 2024. A turma de Geometria para a Educação Básica no semestre em questão tem cinco estudantes inscritos, eles foram o público das três aulas, que duraram 2 horas cada uma. A oficina teve duração de 3 horas, foi ministrada em conjunto pelos três autores e pelo professor orientador<sup>4</sup> e teve como público aproximadamente 17 participantes, entre estudantes de graduação, tutores de educação a distância e professores da Universidade, a maior parte desse público participou de maneira remota por videoconferência.

Feita a contextualização, apresentamos dois trechos das aulas/oficina e a detalhar uma seleção de reflexões e aprendizados que julgamos relevantes para compartilhar com nossos colegas professores.

O primeiro exemplo que gostaríamos de destacar é o Invariante 3 do Nível 4 em Machado (2015), o problema é “Construa um paralelogramo ABCD. Marque no seu interior um ponto E e construa os triângulos ADE e BCE. (a) Descubra o invariante geométrico, e (b) Demonstre o invariante geométrico que você descobriu”. Nas aulas, as expositoras decidiram em cada tarefa se permitiriam que os estudantes fizessem as construções no GeoGebra em seus celulares ou nos *chromebooks* da instituição ou se eles deveriam manipular as construções preparadas previamente por elas e disponibilizadas por meio de links ou códigos QR, já na oficina, a construção não era uma opção apresentada aos participantes porque se desejava realizar diversas atividades em um único encontro.

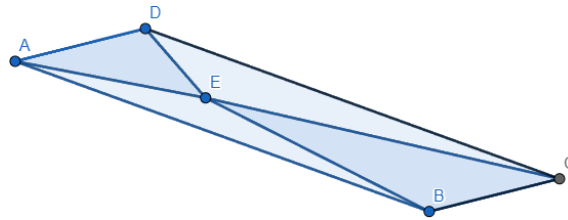
Durante a oficina, após mover o ponto E em seu telefone celular, um dos participantes sugeriu que o invariante geométrico é que a soma das áreas dos triângulos ADE e BCE é metade da área do paralelogramo (Figura 2). Para demonstrar, ele sugeriu traçar uma reta perpendicular aos lados AB e CD por E e destacar as alturas relativas a E dos triângulos ABE e CDE (a soma das alturas desses triângulos é a altura relativa a AB do paralelogramo), com isso ele propõe usar as fórmulas das áreas do triângulo e do paralelogramo para obter que a soma das áreas de ABE e CDE é metade da área do paralelogramo por meio das contas. O estudante foi ao quadro e apresentou sua solução. Embora correta, ela depende de fórmulas e de manipulações algébricas.

---

<sup>4</sup> Agradecemos ao professor Fabio Simas (Unirio) pela parceria e orientação para as aulas e oficina em questão e por auxiliar na redação e submissão desta proposta, da qual não é co-autor, devido à limitação de três autores.

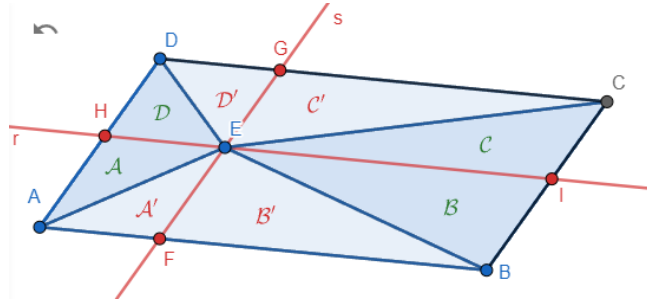


**Figura 2 - Exemplo de construção**



A professora (em formação) agradeceu e sugeriu uma solução alternativa, com a intenção de valorizar e contribuir para despertar o “pensamento geométrico” nos participantes (conceito estudado na disciplina). Para isso ela traçou por E as retas r e s paralelas aos lados do paralelogramo e nomeou os triângulos formados como na Figura 3. Observou-se que o paralelogramo ABCD ficou subdividido em quatro paralelogramos menores, todos com um vértice em E e uma diagonal destacada na figura partindo de E.

**Figura 3 - Solução geométrica proposta**



Finalmente, justificou as congruências dos triângulos formados ao se traçar uma diagonal de um paralelogramo e concluiu que as áreas azul escura e azul clara destacadas na figura são iguais, o que conclui a prova do invariante.

Na aula (feita anteriormente à oficina), essa mesma solução recebeu um tratamento um pouco diferente, também digno de nota. Ao invés de nomear os triângulos pelos símbolos  $\mathcal{A}$ ,  $\mathcal{A}'$ ,  $\mathcal{B}$ ,  $\mathcal{B}'$  etc, ela seguiu uma abordagem algébrica expressando as áreas dos triângulos ADE e BCE por meio de seus vértices, usando a congruência em questão para mostrar a igualdade das áreas dos triângulos formados pela divisão dos paralelogramos por suas diagonais e depois apresentando uma sequência de igualdades que levou à conclusão de que a área azul escura é metade da área do paralelogramo.

Isso levou a uma discussão sobre o valor dos diagramas para que a explicação fique clara para os alunos antes de um registro mais cuidadoso da solução. Também falou-se do cuidado com a escolha das notações nas aulas de matemática, uma vez que uma justificativa mais longa que envolve uma sequência de igualdades de somas como

$$\text{ÁREA}(\text{AEH}) + \text{ÁREA}(\text{DEH}) + \text{ÁREA}(\text{BEI}) + \text{ÁREA}(\text{CEI}) = \dots = \frac{\text{ÁREA}(\text{ABCD})}{2},$$

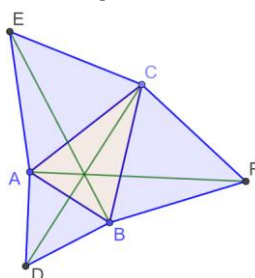
pode assustar os estudantes e levar a professora a perder a atenção da turma. Além, é claro, da referida ênfase em soluções preferencialmente geométricas nas aulas de geometria.

O segundo exemplo que destacamos é o Invariante 4 do Nível 2 (Machado, 2015).

Ele foi aplicado apenas na aula da disciplina, mas não na oficina. O enunciado é: “Construa um triângulo isósceles ABC de base AB. Em seguida, construa três triângulos equiláteros BCF, ACE e ABD para fora desse triângulo. Por fim, construa os segmentos BE, AF e CD. (a) Descubra o invariante geométrico, e (b) Demonstre o invariante geométrico que você descobriu.”

O invariante esperado é que os segmentos AF, BE e CD têm todos o mesmo comprimento. Durante a realização da atividade, um estudante chegou atrasado, enquanto os colegas tentavam fazer o item (a), e viu no quadro uma imagem similar à Figura 4. Ele nem tirou a mochila, nem se sentou, foi direto para o quadro e falou algo como “os triângulos ABE e BAF são congruentes, né?”. Isso resolveria tanto o item (a) como o item (b) para toda a turma. A aluna que estava à frente da turma o interrompeu prontamente, pedindo que não comunicasse ainda suas ideias para permitir que seus colegas também pensassem no problema. No final da aula esse foi um tema rico para discussão. Afinal, os estudantes têm ritmos diferentes e é dever do(a) professor(a) garantir que todos tenham a oportunidade de tentar resolver.

**Figura 4 - Exemplo de construção**



Outra reflexão foi que as congruências de triângulos estão propostas para o 8º ano do Ensino Fundamental e depois só são indicadas em uma habilidade do Ensino Médio, segundo a BNCC (Brasil, 2018) e que comumente não faz parte da maioria das aulas de geometria, segundo nossa curta experiência. Por outro lado, foi tema muito frequente nas atividades aqui ilustradas. Ao que nos parece, deveria ser um tema mais presente dada a sua importância no desenvolvimento da compreensão geométrica.

## REFLEXÕES FINAIS

As reflexões apontadas no Relato de Experiência são resultado de discussões posteriores após a experiência, nem todas foram percebidas durante o processo ou por todos os ministrantes. Percebe-se que a conversa foi fundamental e evidenciou pontos importantes para a formação dos autores.

As reflexões identificadas servem de ponto de partida para trabalhos a serem desenvolvidos em outras disciplinas e/ou trabalho de conclusão de curso pelos Professores em Formação, autores deste artigo.

Seria interessante experimentar as atividades de Machado (2015) em turmas dos Anos Finais do Ensino Fundamental. Elas podem ser distribuídas ao longo dos anos, sempre após o ensino dos temas correspondentes. Assim, o(a) professor(a) pode contribuir para que os estudantes vejam uma matemática mais bonita, aberta e investigativa, integrada à lógica e à argumentação e menos relacionada à memorização,

contas e fórmulas.

## REFERÊNCIAS

- BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, p. 272, 2018.
- GRAVINA, M. A. Geometria Dinâmica: uma nova abordagem para o aprendizado da Geometria. **Anais do VII Simpósio Brasileiro de Informática na Educação**, v. 1, p. 1-13, 1996.
- MACHADO, E. J. C. **Explorando Invariantes Geométricos Com O Geogebra: Uma Seleção Para A Sala De Aula**. Trabalho de Conclusão de Curso (Mestrado Profissional em Rede Nacional, Profmat) - Instituto de Matemática e Estatística, Universidade Federal Fluminense. Niterói, p. 66, 2015.



## DESCOBRINDO ÁREAS: UMA JORNADA MATEMÁTICA ATRAVÉS DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Éder Motta de Oliveira<sup>1</sup>

Claudiomir Feustler Rodrigues de Siqueira<sup>2</sup>

**RESUMO:** Neste relato de experiência são descritas atividades de matemática realizadas com uma turma do 7º ano de uma escola pública municipal de Capela de Santana - RS, no ano de 2024. O objetivo dessas atividades era auxiliar os alunos a explorar, desenhar, medir e calcular a área de polígonos. Para isso, utilizou-se a resolução de problemas como uma abordagem para facilitar a aprendizagem e a compreensão dos procedimentos e conceitos matemáticos envolvidos. Observou-se um desenvolvimento significativo das habilidades matemáticas, maior engajamento e participação ativa dos estudantes, além da aplicação eficaz de conhecimentos prévios. A abordagem promoveu o pensamento crítico, melhorou a formalização dos conceitos e aumentou o interesse pela matemática, apesar de não engajar igualmente todos os alunos. Além disso, os alunos desenvolveram competências transversais, como raciocínio lógico, comunicação e colaboração.

**Palavras-chave:** resolução de problemas, ensino, aprendizagem e avaliação de matemática, área de polígonos.

### EIXO TEMÁTICO

(X) T3: Ensino de Matemática nos anos finais do Ensino Fundamental (6º ao 9º ano) e no Ensino Médio.

### INTRODUÇÃO

Neste relato de experiência, explora-se uma maneira de formalizar os conceitos para deduzir as fórmulas matemáticas que permitem calcular a área do trapézio e do losango para uma melhor compreensão dos alunos. Para isso, utilizou-se a metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação através da resolução de problemas proposta por Allevato e Onuchic (2021), essa metodologia favoreceu o desenvolvimento do pensamento matemático, melhorando as habilidades matemáticas dos estudantes de maneira significativa.

As atividades foram elaboradas visando os seguintes objetivos: identificar, desenhar e medir os polígonos das figuras apresentadas nas atividades; calcular a área dos polígonos desenhados e medidos; deduzir uma forma de calcular a área do trapézio e do losango; além disso, melhorar a capacidade dos alunos de resolver problemas. No

<sup>1</sup> Mestrando em Matemática (Profmat - IFRS Campus Canoas), Licenciado em Matemática (La Salle - Canoas); Escola Municipal de Ensino Fundamental Antônio de Oliveira Carvalho, Capela de Santana, Rio Grande do Sul, Brasil, edertkd@gmail.com.

<sup>2</sup> Doutor em Informática na Educação (UFRGS), Mestre em Ensino de Matemática (UFRGS), Licenciado em Matemática (PUCRS); Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Sul (IFRS) - Campus Canoas, Canoas, Rio Grande do Sul, Brasil, claudiomir.siqueira@canoas.ifrs.edu.br.

entanto, a escolha da resolução de problemas foi por ela ser uma abordagem importante para o ensino de matemática, pois influencia positivamente a forma como os alunos aprendem. Nessa metodologia, os estudantes são convidados a expressar suas estratégias e ideias para resolver problemas de maneira colaborativa. Ao tentar resolver os problemas propostos, os alunos são incentivados a aplicar conceitos teóricos em situações práticas, o que facilita tanto a compreensão quanto a retenção do conhecimento.

## REFERENCIAIS TEÓRICOS

A resolução de problemas é uma abordagem de ensino e aprendizagem de matemática que considera os estudantes como participantes ativos e os problemas são vistos como instrumentos valiosos e bem definidos, e a “resolução desses problemas é entendida como uma coordenação complexa e simultânea de múltiplos níveis de atividades” (Onuchic, 1999, p. 203). Essa abordagem representa um ponto de partida essencial, envolvendo mais do que apenas o objetivo de aprender a matéria em si. Nesse sentido, o processo de ensino-aprendizagem de um tópico matemático inicia-se com uma situação-problema que incorpora aspectos fundamentais deste tópico. A partir daí, desenvolvem-se técnicas matemáticas como respostas adequadas para problemas que fazem sentido dentro desse contexto. A finalidade de aprender matemática inclui a habilidade de converter problemas não rotineiros em problemas rotineiros (Onuchic, 1999).

Dessa forma, conforme a autora, o foco principal em trabalhar ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas está em auxiliar os alunos a compreender os conceitos, os processos e as técnicas em cada unidade temática (Onuchic, 1999). Segundo ela, a compreensão da matemática por parte dos alunos, envolve a ideia de que entender é relacionar. Assim, essa perspectiva se fundamenta na observação de que o aluno amplia seu entendimento quando é capaz de relacionar uma determinada ideia matemática a uma variedade de contextos. Para implementar essa abordagem didática, Allevato e Onuchic (2021), sugerem uma metodologia em sala de aula composta em 10 etapas:

- (1) Proposição do problema, (2) Leitura individual, (3) Leitura em conjunto, (4) Resolução do Problema, (5) Observar e incentivar, (6) Registro das soluções na lousa, (7) Plenária, (8) Busca do consenso, (9) Formalização do conteúdo, (10) Proposição e resolução de novos problemas (Allevato; Onuchic 2021, p.52).

Portanto, segundo Allevato e Onuchic (2021) a metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação de matemática através da resolução de problemas constitui num caminho para se ensinar matemática e não apenas para ensinar a resolver problemas, o problema é um ponto de partida e, na sala de aula, através da resolução de problemas, deve-se fazer conexões entre os diferentes ramos da Matemática, gerando novos conceitos e novos conteúdos. As autoras ressaltam que essa metodologia de ensino pode contribuir extremamente para uma aprendizagem significativa desta disciplina.

## RELATO

A aplicação das atividades foram realizadas no primeiro semestre 2024, com uma turma do 7º ano com 24 alunos, em quatro períodos de 50 minutos e seguiu-se as etapas da metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação através da resolução de problemas na proposta apresentada por Allevato e Onuchic (2021). O cálculo de áreas foi o contexto gerador, criando um ambiente de ensino para o professor e de aprendizagem para os estudantes. Esse contexto foi explorado a partir de problemas geradores apresentados a seguir na descrição das atividades. A partir desses problemas, foi possível introduzir novos conceitos ou aprofundar e desenvolver conceitos já conhecidos e prévios dos estudantes. Na primeira atividade (Figura 1), os alunos deveriam desenhar os polígonos, medir os elementos principais usando uma trena, e então calcular suas áreas com as fórmulas já estudadas. O objetivo dessa atividade era aplicar conhecimentos matemáticos para calcular a área dos polígonos desenhados, baseando-se nas medições realizadas, além de reforçar assuntos já trabalhados, como área do retângulo, do quadrado e do triângulo. Vale ressaltar que os alunos ainda não haviam estudado as fórmulas que calculam a área do trapézio e do losango, portanto na atividade 1 as figuras (B), (C) e (D) são consideradas problemas geradores que vão contribuir para compreensão dos alunos para formalização e dedução das fórmulas da área do trapézio e do losango.

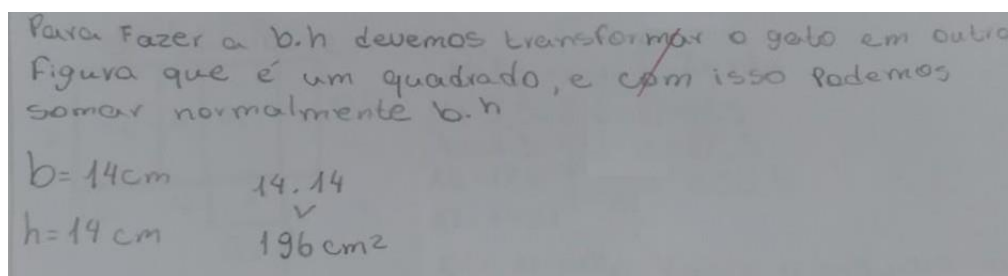
**Figura 1 - Imagens da atividade 1 que os estudantes deveriam identificar polígonos.**



Fonte: Elaborado pelo autor

Todos os grupos resolveram as questões propostas. Na sequência são apresentadas algumas soluções realizadas pelos alunos. Na figura 2, tem-se a solução apresentada por um dos grupos, que consistiu em observar a conservação de áreas. A estratégia deles foi reorganizar as peças do Tangram formando um quadrado, e então calcular a área, a qual era equivalente à área do gato (item d). Resolução que foi apresentada e discutida com toda a turma, e serviu para exemplificar e ilustrar a fórmula do cálculo da área de um trapézio.

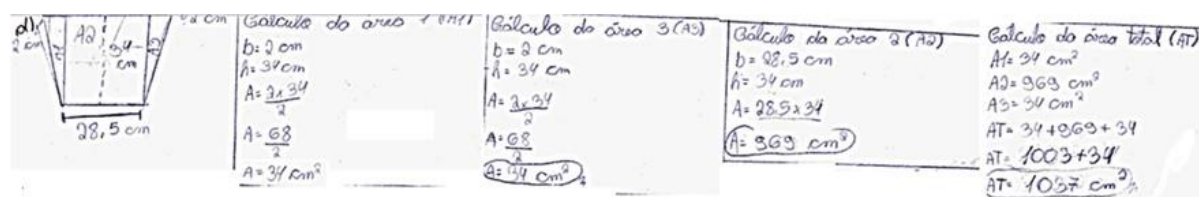
**Figura 2 - Resposta fornecida por um grupo para a figura (E) da atividade 1.**



Fonte: Dados da pesquisa.

Na figura 3 a seguir, a solução indica que os alunos compreenderam o problema ao calcular a área total, particionando o polígono em dois triângulos e um retângulo, após calcularam a área de cada polígono, depois somaram as áreas obtidas de cada polígono calculado, determinando assim a área do trapézio.

**Figura 3 - Solução para a figura (d) da atividade 1.**



Fonte: Dados da pesquisa.

Ao resolver o problema proposto, o grupo mostrou a aplicação eficaz de seus conhecimentos prévios e do engajamento e interesse para solucionar o problema, então a atividade serviu tanto para aplicar conhecimentos como também adquirir novos conceitos, evidenciando que “para ser tanto um meio de adquirir novo conhecimento como um processo no qual o aluno pode aplicar o que previamente havia construído” (Allevato; Onuchic, 2021, p. 53). Além disso, surgiram outras discussões nesse item, como a questão de a imagem representar o objeto em perspectiva, dado que a forma real da porta é retangular.

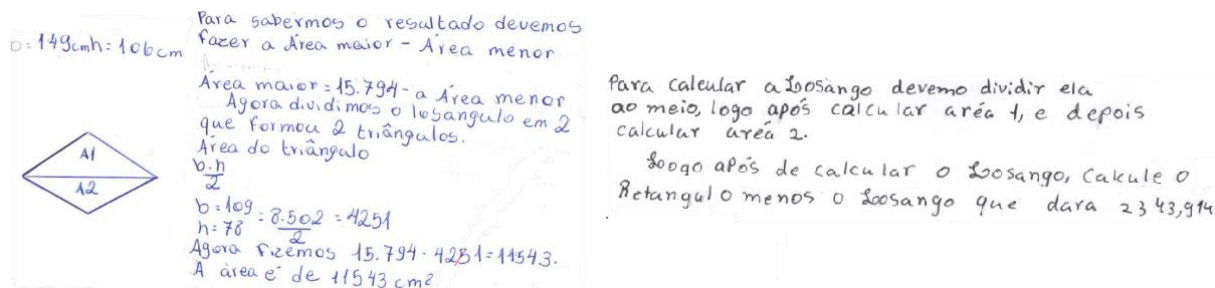
Na segunda atividade (Figura 4), o problema gerador consistia em determinar área da parte em verde da bandeira do Brasil, novamente ressalta-se que ainda não havia sido trabalhada a área do losango. Dessa forma, os alunos para calcular a área do losango tiveram que usar apenas a fórmula da área do triângulo.

A atividade 2 consistia em calcular a área pintada de verde da bandeira do Brasil, para isso os alunos apresentaram suas estratégias e usaram seus conhecimentos prévios, como mostra a figura 4. Ao empregar métodos de resolução de problemas, os alunos puderam colaborar e trocar ideias, discutindo e melhorando suas soluções, além disso, os grupos mostraram engajamento e participação ativa ao solucionar os problemas, assim ao usar a resolução de problemas permitiu que eles desenvolvessem habilidades críticas como raciocínio representação, comunicação e argumentação matemática. Assim, percebe-se que a “resolução de problemas desenvolve poder matemático nos alunos, ou seja, capacidade de pensar matematicamente, utilizar



diferentes e convenientes estratégias em diferentes problemas, permitindo aumentar a compreensão dos conteúdos e conceitos matemáticos” (Onuchic; Allevato, 2012, p. 243).

**Figura 4 - Apresentação de uma possível solução para o problema 2**



Fonte: Dados da pesquisa

Depois que a turma resolveu todos os problemas, os grupos foram convidados a registrar suas soluções para os itens (B), (C) e (D) da atividade 1 e a atividade 2 no quadro, após houve a discussão sobre as formas de resolução, assim chegou-se a um consenso de que existe diferentes formas para determinar a área do trapézio e do losango. Com base nesse consenso, coube ao professor formalizar o conteúdo, usando a maneira que os grupos resolveram os itens da atividade 1 e 2 para deduzir as fórmulas das áreas do trapézio e do losango.

## REFLEXÕES FINAIS

Ao propor as atividades, procurou-se trazer situações do cotidiano dos alunos, favorecendo-os a usarem os conhecimentos prévios deles, tentando despertar seu interesse pela Matemática. Embora esta abordagem tenha sido eficaz com a maioria, alguns alunos não se engajaram ou demonstraram interesse nas atividades. A metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação baseada na resolução de problemas partiu de conceitos previamente estudados e revisados, respeitando o conhecimento prévio dos alunos como a variável mais influente na aprendizagem. Os alunos ao resolverem esses problemas desenvolveram raciocínio, comunicação, conexões e representações, que são os processos da Matemática, além disso, aumentaram a compreensão dos conceitos que estão sendo construídos.

Assim, ao propor atividades contextualizadas, onde o aluno é o responsável pela construção de seu conhecimento, esperava-se que o aluno ao vivenciar a matemática na prática pudesse despertar ou aumentar seu interesse pela disciplina, o que efetivou-se na prática. Logo, a aplicação prática desta metodologia permitiu aos alunos uma compreensão melhor dos conceitos matemáticos, especialmente na dedução das fórmulas para calcular a área do trapézio e do losango. Por isso, espera-se que este relato de experiência possa servir para outros professores que buscam implementar e desenvolver abordagens semelhantes em suas próprias salas de aula.

Portanto, observa-se que o ambiente metodológico estabelecido durante essa prática foi diferente do habitual. As evidências de aprendizagem foram observadas a partir

dos diálogos, troca de ideias e das diferentes interações que se estabeleceram entre professor-estudante, estudante-estudante e dos apontamentos e constatações individuais. Com os estudantes sendo mais proativos na construção do conhecimento, foi um ambiente de discussão, reflexão, problematização e ação conjunta entre professor e estudantes, onde os alunos tiveram a oportunidade de expressar seus pensamentos, raciocínios e soluções, tornando os conteúdos mais significativos para eles e efetivando a aprendizagem matemática.

## REFERÊNCIAS

- ALLEVATO, N. S. G. ONUCHIC, L. R. Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática: por que através da Resolução de Problemas? In: ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G.; NOGUTI, F. C. H.; JUSTULIN, A. M. (Org.). **Resolução de Problemas: teoria e prática**. 2 ed. E-book. Jundiaí: Paco, 2021, p. 40-62.
- ONUCHIC, L. R. Ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas. In: BICUDO, M. A. V. (Org.). **Pesquisa em educação matemática: concepções e perspectivas**. São Paulo: Unesp, 1999. p. 199-218.
- ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G.; NOGUTI, F.C.H. JUSTULIN, A.M.(Orgs.) **Resolução de Problemas: teoria e prática**. 2. ed. Jundiaí - SP. Paco Editorial, 2021.



## MEDICAMENTOS GENÉRICOS: UMA PROPOSTA PARA SE TRABALHAR PORCENTAGEM

Gabriel Cavalcante Silva<sup>1</sup>

**RESUMO:** O relato aborda a aplicação da atividade “Medicamentos Genéricos” no âmbito do Programa Institucional de Bolsas a Iniciação à Docência (Pibid), da Universidade Federal de Alagoas (Ufal), destacando a importância da iniciativa para aprimorar o ensino. A atividade, desenvolvida com base em uma sequência didática, utilizou recursos tecnológicos e uma abordagem prática e contextualizada para ensinar conceitos matemáticos aos estudantes do Ensino Médio. O relato ressalta a necessidade contínua de buscar estratégias que tornem a educação mais dinâmica e alinhada com as demandas contemporâneas, promovendo uma aprendizagem significativa.

**Palavras-chave:** Pibid, atividade interdisciplinar, medicamentos genéricos, tecnologia educacional, aprendizagem significativa.

### EIXO TEMÁTICO

(X) T3: Ensino de Matemática nos anos finais do Ensino Fundamental (6º ao 9º ano) e no Ensino Médio.

### 1. INTRODUÇÃO

A interligação entre a teoria e a prática educativa é um pilar fundamental para o entendimento e a análise crítica da realidade escolar. Ao fomentar essa conexão, torna-se imperativo interpretar dados e informações com o objetivo de compreender a prática em sala de aula e realizar um diagnóstico preciso do ambiente educacional.

Nesse contexto, o emprego da tecnologia digital assume um papel essencial no contexto da sala de aula e no processo de ensino dos estudantes, especialmente após o advento da pandemia. Nesse cenário, ficou evidente que a tecnologia desempenhou um papel crucial na facilitação do ensino-aprendizagem.

A produção do conhecimento não está no humano e nem na mídia, mas sim no coletivo formado por seres humanos e mídias. Os sujeitos da pesquisa revelam em suas falas uma preocupação em tornar o ensino agradável ao aluno e que acreditam na tecnologia como ferramenta de ensino e aprendizagem de matemática. (Barros, 2015, p. 42).

O Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (Pibid) direciona suas perspectivas ao contexto social contemporâneo. Em uma era marcada pela contextualização e tecnologia, persiste a lacuna de uma comunicação eficaz entre o

---

<sup>1</sup> Licenciando em Matemática: Universidade Federal de Alagoas/UFAL, Maceió, Alagoas e Brasil. E- mail: gabriel.silva@im.ufal.br

conhecimento adquirido na escola e sua aplicação no dia a dia dos estudantes.

Desse modo, o intuito da participação do Pibidiano matemático na escola é reduzir a defasagem no ensino-aprendizagem de matemática. As aulas de Matemática cumprem um papel criterioso e importante ao disseminar o conhecimento de forma prática, diversificada e simplificada, utilizando a tecnologia como ferramenta potencializadora e indispensável no ensino-aprendizado, além de estratégias lúdicas, divertidas e práticas. A própria BNCC (2018) cita que,

Durante todo o período da Educação Básica, pretende-se desenvolver competências gerais que estejam associadas diretamente as tecnologias como valorizar e utilizar conhecimentos sobre o mundo digital; criar soluções tecnológicas para problemas; utilizar linguagem digital; e, compreender, utilizar e criar TDIC (Brasil, 2018, p.10).

Além disso, destaca-se a importância de abordagens interdisciplinares e do uso de recursos tecnológicos para engajar os estudantes em questões práticas e conceituais da matemática, como demonstrado pela atividade aplicada “Medicamentos Genéricos”. Essa atividade visa não apenas introduzir conceitos matemáticos, mas também relacioná-los com situações reais do cotidiano dos alunos, promovendo uma aprendizagem mais significativa e contextualizada.

## **2. RELATO**

### **2.1. ATIVIDADE DIDÁTICA E APLICAÇÃO**

A atividade ‘Medicamentos Genéricos’ foi criada com o objetivo de abordar o tema de porcentagem, após a observação de que os alunos apresentavam dificuldades em cálculos básicos relacionados ao assunto em atividades anteriores do Pibid. Inspirada no material didático disponível no site - [Educação Matemática na Escola](#), adaptou-se a proposta para atender às necessidades dos estudantes.

Para o desenvolvimento da atividade foi necessário a utilização do laboratório de informática, pois como o Ensino Médio é integral, os estudantes não poderiam pesquisar os preços fora da escola. Desenvolveu-se uma sequência didática (Quadro 1) para guiar a aplicação do material, com observações específicas para garantir que o tempo previsto fosse adequadamente utilizado.

**Quadro 1 - Sequência didática**

|                                                                                                                                                         |                                                                                                                                                                                                                                             |                                         |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------|
| <b>Turmas:</b> 1º ano A e B.                                                                                                                            | <b>Estudantes:</b> 24                                                                                                                                                                                                                       | <b>Área de conhecimento:</b> Matemática |
| <b>Conteúdo:</b> Porcentagem                                                                                                                            | <b>Data:</b> 28/07/2023                                                                                                                                                                                                                     |                                         |
| <b>Duração:</b> Duas aulas consecutivas de 60 minutos.                                                                                                  |                                                                                                                                                                                                                                             |                                         |
| <b>Pré-requisitos:</b> Números Racionais, Operações Matemáticas, Frações.                                                                               |                                                                                                                                                                                                                                             |                                         |
| <b>Objetivo:</b> Introduzir porcentagem por meio de atividades que envolvam o cotidiano dos alunos com e eles sendo ativos na sua própria aprendizagem. |                                                                                                                                                                                                                                             |                                         |
| <b>Primeira aula</b>                                                                                                                                    | <b>Primeiro momento (30 min):</b><br>Ligar os computadores e deixar nas guias os sites de farmácias que utilizaremos.<br>Entender a diferença entre tipos de medicamentos;<br>Introduzir o Drauzio Varella explicando sobre o medicamento.  |                                         |
|                                                                                                                                                         | <b>Segundo momento (30 min):</b><br>Entregar as tabelas;<br>Solicitar aos estudantes que pesquisem os valores de medicamentos.                                                                                                              |                                         |
| <b>Segunda aula</b>                                                                                                                                     | <b>Terceiro momento (60 min):</b><br>Comparar os preços e porcentagem equivalentes;<br>Entregar as situações-problemas;<br>Encerrar com a pergunta “O que é mais vantajoso: comprar medicamentos de referência ou medicamentos genéricos?”. |                                         |

A atividade foi aplicada para 24 estudantes divididos em 12 duplas, e a cada dupla foi entregue uma tabela e duas atividades. No primeiro momento, foram deixados os computadores ligados para que, quando os estudantes entrassem no laboratório de informática, os sites das quatro drogarias utilizados para a atividade já estivessem abertos.

**Figura 1 - Aplicação da atividade**

Fonte: De autoria própria.

Em seguida, os monitores foram desligados para que os estudantes não perdessem o foco na explicação do vídeo do Drauzio Varella, que informava sobre a diferença entre medicamentos genéricos, similares e de referências.

Essa explicação é necessária para que os estudantes compreendam que os medicamentos genéricos têm os mesmos efeitos que os medicamentos de patente e que, normalmente, são mais baratos. Assim, foi possível explicar o conceito de porcentagem e de desconto a partir da comparação de preços. Logo após, foi entregue a atividade





## 2.2. APRESENTAÇÃO DOS RESULTADOS

Na **situação-problema 1**, em “1) Qual é mais barato?”, 11 duplas (91,67%) escreveram acertadamente “genéricos”; em “2) Qual a diferença de valor?”, 8 duplas (66,67%) responderam corretamente “R\$ 31,24”; em “3) Qual é o valor de um comprimido de nimesulida (genérico) e de um comprimido nisulid (referência)?”, 8 duplas (66,67%) responderam da forma esperada “R\$ 0,67 para nimesulida e R\$ 3,28 nisulid”; em “4) Qual é a variação percentual entre o nimesulida (genérico) e o nisulid (referência)?”, somente 6 duplas (50,00%) responderam com acerto “10%”; em “5) Com base nos cálculos realizados, discutam sobre os resultados para concluir qual tipo de medicamento é o mais economicamente viável.”, apenas 5 duplas (41,66%) afirmaram “genérico/nimesulida”.

Na **situação-problema 2**, em “1) Qual é o valor a pagar se você comprar apenas um Massageol Aerosol 120ml? ”, 9 duplas (75,00%) responderam corretamente “R\$ 23,05”; em “2) Qual é o valor a pagar se você comprar 3 Massageol Aerosol 120ml? ”, 9 duplas (75,00%) responderam com acerto “R\$ 15,37”; em “3) Verifique se a promoção leve 3 e pague 2 é verdadeira. Faça os cálculos para comprovar.”, 10 duplas (83,33%) não responderam; em “4) Qual é o percentual de desconto da promoção leve 3 e pague 2?”, 6 duplas (50%), não responderam e 6 duplas (50,00%) responderam corretamente “R\$ 18,69”; “5) O que você conclui em relação a presente situação: Compensa ou não compensa?”, 6 duplas (50%) responderam que “compensa” e 1 dupla (8,34%) respondeu “depende da situação”; “6) É vantagem comprar 3 Massageol Aerosol 120 ml ou não?”, 11 duplas (91,67%) afirmaram que “sim”; “7) Você vai precisar de 3 Massageol Aerosol 120 ml ou somente 1 Massageol Aerosol 120ml já resolve seu problema?”, 7 duplas (58,34%) responderam “Resolve, mas os três saem mais em conta” e 5 duplas (41,67%) responderam “apenas 1”.; “8) Discuta essas situações e outras possíveis em grupo.”.

Já nas **situações-problemas 3 e 4**, em “1) Se o preço normal de um medicamento é R\$ 50,00 e você o adquiriu por R\$ 30,00 a variação percentual de desconto é igual a: a) 20%, b)30%, c)40% ou d)50%. ”, 8 duplas (66,67%) responderam acertadamente “40%”; em “2) Consideremos agora que você é dono de uma farmácia e vende um medicamento que adquiriu por R\$ 20,00 preço de R\$ 30,00, qual é a variação percentual? A)10%, b)20%, c)40% ou d)50%. ”, 9 duplas (75,00%) responderam corretamente “10%”; em 3) O que é mais vantajoso comprar medicamentos de referência ou medicamentos genéricos?”, 11 duplas (91,67%) responderam com acerto “genéricos”.

No geral, os resultados obtidos sugerem que os estudantes têm um bom domínio dos conceitos abordados, mas também destacam áreas nas quais podem ser necessárias revisões adicionais ou uma abordagem mais aprofundada durante o ensino desses temas

## REFLEXÕES FINAIS

A educação é um processo contínuo que requer aprimoramento constante, com a pesquisa desempenhando um papel crucial na busca por métodos eficazes de ensino. A tecnologia digital é uma ferramenta indispensável, especialmente após a pandemia, mas não substitui o papel do professor e o Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (Pibid) desempenha um papel vital na capacitação de futuros professores por meio de experiências práticas. Em síntese, a colaboração entre teoria, prática e tecnologia é crucial para garantir um ensino de qualidade e enfrentar os desafios educacionais com eficácia.



## REFERÊNCIAS

BARROS, A. J. de N.. **A construção de instrumentos matemáticos didáticos com tecnologia digital: uma proposta de empoderamento para Licenciados em Matemática.** Tese de doutorado em Educação Matemática. São Paulo: PUC/SP, 2015.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular: educação é a base.** Brasília: MEC, 2018.

Educação Matemática na Escola - **Modelagem Matemática.** Disponível em:

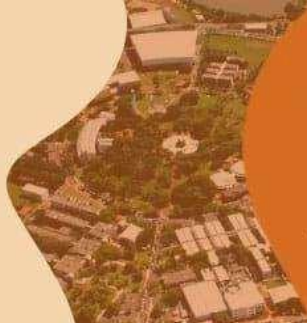
<https://matematicanaescola.com/modelagemmatematica/>.

PIBID - **Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência.** Disponível em:

<https://www.gov.br/capes/pt-br/acesso-a-informacao/acoes-e-programas/educacao-basica/pibid/pibid>.

PROJETO 15 - **Medicamentos Genéricos** - Dr. Márcio Urel.pdf. Disponível em:

[https://drive.google.com/file/d/13-mNNettW5ZvhR-NsqI6LnCba\\_CG4mdc/view](https://drive.google.com/file/d/13-mNNettW5ZvhR-NsqI6LnCba_CG4mdc/view).



## UMA VIAGEM PELOS NÚMEROS PRIMOS: DAS FAMÍLIAS À APLICAÇÃO NA CRIPTOGRAFIA

Gisele Pampanini Dias<sup>1</sup>

**RESUMO:** Esse relato de experiência pretende divulgar uma sequência didática realizada com 22 alunos de uma turma do 6º ano do Ensino Fundamental de uma escola particular de Valinhos/SP. Utilizou-se 9 aulas de 45 minutos cada e os conteúdos programáticos abordados foram: critérios de divisibilidade, números primos e decomposição de um número em fatores primos. Com o objetivo de auxiliar os alunos a estabelecerem conexões da matemática com o desenvolvimento da tecnologia, por meio de aulas dialógicas, buscou-se apresentar recortes da história dos números primos e da criptografia. Também foram realizados dois desafios em grupo, um para decifrar uma frase escrita com a Cifra de César e o outro para descobrir os dois fatores primos de um número visando relacionar com a ideia central da chave pública presente na criptografia RSA. Apesar de serem utilizados projetor, computador e tablet, há possibilidade de aplicar a sequência sem esses recursos tecnológicos. Notou-se que os alunos demonstraram entusiasmo em aprender algo além do conteúdo proposto pelo livro didático, que participaram ativamente das aulas e que os questionamentos foram vigorosos. Assim, pretende-se continuar com a utilização de sequências didáticas com esses alunos, buscando aproximar os conteúdos propostos pelo currículo escolar da matemática presente no cotidiano e da história da matemática.

**Palavras-chave:** sequência didática, números primos, criptografia, ensino fundamental anos finais, história da matemática.

### EIXO TEMÁTICO

( x ) T3: Ensino de Matemática nos anos finais do Ensino Fundamental (6º ao 9º ano) e no Ensino Médio.

### INTRODUÇÃO

É comum, no Ensino Fundamental anos finais, ter conteúdos eleitos pelos professores como centrais e outros que são reduzidos a auxiliares desses. No 6º ano, por exemplo, percebe-se esse movimento com critério de divisibilidade, números primos, decomposição de um número em fatores primos e mínimo múltiplo comum que visam somente o ensino de frações. Com isso, o tempo destinado para o ensino desses tópicos é reduzido e o foco das aulas é a realização de exercícios de aplicação direta para compreensão do processo. Essa redução faz com que a matemática seja vista apenas como um processo mecânico de aplicações de métodos e cálculos. Além de estimular falas que se intensificam ano a ano no ambiente escolar, como: “Por que estou aprendendo isso se o computador e a calculadora fazem isso por mim?” e “Onde vou usar isso na vida?”.

<sup>1</sup> Doutoranda em Ensino e História das Ciências e da Matemática; UFABC, Valinhos, São Paulo, Brasil, giselepampanini@gmail.com.

Assim, dar maior destaque aos tópicos de aritmética dos números e contribuir para um outro olhar dos alunos para a matemática são os objetivos centrais da sequência didática que será apresentada.

A motivação para elaborar a sequência didática iniciou-se em 2021, quando foi desenvolvido com alunos do 2º ano do Ensino Médio o projeto “Criptografia: história, curiosidades e uma carta” de Pampanini (2022, 2023). Durante a aplicação, notou-se que eles desconheciam a importância da matemática para a criptografia. Então, naquele momento, decidiu-se que, se houvesse oportunidade, o projeto seria adaptado para o 6º ano do Ensino Fundamental por ser o primeiro ano que os alunos têm contato com os números primos e o Teorema Fundamental da Aritmética.

Com o objetivo de auxiliar os alunos a estabelecerem conexões da matemática com o desenvolvimento da tecnologia, por meio de aulas dialógicas, a proposta da sequência didática é apresentar recortes da história dos números primos e da criptografia para trabalhar os conteúdos programáticos: critérios de divisibilidade, números primos e decomposição de um número em fatores primos. Além de propor a realização de dois desafios em grupo, um para decifrar uma frase escrita com a Cifra de César e o outro, para relacionar com a ideia central da chave pública presente na criptografia RSA, descobrir os dois fatores primos de um número.

Para planejar a sequência didática, realizou-se uma busca teórica sobre criptografia e aritmética dos números. A monografia de conclusão de curso de Kurotuti (2012) foi a bibliografia escolhida por apresentar, de forma sucinta, todas as informações necessárias. Interessante que a motivação da autora foi uma aula do estágio supervisionado realizado com turmas de 6º ano quando, na explicação de números primos, um grupo questionou

Para que servem os números primos? No momento e no contexto da aula, responder aos alunos que os números primos seriam utilizados para fatorar números seria uma boa resposta, mas não uma boa resposta matemática (Kurotuti, 2012, p. 33).

A partir desse questionamento, a autora pesquisou sobre os números primos e a criptografia e, apesar do desejo de realizar uma atividade diferenciada com os alunos, a autora relata que

Infelizmente pela falta de tempo, e por ter terminado o período de estágio nesse ano, não foi possível levar aos alunos algumas ideias que surgiram com a pesquisa para poder mostrar quão útil são esses números (Kurotuti, 2012, p. 33).

Acredita-se que o relato da sequência didática que será apresentado complementa essa pesquisa teórica e que, também, pode auxiliar professores de matemática do 6º ano que são questionados sobre os números primos ou que queiram apresentar o Teorema Fundamental da Aritmética com uma abordagem diferenciada.

## RELATO

A sequência didática foi aplicada com 22 alunos de uma sala de 6º ano do Ensino Fundamental de uma escola particular de Valinhos, interior de São Paulo. A turma faz parte do currículo internacional da escola, no qual as aulas das disciplinas escolares são realizadas 60% no idioma alemão e 40% em português. Por exemplo, na disciplina de matemática, por semana, três aulas são lecionadas por uma professora de matemática que fala alemão e duas aulas por uma professora que fala português. Destaca-se que a sequência foi realizada na disciplina de matemática em português. O tópico que antecedeu a sequência foi “Critérios de divisibilidade”, por esse motivo, durante muitos momentos da sequência didática, buscou-se resgatar os critérios trabalhados. A última aula sobre esse assunto foi de exercícios e, antes do término, para verificar o conhecimento dos familiares sobre os números primos e a criptografia e, também, para aproximar as famílias do que seria trabalhado nas aulas, solicitou-se que os alunos entrevistassem um familiar adulto e que, se possível, conversassem sobre as perguntas. As três perguntas propostas foram:

- Você lembra o que são números primos?
- Você sabe o que é criptografia?
- Você sabe o que é chave pública?

Dos 22 alunos, 18 entrevistaram os pais (mãe ou pai), 2 entrevistaram irmãos maiores de idade e 2 entrevistaram avós. Tanto para a primeira pergunta quanto para a segunda, em torno de 90% dos entrevistados responderam sim. Enquanto na terceira pergunta, apenas 30% responderam sim. Na primeira aula da sequência, percebeu-se que os alunos conversaram bastante com os familiares sobre criptografia e segurança de dados, pois comentaram a relação dos temas com o uso do *Whatsapp* e de aplicativos de bancos. Notou-se, também, que estavam animados e que anotavam o que era falado para, posteriormente, compartilhar com os familiares.

A sequência didática iniciou-se em 15 de abril de 2024 e terminou em 13 de maio, ou seja, foi realizada durante um mês. Durante esse período, foram lecionadas 9 aulas de 45 minutos cada. Para desenvolver a sequência, a maioria das aulas foi dialógica, na qual a teoria foi apresentada conforme os alunos questionavam e/ou faziam suposições. Para auxiliar nas elaborações das respostas e nas checagens de informações, foram utilizados recursos tecnológicos como tablet e notebook.

O Quadro 1 apresenta os tópicos abordados aula a aula e, também, quais foram as avaliações realizadas em cada aula. Para iniciar a 1ª aula, provocou-se os alunos com a fala: “Agora, vocês vão aprender sobre uma das paixões dos matemáticos: os números primos!”. De forma imediata, alguns alunos questionaram: “Por que essa paixão?”. A resposta dada foi: “Temos visto nas aulas que matemáticos gostam de observar padrões, agrupar por semelhanças, dentre outras coisas. Não é? Agora, vamos ver a definição de números primos para começar a compreender essa paixão.” Finalizada a escrita da definição na lousa, um aluno que é apaixonado por matemática, inquieto em sua carteira, falou em voz alta: “Eu sei, eu sei, eu sei! Profe, é muito difícil saber todos os números primos. Eles não têm espaço certinho entre eles.”

Comentou-se que, com o conhecimento que tinham até o momento, conseguiriam identificar os números primos menores que 100. Depois, em conjunto com os alunos, elaborou-se uma tabela na lousa e, com base nos critérios de divisibilidade aprendidos,

riscou-se os números compostos até restarem apenas os números primos. O nome “Crivo de Eratóstenes” foi apresentado depois de finalizada a dinâmica para evitar o distanciamento dos alunos durante a construção da tabela.

Durante essa atividade, verificou-se a compreensão dos alunos sobre os critérios de divisibilidade por 2, 3, 5 e 7, sendo necessário resgatar o critério por 3, pois muitos acreditavam que todo número ímpar é divisível por 3. Essa confusão é comum entre os alunos, principalmente quando o critério por 3 é perguntado após o critério de divisibilidade por 2.

**Quadro 1 – Distribuição das aulas**

| Aula | Tópico                                                                                                                           | Avaliação                                                                                                    |
|------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1    | Classificação de um número: primo ou composto. Crivo de Eratóstenes. Método da raiz quadrada para verificar se o número é primo. | Verificar se os alunos compreenderam os critérios de divisibilidade por 2, 3, 5 e 7.                         |
| 2    | Exercícios sobre números primos.                                                                                                 | Verificar a compreensão do Crivo de Eratóstenes e do método da raiz quadrada.                                |
| 3    | Uma viagem pelos números primos.                                                                                                 | -                                                                                                            |
| 4    | Criptografia: Cifra de César, Cifra de Vigenère, Enigma e RSA (chave pública e chave privada).                                   | Desafio 1: decifrando a cifra de César.                                                                      |
| 5    | Curiosidades sobre números primos: conjectura de Goldbach e os primos gêmeos.                                                    | Desafio 2: multiplicação de números primos e identificação dos fatores primos.                               |
| 6    | Números compostos: decomposição em fatores primos.                                                                               | -                                                                                                            |
| 7    | -                                                                                                                                | Atividade individual: critério de divisibilidade e números primos.                                           |
| 8    | Decomposição em fatores primos.                                                                                                  | -                                                                                                            |
| 9    | -                                                                                                                                | Avaliação: critério de divisibilidade, números primos e decomposição em fatores primos de números compostos. |

Na mesma aula, apresentou-se a classificação de um número (primo ou composto) e finalizou-se a aula com a “Dica de ouro da profª Gisele”. A dica foi: Para verificar se um número é primo, podemos utilizar nosso conhecimento de raiz quadrada e critérios de divisibilidade, pois basta dividir o número por todos os números inteiros menores que a raiz quadrada aproximada do número. Se o número não for divisível por nenhum desses números, ele é primo. Esse método é considerado um teste determinístico de divisões sucessivas e mais detalhes podem ser obtidos na dissertação de Andrade (2017).

Na 2ª aula, foram propostos exercícios para identificação de números primos. Na 3ª aula, o tema foi “Uma viagem pelos números primos”. Nela, explicou-se a importância dos números primos para os matemáticos e apresentou-se as famílias dos números primos: Fermat, Euler, Mersenne e Escott. Quando as expressões algébricas para determinar os números primos foram apresentadas, os alunos se animaram em substituir as variáveis por números para determinar os números primos. No final da explicação dos números primos de Euler, os alunos questionaram se algum desses seria mulher. Nesse momento, aproveitou-se para conversar sobre os momentos históricos e sobre a luta da

mulher para conquistar respeito e reconhecimento na área científica.

Na 4ª aula, o assunto foi criptografia. Para isso, apresentou-se: Cifra de César, Cifra de Vigenère, Enigma e RSA (chave pública e chave privada). Foi indicado o filme “O Jogo da Imitação” que fala sobre o Enigma e Alan Turing, reforçando que a censura é 12 anos e que, por esse motivo, não seria passado na escola. Depois, os alunos realizaram o desafio 1: “Decifrando a cifra de César”.

No geral, como percebe-se na imagem 1, a estratégia adotada pelos grupos foi utilizar caneta marca-texto para destacar as letras que mais se repetiam. Depois, na própria folha (Imagem 2) ou no caderno (Imagem 3), os alunos estabeleceram a relação do alfabeto brasileiro e a hipótese do alfabeto utilizado na mensagem para verificar se estava correto. Na imagem 1 é possível perceber que o grupo iniciou pela análise da letra “k” colocando que poderia ser E, A ou O e que testaram primeiro com a letra A (Imagem 2).

### Imagem 1 – Cifra de César

Sabendo que a mensagem abaixo foi criptografada por meio da cifra de Cesar, use os conhecimentos adquiridos e sua habilidade matemática de observar padrões para decifrar a mensagem.

G V X K T J K X S G Z K S G Z O I G K H U S J R S G O Y

Mensagem decifrada: Aprender matemática é bom demais.

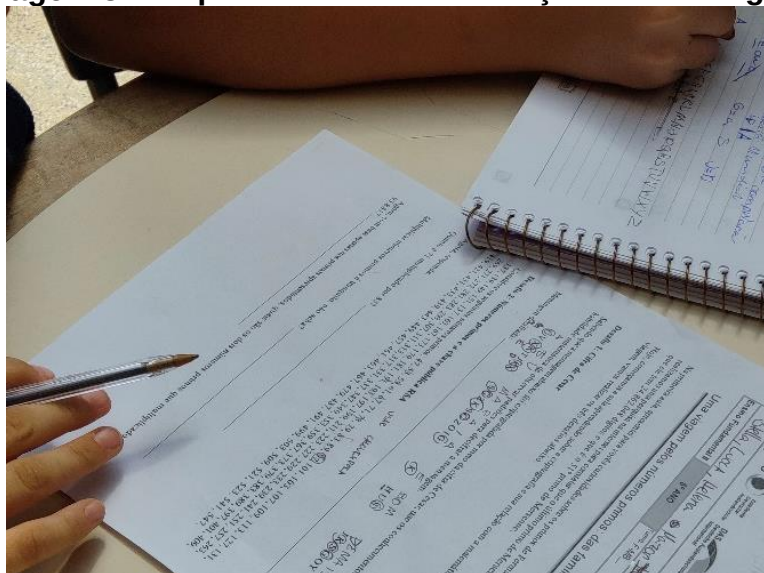
### Imagem 2 – Alfabeto para a Cifra de César

A B C D E F G H I J K L M N O P Q R S T U V W X Y Z  
K L M N O P Q R S T U V W X Y Z A B C D E F G H I J

A B C D E F G H I J K L M N O P Q R S T U V W X Y Z  
X Y Z A B C D E F G H I J K L M N O P Q R S T U V W

A B C D E F G H I J K L M N O P Q R S T U V W X Y Z  
G H I J K L M N O P Q R S T U V W X Y Z A B C D E F

### Imagem 3 – Dupla durante decodificação da mensagem



### Imagem 4 – Desafio 2: números primos e a chave pública RSA

Considere os seguintes números primos: 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97, 101, 103, 107, 109, 113, 127, 131, 137, 139, 149, 151, 157, 163, 167, 173, 179, 181, 191, 193, 197, 199, 211, 223, 227, 229, 233, 239, 241, 251, 257, 263, 269, 271, 277, 281, 283, 293, 307, 311, 313, 317, 331, 337, 347, 349, 353, 359, 367, 373, 379, 383, 389, 397, 401, 409, 419, 421, 431, 433, 439, 443, 449, 457, 461, 463, 467, 479, 487, 491, 499, 503, 509, 521, 523, 541, 547.

Agora, responda:

Quanto é 71 multiplicado por 83?  $71 \cdot 83 = 5893$

Multiplicar números primos é tranquilo, não acha? Sim

Agora, com base apenas nos primos apresentados, quais são os dois números primos que multiplicados resulta em 93.881?  $269 \cdot 349 = 93881$

### Imagem 5 – Desafio 2 – uso da calculadora do tablet



Na 5ª aula, foram apresentadas curiosidades sobre os números primos, como: conjectura de Goldbach e os primos gêmeos. Depois, aplicou-se o desafio 2: multiplicação de números primos e identificação dos fatores primos (Imagens 3, 4 e 5). Para identificar os fatores, os alunos puderam utilizar a calculadora do tablet ou notebook. Como estratégia, alguns começaram a testar o primeiro da lista com o último enquanto outros grupos começaram pelos números entre 307 e 359. De todos os grupos, apenas um grupo utilizou como tática dividir o número fornecido por um dos números da tabela para identificar o outro fator.

Como tarefa, os alunos deveriam avaliar a sequência didática. Para isso, compartilhou-se um formulário na equipe da sala no *Teams*. Nele, os alunos deveriam avaliar de 0 a 5 estrelas as aulas 3 e 4, respectivamente, “uma viagem pelos números primos” e “Criptografia: Cifra de César, Cifra de Vigenère, Enigma e RSA (chave pública e chave privada).” e, caso desejassem, escrever um comentário e/ou sugestão. Ambas tiveram boa avaliação, sendo obtido uma média de 4,66 estrelas.

Na 6ª aula e 8ª aula, ensinou-se a decomposição em fatores primos e realizou-se exercícios propostos na lousa em conjunto. Na 7ª aula, como foram apresentadas informações que não constam no currículo escolar, julgou-se necessário realizar uma atividade individual sobre critérios de divisibilidade e números primos para orientar os estudos dos alunos. No geral, os alunos realizaram a atividade com tranquilidade. Sendo que apenas dois alunos apresentaram dificuldade e precisaram ter conceitos retomados antes da avaliação. Por fim, na 9ª aula, realizou-se uma avaliação, valendo 10 pontos, sobre: critério de divisibilidade, números primos e decomposição em fatores primos de números compostos. A média da sala foi 8,9 e, dos 22 alunos, apenas dois



alunos ficaram com nota inferior à média 6,0 do colégio.

Alguns alunos utilizaram o espaço da prova para deixar mensagens e desenhos, desses, destaca-se dois. Na imagem 6, pode-se ver um desenho deixado por uma aluna no qual nota-se os primeiros números primos enfileirados para acessar o que ela intitulou de “Paraíso só para os primos!”. Na imagem 7, um aluno deixou “um bônus para a professora” com perguntas envolvendo números primos e criptografia. Nas duas perguntas sobre criptografia, uma era apenas uma palavra e a outra uma frase. Como não foi possível decodificar a palavra, para auxiliar o aluno a identificar o motivo, deixou-se a seguinte mensagem: “Agora, me responda: por que a frase eu consegui e a palavra não?”. A ideia era fazer o aluno perceber que para observar um padrão, muitas vezes é necessário mais de uma palavra.

**Imagem 6 – Desenho final da prova**

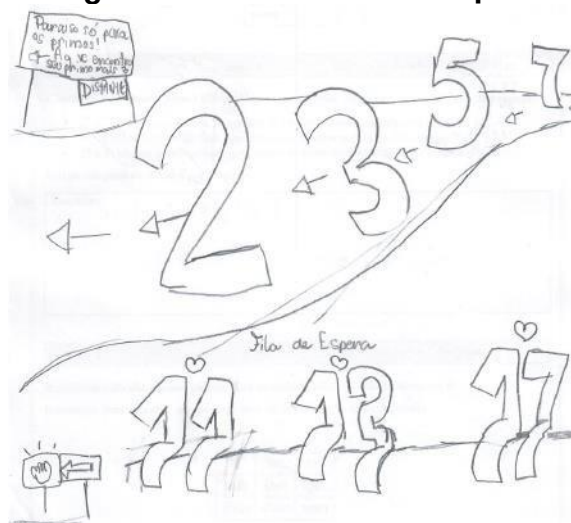
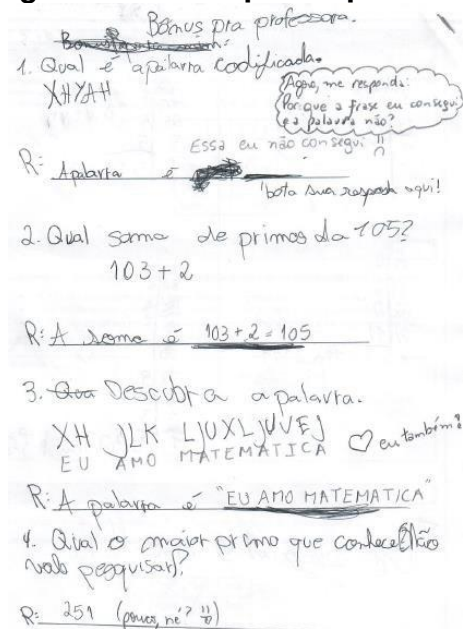


**Imagem 7 – Prova para a professora**



## REFLEXÕES FINAIS

Para turmas com mais de duas aulas semanais, é interessante explorar mais a criptografia. Como, por exemplo, montar com os alunos um instrumento para relacionar o alfabeto com o código ou elaborar uma planilha eletrônica para facilitar no processo de codificação e decodificação. Outra opção é exibir vídeos que expliquem a criptografia como os disponibilizados no site Matemática Multimídia da Unicamp.

Dos comentários e/ou sugestões recebidos na avaliação que os alunos realizaram sobre a sequência didática, destacam-se os comentários:

Deveríamos fazer mais desse tipo de aula, pois é superinteressante e aprendemos muito sobre curiosidades importantes, dicas de como facilitar os cálculos....

Eu acho q deveríamos fazer mais desse tipo de aula a porque elas são suuuuper interessantes e prendem a curiosidade de todo mundo além de nos ensinar bastante coisa!

Eu acho que foi muito boa.....aprender coisas que não conhecíamos ou que já ouvimos falar e se aprofundar foi muito legal.

Os comentários recebidos foram positivos, o que reforçam a importância de continuar desenvolvendo sequências didáticas que aproximam a matemática do cotidiano. Além dos comentários dos alunos, na reunião de responsáveis realizada no começo do mês de maio, os pais presentes destacaram o envolvimento dos filhos com a disciplina e o quanto eles voltaram entusiasmados e querendo compartilhar o que tinham aprendido sobre Euler, criptografia e números primos.

No final, todos os envolvidos aprenderam algo, pois escrever um relato sobre uma experiência, desenvolve no professor a reflexão sobre a prática docente que é uma das mais poderosas ferramentas de formação continuada.

## REFERÊNCIAS

- ANDRADE, R. **Testes de primalidade**: uma análise matemática dos algoritmos determinísticos e probabilísticos. Dissertação (mestrado) – Universidade Federal do Ceará, Centro de Ciências, Departamento de Matemática, Programa de Pós- Graduação em Matemática em Rede Nacional, Fortaleza, 2017.
- KUROTUTI, J. **Números primos e criptografia RSA**. Unesp, São José do Rio Preto, 2012.
- PAMPANINI, G. Matemática fora dos livros. In: **Revista VPEM**. 2º Festival de vídeos de práticas de Ensino de matemática do CAEM. Volume 2. 2022.
- PAMPANINI, G. Matemática fora dos livros: ensino por meio de projetos. In: **Anais do 5º Simpósio Nacional do Professor de matemática da Região Sul**. 1. ed. Ed. dos Autores, 2023. Página 350-351.



## DINÂMICA PARA INTRODUÇÃO DO CONCEITO DE FUNÇÃO

Gabriel Ferreira Leone<sup>1</sup>  
Jéfferson Luiz Rocha Basto<sup>2</sup>

**RESUMO:** Muitos alunos de nosso país encontram dificuldades em matemática. Por isso, este relato apresenta uma regência e as principais observações levantadas durante sua aplicação, visando o ensino do conceito de função através de uma dinâmica com os alunos. Esta regência foi elaborada para introduzir o conceito de função de uma maneira mais descontraída, estimulando os alunos a pensarem de forma mais contextualizada, para depois conseguirem relacionar a teoria com a prática e melhorar a interpretação de certos problemas.

**Palavras-chave:** função, dinâmica, matemática.

### EIXO TEMÁTICO

(X) T3: Ensino de Matemática nos anos finais do Ensino Fundamental (6º ao 9º ano) e no Ensino Médio.

### INTRODUÇÃO

No Núcleo Pibid – Matemática – Rio Claro e São José do Rio Preto, junto ao Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência (Pibid), diferentes projetos foram desenvolvidos: regência em sala de aula, monitoria em sala de aula, monitoria extraclasse para atendimento aos alunos com dificuldades e monitoria extraclasse para atendimento de alunos com interesse de ir além do que é dado em sala de aula, chamado de Matemática Avançada. Este relato é um recorte do projeto de regência, no qual o pibidiano teve que ministrar aulas com o uso das metodologias propostas, na presença da professora de matemática, que era a supervisora do Pibid.

Assim sendo, este trabalho aborda uma sequência didática desenvolvida pelo bolsista do PIBID de matemática, realizada no 9º ano do Ensino Fundamental de uma escola municipal de São José do Rio Preto no estado de São Paulo. Essa sequência didática foi elaborada a partir da proposta de introduzir e abordar o conceito de função de maneira diferente da abordagem tradicional.

Na aula foi proposta uma dinâmica que envolveu os alunos diretamente, induzindo-os a definição de função de forma mais contextualizada, para depois compreenderem o conteúdo quando fosse abordado a partir de conjuntos numéricos e notações matemáticas. A proposta de abordagem nesta intervenção foi na concepção cognitivista

<sup>1</sup> Mestre em Matemática; E.E. Professor José Felício Miziara, São José do Rio Preto, São Paulo, Brasil, [Gabriel.f.leone@gmail.com](mailto:Gabriel.f.leone@gmail.com).

<sup>2</sup> Doutor em Engenharia Elétrica; Universidade Estadual Paulista/Unesp, São José do Rio Preto, São Paulo, Brasil, [jefferson.bastos@unesp.br](mailto:jefferson.bastos@unesp.br).

Trabalho baseado em um artigo publicado anteriormente. Ver referências.

ou piagetiana em que, segundo Saviani (1984), trata-se de uma teoria pedagógica que julga relevante o processo de aprender a aprender, no qual o aluno tem

[...] papel essencialmente “ativo” de observar, experimentar, comparar, relacionar, analisar, justapor, compor, encaixar, levantar hipóteses, argumentar etc. O professor deve criar situações desafiadoras e desequilibradoras, por meio da orientação. [...] Ensino e Aprendizagem devem desenvolver a inteligência, considerando o sujeito inserido numa situação social. [...] Baseados no ensaio e no erro, na pesquisa, na investigação, na solução de problemas, facilitando o “aprender a pensar” (Santos, 2005, p. 26).

Acreditamos que a experiência foi muito válida e que possa ser utilizada e melhorada por outras pessoas que trabalhem com o assunto.

## RELATO

Conforme já foi apontado, esta dinâmica foi elaborada com objetivo de induzir os alunos à definição de função de forma mais contextualizada, com eles sendo os protagonistas em tal atividade.

Na prática da dinâmica foram introduzidos os conjuntos de chegada e saída com todos os alunos da turma representando os elementos do conjunto de saída, o qual se localizava no fundo da sala. Já o conjunto de chegada se localizava na parte oposta e nem sempre era representado por todos os estudantes, sempre dependia da lei de formação que envolvia os elementos do conjunto de saída.

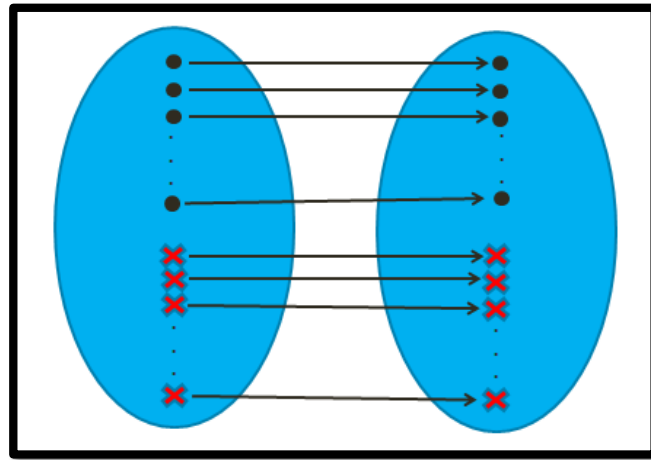
A lei de formação representava uma relação entre os elementos do conjunto de saída, no caso os alunos do 9º ano, e o de chegada. Cada aluno verificava individualmente se possuía o perfil correspondente à lei e, caso possuísse, se dirigia até o conjunto de chegada, caso contrário, permaneceria no conjunto de saída.

Após a aplicação de cada lei, o resultado era representado usando os Diagramas de Venn e os estudantes se deslocavam até o conjunto de saída para a aplicação de uma nova lei.

As leis de formação ou regras de atributos trabalhadas durante a aplicação desta dinâmica foram escolhidas através dos fatos e características comuns entre os alunos especificados e foram abordadas na seguinte sequência:

**Lei A:** Leva os meninos e as meninas nos mesmos meninos e meninas. A principal análise feita pelos alunos nesta lei foi que todos saíram do conjunto de saída e foram até o conjunto de chegada, ou seja, todos se movimentaram do fundo da classe até a frente dela. Na representação do Diagrama de Venn, os meninos foram representados por “bolinhas” e as meninas pela letra “x”, e a seta pela lei. A figura abaixo representa o diagrama de Venn dessa lei.

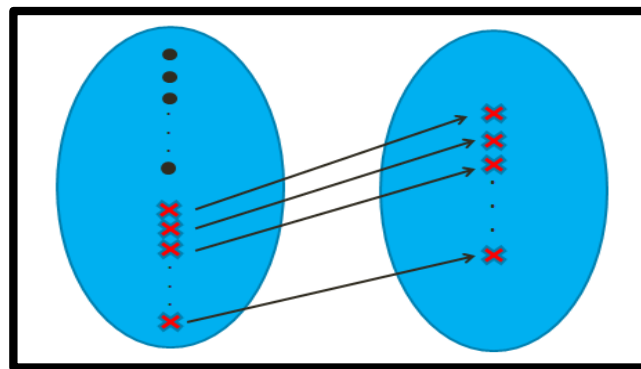
**Figura 1 – Diagrama de Venn da lei A**



Fonte: Elaborado pelos autores

**Lei B:** Leva somente as meninas nas próprias meninas: Os alunos perceberam que apenas as meninas se movimentaram até a frente da sala, isto é, que somente elas detinham a característica da lei que as levaram para o conjunto de chegada. Posto isso, na análise final, notaram que os meninos permaneceram no conjunto de saída. A Figura 3 representa as análises, usando Diagrama de Venn. Novamente os alunos foram representados por símbolos como na Lei A. A figura abaixo representa o diagrama de Venn dessa lei.

**Figura 2 - Diagrama de Venn da lei B**



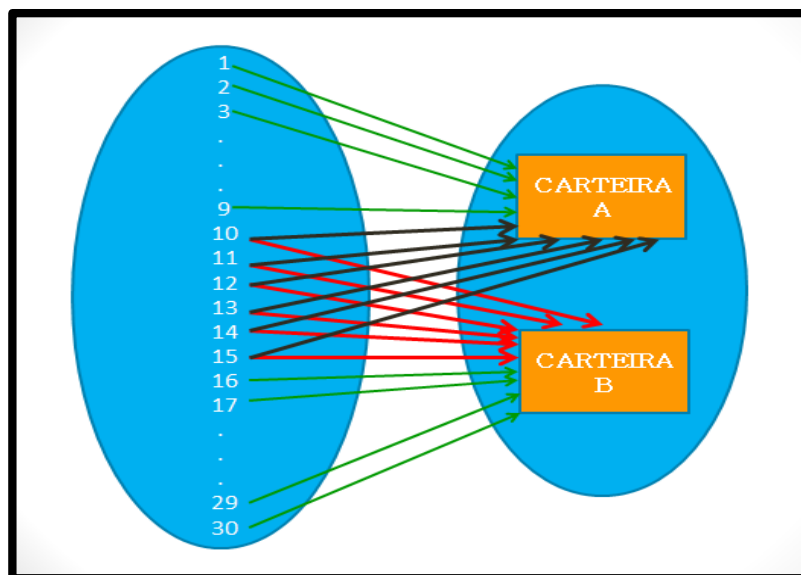
Fonte: Elaborado pelos autores

**Lei C:** Na Carteira A os alunos do número 1 ao 15 de chamada e na Carteira B do 10 ao 30: A princípio, nesta lei os alunos ficaram um pouco confusos, porém a maioria se dirigiu ao conjunto de chegada. Então, passaram a se dividir em dois grupos, onde na Carteira A devia permanecer aqueles que eram dos números 1 ao 15 de chamada e na Carteira B aqueles que eram do 10 ao 30, só que aqueles que eram do número 10 ao 15 teriam que estar ao mesmo tempo nos dois grupos. À vista disso, para resolver este problema, uma estudante sugeriu que eles ficassem entre os dois grupos e desta maneira

ocorreu, com a aceitação de todos.

Na representação por diagramas, conforme abaixo, os alunos foram figurados pelo seu respectivo número de chamada e analisaram que do número 10 ao 15, com a lei, tinham dois endereços no conjunto de chegada.

**Figura 3 - Diagrama de Venn da lei C**



Fonte: Elaborado pelos autores

**Lei D.** Na Carteira A alunos do número 1 ao 10 de chamada, na Carteira B do 11 ao 20 e na Carteira C do 21 ao 30: Para esta lei inicialmente os estudantes foram para o conjunto de chegada se separaram e se organizaram, conforme a divisão que a lei os obrigava. E finalmente, analisaram que o conjunto de chegada possuía três endereços e que nenhum aluno estava em mais de uma carteira ao mesmo tempo.

**Lei E.** Na Carteira A alunos do número 1 ao 5 de chamada, na Carteira B do 6 ao 15 e na Carteira C do 10 ao 22: Após a aplicação desta lei notaram que ela foi uma mistura das anteriores. O que mais chamou a atenção foi o fato de acontecer que novamente os números do 10 ao 15 de chamada foram direcionados a duas carteiras ao mesmo tempo. Somente depois foram alertados que os números do 23 ao 30 continuaram no conjunto de saída, já que a lei não estabelecia nenhuma carteira direcionada a eles no conjunto de chegada.

A formalização da definição de função foi relacionada com a dinâmica, baseando-se em (Andrini ; Vasconcellos, 2015, p. 97) em que para termos função, é preciso estabelecer dois conjuntos, um de saída e outro de chegada, além de existir uma relação ou lei entre os elementos desses conjuntos de forma que cada elemento tomado no conjunto de saída corresponda a um único elemento do conjunto de chegada.

Diante disso, a atividade deixada para os alunos era que eles reconhecessem, apontassem e justificassem se cada lei trabalhada na dinâmica era de uma função ou não.

Inicialmente, os alunos obtiveram muita dificuldade em entender a definição, então foi afirmado pelo pibidiano que a lei A era de uma função, justificando que todas as

condições da definição eram válidas. Assim, como para a lei D perceberam que era função e que as leis C e E não eram funções.

Já para a lei B, também afirmaram que era função, pois existiam elementos no conjunto de saída que correspondiam a outro no conjunto de chegada, porém o bolsista esclareceu que todos os elementos do conjunto de saída precisariam corresponder a outro no conjunto de chegada, conforme a parte da definição que diz: “cada elemento tomado no conjunto de saída corresponda a um único elemento do conjunto de chegada”, ou seja, não poderia sobrar nenhum elemento no conjunto de saída sem um correspondente no conjunto de chegada, ou melhor, os elementos do conjunto de partida devem estar associados a um único elemento do outro conjunto. E seguindo esta observação, puderam analisar que a lei B não era de uma função.

## **REFLEXÕES FINAIS**

É muito comum vermos alunos que têm dificuldades com o conceito de função, mesmo alunos de faculdade. Pensar em formas diferentes de introduzir o conceito, fazendo de maneira que eles participem e tenham a possibilidade de discutir, pode ajudar a diminuir essas dificuldades e, como consequência, tornar o aprendizado mais prazeroso. É claro que a ideia usada aqui pode ser melhorada, mas acredito que foi uma experiência válida e bem interessante para os alunos e para o bolsista que a aplicou.

## **REFERÊNCIAS**

BASTOS, J.L.R.; LEONE, G.F. Dinâmica para introdução do conceito de função. **Revista Educação Matemática em Foco**, v. 9, n. 1, p. 66-86, 2020.





## EXPERIÊNCIA NA UTILIZAÇÃO DE JOGOS EDUCACIONAIS PARA O ENSINO DE MATEMÁTICA

João Vitor Bazeto da Silva<sup>1</sup>

Luis Antonio Kazutoshi Sakakisbara<sup>2</sup>

**RESUMO:** Durante o Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência, os membros do programa aplicaram jogos educacionais de matemática em turmas dos anos finais do Ensino Fundamental em uma escola de Campinas. Os jogos "Jankenpon" e "Apostas nos Dados" abordaram temas de probabilidade e estatística, com o objetivo de favorecer a socialização entre os alunos, desenvolver a criatividade, o senso crítico, a competição saudável, resgatar o prazer em aprender e proporcionar um aprendizado ativo e significativo. As atividades realizadas destacaram que os jogos podem ser personalizados para atender diferentes níveis de habilidade e conhecimento dos estudantes, oferecendo uma experiência de aprendizado prazerosa e estimulante promovendo um aprendizado significativo e compreensão mais profunda do conteúdo. Pretendemos que o relato desta experiência seja valioso por oferecer insights práticos sobre a implementação de jogos educacionais em aulas de matemática, inspirando outros educadores a explorar métodos mais lúdicos em suas práticas pedagógicas.

**Palavras-chave:** Pibid, jogos educacionais, matemática, probabilidade, estatística.

### EIXO TEMÁTICO

( X ) T3: Ensino de Matemática nos anos finais do Ensino Fundamental (6º ao 9º ano) e no Ensino Médio.

### INTRODUÇÃO

O Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência (Pibid) é uma iniciativa que visa proporcionar uma formação prática aos alunos de graduação em licenciatura, inserindo-os no ambiente escolar para que possam vivenciar a realidade da docência e desenvolver habilidades pedagógicas essenciais. No nosso projeto, as atividades foram desenvolvidas na Escola Emef/EJA Edson Luis Lima Souto, localizada em Campinas, São Paulo. O programa na escola foi coordenado pelo Dr. Marcelo Firer, com supervisão direta do professor Marcos Paulo de Oliveira. A equipe do Pibid era composta por dez estudantes de licenciatura em matemática da Universidade Estadual de Campinas (Unicamp), cursando diferentes semestres.

<sup>1</sup> Graduando em Licenciatura em Matemática; Universidade Estadual de Campinas (Unicamp), Campinas, São Paulo, Brasil. Contato: jvbazeto@gmail.com

<sup>2</sup> Graduando em Licenciatura em Matemática; Universidade Estadual de Campinas (Unicamp), Campinas, São Paulo, Brasil. Contato: l238673@dac.unicamp.br

O objetivo desta proposta é compartilhar a experiência de utilizar jogos educacionais no âmbito do Pibid com turmas do 7º ao 9º ano, empregando-os como ferramentas didáticas para o ensino de matemática. Pretendemos tornar os conceitos matemáticos mais envolventes e significativos para os alunos do Ensino Fundamental por meio de jogos desenvolvidos especificamente para introduzir e reforçar conceitos de probabilidade e estatística. Nossa meta é promover um ambiente de aprendizagem mais ativo e colaborativo que aumente o interesse e a motivação dos estudantes ao oferecer atividades lúdicas que proporcionem uma experiência de aprendizado prazerosa e estimulante.

Compreendemos que a importância desta proposta para outros professores de matemática é multifacetada, pois os jogos educacionais têm o potencial de transformar a percepção dos alunos sobre a matemática, que muitas vezes é vista como uma disciplina abstrata e desinteressante. Entretanto, ao incorporar elementos de jogos os professores podem estabelecer uma conexão mais forte entre o conteúdo matemático e os interesses dos alunos, tornando o aprendizado mais envolvente e acessível. Porém, é necessário fazer mais do que simplesmente jogar, pois é fundamental implementar uma intervenção pedagógica para que o jogo realmente contribua para a aprendizagem (Grando, 2000, p. 26). Por exemplo, pode-se organizar uma aula dedicada a discutir os conceitos e estratégias que estão nos jogos, promovendo uma compreensão mais profunda do conteúdo.

Além disso, entendemos que os jogos educacionais promovem um aprendizado mais dinâmico por alguns motivos: requer a participação ativa do aluno na construção do seu próprio conhecimento; favorece a socialização entre os alunos e a conscientização do trabalho em equipe; desenvolve a criatividade, o senso crítico, a participação, a competição "sadia", a observação, as várias formas de uso da linguagem e o resgate do prazer em aprender.

Outro aspecto relevante é a capacidade de personalização do aprendizado através desse tipo de atividade, pois os professores podem usar os jogos para atender os diferentes níveis de habilidade e conhecimento dos estudantes, proporcionando desafios adequados a cada grupo de alunos. E entendemos que esse recurso é especialmente útil em turmas heterogêneas, onde os alunos apresentam diferentes graus de proficiência em matemática.

Por fim, pretendemos que o relato desta experiência seja valioso por oferecer *insights* práticos sobre a implementação de jogos educacionais em aulas de matemática, porque não apenas compartilhamos os sucessos e resultados positivos, mas também os desafios enfrentados e as estratégias adotadas para superá-los. Dessa forma, outros professores podem se inspirar em nossa experiência, adaptando e aprimorando as metodologias para atender às necessidades específicas de suas turmas.

## RELATO

Durante a nossa participação no Pibid na Emef/EJA Edson Luis Lima Souto, desenvolvemos e aplicamos uma série de jogos educacionais para o ensino de matemática. Este relato visa compartilhar essa experiência detalhadamente, proporcionando uma visão clara das atividades realizadas, dos materiais utilizados e dos resultados obtidos.

As atividades foram direcionadas aos alunos do Ensino Fundamental II, especificamente para as turmas do 7º ao 9º ano. As turmas variavam em tamanho, com uma média de 30 a 35 alunos cada. Os estudantes apresentavam níveis de proficiência em matemática bastante diversificados com defasagens que podiam variar até 3 ou 4 anos dentro da mesma sala, na nossa opinião. Já o contexto socioeconômico era uniforme sendo praticamente todos os alunos de classe média.

Os jogos foram realizados em 2023, quando estávamos conhecendo as turmas da escola e querendo ganhar a confiança dos alunos, já em 2024 desejávamos encerrar nossa participação no Pibid com uma atividade interessante e marcante para os estudantes. Ademais, ambos os momentos que realizamos os jogos nós consideramos que foram oportunos, pois o professor responsável estava introduzindo conceitos de probabilidade e estatística para suas turmas. As atividades com os jogos foram realizadas em aulas duplas: a primeira meia hora foi dedicada aos alunos jogarem, e os outros 70 minutos foram usados para discutir e explicar os conceitos matemáticos por trás dos jogos.

O primeiro jogo proposto, adaptado do site do M3 e chamado **Jankenpon**, foi desenvolvido com três turmas do 9º ano. No jogo, cada participante escolhe e lança um dos três dados, atribuindo-se um ponto àquele que obtiver o maior valor. Esses dados têm faces numeradas diferentes dos dados que conhecemos, pois o dado A tem duas faces 10 e as restantes são faces de 1, o dado B tem somente faces 4 e o dado C tem quatro faces 6 e o restantes das faces são de 0. Ganha quem obtiver a maior pontuação no final. À primeira vista, o dado B tem mais chances de ganhar que o dado A, e o dado A tem mais chances de ganhar que o dado C. A pergunta é: o dado B tem portanto mais chances de ganhar que o dado C?

O segundo jogo, chamado **Apostas nos Dados**, foi desenvolvido pelos integrantes do Pibid e aplicado em três turmas de 7º ano e três do 8º ano. Na primeira etapa, os alunos jogam individualmente em uma mesa com quatro pessoas. Cada estudante escolhe apostar no resultado da soma de dois dados. Após as apostas, os dados são lançados e os alunos calculam a soma dos valores da face. Uma pessoa marca um ponto se acertar a soma das faces e vence a pessoa que marcar um total de 10 pontos. A pergunta é: Qual a soma mais provável? Justifique.

Depois, os alunos são separados em duplas e cada equipe enfrenta outro time. Cada equipe escolhe uma paridade e aposta em quatro possíveis resultados do produto de dois dados. Após as apostas, a equipe que apostou por último lança os dados e calcula o resultado do produto dos dados. Uma equipe marca um ponto se acertar a paridade e três pontos se acertar o resultado do produto. O jogo termina quando uma equipe marcar 15 pontos. A pergunta é: Qual é a probabilidade do produto dos dados ser par? Existe um resultado de produto que aparece com mais frequência?

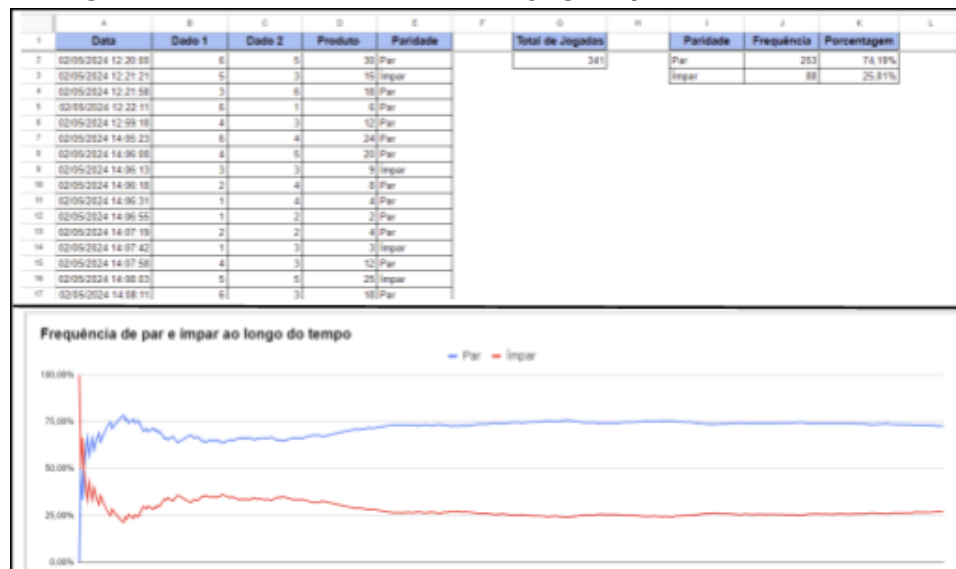
**Figura 1 - Aplicando os jogos dentro das salas de aula.**



Fonte: Bazeto, João Vitor (2024).

A coleta de dados de todas as rodadas de todos os jogos era realizada através de formulários eletrônicos do *Google* e os alunos registravam os resultados de cada rodada usando seus celulares ou *chromebooks*. A análise dos dados era feita automaticamente através de planilhas do *Google* (um editor de planilhas semelhante ao *Excel*), que recebiam as informações diretamente dos formulários. Isso permitia a geração de tabelas e gráficos que podiam ser utilizados na síntese com os alunos como pode ser observado na figura 2, por exemplo.

**Figura 2: Gráficos e tabelas do jogo Apostas nos Dados.**



Fonte: Bazeto, João Vitor (2024).

Para quem estiver interessado em conhecer mais detalhes sobre os jogos, a matemática envolvida, o planejamento que utilizamos e a lista de materiais usados disponibilizamos esse [link](#) para acessar tudo isso. Mas, se o leitor desejar acessar a coleta de dados que realizamos através das planilhas e formulários durante a aplicação dos jogos, pode acessar este outro [link](#). Além disso, pretendemos publicar oficialmente todo o material produzido e um relato de experiência mais completo após o 7º Simpósio Nacional da Formação do Professor de Matemática.

A experiência de aplicar ambos os jogos foi muito semelhante, apesar de terem sido realizados em anos diferentes. Durante os jogos, o clima nas salas de aula era de animação com risadas, conversas e até mesmo algumas competições saudáveis que criavam uma atmosfera descontraída e agradável. Os jogos em si eram desafiadores, envolvendo conceitos matemáticos como estratégia, cálculos mentais e raciocínio lógico. Os alunos se empenharam em encontrar as melhores jogadas, discutiam entre si e celebravam cada vitória como se fosse um grande feito.

Quando fomos responsáveis por explicar os conceitos matemáticos por trás dos jogos, quase todos os alunos estavam extremamente envolvidos. Eles não apenas prestavam atenção, mas também participavam ativamente da discussão levantando as mãos para fazer perguntas, debatendo entre si para chegar em conclusões corretas e tentavam responder às perguntas feitas por nós professores durante a aula. Porém, observamos uma mudança no comportamento de alguns poucos alunos durante a transição dos jogos para a explicação no quadro, pois alguns começaram a se distrair mexendo no celular ou conversando sobre assuntos não pertinentes a aula.

Em resumo, a experiência de utilizar jogos educacionais no Pibid foi muito enriquecedora, tanto para nós bolsistas quanto para os alunos, já que alguns deles que normalmente demonstravam desinteresse pela matemática durante as aulas se envolveram e começaram a participar ativamente das atividades. Os jogos não apenas tornaram o aprendizado da matemática mais atraente e significativo, mas também possibilitaram o desenvolvimento de habilidades colaborativas e sociais entre os alunos.

## REFLEXÕES FINAIS

Essa situação de aplicar os jogos fez a gente refletir sobre a importância de encontrar um equilíbrio entre o divertimento e o aprendizado, pois embora os jogos possam ser uma ferramenta que aumenta o engajamento, aprendizado ativo e a colaboração dos alunos, é crucial garantir que o objetivo educacional não seja perdido de vista em meio a tudo isso (Grando, 2000).

Portanto, a importância do professor planejar atividades de jogos não pode ser subestimada, já que um planejamento adequado garante mais chances que os objetivos educacionais mencionados na introdução sejam atingidos. Além disso, evita dar ao jogo um caráter puramente aleatório tornando-o um "apêndice" em sala, impede que os alunos participem sem compreender o motivo e que tempo gasto com as atividades seja adequado para não ter sacrifício de outros conteúdos pela falta de tempo. Ademais, o planejamento detalhado permite ao professor prever possíveis distrações e criar formas de mitigá-las, assegurando que o aprendizado seja significativo para uma maior parcela dos estudantes.

Portanto, esperamos que este relato inspire outros educadores a explorar métodos inovadores e lúdicos em suas práticas pedagógicas, promovendo um ensino de matemática mais atraente, ativo, eficaz e colaborativo.

## REFERÊNCIAS

- GRANDO, R. C. **O conhecimento matemático e o uso de jogos na sala de aula**. Tese de Doutorado - Universidade Estadual Campinas, SP, p. 19-52, 2000.
- M3. **Jankenpon**: Análise de dados e probabilidade. São Paulo, 2022. Disponível em: <https://m3.ime.unicamp.br/recursos/1016>. Acesso em: 22 maio 2024.



## AULA DE ACOLHIMENTO ANUAL DE MATEMÁTICA COM TURMAS DE OITAVO ANO A PARTIR DE UM BRAINSTORMING

Jucielle Beatriz dos Santos Nascimento<sup>1</sup>

**RESUMO:** O presente texto versa sobre uma atividade de acolhimento realizada pela autora em uma escola da rede municipal de ensino de Arapiraca (AL), a qual será citada como Escola X. A atividade foi planejada com a finalidade de fazer com que a professora e seus alunos do oitavo ano do ensino fundamental dois formalizassem acordos de boa convivência durante o ano letivo. A dinâmica escolhida foi uma metodologia ativa chamada brainstorming, e a partir da sua aplicação, foi possível debater acerca de temas como afetividade, traumas, e comportamento ideal para a sala de aula. Alguns dos autores que embasaram essa dinâmica foram: Bolsonello (2023), Ferreira (2022), Mahoney e Almeida (2005), dentre outros. A partir da análise da atividade realizada, foi possível refletir sobre a importância das dinâmicas de acolhimento escolar para o desenvolvimento de novas competências e habilidades do aluno.

**Palavras-chave:** afeto, relação aluno-professor, relação aluno-aluno.

### EIXO TEMÁTICO

T3: Ensino de Matemática nos anos finais do Ensino Fundamental (6º ao 9º ano) e no Ensino Médio.

### INTRODUÇÃO

Este texto traz o relato de uma aula de acolhimento realizada em uma unidade de ensino público do município de Arapiraca (AL), em duas turmas de oitavo ano do ensino fundamental. A proposta da atividade, inicialmente, era de gerar um vínculo com os alunos e determinar junto com eles as regras para uma boa convivência durante o ano letivo, através de uma dinâmica chamada brainstorming. Porém, durante a dinâmica, foi possível adentrar em alguns temas sensíveis referente aos traumas e dificuldades dos alunos no processo de ensino-aprendizagem de Matemática, e a partir dessas reflexões, os próprios alunos puderam sugerir suas ideias de caminhos que poderiam facilitar e garantir uma aprendizagem mais significativa.

Portanto, a seguir, é possível ler alguns referenciais teóricos que justificam a importância desse tipo de atividade, assim como o relato da metodologia utilizada na aplicação da dinâmica em sala de aula, e algumas reflexões acerca de tudo o que foi debatido, e as conclusões alcançadas.

---

<sup>1</sup> Especialista; Escola de Ensino Fundamental Crispiniano Ferreira de Brito, Arapiraca, Alagoas, Brasil, juciellebeatriz@gmail.com.

## REFERENCIAIS TEÓRICOS

No início do ano letivo, é comum ao professor planejar uma atividade de acolhimento, como uma forma de receber bem seus alunos, de modo que estes se sintam à vontade com o ambiente escolar, a sala de aula, e seus novos colegas de classe. Esse tipo de atividade normalmente é pensada para proporcionar ao estudante um momento onde ele se sente confortável para falar e se expressar livremente, em um ambiente seguro. Ferreira (2022) reflete que

O acolhimento é uma relação afetiva positiva que está intimamente ligada às emoções e sentimentos. O acolhimento facilitador é aquele que permite a expressão da criança, favorecendo a comunicação entre seus pares e com outros indivíduos, assim vão se formando sujeitos mais ativos, participativos, críticos e autônomos. (Ferreira, 2022, p.294)

O estudante do ensino fundamental dois ainda não é um adulto, mas também não é mais uma criança, vivendo a pré-adolescência ou a adolescência. E neste momento de sua vida, ele ainda está desenvolvendo o seu eu pessoal. Sendo assim, ele também ainda está se descobrindo em relação a sua afetividade, que, segundo Wallon (*apud* Mahoney; Almeida, 2005) são as ações internas e externas que o afetam.

Logo, a afetividade e o desenvolvimento de habilidades socioemocionais são também uma preocupação para o educador, e que segundo a Base Nacional Comum Curricular (*apud* Ferreira, 2022, p. 296) “devem estar presentes em todos os momentos no espaço escolar”. Para tanto, são sugeridas, como meios de atingir tal meta, algumas dinâmicas que são conhecidas como as metodologias ativas, as quais além de facilitar o processo de ensino-aprendizagem, também o dinamizam. Uma dessas práticas é brainstorming (Bolsonello, 2023), sobre o qual falaremos a seguir.

## BRAINSTORMING

O brainstorming é uma técnica de criação de ideias, desenvolvida por Alex Faickney Osborn para uso em sua empresa BBDO (Batten; Barton; Durstine; Osborn. Inc.), que, após o ano de 1939, começou a apresentar um declínio financeiro, e, como tentativa de estabilizar a situação financeira de sua agência de publicidade, ele buscou soluções que conduzissem seus funcionários a “pensar” e a desenvolverem mais sua criatividade. Em 1953, Osborn publicou o livro *Applied Imagination*, que apresentava ao mundo o termo brainstorming, além de explicar o quanto o uso dessa técnica beneficiou no crescimento de sua agência.

Segundo Osborn, a metodologia do brainstorming se aplicaria a partir de quatro regras: a primeira era garantir o máximo de ideias geradas, levando em consideração mais a quantidade que a qualidade delas; a segunda era que não haveria crítica das ideias antes do final do período de execução do brainstorming; a terceira era que ideias malucas eram bem vindas; e a quarta era que os participantes poderiam combinar, modificar, e melhorar ideias uns dos outros. A técnica deveria ser aplicada em grupos de cinco a doze pessoas (Besant, 2016).

Alguns anos depois, algumas universidades estadunidenses, começaram a estudar e investigar a técnica de Osborn, e se sua aplicação segundo o método original, era válida



para toda e qualquer situação de processo de criação de ideias. A faculdade de Yale, então, realizou um experimento com algumas de suas turmas de publicidade, que levaram à conclusão de que o brainstorming individual seria uma técnica mais proveitosa no desenvolvimento de ideias para solução de problemas previamente apresentados, do que o brainstorming em grupo.

Hoje em dia, essa ferramenta é utilizada em vários lugares, e para fins distintos, e, em se tratando da área da educação, essa técnica é citada como uma metodologia ativa de aprendizagem (Bolsonello, 2023), pois como suas regras podem ser adaptadas de acordo com a situação na qual será aplicada, um professor que, por exemplo, deseja acolher seus alunos em seu primeiro dia de aulas, pode utilizar essa técnica com a finalidade de construir junto com a turma as regras de convivência para o decorrer do ano. Neste caso, o problema a ser resolvido pela turma é “o que devo ou não fazer durante as aulas?”

## **RELATO**

### **BRAINSTORMING COMO ATIVIDADE DE ACOLHIMENTO DAS TURMAS DE OITAVO ANO**

Para receber os alunos do oitavo ano da Escola X, foi planejado um brainstorming cujo tema norteador escolhido foi: Matemática. E para auxiliá-los no caminho das ideias, foi pedido que a turma formasse um círculo com as cadeiras, pois, deste modo, todos poderiam se ver no momento do debate. Foi feita a explicação da dinâmica, e anotado na lousa as perguntas norteadoras. A cada pergunta realizada, era feita uma breve explanação sobre ela, pois alguns alunos apresentavam dúvidas. A seguir, eles foram orientados a escreverem suas respostas em uma folha de caderno.

A primeira pergunta, trazia uma curiosidade da autora, pois após algum tempo atuando como docente no ensino fundamental dois, e após ouvir relatos diversos de estudantes, tornou-se esse questionamento importante, foi ele: você já viveu algum trauma na aula de Matemática?

As respostas a essa pergunta foram interessantes, e, em alguns casos, emocionantes, pois os alunos que conseguiram contar suas experiências mais traumáticas, se sentiram acolhidos pelos colegas que relataram experiências similares, e foi possível debater com eles quanto aos seus direitos e deveres na escola. Uma das respostas dos alunos a essa pergunta foi: ter que responder questões no quadro, que eu não sabia responder.

É interessante perceber que o professor está tão habituado a convidar o aluno ao quadro, até mesmo como uma estratégia para aferir sua aprendizagem e desenvolver sua timidez, visando que o aluno supere seus medos, que, por vezes, coloca esse mesmo aluno em uma situação traumatizante, da qual surge uma inteira rejeição a voltar a realizar essa ação no futuro. Sobre esse assunto, Mahoney e Almeida (2005) refletem que

Quando não são satisfeitas as necessidades afetivas, estas resultam em barreiras para o processo ensino-aprendizagem e, portanto, para o desenvolvimento, tanto do aluno como do professor (Mahoney; Almeida, 2002, p. 26).

Logo, é fácil compreender o motivo por trás do fechamento e aversão que tantos alunos demonstram frente ao ensino-aprendizagem da Matemática. Os traumas vividos por eles fazem deles reféns enquanto essa ferida ainda estiver aberta, e não for superada por uma relação de maior afeto demonstrada pelo professor.

A segunda pergunta apresentada à turma foi: você lembra de algum defeito do seu professor de Matemática, qual? As principais respostas a essa pergunta eram um tanto previsíveis, pois os alunos costumam falar sobre todos os professores em sala de aula, e tendem a nos tachar como chatos. Na percepção ainda limitada do aluno, toda pessoa que contraria a sua vontade é assumida como chata, seja o pai, a mãe, o irmão, um amigo, o professor, etc., sua falta de maturidade ainda não lhe permite compreender que o que ele julga ser chato, é, muitas vezes, uma forma do outro demonstrar afeto por ele.

A terceira pergunta apresentada às turmas foi: o que você acha que deveria ter na aula de Matemática? As respostas para essa pergunta foram bem curiosas. Uma das respostas dos alunos foi: nenhuma atividade. É interessante perceber o quanto os estudantes associam a aula de Matemática com práticas de resolução de problemas. Eles versaram um pouco sobre o tema, e falaram que era comum os professores explicarem o conteúdo, e em seguida, deixar uma atividade para a turma resolver. Neste momento, pude intervir e explicar para eles a importância de exercitar o conteúdo trabalhado em aula, e alguns alunos, inclusive ajudaram a enriquecer o debate citando que a atividade é importante para que eles aprendam.

Aqui é possível fazer um paralelo com qualquer outra área do conhecimento, ou mesmo de atividade profissional, pois para que, por exemplo, um jogador de futebol consiga marcar um gol, ele precisa exercitar seus chutes a gol durante os treinos. Logo, para compreender bem o conteúdo trabalhado em aula, é necessário treiná-lo por meio da resolução de situações problemas.

Outras respostas à terceira pergunta foram: dinâmicas e jogos, animação e computador. Essas respostas demonstram que essas turmas já tiveram algum contato com atividades lúdicas, e gostaram bastante, e que também desejam desenvolver novas habilidades com o uso de tecnologias, através do uso do computador.

Sobre o uso de dinâmicas e jogos em aulas de matemática, Bianchini; Gerhardt e Dullius (2010) afirmam que

Jogos bem preparados se tornam recursos pedagógicos eficazes na construção do conhecimento matemático. Há inúmeros aspectos que justificam a introdução dos jogos em sala de aula. Dentre eles citamos: o caráter lúdico, o desenvolvimento intelectual e a formação de relações sociais (Bianchini; Gerhardt; Dullius, 2010, p. 2- 3).

Além disso, a Lei de Diretrizes e Bases da Educação (Brasil, 1996) afirma que é dever da família e do Estado desenvolver os conhecimentos do estudante para que ele possa exercer sua cidadania, e estar preparado para atuar no mercado de trabalho. E isso se torna possível, também, através de atividades que envolvam o lúdico e o uso de tecnologias, como os computadores.

Por último, a quarta pergunta foi: como vocês devem se comportar em sala de aula? A essa pergunta foram dadas respostas irônicas como: devo ser insuportável, e devo dormir. Mas houve também respostas mais coerentes como: devo ser comportado,

escrever as atividades, prestar atenção. É perceptível, a partir das respostas, a falta de maturidade de alguns desses alunos do oitavo ano. E, nesse caso, retornamos à reflexão inicial deste texto, que trata-se da fase da vida em que se encontram, estando entre a pré-adolescência e a adolescência, ou seja, ainda desenvolvendo sua maturidade para a próxima fase da vida, a fase adulta.

## REFLEXÕES FINAIS

A aplicação do brainstorming proporcionou um momento de interação e construção de vínculo aluno-professor, onde ambos puderam tratar dos temas selecionados, os quais, por vezes, são tidos como temas sensíveis para os estudantes, mas que durante a aplicação da dinâmica eles se sentiram seguros para expressar e apresentar suas opiniões reais, chegando a perceber que algumas de suas experiências foram também vividas por seus colegas, o que proporcionou, também, uma construção do vínculo aluno-aluno.

Além disso, foi possível formular regras e estratégias de aprendizagem, baseadas nas sugestões dos discentes que se dispuseram a apresentar suas opiniões de maneira clara e sincera, o que proporciona a possibilidade de um planejamento de aula focado no jeito como o estudante aprende.

## REFERÊNCIAS

- BESANT, Hanisha. The journey of brainstorming. **Journal of Transformational Innovation**, v. 2, n. 1, p. 1-7, 2016.
- BIANCHINI, G.; GERHARDT, T.; DULLIUS, M. M. Jogos no ensino de matemática “quais as possíveis contribuições do uso de jogos no processo de ensino e de aprendizagem da matemática?”. **Revista destaques acadêmicos**, v. 2, n. 4, p.1-8, 2010.
- BOLSONELLO, J. *et al.* Uso de brainstorming como ferramenta para aprendizagem. **Conhecimento & Diversidade**, v. 15, n. 36, p. 174-191, 2023.
- BRASIL. **Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional**, LDB. 9394/1996.
- FERREIRA, A. A. *et al.* Importância da afetividade no acolhimento das crianças: um olhar especial pós-pandemia. **ARANDU UTIC**, v. 9, n. 1, p. 285-300, 2022.
- MAHONEY, A. A.; ALMEIDA, L. R. de. Afetividade e processo ensino-aprendizagem: contribuições de Henri Wallon. **Psicologia da educação**, n. 20, p.11-30, 2005.



## EXPLORANDO PORCENTAGENS NO COTIDIANO: UMA AVENTURA INVESTIGATIVA EM SUPERMERCADOS

Kleber Gonçalves do Nascimento<sup>1</sup>  
Marcela Luciano Vilela de Souza<sup>2</sup>  
Sérgio Augusto Amaral Lopes<sup>3</sup>

**RESUMO:** Este relato de experiência descreve uma atividade prática realizada com o objetivo de integrar o uso da porcentagem em situações reais, aprimorar habilidades de pesquisa e leitura crítica, e desenvolver o pensamento computacional através da análise de dados e resolução de problemas. A atividade incentivou a autonomia, a colaboração e o trabalho em equipe entre os alunos, proporcionando uma experiência rica e multifacetada de aprendizado. A experiência foi desenvolvida em uma turma do sexto ano do ensino fundamental de uma escola pública do município de Uberaba, utilizando panfletos de supermercados para calcular descontos e comparar preços de produtos da cesta básica.

**Palavras-chave:** porcentagem, pesquisa, análise de dados, colaboração, ensino fundamental.

### EIXO TEMÁTICO

( x ) T3: Ensino de Matemática nos anos finais do Ensino Fundamental (6º ao 9º ano) e no Ensino Médio.

### INTRODUÇÃO

A prática da matemática em situações cotidianas é essencial para o desenvolvimento das habilidades de raciocínio lógico e crítico dos alunos. Este relato descreve uma atividade prática que teve como objetivos praticar o uso da porcentagem em situações reais, aprimorar as habilidades de pesquisa, leitura crítica e comparação de informações, desenvolver o pensamento computacional através da análise de dados e resolução de problemas, e incentivar a autonomia, a colaboração e o trabalho em equipe entre os alunos. A atividade foi realizada em uma turma do sexto ano do ensino fundamental da Escola Municipal Padre Eddie Bernardes em Uberaba - MG, utilizando panfletos de supermercados para calcular descontos e comparar preços dos produtos da cesta básica.

O desenvolvimento da atividade oferece aos educadores metodologias e ferramentas práticas e eficazes para o ensino de porcentagem. Além disso, promove o

<sup>1</sup> Mestre em Matemática; Escola Municipal Padre Eddie Bernardes – Empeb, Uberaba, Minas

<sup>2</sup> Doutora em Matemática; Universidade Federal do Triângulo Mineiro - UFTM, Uberaba, Minas Gerais, Brasil. Email: marcela.souza@uftm.edu.br.

<sup>3</sup> Mestre em Matemática; Centro Universitário do Cerrado Patrocínio – Unicerp / SEE-MG, Patrocínio, Minas Gerais, Brasil. Email: sergioaugusto@unicerp.edu.br.

letramento matemático, facilitando a compreensão prática e profunda dos conceitos de porcentagem entre os alunos. Essa atividade é baseada em metodologias ativas, que colocam o aluno no centro do processo de aprendizagem.

## REFERENCIAIS TEÓRICOS

A matemática é uma disciplina fundamental para o desenvolvimento do raciocínio lógico e crítico dos estudantes. Sua aplicação em situações cotidianas permite que os alunos compreendam a relevância dos conceitos matemáticos e os utilizem para resolver problemas reais (D'Ambrosio, 2001). Nesse sentido, a contextualização do ensino da matemática é essencial para que os estudantes percebam a importância da disciplina em suas vidas (Skovsmose, 2001).

A porcentagem é um conceito matemático amplamente utilizado no dia a dia, especialmente em situações de compra e venda. Ao trabalhar com panfletos de supermercados, os alunos têm a oportunidade de aplicar seus conhecimentos sobre porcentagem em um contexto real, calculando descontos e comparando preços (Lima, 2009). Essa prática contribui para o desenvolvimento da habilidade de leitura crítica e interpretação de informações, essenciais para a formação de cidadãos conscientes e atuantes na sociedade (Freire, 1996).

Além disso, a análise de dados e a resolução de problemas são habilidades fundamentais do pensamento computacional, que envolve a capacidade de decompor problemas complexos em partes menores, identificar padrões e desenvolver soluções eficientes (Wing, 2006). Ao analisar os dados dos panfletos e comparar preços, os alunos exercitam essas habilidades, aprimorando sua capacidade de raciocínio lógico e tomada de decisões (Brackmann, 2017).

A realização de atividades em grupo também é fundamental para o desenvolvimento de habilidades sociais e emocionais dos estudantes. O trabalho em equipe promove a colaboração, a troca de ideias e o respeito mútuo, contribuindo para a formação de indivíduos mais autônomos e preparados para os desafios do mundo contemporâneo (Damiani, 2008). Ao incentivar a autonomia e a colaboração entre os alunos, a atividade proposta neste relato contribui para o desenvolvimento integral dos estudantes.

## RELATO

A atividade foi desenvolvida em duas turmas de sexto ano do ensino fundamental de uma escola pública em Uberaba - MG. Após uma avaliação diagnóstica que revelou um letramento matemático deficiente e a observação da falta de conhecimento concreto sobre operações com valores monetários, foi constatada uma heterogeneidade acentuada quanto ao conhecimento matemático e à postura para atividades de aprendizagem. Desta forma, a atividade foi planejada conforme as habilidades previstas na Base Nacional Comum Curricular (BNCC) para o ensino fundamental e incluiu a aplicação de metodologias ativas. A atividade consistiu em quatro etapas. Na primeira, os alunos foram divididos em grupos de 3 a 4 e receberam panfletos de diferentes supermercados.

### **Etapa 1: Desvendando os Segredos dos Supermercados (30 minutos)**

Os grupos foram incentivados a explorar os panfletos de propaganda (figura 1), buscando ofertas com porcentagens de desconto. Cada grupo anotou em uma tabela as ofertas encontradas, incluindo o produto, o preço original, o desconto em porcentagem e o preço final com desconto.

**Figura 1 - Pesquisa de preços nos panfletos.**

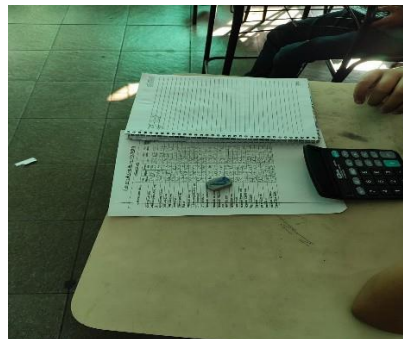


Fonte: acervo pessoal dos autores.

### **Etapa 2: Calculando a Economia Certeira (20 minutos)**

Nesta etapa, os grupos compararam as ofertas dos diferentes supermercados e calcularam a economia real que cada oferta representava, utilizando a fórmula:  $\text{Economia} = \text{Preço original} \times \text{Desconto em porcentagem}$ . As calculadoras foram utilizadas para auxiliar na resolução dos cálculos (figura 2), e os grupos registraram a economia real de cada oferta em suas tabelas.

**Figura 2 - Uso da calculadora.**



Fonte: acervo pessoal dos autores.

### **Etapa 3: Pensando como um Detetive de Compras (20 minutos)**

Os grupos receberam o desafio de encontrar a oferta que representava a maior economia real em um produto específico, como leite ou arroz. Utilizando o pensamento computacional, os grupos analisaram os dados coletados e resolveram o problema, organizando as informações em tabelas ou gráficos para facilitar a visualização e análise.

**Figura 3 - Ofertas sem porcentagem**



Fonte: acervo pessoal dos autores.

**Figura 4 - Construção de gráficos no computador**



Fonte: acervo pessoal dos autores.

#### **Etapa 4: Compartilhando Descobertas e Reflexões (20 minutos)**

Cada grupo apresentou para a turma as ofertas encontradas, a economia real calculada e a estratégia utilizada para solucionar o desafio. Uma roda de conversa foi promovida para discutir as diferentes ofertas e as estratégias utilizadas pelos grupos, incentivando a reflexão sobre a importância da comparação de preços e da utilização da porcentagem nas compras.

#### **REFLEXÕES FINAIS**

A atividade descrita neste relato destaca a importância das metodologias ativas no ensino da matemática, que colocam o aluno como protagonista do aprendizado. Utilizando panfletos de supermercados para calcular descontos e comparar preços, os estudantes aplicam conhecimentos em situações reais, tornando a aprendizagem mais significativa e contextualizada.

O uso da calculadora pode ser um recurso valioso, permitindo aos alunos focarem na interpretação dos resultados e na tomada de decisões. No entanto, seu uso deve ser equilibrado, sem substituir o desenvolvimento do raciocínio matemático. Os alunos devem compreender os conceitos por trás dos cálculos e usar a calculadora como ferramenta de verificação e agilização do processo.

Metodologias ativas, como a aprendizagem baseada em problemas e a aprendizagem colaborativa, desenvolvem habilidades essenciais para o século XXI, como criatividade, pensamento crítico, comunicação e colaboração. Ao trabalhar em



equipe para analisar dados dos panfletos e comparar preços, os alunos exercitam essas habilidades, aprendendo a ouvir diferentes perspectivas, argumentar suas ideias e buscar soluções consensuais.

A implementação de metodologias ativas requer planejamento cuidadoso pelo professor, que deve estar preparado para mediar discussões, fornecer feedbacks construtivos e orientar os alunos no processo de aprendizagem. A escola também deve oferecer infraestrutura e recursos necessários para atividades práticas e colaborativas, como espaços adequados, materiais de apoio e tecnologias educacionais.

O uso equilibrado da calculadora e a adoção de metodologias ativas no ensino da matemática contribuem para formar estudantes mais autônomos, críticos e preparados para os desafios do mundo contemporâneo. Educadores e instituições de ensino devem investir na capacitação docente e na criação de ambientes de aprendizagem que favoreçam o protagonismo dos alunos e a contextualização dos saberes matemáticos.

## REFERÊNCIAS

- BRACKMANN, C. P. **Desenvolvimento do pensamento computacional através de atividades desplugadas na educação básica**. 2017. Tese (Doutorado em Informática na Educação) - Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2017.
- DAMIANI, M. F. Entendendo o trabalho colaborativo em educação e revelando seus benefícios. **Educar em Revista**, Curitiba, n. 31, p. 213-230, 2008.
- D'AMBROSIO, U. **Etnomatemática: elo entre as tradições e a modernidade**. Belo Horizonte: Autêntica, 2001.
- FREIRE, P. **Pedagogia da autonomia: saberes necessários à prática educativa**. São Paulo: Paz e Terra, 1996.
- LIMA, E. L. **Matemática e ensino**. Rio de Janeiro: SBM, 2009.
- SKOVSMOSE, O. **Educação matemática crítica: a questão da democracia**. Campinas: Papirus, 2001.
- WING, J. M. Computational thinking. **Communications of the ACM**, v. 49, n. 3, p. 33- 35, 2006.



## RELATO DE EXPERIÊNCIA DE UMA AULA SOBRE ÁREA E PERÍMETRO

Moisés Freiburger Beal

**RESUMO:** Este trabalho descreve uma aula diferenciada sobre área e perímetro com uma turma de 25 alunos do 6º ano do Ensino Fundamental, realizada na segunda quinzena do terceiro bimestre. A aula, dividida em duas partes de 50 minutos, incluiu uma revisão teórica, uma prática de medição no pátio da escola e uma atividade de desenho em sala de aula. Em grupos, os alunos mediram áreas como a quadra de esportes e o jardim, calcularam os perímetros e áreas correspondentes, e desenharam as figuras geométricas. A atividade, bem recebida e engajante, facilitou a compreensão dos conceitos através da aplicação prática e colaborativa, destacando-se pela efetividade do aprendizado prático e pelo entusiasmo dos alunos, embora a precisão das medições e o tempo limitado tenham sido desafios.

**Palavras- chave:** geometria, medidas, área, perímetro.

### EIXO TEMÁTICO

( X ) T3: Ensino de Matemática nos anos finais do Ensino Fundamental (6º ao 9º ano) e no Ensino Médio.

### INTRODUÇÃO

Ensinar conceitos matemáticos de forma prática e envolvente pode ser um grande desafio, especialmente no Ensino Fundamental, onde a abstração pode dificultar a compreensão dos alunos. A aula que será relatada a seguir foi planejada com o objetivo de tornar o aprendizado de área e perímetro mais concreto e significativo, através de uma metodologia diferenciada que envolveu atividades práticas e colaborativas.

Com uma turma de 25 alunos do 6º ano, caracterizada pela diversidade de níveis de compreensão, optamos por utilizar o espaço do pátio da escola para medir áreas reais, seguidas de atividades em sala de aula para cálculo e representação gráfica. Essa abordagem buscou não apenas ensinar os conceitos matemáticos, mas também desenvolver habilidades de trabalho em equipe, resolução de problemas e aplicação prática do conhecimento, indo de acordo com a habilidade “EF07MA29 - Resolver e elaborar problemas que envolvam medidas de grandezas inseridos em contextos oriundos de situações cotidianas ou de outras áreas do conhecimento, reconhecendo que toda medida empírica é aproximada” (Brasil, 2018, p. 309) da BNCC.

A aula foi realizada na segunda quinzena do terceiro bimestre, momento em que os alunos já tinham sido introduzidos aos conceitos básicos de geometria. A

atividade foi dividida em etapas bem definidas, incluindo uma introdução teórica, uma prática de medição no pátio, cálculos em sala de aula e uma atividade de desenho para consolidar o aprendizado. Ao longo do relato, serão apresentados detalhes das atividades, a dinâmica empregada e uma avaliação geral da experiência.

## RELATO

### Relato de Aula sobre Área e Perímetro no Ensino Fundamental

**Nível de Ensino:** 6º ano do Ensino Fundamental

**Tamanho e Características Gerais da Turma:**

- **Número de Alunos:** 25
- **Idade Média:** 11 anos
- **Características:** Turma heterogênea, com alguns alunos apresentando dificuldades de aprendizagem e outros com desempenho acima da média.

**Momento Curricular:** A atividade foi realizada na segunda quinzena do terceiro bimestre, quando os alunos já tinham sido introduzidos aos conceitos básicos de geometria, incluindo figuras planas, área e perímetro.

**Duração das Atividades:** A aula teve duração de 100 minutos, divididos em duas partes de 50 minutos cada.

### Planejamento e Dinâmicas Empregadas

#### Introdução (15 minutos)

Iniciamos a aula com uma breve revisão sobre o que é área e perímetro, utilizando exemplos do cotidiano, como o cálculo do perímetro de um jardim e da área de um piso a ser revestido. Fizemos um rápido questionário oral para avaliar o entendimento prévio dos alunos.

#### Atividade Prática: Medindo o Pátio da Escola (35 minutos)

Levamos os alunos ao pátio da escola, onde, em grupos de 5, mediram diferentes áreas do espaço utilizando trenas e fitas métricas. Cada grupo ficou responsável por uma área diferente, como a quadra de esportes, o jardim e o refeitório.

#### ● Materiais Utilizados:

-  Trenas
-  Fitas métricas
-  Cadernos para anotações

#### Dinâmica:

1. Os alunos se dividiram em grupos previamente organizados.
2. Cada grupo recebeu uma trena e uma fita métrica.
3. Os grupos mediram o comprimento e a largura das áreas designadas.

4. Os alunos anotaram os valores medidos em seus cadernos.

### **Retorno à Sala de Aula e Cálculo (30 minutos)**

De volta à sala de aula, cada grupo apresentou suas medidas. Discutimos a precisão das medições e como pequenos erros podem influenciar nos resultados.

#### ● **Materiais Utilizados:**

- Lousa
- Calculadoras

#### **Dinâmica:**

1. Cada grupo apresentou suas medições.
2. Calculamos coletivamente as áreas e perímetros das diferentes seções do pátio, utilizando as fórmulas:
  - Perímetro:  $P=2 \times (\text{largura} + \text{comprimento})$
  - Área:  $A=\text{largura} \times \text{comprimento}$
  - Os alunos utilizaram calculadoras para confirmar os cálculos.

### **Atividade de Aplicação: Construindo Figuras (20 minutos)**

Distribuímos cartolinas e pedimos aos alunos que desenhasssem figuras geométricas de acordo com os perímetros e áreas calculados. Eles deveriam criar um "mapa" do pátio no papel.

#### ● **Materiais Utilizados:**

- Cartolinas
- Réguas
- Lápis de cor

#### **Dinâmica:**

1. Cada grupo desenhou as figuras geométricas em cartolinas.
2. Coloriram e identificaram as áreas e perímetros.

### **REFLEXÕES FINAIS**

A atividade foi muito bem recebida pelos alunos, que demonstraram entusiasmo tanto na medição prática quanto na atividade de desenho. Foi possível observar uma compreensão mais clara dos conceitos de área e perímetro, principalmente pela aplicação prática e visualização concreta.

#### **Pontos Positivos:**

- Engajamento dos alunos.
- Aprendizado prático e significativo.

- 🍌 Trabalho em grupo incentivando a cooperação.

**Desafios:**

- 🍌 Garantir a precisão das medições.
- 🍌 Tempo limitado para todas as etapas planejadas.

**Sugestões para Melhorias Futuras:**

Utilizar mais tempo para a etapa de medição.

Introduzir uma competição saudável entre os grupos para aumentar ainda mais o engajamento.

Incorporar ferramentas digitais, como aplicativos de medição, para diversificar os métodos de ensino.

**CONCLUSÃO**

Essa abordagem diferenciada para ensinar área e perímetro mostrou-se eficaz, tornando o aprendizado mais dinâmico e interativo. A experiência prática, aliada ao trabalho colaborativo, facilitou a compreensão dos conceitos matemáticos, além de tornar a aula mais interessante e envolvente para os alunos.

**REFERÊNCIAS**

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, 2018.



## UMA TAREFA ESPECIALIZADA NO ÂMBITO DA REFLEXÃO

Paula Santos<sup>1</sup>  
Caroline Silva<sup>2</sup>  
Miguel Ribeiro<sup>3</sup>

**RESUMO:** Este relato de experiência contempla a implementação de uma tarefa especializada para os alunos e um documento associado denominado cinco dimensões fundamentais para implementar essa tarefa. A discussão da tarefa possibilitou realizar uma aula produtiva em que se desenvolveu o conhecimento matemático dos alunos do 3º ano do Ensino Médio no âmbito da transformação geométrica isométrica reflexão. Um dos recursos utilizados para responder a tarefa foi o software GeoGebra, por meio do qual os alunos conseguiram visualizar a transformação, resolver as questões que tinham por objetivo entender os procedimentos do tópico e discutir o eixo de reflexão como um elemento matemático fundamental para efetuar a reflexão.

**Palavras-chave:** tarefa especializada, reflexão, eixo de reflexão, GeoGebra.

### EIXO TEMÁTICO

( X ) T3: Ensino de Matemática nos anos finais do Ensino Fundamental (6º ao 9º ano) e no Ensino Médio.

### INTRODUÇÃO

As transformações geométricas isométricas são tópicos importantes para os alunos aprenderem, diante das conexões com outros tópicos que podem ser estabelecidas e que envolvem entender, por exemplo, construções geométricas de figuras planas e espaciais, congruência, simetria e funções. Além disso, pode-se observar figuras obtidas por meio dessas transformações em imagens cotidianas, em obras da construção civil e arte, projetos de designer gráfico, o que envolve compreender essas transformações, inclusive para leitura de mundo.

Diante das principais dificuldades que os alunos revelam em diversos tópicos, aqui focamos na transformação geométrica isométrica reflexão, principalmente, para ultrapassar a dificuldade em diferenciá-la da propriedade simetria. Elaborou-se uma tarefa especializada para os alunos e um documento denominado cinco dimensões fundamentais para a sua implementação, desenvolvidos com base nas conceitualizações do Conhecimento Interpretativo (Jakobsen; Ribeiro; Mellone, 2014) e do *Mathematics*

<sup>1</sup> Licenciada em matemática; Secretaria da Educação do Estado de São Paulo (Seduc), Joanópolis, São Paulo, Brasil. E-mail: ramalhof@prof.educacao.sp.gov.br.

<sup>2</sup> Doutoranda do Programa Multiunidades em Ensino de Ciências e Matemática, Universidade Estadual de Campinas (Unicamp), Campinas, São Paulo, Brasil. E-mail: caroldesouza86@gmail.com.

<sup>3</sup> Doutor em Educação Matemática; Universidade Estadual de Campinas (Unicamp), Campinas, São Paulo, Brasil. E-mail: cmribas78@gmail.com.

*Teacher's Specialized Knowledge*<sup>4</sup> – MTSK (Carrillo *et al.*, 2018). Esse documento pode ser considerado um guia de aula especializado, elaborado com o objetivo de possibilitar a prática especializada do professor ao implementar tarefas matemáticas para os alunos desenvolvendo os seus entendimentos.

Apresenta-se a tarefa especializada no âmbito da reflexão e as cinco dimensões fundamentais associadas e relata-se como ocorreu a implementação da tarefa com os alunos do 3º ano do Ensino Médio.

## RELATO

A primeira autora, ao participar de um contexto formativo com foco no desenvolvimento do Conhecimento Interpretativo e Especializado do professor da responsabilidade do CIEspMat<sup>5</sup> em que os outros autores eram os formadores, elaborou uma tarefa para os alunos (adaptada de uma brincadeira para crianças da Educação Infantil). A tarefa é considerada como especializada, pois o professor a desenvolve a partir do seu conhecimento especializado, considerando: o que ele objetiva que o aluno entenda sobre o tópico que a tarefa aborda; possibilidades de aprofundamento; conexões com outros tópicos; e possíveis dúvidas que poderão acontecer. Assim, a tarefa especializada elaborada no âmbito da transformação geométrica isométrica reflexão foi adaptada considerando as especificidades do conhecimento do professor. Essa tarefa foi implementada pela primeira autora para 14 alunos do 3.º ano do Ensino Médio de uma escola pública.

Associado a tarefa, elaborou-se o documento denominado cinco dimensões fundamentais para a implementação da tarefa para o aluno (Silva; Ribeiro, 2024). Por uma questão de limitação de espaço, apresenta-se uma versão sintética, do conteúdo de cada uma dessas dimensões da tarefa que a experiência versa:

(1) Objetivo de aprendizagens matemáticas que se persegue com a tarefa: desenvolver o entendimento matemático dos alunos em relação ao que é a reflexão e os procedimentos associados para efetuar-la no contexto do GeoGebra, a partir da discussão do eixo de reflexão como um elemento matemático fundamental para efetuar essa transformação geométrica isométrica.

(2) Recursos necessários e forma(s) de trabalho dos alunos: computador individual para a utilização do GeoGebra e a tarefa impressa.

(3) Habilidade da BNCC associada à tarefa:

(EM13MAT105) Utilizar as noções de transformações isométricas (translação, reflexão, rotação e composições destas) e transformações homotéticas para construir figuras e analisar elementos da natureza e diferentes produções humanas (fractais, construções civis, obras de arte, entre outras) (Brasil, 2018, p. 533).

---

<sup>4</sup> Optamos por utilizar a nomenclatura em inglês por esta já ser reconhecida internacionalmente e a tradução poder acarretar uma dessignificação, que se encontra associada a cada uma das dimensões da conceitualização

<sup>5</sup> O CIEspMat é um grupo de Pesquisa e Formação que desenvolve trabalhos focado no desenvolvimento do Conhecimento Interpretativo e Especializado do professor e futuro professor de e que ensina matemática – desde a educação Infantil ao Ensino Médio. [www.ciespmat.com.br](http://www.ciespmat.com.br)



(4) Possíveis dificuldades dos alunos: os alunos podem ter dificuldade em diferenciar a reflexão e a propriedade simetria ou a translação, entender os conceitos associados ao plano cartesiano e realizar o procedimento para determinar o ponto médio.

(5) Comentários para a implementação: alguns questionamentos que devem ser realizados com os alunos são: o que é a reflexão?; como se efetua a reflexão?; o que é o eixo de reflexão?; como se denominam os eixos do plano cartesiano?; o que é e como se determina o ponto médio de um segmento de reta?. A partir desses questionamentos a tarefa será respondida pelos alunos e as discussões sistematizada pelo professor.

A tarefa foi implementada durante uma aula (45 minutos), porém, foi necessário, em uma aula anterior (45 minutos), retomar com os alunos algumas das ferramentas presentes no Geogebra<sup>6</sup> que seriam importantes para a realização da tarefa, como a construção de polígonos, identificação de pontos, realização de segmentos de retas e eixos do plano cartesiano – o foco dessa aula foi essencialmente nas discussões que se associam a saber como manusear o recurso.

Inicialmente, a tarefa solicitava aos alunos que desenhasssem uma figura (polígono) no Geogebra e identificassem as coordenadas de seus vértices. Em continuação, foram propostas cinco questões que solicitavam: (1) a reflexão da figura desenhada a partir de um eixo de reflexão (que coincidia com um dos eixos do plano cartesiano); (2) a determinação das coordenadas dos vértices da imagem; (3) a escolha de um ponto qualquer na figura e seu correspondente na imagem, unindo-os por um segmento de reta, determinando seu ponto médio, e repetindo esse procedimento para mais três pontos (no mínimo); (4) a união dos pontos médios obtidos, traçando uma reta (que coincidia com o eixo de reflexão); (5) a conclusão ao considerar a relação (equidistância) entre a união dos pontos médios e a figura e entre a união dos pontos médios e a imagem.

Ao responderem a primeira questão, foi realizada uma discussão que permitiu retomar a noção dos quadrantes – onde a figura estava localizada e onde, após a reflexão, a imagem estaria localizada. Também, retomou-se com os alunos quais seriam os sinais para os valores dos pares ordenados de cada ponto e os eixos que constituem o plano cartesiano (abscissa e ordenada). Ao serem questionados sobre o que é a reflexão, um aluno associou à reflexão a um espelho, o que permitiu a discussão desse exemplo, considerando a possível analogia entre o tópico matemático (reflexão) e o objeto (espelho), sendo o espelho, ao final da tarefa, comparado ao eixo de reflexão.

Duas alunas não apresentaram dificuldades em nomear os pontos da figura e da imagem (questão 2) – determinar as coordenadas dos vértices da imagem), utilizando inclusive o apóstrofo para se referir aos pontos da imagem ao efetuarem a reflexão considerando uma figura localizada no 1.º quadrante e refletida para o 4.º quadrante. Além disso, inicialmente, denominaram a figura refletida (imagem) de figura 2, e após as discussões incluem em sua resposta o termo adequado “imagem” (Figura 1).

---

<sup>6</sup> O GeoGebra é um software de matemática dinâmica gratuito e multiplataforma para todos os níveis de ensino que combina geometria, álgebra, tabelas, gráficos, estatística e cálculo numa única aplicação. <https://www.geogebra.org>

### Figura 1 – Produção de uma aluna para a questão (2)

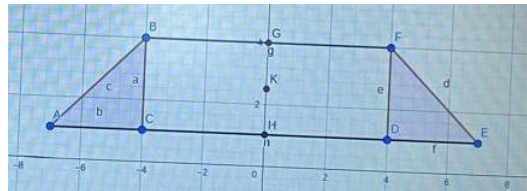
figura 1 – A: (1, 1), B: (1, 5), C: (5, 1) (figura)  
 figura 2 – A': (1, -1), B': (1, -5), C': (5, -1) (imagem)  
 - pontos → 1: (1, 1) 2: (5, 1) 3: (1, 5)  
 (1, -1) (5, -1) (1, -5)  
 • obtivemos valores positivos e negativos para cada ponto!

figura 1 – A: (1, 1), B: (1, 5), C: (5, 1) (figura)  
 figura 2 – A': (1, -1), B': (1, -5), C': (5, -1) (imagem)  
 - pontos → 1: (1, 1) 2: (5, 1) 3: (1, 5)  
 (1, -1) 2: (5, -1) 3: (1, -5)  
 • obtivemos valores positivos e negativos para cada ponto!

Fonte: Arquivo dos autores

Os alunos apresentaram dificuldades em manter as dimensões da figura na imagem. Como na tarefa o eixo de reflexão coincidia com um dos eixos do plano cartesiano, um aluno determinou erroneamente o ponto médio (questão (3) – determinar o ponto médio do segmento que une um ponto na figura e seu correspondente na imagem), ao inserir um ponto médio – ponto K – entre os pontos médios G e H obtidos (Figura 2), ao invés de entre um ponto da figura e seu correspondente da imagem.

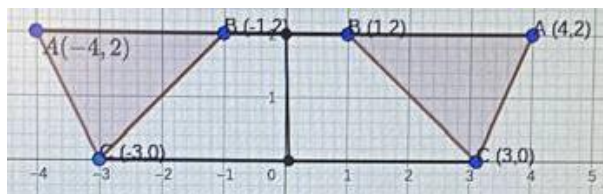
### Figura 2 – Produção de um aluno para a questão (3)



Fonte: Arquivo dos Autores

Ao responderem à questão (4) – traçar uma reta unindo os pontos médios – um aluno nomeia os pontos de modo equivocado, pois utiliza uma mesma letra para dois pontos distintos e marca as coordenadas incorretamente, não se atentando as suas localizações no eixo, o que acarretou uma reflexão cujo eixo de reflexão não coincidiu com o eixo das ordenadas (Figura 3), mesmo assim, a reflexão é realizada já que as distâncias entre a figura e a imagem são congruentes.

### Figura 3 – Produção de um aluno para a questão (4)



Fonte: Arquivo dos autores

Pode-se notar que os alunos já conheciam a reflexão e os tópicos associados, e

por meio dessa tarefa realizou-se uma sistematização desses tópicos. Também, foi possível e necessário retomar o conhecimento dos elementos constituintes do plano cartesiano para, assim, realizar a reflexão. Os alunos passaram a conhecer melhor as ferramentas do Geogebra e realizaram uma investigação matemática a partir desse software, respondendo a tarefa de modo colaborativo.

Em termos de planejamento da professora, a tarefa especializada foi essencial para a sua prática, já que ao ser elaborada de modo associado as cinco dimensões fundamentais – utilizadas como um guia de ensino – possibilitaram a realização de uma aula mais objetiva e precisa ao permitirem estipular, previamente, as possíveis dúvidas dos alunos, como aconteceria a aula e quais seriam os questionamentos a serem realizados. Logo, foi possível atingir o objetivo de desenvolver o entendimento dos alunos sobre reflexão.

## REFLEXÕES FINAIS

A tarefa especializada potencializou o desenvolvimento da aula, diante das questões que intencionalmente direcionavam os alunos a resolverem e atingir o objetivo de aprendizagens matemáticas delineado, além de possibilitar a retomada de alguns conceitos relacionados, como segmento de reta, ponto médio, par ordenado, eixos do plano cartesiano e congruência. As cinco dimensões fundamentais atuaram como uma orientação para a professora implementar a tarefa, possibilitando uma contextualização do tópico reflexão.

A discussão da tarefa em sala de aula teve o efetivo intuito de desenvolver o entendimento e conhecimento do aluno, contribuindo para a conexão dos tópicos. Isso foi possível, pois o conhecimento interpretativo e especializado da professora sustentou a elaboração da tarefa e o planejamento para implementá-la, inclusive para a retomada de tópicos necessários para expandir o conhecimento dos alunos e motivar a investigação matemática.

Em uma perspectiva futura, seria relevante implementar e discutir essa tarefa e as cinco dimensões associada em contextos formativos para professores, adaptando-a para ser implementada com alunos de outras etapas letivas.

## AGRADECIMENTOS

O presente trabalho forma parte do projeto de pesquisa financiado pelo CNPq “Desenvolvimento do Conhecimento Interpretativo e Especializado do professor e suas relações com as Tarefas para a Formação no âmbito da Medida, e do Pensamento Algébrico, Geométrico e Estatístico” (404959/2021-0).

## REFERÊNCIAS

- BRASIL. Ministério da Educação. **Base nacional comum curricular**. Brasília, DF: MEC, 2018.
- CARRILLO, J. *et al.*; M.C. The mathematics teacher's specialised knowledge (MTSK) model, **Research in Mathematics Education**, v. 20. n. 3, p. 236-253, 2018.
- JAKOBSEN, A.; RIBEIRO, M.; MELLONE, M. Norwegian prospective teachers' MKT when interpreting pupils' productions on a fraction task. **Nordic Studies in Mathematics Education**, v. 19, p. 135, 2014.
- SILVA, C.; RIBEIRO, M. Caracterizando tarefas para os alunos e as cinco dimensões fundamentais para sua implementação: elementos gênese das Tarefas para a Formação. **Espaço Plural**, 2024. (Aceite).



## MATH EN JEANS NA ESCOLA FIRJAN SESI RESENDE

Rafael Costa Sampaio<sup>1</sup>

**RESUMO:** Este trabalho tem por objetivo compartilhar as atividades desenvolvidas em duas temporadas de participação em projeto similar à iniciação científica com alunos de Ensino Médio e Técnico, no modelo de acesso de edital público de gratuidade da Escola Firjan Sesi – Resende, RJ. O projeto é uma parceria do programa Firjan Sesi Matemática e da Associação Math en Jeans, com origem francesa. Durante meses de pesquisa, os alunos entraram em contato direto com pesquisadores de instituições parceiras, conheceram universidades, aprenderam sobre pesquisa acadêmica e produziram artigos sobre variados temas matemáticos que culminaram na realização de congressos para proporcionar a experiência da comunicação científica.

**Palavras-chave:** pesquisa, ensino médio, math en jeans.

### 1. INTRODUÇÃO

A Federação das Indústrias do Estado do Rio de Janeiro (Firjan) por meio de sua Gerência de Educação Básica (GEB), possui o programa de fomento “Sesi Matemática” e, em 2019, iniciou a parceria com a Associação Math en Jeans para promover a iniciativa francesa presente em vários países da Europa com os estudantes de Ensino Médio.

Na França, o projeto Math en Jeans acontece desde 1989 e visa trazer para a Educação Básica a experiência de pesquisa em Matemática, promoção da ciência e comunicação científica. Seguindo esses pilares, o projeto foi implantado na rede de escolas Firjan – Sesi, tendo a unidade de Resende, RJ, a oportunidade de participar nas duas últimas edições. Por meio de edital interno, a GEB selecionou professores nas diversas escolas no Rio de Janeiro para receberem a formação inicial com o pesquisador francês representante da Associação. Em seguida, esses professores selecionaram alunos para comporem as equipes de pesquisa e, por fim, as equipes foram divididas em pares e iniciaram o contato com um pesquisador de Instituição de Ensino Superior (UFRJ, UFF, PUC-Rio, FGV, etc).

Cabe destacar que os alunos participantes são discentes dos cursos articulados de Ensino Médio e Curso Técnico e são selecionados por meio de edital público para concessão de bolsas integrais. Com experiências exitosas, os alunos da Escola Firjan – Sesi Resende, desenvolveram pesquisas em tópicos matemáticos distintos e puderam conhecer renomadas universidades durante as temporadas do programa. A seguir, serão detalhadas as atividades ocorridas, bem como a produção acadêmica entregue pelas equipes visando a apresentação no congresso final e posterior publicação dos trabalhos.

É importante citar que todas as pessoas citadas e ou com imagens nesse texto expressaram livremente seu consentimento para tal publicação.

---

<sup>1</sup> Especialista em Novas Tecnologias no Ensino de Matemática pela Universidade Federal Fluminense; Escola Municipal Noel de Carvalho e Escola Firjan Sesi, Resende, RJ. [rafaelcs@id.uff.br](mailto:rafaelcs@id.uff.br).

## 2. DESENVOLVIMENTO

### 2.1 Temporada 2022/2023

Após a interrupção forçada pela pandemia de CoViD-19, o projeto foi retomado no segundo semestre de 2022 com doze equipes de escolas Firjan Sesi e mais duas escolas convidadas. Assim, a equipe de Resende teve como “escola gêmea”, termo usado no Math en Jeans para designar a parceria entre equipes, a equipe de Barra do Piraí e o trabalho em conjunto fortaleceu uma das principais premissas do projeto, que é a ajuda mútua e troca cultural entre os alunos.

As equipes receberam o tema de pesquisa dos professores Kelly Gonçalves, Viviana Lobo e João Pereira, todos pesquisadores do Departamento de Estatística do Instituto de Matemática da UFRJ. Assim, a pesquisa teve como objetivo qualificar e quantificar as possíveis variáveis envolvidas no sucesso de uma equipe de futebol profissional e o estudo buscou analisar o êxito no esporte sob o viés matemático, observando fatores que poderiam influenciar o desempenho de um time. Sendo os fatores escolhidos para análise: Esquemas Táticos, Idade do Plantel e Treinador, Investimento Financeiro, Participações Prévias em Campeonatos, Torcida e Vantagem em casa. Vale ressaltar que, os dados selecionados para observação foram retirados a partir do contexto de dois campeonatos continentais: a “Copa Libertadores da América” (América do Sul) e “Liga dos Campeões da Uefa” (Europa).

Durante os meses de trabalho, os alunos tiveram um dia de experiência acadêmica na Universidade Federal do Rio de Janeiro, na Cidade Universitária e visitaram o Centro de Tecnologia de UFRJ. Durante a visita, as equipes apresentaram suas pesquisas parciais e ouviram com atenção as orientações das professoras presentes.

Em outra oportunidade diferenciada, os alunos estiveram no Centro de Treinamento do Resende Futebol Clube, quando conheceram os ambientes de toda a infraestrutura de formação e apoio aos atletas, como: alojamentos, refeitório, auditório, academia, departamento médico e campos de futebol. No espaço, o clube recebia jovens de várias categorias, além do elenco de atletas profissionais. Na ocasião, entrevistas com técnicos e atletas colheram dados para o trabalho notou-se o esforço coletivo na busca de desenvolver a problemática proposta, como salientam os autores:

Ao trazer para os estudantes, problemas progressivos, ambientados e abertos, o Projeto Math en Jeans também se alinha ao proposto por Jo Boaler, tanto nas características consideradas relevantes por ela para as atividades, quanto na ideia de que alunos diversos, com graus de aptidão ou níveis de habilidade diferentes, possam estar juntos debatendo desafios matemáticos de alto nível, coletivamente construindo conhecimento, e acreditando que aprender matemática é possível, ainda que demande notável esforço. (Mano; Nascimento; Oliveira; 2023. p. 495)

No congresso realizado em 17 e 18/05/2022, o artigo apresentado pela equipe concluiu que era possível afirmar que os fatores mencionados tinham certa influência nos resultados das partidas de futebol e poderiam contribuir para uma equipe vencedora. Entretanto, devido a componentes imprevisíveis e à aleatoriedade do esporte, não era possível concluir que todos os times que apresentassem os elementos levantados

necessariamente obteriam sucesso.

Após o evento, os alunos tiveram a oportunidade de conhecer dois belos lugares para fins culturais: o Instituto de Matemática Pura e Aplicada (Impa) e o Jardim Botânico do Rio de Janeiro. Foi notória a satisfação com os momentos que viveram em função dessa iniciativa da Escola Sesi, tanto pela pesquisa, quanto pelo congresso e visitas.

**Figura 1 - Equipe na exposição do pôster.**



No Impa, conversaram com o Pesquisador Marcelo Viana, Diretor do Instituto e palestrante no congresso. Foi um momento inesquecível onde cada um pode falar de seus planos acadêmicos ao distinto matemático brasileiro.

**Figura 2 - Alunos em visita ao Impa.**



## 2.2 Temporada 2023/2024

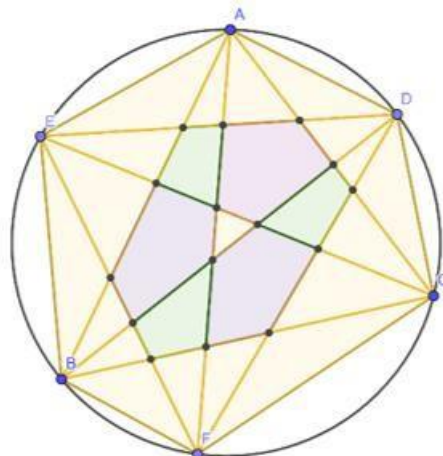
Uma nova edição do *Math en Jeans* foi iniciada no segundo semestre de 2023 e, dessa vez, a nova equipe do Sesi Resende teve como escola gêmea a equipe de Duque de Caxias, evidenciando mais uma vez a interação cultural entre os jovens. Nessa



temporada, o trabalho fez com que os alunos conhecessem a Topologia, a “ciência das superfícies flexíveis”, e aprendessem conceitos sobre Grafos. Guiados pelo professor Graham Andrew Smith, da PUC-Rio, tiveram um desafio ao buscar generalizar uma fórmula geral para o cálculo do número de regiões (figuras fechadas por segmentos e/ou arcos) formadas em uma circunferência por um polígono inscrito a ela e suas diagonais, supondo que não haja cruzamentos múltiplos.

Uma vez identificados os grafos no problema, conheceram a fórmula  $R - C + P = 1$ , grande contribuição do notório matemático suíço Leonhard Paul Euler (1707, 1783). Assim, determinado o número de pontos (P) e o número de curvas (C), definidas como segmentos e arcos, o problema estaria resolvido. Para isso, observou-se que uma curva está entre dois pontos, cada ponto interno encontra 4 curvas e cada ponto na circunferência encontra  $n+1$  curvas (sendo  $n$  o número de pontos na circunferência). Abaixo, temos uma ilustração das regiões formadas em uma circunferência com 6 pontos.

**Figura 3 - Circunferência com 6 pontos ligados por diagonais.**



Para calcular P, foi necessário encontrar a relação entre pontos externos e internos e notar que estes se distribuem de maneira padronizada pelas diagonais. Logo, após selecionar uma diagonal qualquer, 2 pontos estarão contidos nela e o número de pontos na circunferência será  $n-2$ . Combinando o número de pontos separados pela diagonal, chegou-se ao número de pontos internos contidos nela e por esse processo é possível descobrir o padrão de distribuição de pontos internos em cada diagonal. Calculado o número de diagonais, bastou associar de  $n$  em  $n$  diagonais a quantidade de pontos internos e com a multiplicação do número de pontos em cada diagonal pelo número total de diagonais, obteve-se o número total de pontos internos na circunferência. Por fim, foi possível calcular P e C para uma circunferência com  $n$  pontos dispostos. O cálculo apresentado foi válido para diversos valores de  $n$  e foi comprovado por outros meios, mas ficou claro que carece de uma prova formal perante o rigor matemático exigido para demonstrações. Certamente é objeto de pesquisas mais aprofundadas para um desenvolvimento aprimorado da conjectura elaborada.

Um momento essencial, foi o encontro presencial com o pesquisador na PUC-Rio, pois apontou correções importantes para a solução do problema proposto e oportunizou um momento de descobertas além do viés acadêmico.



**Figura 4 - Alunos em visita à PUC-Rio.**



Após essas duas temporadas como professor mediando a pesquisa e interação entre alunos e pesquisador, fica a satisfação de contribuir para que os discentes vivam o deslumbramento que o meio acadêmico pode proporcionar, como vemos:

Pode-se, portanto, inferir que a inserção de uma experiência de iniciação científica para alunos de educação básica, colocando-os em contato com pesquisadores profissionais de matemática, levando-os a pesquisar e a produzir pesquisa acadêmica, contribui para o desenvolvimento de habilidades diversas, matemáticas e mais, nos alunos, e para o desenvolvimento profissional dos docentes participantes, também matematicamente e para além. (Mano; Nascimento; Oliveira, 2023. p. 502)

### **3 CONSIDERAÇÕES FINAIS**

Fica evidente que as experiências vividas pelos envolvidos no Sesi Matemática e Math en Jeans reforçam que a maneira de se aprender é engrandecida quando feita com resolução de problemas e prática de pesquisa. Dos dez alunos envolvidos na temporada de 2022/2023, cinco estão cursando graduação na área de ciências exatas, com predominância das engenharias. Assim, acredita-se o fomento pela educação matemática crítica deve ser cada vez mais crescente e traz efeitos relevantes.

### **REFERÊNCIAS**

MANO, V.; NASCIMENTO, I.; OLIVEIRA, L. Math en Jeans: uma experiência francesa de iniciação científica em matemática com alunos de educação básica das escolas SESI do Rio de Janeiro. In: CONGRESSO NACIONAL DE EDUCAÇÃO. 9. 2023. João Pessoa. **Anais [...]**. Ed. Realize. p. 484-503 [https://editorarealize.com.br/editora/ebooks/conedu/2023/GT13/TRABALHO\\_COMPLETO\\_EV185\\_MD5\\_ID20211\\_TB7886\\_19112023105022.pdf](https://editorarealize.com.br/editora/ebooks/conedu/2023/GT13/TRABALHO_COMPLETO_EV185_MD5_ID20211_TB7886_19112023105022.pdf). Acesso: 19 maio 2024.



## O USO DE OFICINAS COMO FERRAMENTA PARA PREPARAÇÃO A OBMEP

Renata Repolho dos Santos<sup>1</sup>

**RESUMO:** "O projeto "Obmep em Monitoria" foi implementado na Escola Estadual de Ensino Fundamental e Médio Madre Imaculada, em Santarém, Pará, a fim de preparar os estudantes para a 18ª Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (Obmep). A instituição atende do 6º ano do Ensino Fundamental ao Ensino Médio, além de ofertar a Educação de Jovens e Adultos (EJA). O projeto ocorreu nos dois primeiros bimestres de 2023, envolvendo 147 alunos do Ensino Médio, divididos em turmas do 3º ao 6º semestre. Executamos o projeto seguindo quatro etapas principais: na 1ª etapa, *Apresentação e preparação Inicial*, destacamos a importância da Obmep e realizamos oficinas de resolução de questões de edições anteriores, ademais os alunos foram divididos em grupos de trabalho (GT); na 2ª etapa, se deu a socialização e preparação das Oficinas: os grupos compartilharam suas resoluções e estratégias para abordar as questões com os alunos do 6º ao 9º ano, preparando materiais pedagógicos; na 3ª etapa, *Aplicação das Oficinas*, as oficinas foram aplicadas e ocorreram em dois dias distintos. As atividades envolveram turmas específicas do Ensino Médio e Fundamental, com monitores relatando facilidades e dificuldades, como a interpretação das questões; por fim, na 4ª etapa, *Avaliação das Atividades*, realizamos avaliações qualitativas e quantitativas, incluindo autoavaliação e feedbacks sobre o envolvimento dos estudantes. Utilizamos o Google Formulários para coletar dados. Os resultados mostraram que a maioria dos estudantes gostou da experiência de ser monitor, pois reconheceram os benefícios que o ensinar implica para o próprio aprendizado. No entanto, destacaram áreas para melhoria, como a preparação dos grupos e a autonomia para escolhê-los. As dificuldades incluíram explicar conteúdos e interagir com os colegas. A experiência de ensinar e ajudar os colegas foi valorizada, assim como a oportunidade de aprofundar o conhecimento sobre a Obmep.

**Palavra-chave:** olimpíadas, matemática, resolução de questões.

### EIXO TEMÁTICO

T3: Ensino de Matemática nos anos finais do Ensino Fundamental (6º ao 9º ano) e no Ensino Médio.

### INTRODUÇÃO

A Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (Obmep) é um evento que já faz parte do currículo das escolas públicas estaduais e municipais de todo o Brasil. Sua primeira edição se deu no ano de 2005, com os objetivos de estimular e promover o estudo da matemática; contribuir para a melhoria da qualidade da educação básica, possibilitando que um maior número de alunos brasileiros possa ter acesso a material

---

<sup>1</sup> Pós-graduação em Fundamentos da Matemática Elementar; Secretaria do Estado de Educação do Pará/Seduc, Santarém, Pará/Brasil. [renata.rsantos@escola.seduc.pa.gov.br](mailto:renata.rsantos@escola.seduc.pa.gov.br).

didático de qualidade (Obmep 2024). No entanto, sua divulgação e preparação junto aos estudantes ainda é um desafio para os professores da área, pois, apesar dos seus muitos benefícios, há vários entraves associados a ela: desigualdade de recursos e preparação, questões socioculturais, impactos e resultados.

As escolas públicas enfrentam falta de recursos materiais e humanos, o que dificulta a preparação adequada dos estudantes para a Obmep. Isso inclui desde a ausência de livros e materiais didáticos até a falta de professores qualificados em matemática. Embora a Obmep seja destinada a todos os alunos de escolas públicas, nem todos têm o mesmo acesso à preparação. Estudantes em áreas rurais ou em regiões mais pobres podem ter menos oportunidades de treinamento e orientação do que aqueles em áreas urbanas ou em escolas mais bem equipadas.

A prova da Obmep tem algumas características, a saber: divisão por níveis; fases de competição; conteúdos abordados, objetivos educacionais, premiação, participação e inclusão. O nível 1 é para estudantes do 6º e 7º anos do Ensino Fundamental, o nível 2 para estudantes do 8º e 9º anos do Ensino Fundamental e nível 3 para estudantes do ensino médio. A primeira fase é composta por uma prova de múltipla escolha com 20 questões, a partir da qual os estudantes com melhor desempenho se classificam para a segunda fase, que, por sua vez, consiste em uma prova discursiva com 6 questões, na qual os estudantes precisam explicar detalhadamente o raciocínio utilizado para resolver as questões. A prova exige uma ampla gama de tópicos de matemática, incluindo aritmética, álgebra, geometria, análise combinatória, teoria dos números, entre outros. O nível de dificuldade varia de acordo com a fase e o nível da competição. A Obmep concede medalhas de ouro, prata e bronze para os melhores colocados, além de menções honrosas. Os medalhistas também podem ser convidados para participar do Programa de Iniciação Científica Jr. (PIC) e para outros programas de formação. A competição é aberta a todos os alunos de escolas públicas do Brasil e promove a inclusão e a democratização do conhecimento matemático.

A preparação dos estudantes para a Obmep é um desafio que requer estratégias eficazes e um ambiente propício para o aprendizado. Neste contexto, a criação de grupos de estudo e a realização de oficinas de resolução de questões emergem como metodologias promissoras para promover o engajamento e a melhoria do desempenho dos alunos.

Os grupos de estudo proporcionam um espaço colaborativo, por meio do qual os estudantes podem compartilhar conhecimentos, tirar dúvidas e motivar-se mutuamente. A dinâmica de grupo fomenta a troca de experiências e o desenvolvimento de habilidades sociais e acadêmicas, essenciais para o sucesso na Obmep. Nesse sentido, a pirâmide de aprendizagem de William Glasser evidencia que quanto mais ativa a postura do estudante, maior a taxa de aprendizagem. As oficinas de resolução de questões, por sua vez, são ferramentas práticas que permitem aos estudantes aplicar os conhecimentos teóricos em problemas reais, semelhantes aos encontrados na Obmep. Essas oficinas não apenas consolidam o aprendizado, mas também desenvolvem a capacidade de raciocínio lógico e a habilidade de resolver problemas de maneira eficiente e criativa. Escolhemos essa forma de conduzir a preparação dos estudantes para a Olimpíada Brasileira de Matemática, porque comungamos com a ideia de Paulo Freire, quando nos diz que “quem ensina aprende ao ensinar e quem aprende ensina ao aprender” (Freire, 1996, p 25.).

Neste relato de experiência, será abordada a implementação de grupos de estudo

e oficinas de resolução de questões como estratégias de preparação para a Obmep com alunos do ensino médio. Serão descritas as metodologias utilizadas, os desafios enfrentados e os resultados obtidos, evidenciando a importância dessas práticas para o desenvolvimento e a motivação dos alunos.

## RELATO

O projeto “Obmep em Monitoria” foi implementado na Escola Estadual de Ensino Fundamental e Médio Madre Imaculada, em Santarém, Pará, com o objetivo de preparar os estudantes para a 18ª Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (Obmep) de 2023. A escola funciona em três turnos e atende do 6º ano do Ensino Fundamental ao Ensino Médio, incluindo a Educação de Jovens e Adultos (EJA) no período noturno. O projeto ocorreu ao longo do primeiro e segundo bimestres de 2023, envolvendo 147 estudantes do Ensino Médio, divididos em turmas dos 3º e 4º semestres e dos 5º e 6º semestres. A execução do projeto seguiu quatro etapas principais:

### 1ª Etapa: apresentação e preparação inicial

Nesta etapa, enfatizamos a importância da Obmep aos estudantes, explicando seus objetivos e benefícios acadêmicos. Decidimos iniciar a preparação com oficinas de resolução de questões de edições anteriores da Obmep, orientadas pela professora. Os alunos foram divididos em grupos de trabalho (GT) de 5 a 7 membros, cada grupo recebendo de 4 a 6 questões dos níveis 1 e 2 da Obmep. Durante um mês e quinze dias, os grupos trabalharam na resolução dessas questões, discutindo e preparando o material a ser usado nas oficinas com os estudantes do ensino fundamental.

### 2ª Etapa: socialização e preparação das oficinas

Os grupos socializaram as resoluções das questões e discutiram estratégias para abordar as questões com os alunos do 6º ao 9º ano. Eles prepararam materiais, incluindo cópias das questões, e planejaram intervenções pedagógicas. Diferentes métodos de resolução foram compartilhados, enriquecendo o conhecimento dos monitores.

### 3ª Etapa: aplicação das oficinas

A aplicação das oficinas ocorreu em dois dias distintos. No dia 24 de abril de 2023, as turmas 201 e 202 do Ensino Médio aplicaram atividades para as turmas 801 e 701 do Ensino Fundamental. No dia 16 de maio, a atividade foi realizada com as turmas 902 e 601. As turmas dos 5º e 6º períodos não participaram devido à preparação para o Exame Nacional do Ensino Médio (Enem) e à incompatibilidade de horários. A aplicação das oficinas foi significativa para os monitores, que relataram tanto facilidades quanto dificuldades encontradas, como a interpretação de questões.

### 4ª Etapa: avaliação das atividades

Após a aplicação das oficinas, foram realizadas avaliações qualitativas e quantitativas. As atividades planejadas para o bimestre resultaram em uma soma de 30 pontos, considerando três perspectivas de avaliação: da professora orientadora, dos membros do grupo de trabalho e dos próprios monitores. Houve um momento de autoavaliação e discussão entre os estudantes, proporcionando feedbacks sobre o envolvimento de cada um. Também foi realizada uma avaliação qualitativa geral do projeto, registrando impressões, descontentamentos e sugestões dos alunos, utilizando o Google Formulários como ferramenta de coleta de dados.

Após a realização das oficinas do projeto “Obmep em Monitoria”, uma avaliação qualitativa foi conduzida com os estudantes das turmas do 2º ano (201 e 202), utilizando

o Google Formulários. A pesquisa envolveu 28 estudantes da turma 201 e 31 estudantes da turma 202. Os alunos das turmas do 3º Ano do ensino médio não participaram da Avaliação, pois não aplicaram a oficina com os estudantes do ensino fundamental. A seguir, apresentamos no quadro 1 e 2 os resultados obtidos a partir das perguntas formuladas e suas respectivas respostas.

**Quadro 1- Respostas das perguntas 1, 2 e 3 da Avaliação.**

| PERGUNTAS                                                                  | TOTAL DE ALUNOS | ALTERNATIVAS                                                             | FREQUÊNCIA | PERCENTUAL |
|----------------------------------------------------------------------------|-----------------|--------------------------------------------------------------------------|------------|------------|
| 1-Você gostou da experiência de ser monitor no Projeto?                    | 59              | Sim                                                                      | 51         | 86,5%      |
|                                                                            |                 | Não                                                                      | 08         | 13,5%      |
| 2-Seu grupo se preparou para a realização da Oficina devidamente?          | 59              | Todos os monitores participaram ativamente da preparação para a oficina. | 32         | 54%        |
|                                                                            |                 | Alguns monitores não participaram da preparação para a oficina.          | 27         | 46%        |
| 3-Você concorda com a afirmação "quem ensina o outro, aprende muito mais"? | 59              | Sim                                                                      | 57         | 97%        |
|                                                                            |                 | Não                                                                      | 02         | 3%         |

A maioria dos estudantes relatou ter gostado da experiência de ser monitor no projeto. Eles destacaram a satisfação de participar de uma atividade que envolve ensino e aprendizado colaborativo, além de se sentirem valorizados pela oportunidade de contribuir para a educação dos colegas mais jovens.

Embora a maioria dos estudantes tenha sentido que seu grupo estava preparado, a porcentagem de respostas positivas indica que há espaço para melhorar a preparação. Alguns estudantes mencionaram a necessidade de mais tempo e recursos para se sentirem completamente preparados.

A afirmação "quem ensina o outro, aprende muito mais" foi amplamente aceita pelos estudantes, que concordaram que ensinar os outros ajudou a consolidar seu próprio entendimento dos conteúdos. Eles perceberam que, ao explicar conceitos para os colegas, aprofundaram seu próprio conhecimento e habilidades matemáticas.

**Quadro 2 - Respostas das perguntas 4, 5 e 6 da avaliação**

| PERGUNTAS                                                               | PRINCIPAIS RESPOSTAS                                                     |
|-------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------|
| <b>4-</b> Qual sua maior dificuldade em participar da oficina?          | Tentar explicar o conteúdo para o outro.                                 |
|                                                                         | Formas diferentes de explicar as mesmas questões.                        |
|                                                                         | Lidar com a responsabilidade de ensinar outra pessoa.                    |
|                                                                         | Não saber interagir com os colegas                                       |
| <b>5-</b> O que você mais gostou na oficina?                            | Da participação                                                          |
|                                                                         | De ajudar os outros, porque assim também estava se ajudando.             |
|                                                                         | Da experiência de poder ensinar alguém.                                  |
|                                                                         | Aprender mais sobre a OBMEP.                                             |
| <b>6-</b> Você tem alguma sugestão para a próxima atividade do projeto? | Poder escolher o grupo que vamos ensinar.                                |
|                                                                         | Ajudar as crianças do fundamental a se desenvolverem mais na matemática. |

Os estudantes destacaram desafios relacionados à comunicação e à ação pedagógica. Muitos encontraram dificuldades de adaptar suas explicações às necessidades dos alunos do ensino fundamental e em gerenciar a responsabilidade de serem monitores.

Valorizaram a experiência de ensinar e ajudar os colegas, o que também proporcionou uma oportunidade de autodesenvolvimento. Eles apreciaram a participação ativa e a chance de aprofundar seu conhecimento sobre a Obmep.

Os estudantes sugeriram uma maior autonomia na escolha dos grupos de ensino, o que poderia aumentar o engajamento e a eficácia das oficinas. Além disso, expressaram o desejo de focar ainda mais no desenvolvimento das habilidades matemáticas dos alunos do ensino fundamental.

A avaliação qualitativa revelou que a maioria dos estudantes do 2º ano do ensino médio apreciou a experiência de ser monitor no projeto “Obmep em Monitoria”. Eles reconheceram os benefícios de ensinar para o próprio aprendizado e destacaram áreas para aprimorar a preparação e a execução das oficinas.

**REFLEXÕES FINAIS**

O projeto “Obmep em Monitoria” na Escola Estadual de Ensino Fundamental e Médio Madre Imaculada, em Santarém, Pará, representou uma iniciativa exemplar na preparação dos estudantes para a Obmep. Mostrou-se uma experiência enriquecedora tanto para os alunos quanto para os professores envolvidos.

Um dos pontos mais relevantes foi a implementação das oficinas de resolução de questões, que proporcionaram um ambiente colaborativo de aprendizagem. Os alunos puderam desenvolver habilidades essenciais, como trabalho em grupo, resolução de conflitos, responsabilidade e oratória. Ao explicar conceitos matemáticos para os colegas, os estudantes monitores consolidaram seu próprio conhecimento, evidenciando a máxima de Paulo Freire: “Quem ensina aprende ao ensinar e quem aprende ensina ao aprender”.

Em resumo, o projeto “Obmep em Monitoria” mostrou-se uma estratégia eficaz para a preparação dos estudantes para a Obmep, ao mesmo tempo em que promoveu o desenvolvimento de competências amplas e fundamentais. A experiência acumulada e

as lições aprendidas servirão de base para futuras edições, buscando sempre a melhoria contínua e o sucesso de todos os envolvidos.

## REFERÊNCIAS

FREIRE, P. **Pedagogia da Autonomia:** Saberes Necessários à Prática Educativa. 7ª. ed. São Paulo: Paz e Terra, 1996.

IMPA. INSTITUTO DE MATEMÁTICA PURA E APLICADA. **Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas**. Disponível em <https://www.obmep.org.br/noticias.DO?id=943>. Acesso em: 22 de abr. de 2024.

SEBRAE. **Pirâmide de Aprendizagem de William Glasser**. Disponível em:

[https://cer.sebrae.com.br/blog/piramide-de-aprendizagem-de-william-glasser/#:~:text=William%20Glasser%20\(1925%2D2013\),assumimos%20uma%20postura%20mais%20ativa](https://cer.sebrae.com.br/blog/piramide-de-aprendizagem-de-william-glasser/#:~:text=William%20Glasser%20(1925%2D2013),assumimos%20uma%20postura%20mais%20ativa). Acesso em: 7 jun. 2024.





## MATEMÁTICA PARA O SUCESSO: UM PROJETO DE EMPREENDEDORISMO PARA JOVENS

Alexssandra Pasuch<sup>1</sup>  
José Pedro Gonçalves de Oliveira<sup>2</sup>  
Veridiana Rabaioli Bortolini<sup>3</sup>

**RESUMO:** O presente estudo é o recorte de um projeto que foi desenvolvido em duas turmas de 9º ano da Escola Municipal de Ensino Fundamental Primeiro de Maio em Farroupilha-RS pelo Instituto *Manager*, tendo como objetivo a criação e desenvolvimento de um negócio fictício, no qual os educandos puderam aprender sobre os conceitos fundamentais do empreendedorismo como identificação de oportunidades de negócios, criação de planos de negócio, marketing e gestão financeira. Na disciplina de Matemática foram abordados conceitos como operações financeiras, porcentagens e análises estatísticas, a fim de calcular lucros e prejuízos, margens de lucro, projeções de venda, entre outros. A culminância do trabalho se deu através da realização de uma feira de empreendedorismo, momento em que os educandos desenvolveram na prática o seu projeto de negócio com os demais alunos da escola. Além de todo o planejamento do evento e da elaboração de um plano de trabalho, os educandos realizaram os cálculos de receita e despesa, demonstrando suas habilidades empreendedoras e matemáticas.

**Palavras-chave:** empreendedorismo, educação financeira.

### EIXO TEMÁTICO

( x ) T3: Ensino de Matemática nos anos finais do Ensino Fundamental (6º ao 9º ano) e no Ensino Médio.

### INTRODUÇÃO

Buscando aliar o ensino de práticas relacionadas à preparação do aluno para o futuro, temos caminhos e perspectivas estimulantes. A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) é uma delas, que vem ao encontro de um ensino mais integrado, focado no desenvolvimento de 10 competências gerais: conhecimento; pensamento científico crítico e criativo; repertório cultural; trabalho e projeto de vida; argumentação; autoconhecimento e autocuidado; empatia e cooperação; responsabilidade e cidadania.

A fim de atingir essas competências, as estratégias utilizadas podem variar, porém,

<sup>1</sup> Especialista em Metodologia de Ensino Matemática e Física; Faculdade Futura- Docente na Rede Municipal e Estadual de Farroupilha-RS, Brasil. alessandrapasuch@gmail.com.

<sup>2</sup> Especialista em Metodologia do Ensino e da Pesquisa em Matemática e Física pela Faculdades Integradas de Amparo - Docente na Rede Municipal de Farroupilha-RS, Brasil. zepedrogoliveira@gmail.com.

<sup>3</sup> Mestre em Educação em Ciências e Matemática pela PUCRS- Docente na Rede Municipal de Ensino de Farroupilha e Carlos Barbosa, Rio Grande do Sul-RS, Brasil. vrabaioli@gmail.com.

sabemos que para garantir uma formação integral dos educandos é fundamental aliar a teoria da sala de aula com a prática. Nessa linha, as ferramentas do empreendedorismo no ambiente escolar podem contribuir para que, no futuro, os estudantes aprendam a fazer a gestão da própria vida e possam visualizar caminhos que devem trilhar para alcançar seus objetivos.

Para tal propósito, utilizar as ferramentas do empreendedorismo em sala de aula não é apenas incentivar os educandos a terem seu próprio negócio no futuro, envolve criatividade e resolução de problemas, além de uma boa dose de habilidades matemáticas. Nesse contexto, por mais distante da vida real que a disciplina pareça aos alunos do ensino fundamental, a matemática é a base para quem deseja explorar o mundo do empreendedorismo e seus benefícios para organização das atividades do dia a dia na vida adulta.

Com tal propósito, desenvolvemos um trabalho a partir do projeto “Jovem Empreendedor” do Instituto *Manager*, oferecido aos educandos em horário de aula e adaptado ao desenvolvimento dos conteúdos matemáticos do currículo. Ao longo deste projeto, os alunos tiveram a oportunidade de explorar os principais fundamentos do empreendedorismo, enquanto desenvolviam habilidades matemáticas para planejar, gerenciar e examinar um determinado negócio tanto nas aulas do instrutor quanto nas aulas de matemática.

## RELATO

A Prefeitura Municipal de Farroupilha, por meio da Secretaria Municipal de Educação, estabeleceu um convênio com o Instituto *Manager* para o desenvolvimento do projeto Jovem Empreendedor, realizado nas escolas do município, no período compreendido entre março de 2023 e abril de 2024, acompanhando as turmas durante o 8º ano e tendo sua culminância no 9º ano.

No ano de 2023, o projeto, ministrado por um instrutor da Instituição, ocorreu nos períodos da carga horária das disciplinas estabelecidas pelo calendário escolar. Os professores da área de Matemática, adequando o Referencial Curricular do Município, organizaram-se para aproveitar o projeto e aplicar os conteúdos do currículo de forma contextualizada e dinâmica. Para isso, iniciaram os trabalhos com os conteúdos de porcentagem e juros simples aplicados em situações diversas, além de realizar um levantamento prévio dos conhecimentos financeiros dos estudantes. Na sequência, foi realizada uma visita técnica a uma instituição financeira da cidade, conforme Foto 1, na qual os alunos receberam uma formação inicial sobre os principais conceitos de organização financeira, além de conhecerem o espaço físico e o funcionamento da agência.

Ao retornarem à escola, os educadores organizaram um debate sobre os temas abordados, com o objetivo de levantar os conhecimentos adquiridos pelos educandos fazer um contraponto com as ideias iniciais. Enquanto isso, o instrutor do Instituto continuava a explorar os conceitos de empreendedorismo e sua relação com os temas abordados em aula.

### Foto1- Visita à Instituição financeira



Fonte: Arquivo da E.M.E.F Primeiro de Maio (2023)

Durante o processo de organização da empresa fictícia e escolha do produto a ser comercializado, os alunos utilizaram os conhecimentos estatísticos para orçar, comparar e negociar a matéria-prima a ser usada para a confecção dos itens. Para auxiliar nessa etapa, também participaram de palestras ministradas por empresários da região, que compartilharam práticas e conselhos sobre como iniciar e administrar um negócio. A atividade foi realizada na escola, onde os estudantes tiveram um ambiente aberto para perguntas e discussões, sendo incentivados a interagir e se envolver ativamente na aprendizagem, conforme foto 2.

### Foto 2- Feira do empreendedorismo e evento realizado na escola



Fonte: Arquivo da E.M.E.F Primeiro de Maio (2024)

Após esse momento, os educandos organizaram-se em grupos e deram início ao desenvolvimento do empreendimento, destacando-se projetos como padaria, cafeteria, doceria, serviços de empilhadeiras e clubes de esportes. Estes foram apresentados em uma atividade realizada na escola, com a presença de lideranças do setor industrial e comercial da cidade. Neste momento, foi escolhido um dos projetos para ser apresentado em um evento estadual ocorrido na cidade de Passo Fundo, onde os alunos socializaram com estudantes de diversos municípios do Rio Grande do Sul que também desenvolveram o projeto Jovem Empreendedor.

Já em 2024, após uma discussão sobre a viabilidade de execução dos projetos apresentados às lideranças, os educandos organizaram um evento na escola, no qual montaram um cinema, uma lanchonete e um clube de esportes, serviços esses ofertados aos alunos da pré-escola ao 8º ano. Para este evento, foram vendidos passes para as atividades, que ocorreram durante um evento em 17 de abril de 2024, conforme Foto 2.

Todo esse processo serviu como base para que os participantes passassem a tomar decisões mais assertivas, podendo identificar as oportunidades, assim como realizar a análise financeira, de forma a cultivar tanto o espírito empreendedor como o pensamento crítico matemático. Nas aulas de matemática, propôs-se atividades de cálculo de percentuais, construção e análise de tabelas, gráficos, entre outros.

A etapa que precedeu o evento realizado na escola envolveu a elaboração de orçamentos e o cálculo de lucro de cada atividade financeira proposta. Depois disso, realizou-se um momento de discussão e reflexão dos resultados, mediado pelo instrutor do curso, pela professora de Matemática e os educandos, com o intuito de avaliar o evento como também os resultados obtidos, conforme Tabela 1.

**Tabela 1- Resultados do evento realizado na escola**

| PRODUTOS                        | QTD PRODUZIDA | QTD VENDIDA | CUSTO UNITÁRIO                                                                                                                       | CUSTO TOTAL         | FAT. TOTAL          | LUCRO TOTAL         |
|---------------------------------|---------------|-------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------|---------------------|---------------------|
| PASTEL(4,00) x                  | 259           | 259         | Guisado R\$ 1,65<br>Ovo R\$ 0,10<br>Óleo R\$ 0,14<br>Massa R\$ 0,31<br>Total = R\$ 2,20                                              | R\$ 569,80          | R\$ 1.036,00        | <b>R\$ 466,20</b>   |
| ENROLADINHO(3,00) x             | 220           | 220         | Massa R\$ 0,31<br>Salsicha R\$ 0,48<br>Óleo R\$ 0,18<br>Guardanapo R\$ 0,09<br>Total = R\$ 1,06                                      | R\$ 233,20          | R\$ 660,00          | <b>R\$ 426,80</b>   |
| BOLO(3,00) x                    | 76            | 76          | Margarina R\$ 0,46<br>Mistura bolo R\$ 0,85<br>Leite condensado, creme de leite e granulado R\$ 0,68<br>Ovo R\$ 0,35<br>Total = 2,34 | R\$ 177,84          | R\$ 228,00          | <b>R\$ 50,16</b>    |
| PIPOCA(1,00) x                  | 160           | 160         | <b>Total R\$ 0,58</b>                                                                                                                | R\$ 92,80           | R\$ 160,00          | <b>R\$ 67,20</b>    |
| ÁGUA S/GASx                     | 14            | 14          | <b>Total R\$ 1,09</b>                                                                                                                | R\$ 15,26           | R\$ 28,00           | <b>R\$ 12,74</b>    |
| REFRI/COMBO(2,00) x             | 204           | 204         | <b>Total R\$ 1,12</b>                                                                                                                | R\$ 228,48          | R\$ 408,00          | <b>R\$ 179,52</b>   |
| REFRI(3,00) x                   | 65            | 65          | <b>Total R\$ 1,12</b>                                                                                                                | R\$ 72,80           | R\$ 195,00          | <b>R\$ 122,20</b>   |
| SODA(5,00) x                    | 70            | 70          | <b>TOTAL R\$ 3,44</b>                                                                                                                | R\$ 240,80          | R\$ 350,00          | <b>R\$ 109,20</b>   |
| CINEMA(7,00) x                  | 216           | 216         | Pipoca R\$ 0,58<br>Copo R\$ 0,13<br>Refri R\$ 0,99<br>Total = 1,70                                                                   | R\$ 367,20          | R\$ 1.512,00        | <b>R\$ 1.144,80</b> |
| FUTSAL(30,00) x                 | 6             | 6           | Medalhas R\$ 40,00<br>Total R\$ 40,00                                                                                                | R\$ 40,00           | R\$ 180,00          | <b>R\$ 140,00</b>   |
| PEBOLIN(2,00)x                  | 93            | 93          | Bis = R\$ 0,27<br>Total = R\$ 0,27                                                                                                   | R\$ 25,11           | R\$ 186,00          | <b>R\$ 160,89</b>   |
| Arremesso e chute a gol(2,00) x | 172           | 172         | <b>Total =R \$ 0,00</b>                                                                                                              | R\$ 0,00            | R\$ 342,00          | <b>R\$ 342,00</b>   |
| <b>TOTAL</b>                    | <b>1555</b>   | <b>1555</b> | <b>0</b>                                                                                                                             | <b>R\$ 2.063,29</b> | <b>R\$ 5.285,00</b> | <b>R\$ 3.221,71</b> |

Fonte: Arquivo da E.M.E.F Primeiro de Maio (2024)

## REFLEXÕES FINAIS

O empreendedorismo e a matemática estão interligados de maneira significativa. Para os alunos dos anos finais do fundamental, é importante entender como essas duas disciplinas se complementam e se aplicam no mundo real. Dessa forma, ao dominar conceitos matemáticos básicos, os alunos estão preparando o terreno para saberem gerenciar sua vida futura, seja como empreendedores ou não, capazes de enfrentar desafios, tomar decisões com base em dados previamente informados e transformar suas ideias em realidade.

Ademais, o projeto possibilitou desenvolver atitude e mentalidade empreendedora, visando estimular o raciocínio lógico e encontrar maneiras criativas de resolver problemas, além de compreender conceitos e atentar às necessidades do mercado.

Neste sentido, a matemática, como disciplina estruturante, ofereceu a base para que os fundamentos do empreendedorismo auxiliem na tomada de decisões e possibilitem desenvolver a criatividade, permitindo aos alunos explorarem padrões, formularem novas ideias e soluções inovadoras.

A educação empreendedora pode ser iniciada na escola nas séries iniciais, de forma mais simplificada e com atividades mais lúdicas. E no decorrer das séries finais, podem ser propostas atividades mais específicas como forma de estimular os estudantes a desenvolverem habilidades práticas, como planejamento, execução e tomada de decisão responsável, auxiliando na organização da sua vida adulta.

## REFERÊNCIAS

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018.





## ATIVIDADE DE MONITORIA: UMA FERRAMENTA PARA O PENSAMENTO MATEMÁTICO AVANÇADO

Caio Henrique dos Santos Carvalho<sup>1</sup>  
João Marcos Cabral Pinheiro<sup>2</sup>  
Wagner Gomes Barroso Abrantes<sup>3</sup>

**RESUMO:** Este trabalho traz um relato de uma investigação, ainda em andamento, realizada a partir da atividade de monitoria de Matemática desempenhada por dois alunos e orientada pelo professor responsável pela disciplina no IFRJ-CEPF. A hipótese da investigação é que se o aluno monitor compreender como se dá a construção do pensamento matemático, sua experiência pedagógica será otimizada e a atividade de monitoria poderá ter resultados mais eficientes. Para verificar ou refutar esta hipótese, foi utilizada a fundamentação teórica do Pensamento Matemático Avançado que, segundo Tommy Dreyfus, está relacionado à interação entre diversos processos mentais, com destaque para a representação e a abstração. A realização deste projeto, cujo tema proposto foi Funções, foi dividida em três etapas: a primeira busca desenvolver nos monitores os processos envolvidos na representação; a segunda busca desenvolver nos monitores os processos envolvidos na abstração; e a terceira é a avaliação feita da atividade de monitoria pelos alunos e monitores. Atualmente, a primeira etapa está em fase de conclusão e os alunos monitores estão conseguindo desenvolver os processos envolvidos na representação de maneira satisfatória. Os resultados obtidos ao final do projeto serão divulgados à comunidade em novos eventos científicos.

**Palavras-chave:** pensamento matemático avançado, monitoria de matemática, representação, abstração.

### EIXO TEMÁTICO

T4: Ensino de Matemática na Educação de Jovens e Adultos e nos cursos técnicos integrados ao Ensino Médio.

### INTRODUÇÃO

A construção do pensamento matemático se inicia no âmbito familiar e se aprofundada nos bancos escolares. Quando a criança aprende a ficar em pé, ela necessita fazer um cálculo inconsciente do centro de gravidade do seu corpo para poder se equilibrar. Quando ela arremessa um objeto, ela precisa fazer um cálculo inconsciente da força e direção para conseguir acertar o alvo. Contudo, é na escola que ela vai se

<sup>1</sup>Doutor em Educação Matemática; IFRJ, Engenheiro Paulo de Frontin – RJ – Brasil. [wagner.abrantes@ifrj.edu.br](mailto:wagner.abrantes@ifrj.edu.br)

<sup>2</sup>Aluno do Curso Técnico em Informática para Internet integrado ao Ensino Médio; IFRJ, Engenheiro Paulo de Frontin – RJ – Brasil. [estudantecaiohsc@gmail.com](mailto:estudantecaiohsc@gmail.com)

<sup>3</sup>Aluno do Curso Técnico em Informática para Internet integrado ao Ensino Médio; IFRJ, Engenheiro Paulo de Frontin – RJ – Brasil. [cabraljm2007@gmail.com](mailto:cabraljm2007@gmail.com)

deparar com o formalismo matemático e suas consequentes abstrações, além de desenvolver habilidades para aplicar esse formalismo em problemas concretos.

Porém, o formalismo da linguagem matemática e a interação entre problemas abstratos e situações concretas trazem muitas dificuldades para os alunos de todos os níveis (do fundamental ao superior). Quando nos referimos a um curso técnico em informática integrado ao Ensino Médio, essas habilidades devem ser construídas de maneira sólida, a fim de proporcionar aos alunos ferramentas que serão aplicadas nas disciplinas específicas.

Com o intuito de minimizar as dificuldades dos alunos na disciplina de Matemática e desenvolver habilidades necessárias para a construção do conhecimento técnico, o professor utiliza algumas ferramentas, como a atividade de monitoria, que é realizada por alunos voluntários e previamente selecionados a partir de um processo seletivo.

Para Alves e Donadel (2016), a monitoria cria um ambiente mais informal e que favorece, por parte dos alunos com dificuldades, a compreensão dos conceitos matemáticos aplicáveis. Para Pancotto *et al.* (2023), a atividade de monitoria também permite aos monitores aprofundar os saberes matemáticos e desenvolver os conhecimentos pedagógicos. Corroborando este pensamento, Santos (2018) afirma que a monitoria otimiza o potencial escolar do aluno e dos monitores, bem como proporciona uma experiência pedagógica aos alunos-monitores.

Neste contexto, este trabalho trata de uma investigação em andamento realizada por membros do Grupo de Estudos e Pesquisas em Práticas para as Formações Inicial e Continuada na Educação Profissional e Tecnológica (GEPPFIC- EPT) do Instituto Federal do Rio de Janeiro, Campus Engenheiro Paulo de Frontin (IFRJ-CEPF). Os membros do GEPPFIC-EPT envolvidos nesta investigação são dois alunos monitores da disciplina de Matemática do Curso Técnico em Informática para Internet integrado ao Ensino Médio e pelo professor orientador responsável pela disciplina.

Nossa hipótese é que, se o aluno monitor compreender como se dá a construção do pensamento matemático em nível elementar e avançado, sua experiência pedagógica será otimizada e a atividade de monitoria poderá ter resultados mais eficientes. Para verificar ou refutar nossa hipótese, utilizaremos a fundamentação teórica do Pensamento Matemático Avançado, de Dreyfus (2002).

## FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Alguns pesquisadores, como Dreyfus (2002) e Tall (2002), vem se dedicando aos estudos do Pensamento Matemático. Suas pesquisas mostram que o Pensamento Matemático Avançado (PMA) traz ingredientes adquiridos na Educação Básica.

Para Dreyfus (2002), não há uma nítida distinção entre muitos dos processos dos pensamentos matemáticos elementar e avançado, embora a matemática avançada seja mais focada na abstração da definição e dedução. O pesquisador acredita que é possível pensar sobre tópicos da matemática elementar de modo avançado, assim como também é possível pensar sobre tópicos da matemática avançada de modo elementar, pois a diferença entre eles está apenas na complexidade e no tratamento de cada tópico.

O PMA, para Dreyfus (2002), está relacionado à interação entre diversos processos mentais, tais como representação, transformação, visualização, generalização, entre outros. Dois processos ganham destaque: a representação e a abstração. Dreyfus (2002)



explica que os processos envolvidos na representação se subdividem em três outros processos: a representação, a mudança entre representações e a modelação.

1) A representação, por sua vez, divide-se em representação simbólica e representação mental. A representação simbólica é responsável por explicitar, através de símbolos, o conhecimento implícito do aluno. A representação mental corresponde a um esquema interno que o aluno utiliza com o intuito de interagir com o mundo exterior.

2) A mudança entre representações sugere a capacidade do aluno de transitar entre as diversas representações do objeto em estudo, conforme a conveniência para a solução do problema. Sendo assim, destaca-se a relevância de conhecer as diversas representações de um objeto, a fim de flexibilizar o uso do objeto na solução de um dado problema.

3) A modelação corresponde a encontrar uma representação matemática para um objeto que não é matemático.

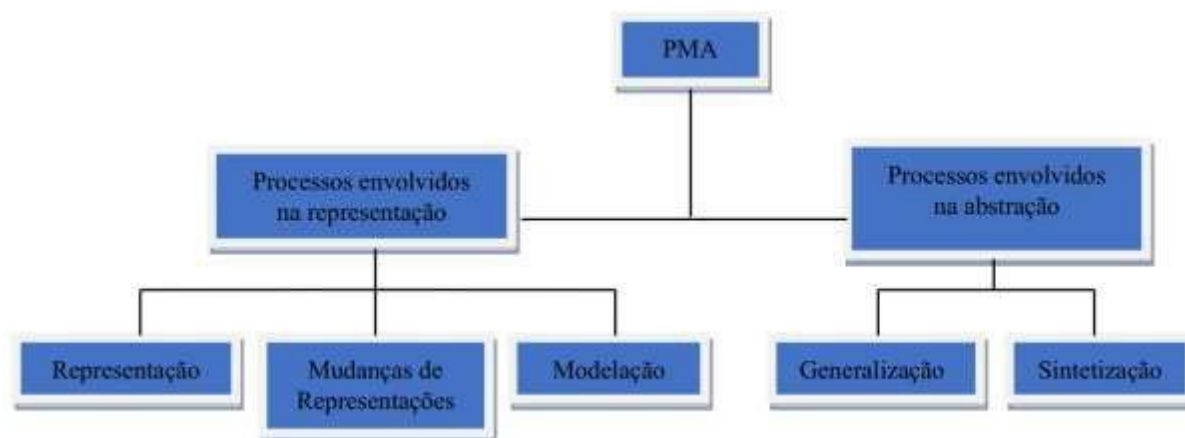
Já os processos envolvidos na abstração são divididos em dois pré-requisitos, somados à representação, segundo Dreyfus (2002): a generalização e a sintetização.

1) Generalizar é tomar um caso particular, verificar semelhanças com outros casos e expandir validades.

2) Sintetizar é combinar objetos matemáticos distintos com o intuito de solucionar um problema.

Pode-se então representar o PMA segundo o olhar de Tommy Dreyfus (2002) através da figura a seguir:

**Figura 1 – Diagrama resumido do PMA**



Fonte: Abrantes e Souza (2019)

Nessa perspectiva, Dreyfus (2002) afirma que, ao conseguir desenvolver a habilidade de fazer conscientemente abstrações a partir de situações matemáticas, o aluno alcança o nível avançado do pensamento matemático. Portanto, para Abrantes e Souza (2019), os professores da Educação Básica devem estar engajados em contribuir com o desenvolvimento dessa capacidade de abstração do aluno.

## RELATO

Este projeto teve início a partir do interesse dos alunos monitores da disciplina de Matemática em incrementar o conhecimento matemático e pedagógico como ferramenta para otimizar a atividade de monitoria. O objeto matemático proposto pelos alunos foi Funções.

Para orientar os estudos, o professor responsável optou por seguir as orientações teóricas do Pensamento Matemático Avançado, de Dreyfus (2002). Com isso, este projeto, que ainda está em desenvolvimento e possui duração prevista para dezoito meses, foi elaborado em três etapas, que são:

- Primeira etapa: Trabalhar os conceitos de funções com base nos processos envolvidos nas representações, ou seja, estimular o uso das representações algébricas e gráficas das funções elementares, transitar entre elas e utilizar problemas não matemáticos para serem resolvidos por meio de representações matemáticas. Contudo, esta etapa, cuja duração prevista é de nove meses, trabalha cada função elementar isoladamente.
- Segunda etapa: Trabalhar com problemas contextualizados, tanto os extraídos de vestibulares, exames de larga escala e olimpíadas de Matemática quanto problemas voltados à área de informática, de modo que os alunos monitores possam desenvolver os processos envolvidos na abstração. Com isso, eles deverão interpretar os problemas e decidir pela estratégia a ser empregada na sua solução, isto é, qual ou quais funções elementares serão utilizadas e as representações a serem empregadas na solução dos problemas. Esta etapa tem duração prevista de quatro meses.
- Terceira etapa: Verificar se a compreensão da construção do pensamento matemático em nível elementar e avançado contribui para a experiência pedagógica dos alunos monitores e se a atividade de monitoria terá resultados mais eficientes. Esta etapa tem duração prevista de cinco meses.

Para a realização da primeira e da segunda etapas, foram planejados encontros semanais e presenciais com os alunos monitores para debate teórico sobre o tema e posterior discussão dos problemas apresentados pelo professor orientador.

Foi criada uma sala de aula virtual no *Google Classroom* para que o material seja postado e para a comunicação entre os alunos e entre os alunos e o professor. Contudo, se tornou necessária a criação de um grupo virtual no *Whatsapp* que está servindo como um fórum, onde os alunos debatem questões, propõem soluções e recebem o auxílio do orientador de forma mais dinâmica quando comparado ao *Google Classroom*.

Recursos computacionais, como o *Geogebra*, têm sido utilizados como ferramentas importantes para desenvolver a representação gráfica e transitar entre as representações algébrica e gráfica e para a modelação.

As atividades estão sendo selecionadas e apresentadas em ordem de dificuldade, sempre abordando as diferentes representações dos objetos matemáticos, com destaque para a transição entre elas.

Além disso, na medida em que novos conteúdos são abordados e visando pavimentar o caminho para desenvolver os processos envolvidos na abstração, os objetos matemáticos anteriormente abordados nunca são abandonados, isto é, as atividades buscam envolver o conhecimento trabalhado naquela semana com as funções elementares trabalhadas nas semanas anteriores.

Atualmente, a primeira etapa está em fase de conclusão e os resultados estão dentro do esperado. Os alunos estão conseguindo desenvolver os processos envolvidos

na representação de maneira satisfatória. Tanto os problemas contextualizados quanto os problemas apresentados em linguagem matemática estão sendo bem desenvolvidos pelos monitores.

Para a realização da terceira etapa, buscaremos relatos dos alunos que buscam as aulas de monitoria com maior frequência e os próprios relatos dos monitores sobre suas experiências pedagógicas.

## REFLEXÕES FINAIS

Para realização do trabalho relatado, foi utilizada a fundamentação teórica do Pensamento Matemático Avançado, de Dreyfus (2002) e seu percurso dividido em três etapas: a busca pelo desenvolvimento dos processos envolvidos na representação; a busca pelo desenvolvimento dos processos envolvidos na abstração; e a avaliação feita da atividade de monitoria pelos alunos e monitores.

Atualmente, a primeira etapa está em fase de conclusão e os alunos monitores estão conseguindo desenvolver os processos envolvidos na representação de maneira satisfatória. Os resultados obtidos ao final do projeto serão divulgados à comunidade em novos eventos científicos.

## REFERÊNCIAS

- ABRANTES, W.G.B; SOUZA, F.S. O Pensamento Matemático Avançado a partir de questões sobre funções elementares no Ensino Médio. **Anais** do XIII Encontro Nacional de Educação Matemática. SBEM-MT, Cuiabá, 2019.
- ALVES, B.V.; DONADEL, J. Monitoria de matemática como ferramenta de aprendizagem. **Anais** do 3º Seminário de Educação Profissional e Tecnológica. IFRS, Bento Gonçalves, 2016.
- DREYFUS, T. Advanced mathematical thinking process. In: TALL, D. Advanced Mathematical Thinking. **Kluwer Academic Publishers**, 2002, p. 25-41.
- PANCOTTO, T.Z.; FABRO, F.B.; SILVA, O.D. Monitoria de Matemática. **Anais** do 10º Seminário de Educação Profissional e Tecnológica. IFRS, Bento Gonçalves, 2023.
- SANTOS, A.G. Monitoria como ferramenta auxiliar para aprendizagem da disciplina Matemática: uma análise de sua implementação no ensino fundamental. **Revista de Educação Matemática**, São Paulo, v. 15, n. 18, p. 84-101, jan. /abr. 2018.
- TALL, D. The psychology of advanced mathematical thinking. In: TALL, D. Advanced Mathematical Thinking. **Kluwer Academic Publishers**, 2002, p. 3-21.



## WORKSHOP – JOGOS MATEMÁTICO: O ENSINO LÚDICO ATRELADO À VALORIZAÇÃO DA MATEMÁTICA BRASILEIRA.

Évelyn Helena Nunes Silva<sup>1</sup>  
Vitor Manoel Silva Barbosa<sup>2</sup>  
Juliana Campos Sabino de Souza<sup>3</sup>

**RESUMO:** Este trabalho apresenta uma experiência de aplicação do “Workshop – Jogos matemáticos” realizado no Instituto Federal de Brasília (IFB) – *Campus* Estrutural. O referido evento foi organizado pelos participantes do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (Pibid), área da matemática, sendo eles a coordenadora da área de matemática, a docente supervisora e os alunos do curso de Licenciatura em matemática da supracitada instituição de ensino. A finalidade da atividade foi comemorar o Dia Nacional da Matemática, 06 de maio, oferecendo aos alunos do Ensino Médio Integrado em Meio Ambiente e Ensino Médio Integrado em Manutenção Automotiva um momento descontraído e diferenciado no qual fosse possível abordar uma série de conteúdos matemáticos distintos. Sob esse prisma, durante a manhã do dia 05/04/2023, os estudantes do Ensino Médio participaram de oficinas, jogos e exposições, onde integraram dinâmicas e utilizaram-se variados materiais elaborados pelos pibidianos e outros que pertenciam ao acervo do laboratório de matemática do *campus*. Foi possível perceber que esse evento despertou nos alunos participantes um interesse maior em compreender os conteúdos abordados e que ao jogar e interagir com as atividades, na tentativa de solucionar os problemas propostos, havia um maior interesse em compreender a matemática ali presente. Além do exposto, nesta manhã também houve a exposição de pesquisas dos estudantes do Ensino Médio e uma palestra intitulada “Matemática das coisas”.

**Palavras-chave:** matemática, PIBID, jogos.

### EIXO TEMÁTICO

( x ) T4: Ensino de Matemática na Educação de Jovens e Adultos e nos cursos técnicos integrados ao Ensino Médio

### INTRODUÇÃO

Alinhados com os objetivos do PIBID, os bolsistas, em conjunto com a coordenadora e supervisora, organizaram um Workshop para os alunos do Ensino Médio Técnico Integrado em Meio Ambiente e Ensino Médio Técnico Integrado em Manutenção

<sup>1</sup> Mestre pelo Profissional em Matemática em Rede Nacional - Profmat pela Universidade de Brasília; Professora do Ensino Básico, Técnico e Tecnológico do Instituto Federal de Brasília -IFB, Campus Estrutural. E-mail: evelyn.silva@ifb.edu.br

<sup>2</sup> Graduando em licenciatura em Matemática; Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Brasília/IFB – Campus Estrutural, Brasília – Distrito Federal e Brasil. E-mail: vitorbarbosa431@gmail.com

<sup>3</sup> Doutoranda no Programa de Pós Graduação em Educação - PPGE, da Universidade de Brasília - UnB. Docente do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Brasília - IFB, Campus Estrutural. E-mail: juliana.souza@ifb.edu.br

Automotiva do IFB – *Campus Estrutural*.

O *Workshop* foi constituído de diversos jogos matemáticos, oficinas e desafios, criados e modificados pelos ministrantes, visando promover o aprendizado a partir de uma perspectiva lúdica e dinâmica, que fomenta o interesse dos participantes em problemas e discussões ligadas à matemática.

Os objetivos do *Workshop* foram abordar por meio de oficinas, exposição de trabalhos e palestras a matemática por meio de novas perspectivas que buscam despertar o interesse dos estudantes para os conhecimentos desta área, exaltando a importância do trabalho em conjunto, exemplificado na organização e realização do evento, que movimentou-se todos os servidores da escola (alunos, técnicos e professores), e nas ações colaborativas desenvolvidas pelos estudantes uns com os outros, culminando múltiplas as facetas do aprendizado com as comemorações do Dia Nacional da Matemática.

Nesse sentido, o que será apresentado aqui é o relato de uma experiência realizada com o propósito de aproximar mais os estudantes da matemática, ao mesmo tempo registrar o evento e fornecer aos professores interessados ideias de atividades extraclasse que tem o intuito de aperfeiçoar e fixar os conteúdos de matemática.

## RELATO

No dia 05 de maio de 2023 ocorreu, no IFB – *Campus Estrutural*, o **Workshop – dia da matemática**. Um evento organizado pelo núcleo de matemática do PIBID do IFB. Para tanto, a turma do terceiro ano do Ensino Médio Técnico Integrado em Meio Ambiente (aproximadamente 30 alunos) e a turma do terceiro ano Técnico Integrado em Manutenção Automotiva (aproximadamente 35 alunos) foram dispensadas das aulas regulares e convidadas para participar, durante o período matutino, de atividades relacionadas à área de matemática.

O dia escolhido para o evento, teve o intuito de comemorar o Dia Nacional da Matemática, 06 de maio. Esse notório dia que, no Brasil, é dedicado à matemática, surge como uma homenagem ao nascimento do autor Júlio César de Mello e Souza, mais conhecido pelo heterônimo de Malba Tahan, por sua grandiosa contribuição para o Ensino da Matemática. Seus livros são conhecidos por tornarem a disciplina mais interessante, divertida e desafiadora, trazendo formas pouco convencionais de trabalhar a matemática.

Foram semanas de preparação e organização em diversos quesitos até a sua realização, a fim de proporcionar experiências diversas, atraentes e educativas voltadas à matemática, de modo a apresentar novas perspectivas acerca da matemática, que transpassam as noções convencionalmente vistas em sala de aula e estejam presente materialmente nas vivências cotidianas dos estudantes.

Para isso, os licenciandos buscaram ter um embasamento teórico a partir de leituras realizadas sobre temas como metodologias de ensino, criatividade matemática e tecnologias no ensino de matemática. Também foram apreciados debates sobre temáticas e pesquisas ligadas a novas estratégias no ensino da disciplina e foi feito um levantamento de sites ou aplicativos que possibilitem trabalhar algum conteúdo matemático.

Após esse momento inicial, em duplas, eles confeccionaram jogos e materiais didáticos relacionados a algum conteúdo de matemática desenvolvido nos anos finais do

Ensino Fundamental. O motivo da escolha ter sido alguns temas relacionados ao ensino fundamental, foi visando a revisão de alguns conteúdos que são pré-requisitos para conteúdos do ensino médio, como operações com frações, números decimais, equações, geometria, dentre outros.

Ao final, os bolsistas e monitores da licenciatura apresentaram, validaram e ajustaram uma série de jogos e oficinas simultaneamente, incluindo ferramentas, jogos, estratégias e correlatos (físicos e virtuais) voltados à matemática, sendo alguns de sua autoria, outros adquiridos para a ocasião e também foram utilizados recursos educacionais já pertencentes à instituição de ensino.

No dia do evento, as atividades foram divididas em 3 momentos: oficinas, jogos e desafios, exposição de pesquisas dos estudantes do ensino Médio e uma palestra sobre “Matemática das coisas”. Os alunos do Ensino Médio foram organizados de modo que participassem de todas as atividades oferecidas.

Para a realização, na sala de informática ocorreu a Oficina de criação de jogos de matemática como o *WorldWall* e, na área de convivência, haviam “estações” com jogos matemáticos confeccionados pelos PIBIDIANOS. Em cada um desses ambientes, haviam pelo menos dois PIBIDIANOS organizando e instruindo os alunos durante a realização das atividades.

Os quadros a seguir apresentam os horários e um resumo das atividades realizadas no **Workshop – dia da matemática**.

**Quadro 01 - Horário das atividades**

| Atividade                       | Horário        |
|---------------------------------|----------------|
| Jogos e Oficinas                | 7h40 às 11h30  |
| Exposição de Trabalhos          | 11h30 às 12h20 |
| Palestra: Matemática das coisas | 12h20 às 13h10 |

Fonte: Produzido pelos autores

**Quadro 02 - Cronograma das atividades**

| Nome                  | Tipo    | Descrição                                                                                                                                                                                     |
|-----------------------|---------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Vale Tudo             | Jogo    | Desafios teóricos e práticos de conteúdos referente a disciplina de matemática em uma dinâmica em grupo, cuja finalidade é subtrair a pontuação do adversário e adicionar à própria pontuação |
| Worldwall             | Oficina | Construção de jogos didáticos direcionados à gamificação de componentes curriculares da disciplina de Matemática utilizando a plataforma Wordwall.                                            |
| O caminho dos restos  | Jogo    | Aprimorar a habilidade em realizar divisões entre números naturais.                                                                                                                           |
| Matemática com dardos | Jogo    | Jogo com o objetivo de aprimorar as habilidades em resolver operações de matemática utilizando o jogo de dardos e revisar os conceitos de conjuntos numéricos.                                |
| Os 21 vasos.          | Desafio | Situação problema que permite retomada de conhecimentos adquiridos, propõe a discussão de questionamentos e/ou utiliza estratégias distintas para a sua resolução.                            |

Fonte: Produzido pelos autores

As descrições e informações sobre as oficinas oferecidas e sua execução estão detalhadas no seguinte *link*:

[https://docs.google.com/document/d/1ABqnpXn1CAa9dalw\\_R81Hjn56pWppp3aJoahIqGfmbQ/edit](https://docs.google.com/document/d/1ABqnpXn1CAa9dalw_R81Hjn56pWppp3aJoahIqGfmbQ/edit)

**Figura 1 - Oficinas de jogos**



Fonte: Produzido pelos autores

Neste evento, também houve um momento dedicado à exposição de trabalhos desenvolvidos pelos estudantes da turma do 3º ano do Ensino Médio Integrado ao Meio Ambiente. Esses trabalhos consistiam em pesquisas e análises estatísticas sobre problemas relacionados ao meio ambiente. Aqui, cada grupo de estudantes apresentou aos demais colegas de cursos e instituição os detalhes de seu trabalho, destacando o problema ambiental detectado, a motivação para pesquisar e registrar, a metodologia utilizada e resultados obtidos.

**Figura 2 - Exposição de pesquisas dos estudantes.**



Fonte: Produzido pelos autores

No final do evento, todos os estudantes foram conduzidos ao auditório para uma palestra denominada “Matemática das coisas” produzida e conduzida pelo Prof. Dr. Mateus Gianni Fonseca<sup>4</sup>. Foi um momento muito enriquecedor com discussões sobre a matemática presente nas mais diversas experiências do nosso dia a dia, tais como: relação entre o nome do software de buscas Google com o número de googol ( $10^{100}$ ), como determinar a altura de um edifício com o auxílio de um barômetro?, regra dos três terços em fotografias, a geometria presente na sigla dos Institutos Federais, angulação incorreta do pescoço e suas consequências, dentre outras. O evento encerrou com a distribuição de doces identificados com reflexões de autores matemáticos brasileiros e estrangeiros.

---

<sup>4</sup> Graduado em Matemática pela Faculdade Santa Terezinha (Fast/2008); Especialista em Matemática, suas Tecnologias e o Mundo do Trabalho pela Universidade Federal de Piauí (IFPI/2022); e Mestre e Doutor em Educação pela Universidade de Brasília (UnB/2014 e 2019)



**Figura 3 - Palestra “Matemática das coisas”**



Fonte: Produzido pelos autores

## REFLEXÕES FINAIS

O evento proposto cumpriu as expectativas almejadas, visto que foi perceptível o envolvimento dos alunos durante todas as atividades. Mostrou que atrelar as aulas expositivas às atividades lúdicas é uma ótima opção para auxiliar o processo de ensino e aprendizagem, além de evidenciar que com atividades relativamente simples confeccionadas com materiais de baixo custo é possível movimentar toda a escola em prol da aprendizagem. Além disso, comprova a importância do trabalho em equipe e do envolvimento necessário de todos os departamentos da instituição para a propagação do ensino de qualidade e eficaz.

Os depoimentos dos participantes, durante e após a realização das oficinas, levam a crer que houve resultados positivos e repercussões significativas. Dentre elas, pode-se destacar a redescoberta de possibilidades: de novas abordagens de ensino; de execução de ensino integrado; de geração de ambiente de trabalho em equipe; de tratamento interdisciplinar dos conteúdos, partindo de situações reais e concretas; de desenvolvimento de atitudes críticas; de articulação entre teoria e prática.

Outro quesito importante de destacar é que esse tipo de proposta aproxima os futuros professores de matemática ao seu futuro campo de atuação e mostra que a prática docente deve ser constantemente atualizada e adaptada conforme a necessidade dos discentes. Portanto, esse relato é mais uma comprovação que atividades diferenciadas, bem planejadas e, se possível, realizadas fora da sala de aula despertam a curiosidade e facilitam o aprendizado da maior parte dos alunos.

## REFERÊNCIAS

AGRANIONI, N. T.; SMANIOTTO, M. Jogos e aprendizagem matemática: uma interação possível. In: **o jogo matemático como recurso para a construção do conhecimento**. SELVA, Kelly Regina. Disponível em: [http://www.projetos.unijui.edu.br/matematica/cd\\_egem/fscommand/CC/CC\\_4.pdf](http://www.projetos.unijui.edu.br/matematica/cd_egem/fscommand/CC/CC_4.pdf)



## O EJA SOB A PERSPECTIVA DE LICENCIANDOS EM MATEMÁTICA

Maianne Riqueza Luz<sup>1</sup>

Marcos Leão Neves<sup>2</sup>

Jose Marcos Gomes do Santos<sup>3</sup>

**RESUMO:** O presente trabalho foi desenvolvido a partir da análise de um período de estágio na Educação de Jovens e Adultos (EJA). Durante o estágio no ensino Fundamental II, na turma de Eixo V, na zona rural de Caetité/BA, observamos a necessidade de implementar metodologias de ensino motivadoras para manter os alunos interessados e evitar a evasão escolar. Um exemplo visto foi o projeto "Pão na Escola", o qual teve caráter interdisciplinar, integrando conteúdos de Ciências, Matemática, História e Artes; também demonstrou a aplicação dos conhecimentos adquiridos em sala de aula em situações do cotidiano, além de fomentar o desenvolvimento de habilidades relacionadas ao empreendedorismo. Essa experiência destacou os desafios do EJA, como a evasão escolar e a importância de uma prática docente resiliente e inovadora, adaptando currículos e metodologias à realidade dos alunos para tornar o ensino mais significativo e eficaz.

**Palavras-chave:** educação de jovens e adultos (EJA), prática docente, motivação dos alunos.

### EIXO TEMÁTICO

(X) T4: Ensino de Matemática na Educação de Jovens e Adultos e nos cursos técnicos integrados ao Ensino Médio

### INTRODUÇÃO

O acesso à educação gratuita para todas as idades é citado de maneira primordial na Constituição de 1988. Já a educação no EJA foi criada oficialmente no país por meio da Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional, a LDB, em 1996, com o objetivo de atender à demanda de atendimento aos jovens e adultos que não conseguiram acessar ou finalizar os estudos na idade escolar própria. Esse processo legislativo foi e é fundamental na inserção da população que tem idade avançada ao espaço educacional, contribuindo muito para o progresso individual e coletivo da sociedade, favorecendo mudanças significativas de realidades de estudantes.

Experenciar a vida acadêmica constituiu para nós um encontro com a realidade que alargava nos horizontes: a possibilidade da docência, de transbordar, trazer à tona ideários e concepções que estão imbricados ao fazer docente. Movida pela ideia e a

<sup>1</sup> Graduanda em Licenciatura em Matemática; Universidade do Estado da Bahia/UNEB, Caetité, Bahia, Brasil.

<sup>2</sup> Graduando em Licenciatura em Matemática; Universidade do Estado da Bahia/UNEB, Caetité, Bahia, Brasil; marcosleoa012@gmail.com.

<sup>3</sup> Graduando em Licenciatura em Matemática; Universidade do Estado da Bahia/UNEB, Caetité, Bahia, Brasil; josemarcosuneb@gmail.com.

vontade de conhecer todas as áreas que o professor pode atuar durante a matéria de Estágio, que é uma etapa na qual se verifica realmente a prática docente e se formula e concretiza aparte do que é constituído durante a formação acadêmica como também aparte de saberes do cotidiano que o estagiário vai se concretizando durante sua formação (detalhar os dados do estágio).

Desse modo, tivemos a oportunidade de conhecer a Educação de Jovens e adultos. Essa experiência foi um diferencial em todo nosso percurso acadêmico, uma vez que pudemos sentir a realidade do EJA, que não é uma tarefa fácil, pois antes de adentrar a sala de aula e começar o conteúdo, precisamos compreender o perfil da turma, que tem peculiaridades em todos os sentidos. Nesse sentido, entramos em um grande questionamento: “Por que as pessoas optam em voltar para escola depois de tanto tempo?”. De imediato, deduzimos que o retorno dessas pessoas à escola, por vez depois de anos sem estudar, podem ter motivos diversos, como a simples realização de um sonho que seria terminar os estudos ou até mesmo pelo desejo de ajudar os filhos nas tarefas escolares. Logo, observamos que são múltiplos os fatores que trazem os estudantes às salas de aula novamente, mas certamente todos eles desejam algo novo para suas vidas, e vêem na educação uma forma concreta para realizarem o objetivo almejado.

Essa etapa de formação docente não foi uma tarefa fácil, mas procuramos sempre dar o nosso melhor. Embora tenhamos cometido falhas, sabemos que ainda temos muito a aprender, pois é a partir de erros que vamos nos moldando e tornando futuros professores mais eficientes e com maior potencial de fazer com que os alunos tenham as melhores condições para aprenderem.

Durante essa etapa formativa nos deparamos com a real situação do ensino público: precária. No entanto, isso não retirou o nosso foco e não nos esmorecemos, já que a esperança no melhor para nossos alunos nos acompanhava, pois como o Educador e Escritor Paulo Freire afirma “não era esperançoso por teimosia, mas por imperativo histórico e existencial” (Freire, 2011, p.14). Esse pequeno fragmento mostra-nos a necessidade de sempre se manter motivado pelo progresso e desenvolvimento de nossos estudantes.

Aquilo que é novo sempre brilhou sobre os nossos olhos e sempre procuramos mudanças para que cada aluno se sentisse acolhido perante suas peculiaridades. Contudo, infelizmente, começamos a nos deparar com cenário desanimadores. Um deles envolvia os alunos mais novos: muitas das vezes, eles só iam para a escola pela balbúrdia, atrapalhando os demais que tinham o desejo de estudar mesmo após um dia cansativo de trabalho. O outro, e o pior entre todos, era a evasão escolar, que, lamentavelmente, é algo corriqueiro nessa modalidade de ensino.

## RELATO

O EJA (Educação de Jovens, Adultos e Idosos) sempre foi uma modalidade de ensino que me despertou interesse em atuar, pois é uma realidade totalmente diferente da apresentada no ensino regular. Nesse sentido, ao iniciar a disciplina de Estágio III, não houve dúvidas, escolhi estagiar numa turma de EJA, especificamente, uma turma de Eixo V. Essa pertencia à uma escola localizada na zona rural da cidade de Caetité/BA, mais especificamente, no distrito de Maniaçu. Como toda escola que oferece o EJA, nessa

também havia a busca por métodos de ensino que mantivessem os alunos motivados e matriculados ao longo do ano letivo, evitando, assim, a evasão escolar; algo que, infelizmente, é corriqueiro nessa modalidade de ensino, visto que, de modo geral, as turmas começam o ano com cerca de 35 alunos e quando se finda o ano, esse número é substancialmente reduzido, ou seja, poucos são os alunos que chegam ao término do aluno letivo.

Como de praxe da disciplina de Estágio III, passamos uma semana observando a turma e uma semana coparticipando das aulas com as nossas professoras regentes. Essas duas semanas foram extremamente benéficas, pois pudemos conhecer, mesmo que superficialmente, o perfil dos alunos, possibilitando-nos pensar em metodologias eficientes para ensinar os conteúdos matemáticos para eles durante o nosso período de regência.

Na nossa segunda semana de regência tivemos a oportunidade de conhecer o projeto promovido pela escola, denominado “Pão na Escola”. Esse projeto tinha como intuito trabalhar diversos conteúdos educacionais nas várias disciplinas da grade curricular: em ciências, o estudo dos processos químicos da fermentação e propriedades nutricionais dos ingredientes; em matemática, o cálculo de proporções e medidas; em história, a pesquisa sobre a origem do pão e sua importância em diferentes culturas; e em artes, a criação de embalagens e etiquetas para os pães. Ademais, o projeto objetivava desenvolver habilidades práticas relacionadas ao empreendedorismo, de modo a incentivar aqueles que não possuíam algum tipo de renda, fazerem pães e comercializá-los em suas casas. Além de todos esses benefícios, o projeto visava aproximar os alunos, o corpo docente e de funcionários da escola, uma vez que cada um deles estava envolvido, de certa forma, no projeto.

O projeto “Pão na Escola” foi uma oportunidade prática para os alunos aprenderem sobre a produção dos alimentos. Contudo, antes de colocarmos a mão na massa, trabalhamos conceitos matemáticos (unidades de medidas de massa e volume) em sala de aula, para que no momento da produção dos pães, eles pudessem perceber que o conteúdo aprendido na sala está presente constantemente no dia a dia, mesmo que, na maioria das vezes, nem se perceba. Assim sendo, o projeto pode ser sintetizado em três etapas:

1. Trabalhar unidade de medidas de massa e volume com os alunos em sala de aula para eles ter uma compreensão inicial do conteúdo;
2. Solicitar que os alunos pesquisem receitas de pães e tragam-nas para a escola, nos dias pré-estabelecidos, para que a escola compre os ingredientes necessários em cada uma delas;
3. Produzir o pão.

Os resultados obtidos com a realização desse projeto nos animaram bastante, foi muito gratificante ver os alunos motivados, participando ativamente em cada etapa da atividade, usando aquilo que haviam visto na sala de aula em uma tarefa prática do cotidiano: produzir pães.

### Imagens da Oficina do Pão na escola



Fonte: fotos registradas pelos professores

Nesse viés, fica evidente que o ensino no EJA se torna mais significativo para os alunos quando se atrela o ato de ensinar a algum projeto social ou atividade dinâmica proposta aos alunos, pois, segundo Mello (1983):

A adaptação dos conteúdos, metodologias de ensino e avaliação à realidade da clientela escola; a criação de recursos de ensino adequados às demandas específicas de cada unidade; a participação nas decisões mais amplas sobre planejamento currículo e avaliação e muitas outras atividades que ainda cabe ao professor requerem preparo e senso crítico. (Mello, 1983, p.71)

É nítido que para o processo de ensino ser eficiente para os alunos, não basta somente o professor saber e dominar o conteúdo a ser passado, ele deve se valer de metodologias que façam com que seus alunos assimilem os conteúdos de modo mais significativo, assim como ocorreu na atividade prática do projeto “Pão na Escola”, na qual os alunos foram “desafiados” a enxergarem e aplicarem o conteúdo aprendido durante as aulas em sala de aula, em uma situação do cotidiano. Sem dúvida alguma, pode-se afirmar que essa ação fez com que eles alcançassem um aprendizado mais significativo, o que é a meta no cenário atual de ensino-aprendizagem.

### REFLEXÕES FINAIS

A experiência de estagiar na Educação de Jovens e Adultos (EJA) nos proporcionou uma visão ampliada e profunda da prática docente, destacando os desafios únicos e as recompensas desta modalidade de ensino. Enfrentar a realidade do EJA exigiu de nós uma compreensão profunda do perfil dos alunos, que retornam à escola com as mais variadas motivações e histórias de vida, desde a busca pela realização pessoal, até a necessidade de melhores oportunidades de trabalho ou o desejo de ajudar seus filhos nos estudos.

A jornada no EJA também revelou desafios significativos, como a evasão escolar e a presença de alunos desmotivados. Enfrentar essas dificuldades reforçou a importância da resiliência, da criatividade e do compromisso contínuo com a educação de qualidade.

Para aprimorar a EJA, é essencial adaptar os currículos e metodologias às realidades dos alunos, desenvolver atividades que promovam a participação ativa, proporcionar formação continuada aos professores, melhorar a infraestrutura escolar. Por fim, a experiência no EJA nos mostrou que, com empenho e inovação, é possível transformar desafios em oportunidades de aprendizado significativo, contribuindo para a realização dos objetivos dos alunos e para o crescimento dos educadores.

## REFERÊNCIAS

- Brasil. Constituição (1988). **Constituição da República Federativa do Brasil**. Brasília, DF: Senado Federal, 1988.
- Brasil. Presidência da República. Casa Civil. Lei nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996. **Estabelece as diretrizes e bases da educação nacional**. Diário Oficial da União, Brasília, DF, 23 dez. 1996.
- FREIRE, Paulo. **Esperança radical**. 1. ed. São Paulo: Paz e Terra, 2011. p. 14.
- MELLO, Guiomar Namó de. **Magistério de 1º grau :da competência Técnica ao compromisso**. São Paulo, Cortez/associados,1982 [10.ed. cortez,1993].



## IMPLEMENTAÇÃO DE UM TAREFA PARA A FORMAÇÃO SOBRE MEDIDAS DE TENDÊNCIA CENTRAL COM FOCO NOS PROCEDIMENTOS DE OBTENÇÃO DA MEDIANA

Anderson Luiz Lunardelli<sup>4</sup>  
Miguel Ribeiro<sup>5</sup>

**RESUMO:** O uso de tarefas é frequente nas aulas de matemática, amparando a prática do professor de matemática. Todavia, a escolha de tarefas potentes que desenvolvam, de fato, o conhecimento matemático dos alunos é um desafio, pois requer do professor conhecimento matemático especializado para selecionar, adaptar e implementar a tarefa. Este relato de experiência discute um recorte da aplicação de uma Tarefa para Formação implementada no contexto formativo em uma disciplina na licenciatura em matemática, focando na discussão e desenvolvimento do conhecimento especializado dos futuros professores relativo aos procedimentos de obtenção da mediana.

**Palavras-chave:** tarefa para formação, mediana, conhecimento especializado.

### EIXO TEMÁTICO

T5: Formação inicial e continuada de professores de Matemática

### INTRODUÇÃO

Desenvolver o conhecimento dos futuros professores é de extrema importância, uma vez que esse conhecimento é o fator que mais impacta nos resultados (e aprendizagem) dos alunos. Sendo assim, tem-se a necessidade da elaboração de tarefas que sejam matematicamente potentes para desenvolver o pensamento matemático dos alunos (Ribeiro; Almeida; Mellone, 2021). Estas tarefas necessitam de um cuidado especial em momentos de introdução a cada tópico, como também, nos tópicos que são mais problemáticos para os alunos. Dentre os diferentes tópicos matemáticos, a mediana é um daqueles que são entendidos como fáceis para os alunos, mas que o entendimento conceitual e procedimental associado à determinação do seu valor nem sempre é desenvolvido. Assim, para que possamos fazer diferente do que tem sido feito – possibilitar que os alunos efetivamente entendam o que fazem e por que o fazem –, é fundamental desenvolver o conhecimento do (futuro) professor considerando as especificidades da sua prática matemática futura, também, no âmbito da mediana.

Dentre a multiplicidade de conceitualizações de conhecimento do professor utilizamos o *Mathematics Teacher's Specialized Knowledge* – MTSK (Carrillo *et al.*, 2018), assumindo as especificidades do conhecimento do professor no âmbito do

<sup>4</sup> Mestrando no Programa de Pós-Graduação Multiunidades em Ensino de Ciências e Matemática; Universidade Estadual de Campinas / Unicamp, Campinas, SP, Brasil. [andersonluizlunardelli@gmail.com](mailto:andersonluizlunardelli@gmail.com).

<sup>5</sup> Doutor em Educação Matemática; Universidade Estadual de Campinas/ Unicamp, Campinas, SP, Brasil. [cmribas78@gmail.com](mailto:cmribas78@gmail.com)



conhecimento matemático e pedagógico. Para desenvolver esse conhecimento têm sido conceitualizadas as denominadas Tarefas para a Formação – TpF (Ribeiro; Almeida; Mellone, 2021). Neste relato apresentamos um recorte da aplicação de uma TpF evidenciando as discussões referente aos procedimentos para a obtenção da mediana e o desenvolvimento do conhecimento especializado dos futuros professores.

## **ALGUMAS DISCUSSÕES TEÓRICAS**

A aplicação de tarefas sustenta a prática do professor de matemática no desenvolvimento de tópicos com seus alunos, sendo assim, necessitamos que, a partir dessas tarefas, seja possível promover discussões que desenvolvam o pensamento matemático dos alunos (Ribeiro; Almeida; Mellone, 2021). Logo, para a escolha dessas tarefas matematicamente potentes, o professor necessita de conhecimento especializado que lhe permita explorar, adaptar e implementar as tarefas para discussões que efetivamente levarão os alunos a pensar matematicamente. Assim, considerando que essa especificidade estará presente na prática profissional e no conhecimento do professor de matemática, assumimos esse conhecimento segundo o MTSK (Carrilo *et al.*, 2018).

Em relação ao tópico das Medidas de Tendência Central (MTC), temos a mediana, definida como a “medida que divide este conjunto em duas partes iguais” (Pereira; Tanaka, 1984, p. 79), podendo-se focar para discussão e elaboração de uma TpF no procedimentos para obtê-la, uma vez que o mesmo depende da quantidade de dados e necessita da ordenação dos mesmo – o que torna o procedimento uma das maiores dificuldades dos alunos em relação a esse tópico (Cobo; Batanero, 2000; Cazorla; Utsumi; Santana, 2020; Boaventura; Fernandes, 2004). Considerando a centralidade do conhecimento do professor na prática matemática (Ribeiro *et al.*, 2022), para ajudar a ultrapassar essas dificuldades dos alunos, a formação especializada é fundamental e, considerando essa centralidade têm sido utilizadas as TpF (Ribeiro; Almeida; Mellone, 2021). Essas TpFs são compostas tipicamente por duas ou três partes (Parte Preliminar, Parte I e Parte II) em que cada uma delas possui um foco especializado distinto.

## **CONTEXTO**

Esse relato de experiência trata-se de um recorte da descrição da implementação de uma TpF utilizada na coleta de informações de uma pesquisa de mestrado intitulada “Conhecimento matemático especializado revelado por futuros professores de matemática dos anos finais e ensino médio no tópico de Medidas de Tendência Central” que tem por objetivo identificar o conhecimento especializado revelado por futuros professores em relação a (i) definição, propriedades e fundamentos e (ii) procedimentos nas MTC. A TpF foi implementada em uma disciplina da licenciatura em matemática intitulada “Educação Matemática Escolar II” em maio de 2024, com uma turma de 15 futuros professores de Matemática.

A TpF implementada é composta por três questões na Parte Preliminar, duas questões da Tarefa do Aluno, que totalizavam sete itens, e três questões ao professor, totalizando dez itens. Entretanto, aqui focamos, somente, em três delas direcionadas a desenvolver o conhecimento associado a procedimentos para obtenção da mediana (Quadro 1).

**Quadro 1 – Tarefa para a Formação****Compreendendo Medidas de Tendência Central****Parte Preliminar**

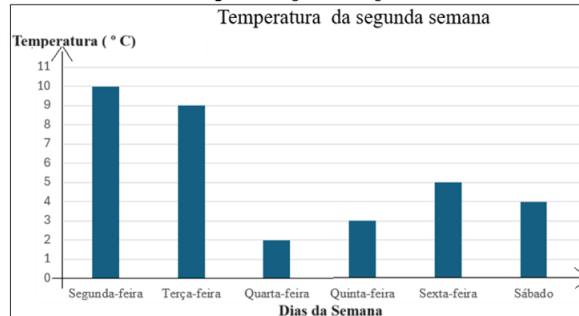
[...] 2) Imagine que você vai iniciar seu novo trabalho como professor em uma turma que está aprendendo sobre mediana. Como você explicaria os procedimentos para obtê-la em um conjunto de dados? [...]

**Parte I****Tarefa: Férias em Matemalândia**

[...]

**Figura 1. Registro de Melissa**

| Dia da semana | Temperatura em graus Celsius ( $^{\circ}\text{C}$ ) |
|---------------|-----------------------------------------------------|
| Segunda-feira | 8                                                   |
| Terça-feira   | 12                                                  |
| Quarta-feira  | 9                                                   |
| Quinta-feira  | 12                                                  |
| Sexta-feira   | 8                                                   |
| Sábado        | 8                                                   |
| Domingo       | 6                                                   |

**Figura 2. Registro de Miguel**

Com base nos registros de Melissa e Miguel, responda:

[...] b) Deseja-se separar as temperaturas em dois grupos com mesma quantidade de elementos, sendo que em um desses grupos deve haver os maiores valores e no outro, os menores. Qual o valor central que separa esses grupos nos registros de Melissa? E nos registros de Miguel? Mostre como obteve o resultado.

[...]

2) [...]

| Temperatura (em $^{\circ}\text{C}$ ) | Quantidade de dias |
|--------------------------------------|--------------------|
| 10                                   | 2                  |
| 8                                    | 5                  |
| 5                                    | 2                  |
| 4                                    | 1                  |
| 3                                    | 1                  |
| 2                                    | 2                  |
| 0                                    | 2                  |

Assim, vamos analisar as informações do Tio Ander respondendo algumas perguntas:

[...] b) Qual temperatura ocupa a posição central dividindo as temperaturas em dois grupos com valores menores/iguais ou maiores/iguais a ela?

(Perguntas aos professores)

[...] (ii) Para as questões 1(b); 1(d); 2(a); 2(b) e 2(c), indique quais que considera serem as maiores dificuldades dos alunos ao as resolverem. Justifique de forma adequada cada uma dessas dificuldades considerando as suas experiências anteriores.

Fonte: os autores (2024)

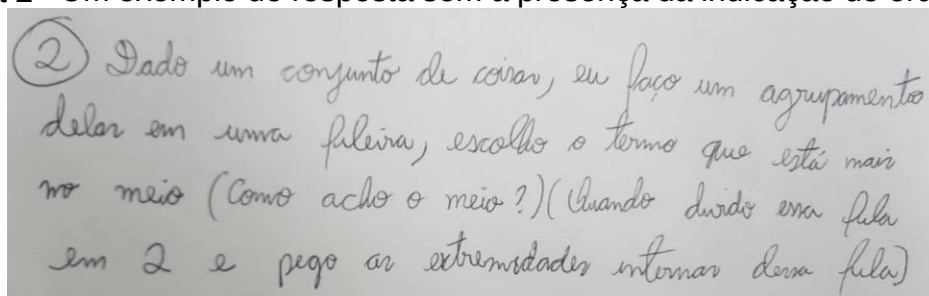
A pergunta que se encontra na Parte Preliminar busca aceder e desenvolver o conhecimento dos futuros professores referente aos procedimentos matemáticos para determinar o valor da mediana. As questões da Parte I têm por base a tarefa para o aluno e, as que se discutem aqui, buscam possibilitar que os futuros professores identifiquem possíveis dificuldades dos alunos para resolver a tarefa e como superar essas dificuldades associadas aos procedimentos para obter o valor da mediana.

## IMPLEMENTAÇÃO E DISCUSSÃO DA TpF

Durante a implementação, a Parte Preliminar (Ver Quadro 1), foi respondida de forma individual, possibilitando que cada futuro professor revele o conhecimento referente ao procedimento geral<sup>3</sup> para a obtenção da mediana. As discussões em grande grupo ocorreram, somente, após a resolução de toda a TpF. Na discussão da questão 2 da Parte Preliminar, apresentaram-se algumas respostas<sup>4</sup> dos participantes para discutir se os procedimentos efetuados eram suficientes para obter a mediana de qualquer conjunto de dados, e dentre as diferentes respostas identificaram-se, também, algumas questões problemáticas no conhecimento dos futuros professores:

- (i) falta de indicação da ordenação dos dados;
- (ii) inclusão de possíveis definições de mediana junto ao procedimento,
- (iii) presença de exemplos para apresentar os procedimentos e
- (iv) escrita de forma algébrica para indicar os elementos.

**Figura 1** - Um exemplo de resposta sem a presença da indicação de ordenação



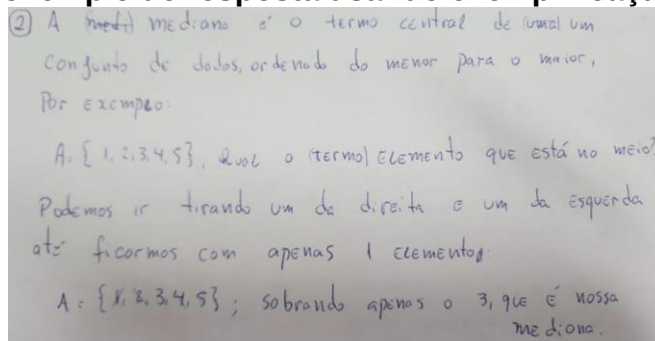
Fonte: os autores (2024)

Ao apresentar esse procedimento foi questionado, entre outros: “será que apenas encontrar o valor do meio é o suficiente para encontrar a mediana?”; “qual a definição de mediana?”. Tais questionamentos buscaram evidências de que a ausência de ordenação promoveria apenas o encontro de um elemento que estivesse no meio do conjunto de informações, mas não necessariamente a mediana. De forma associada foi questionado: “é necessário apresentar a definição junto ao procedimento?”; “se tem nomes distintos elas podem ser consideradas as mesmas coisas uma vez que pergunta pedia apenas o procedimento?”; “falar que a mediana é valor central ou o valor do meio é o suficiente para encontrar esse valor?”. A discussão em torno dessas perguntas possibilitou desenvolver o conhecimento dos participantes de que os procedimentos devem buscar se concentrar em apresentar etapas que determinem um valor numérico que satisfaça a definição de mediana. Outra discussão relacionou-se com o uso de exemplos para apresentar os procedimentos (Figura 2).

<sup>3</sup> Procedimento geral refere-se ao procedimento escrito de forma generalizada sem necessariamente o uso de exemplos para descrevê-lo.

<sup>4</sup> Foram escolhidas as respostas potentes para a discussão, iniciando pelas mais incompletas ou com equívocos para as mais próximas do esperado.

**Figura 2 - Um exemplo de resposta usando exemplificação para explicar**



Fonte: os autores (2024)

Em relação a esse tipo de procedimentos foram levantadas questões do tipo “dar um exemplo é descrever os procedimentos gerais de algo?”; “por meio dessa apresentação de procedimento é possível obter a mediana de qualquer tipo de conjunto?” – discutindo-se, assim, a necessidade de apresentar procedimentos de forma mais generalizadas.

Quanto à discussão das perguntas da Parte I, em 1b) os participantes questionaram que sentiram falta da palavra “mediana”, discutindo que a questão poderia ser simplificada apenas com algo do tipo “determine o valor da mediana de cada conjunto”, e, então, questionou-se se “pedir para calcular algo previamente apresentando o algoritmo auxilia no desenvolvimento do conhecimento matemático?”; “qual a relevância da nomenclatura na pergunta?”; “é possível inserir o nome dessa medida durante a discussão da resolução?” – perguntas desse tipo geraram um “desconforto cognitivo” entre os participantes que os leve a parar e pensar. Em 2b) a discussão focou nas dificuldades dos alunos (interpretar os dados em tabela de frequência) e em “como superar essa dificuldade?”, tendo considerado como opção central converter a tabela em lista.

Após as discussões, os futuros professores sintetizaram que os elementos fundamentais nos procedimentos para determinar a mediana são: ordenação dos dados; indicação da posição da mediana e diferenciação do procedimento para quantidade par ou ímpar de elementos.

## REFLEXÕES FINAIS

A implementação da TpF se mostrou desafiadora enquanto formador de professores em formação para efetuar questões matemáticas que se tornem pedagogicamente potentes para desenvolver o conhecimento especializado, bem como, guiá-los por meio de perguntas a questionarem suas próprias respostas e gerir o silêncio. Foi possível observar, também, que esse tipo de discussão, no âmbito formativo, é essencial para que ao implementar a tarefa com os alunos o professor consiga de fato desenvolver o pensamento matemático acerca da mediana.

## AGRADECIMENTOS

O presente trabalho forma parte do projeto de pesquisa financiado pelo CNPq

“Desenvolvimento do Conhecimento Interpretativo e Especializado do professor e suas relações com as Tarefas para a Formação no âmbito da Medida, e do Pensamento Algébrico, Geométrico e Estatístico” (404959/2021-0).

## REFERÊNCIAS

- BOAVENTURA, M. G.; FERNANDES, J. Dificuldades de alunos do 12.º ano nas medidas de tendência central: O contributo dos manuais escolares. **Actas do I Encontro de Probabilidades e Estatística na Escola**, p. 103-126, 2004.
- CARRILLO, J. *et al.* The mathematics teacher's specialised knowledge (MTSK) model. **Research in Mathematics Education**, v. 20, n. 3, p. 236–253, 2018.
- CAZORLA, I. M.; UTSUMI, M. C.; SANTANA, E. Statistics performance of elementary and middle school students in the context of D-Estat. **Zetetiké, Campinas, SP**, v. 28, p. 1-25, 2020.
- COBO, B.; BATANERO, C. La mediana en la educación secundaria obligatoria: ¿un concepto sencillo. **Uno**, v. 23, p. 85-96, 2000.
- PEREIRA, W.; TANAKA, O. K. **Elementos de Estatística**. São Paulo: McGraw- Hill do Brasil, 1984, p. 309.
- RIBEIRO, M.; ALMEIDA, A.; MELLONE, M. Conceitualizando tarefas formativas para desenvolver as especificidades do conhecimento interpretativo e especializado do professor. **Perspectivas da Educação Matemática**, v. 14, n. 35, p. 1-32, 2021.
- RIBEIRO, M. *et al.* Interpretative knowledge of prospective kindergarten and primary teachers in the context of subtraction. *Acta Scientiae*. **Revista de Ensino de Ciências e Matemática**, v. 24, n. 3, p. 1-31, 2022.



## EXPERIÊNCIAS COM O USO DE VÍDEOS NA FORMAÇÃO INICIAL E CONTINUADA PARA PROFESSORES

Bruna Oliveira Falsoni<sup>1</sup>  
Eduarda de Paula Gomes da Silva<sup>2</sup>  
Gustavo Oliveira Alves<sup>3</sup>

**RESUMO:** Inserido num projeto maior da Fapesp (projeto 2022/06882-4, Edital Proeduca), a proposta desenvolvida pela equipe envolve o uso de vídeos como recurso na formação de professores, mais especificamente, de professoras dos Anos Iniciais de uma Escola Municipal de Campinas, nas aulas de aritmética. Essa proposta, ainda, é dividida em três instâncias: (a) análise, seleção e edição de vídeos em sala de aula; (b) categorização dos vídeos; (c) análise do uso dessa ferramenta para a formação de professores. Com o recurso de vídeo apoiado nessa análise e categorização, começamos a construir um conjunto de recortes que poderiam destacar situações interessantes de sala de aula, podendo gerar discussões sobre diversos temas dentro da Educação Matemática: entender e debater erros dos alunos, gestão de sala e aula e discutir possibilidades de abordagens e tratamento dos temas que são abordados em sala de aula (neste caso, sobre aritmética).

**Palavras-chave:** análise de vídeos, formação de professores, educação matemática, ensino.

### EIXO TEMÁTICO

( X ) T5: Formação inicial e continuada de professores de Matemática

### INTRODUÇÃO

O Ensino da Matemática na Educação Básica, esteja ela inserida no contexto brasileiro ou não, dedica-se, inicialmente, ao aprendizado das operações básicas (soma, subtração, divisão e multiplicação) por razões muito claras: são bases da alfabetização numérica, a numeracia. Assim, podemos dizer que o ensino da aritmética pode determinar o desempenho e engajamento dos estudantes nos conteúdos que se seguem na Matemática. Nesse contexto, a equipe deste projeto teve o interesse de pesquisar como se ensina essas operações nos Anos Iniciais, estudando literaturas sobre o tema.

Dentre os textos lidos e discutidos, a atenção da equipe foi direcionada ao uso de recurso de vídeo para a formação de professores. O diferencial dessa ferramenta vem da possibilidade de captar, em especial, interações ou situações dos alunos, do professor com um estudante ou com a classe que passariam despercebidas no cotidiano escolar.

<sup>1</sup> Graduando de Licenciatura em Matemática; Universidade Estadual de Campinas / Unicamp, Campinas, São Paulo, Brasil, b248471@dac.unicamp.br

<sup>2</sup> Graduando de Licenciatura em Matemática; Universidade Estadual de Campinas / Unicamp, Campinas, São Paulo, Brasil, e246436@dac.unicamp.br.

<sup>3</sup> Graduando de Licenciatura em Matemática; Universidade Estadual de Campinas / Unicamp, Campinas, São Paulo, Brasil, g246497@dac.unicamp.br

Também, com essa tecnologia, é possível interromper, reproduzir ou manipular o material gravado, podendo gerar discussões sobre temas como educação matemática e gestão de sala. Por esses motivos, a equipe escolheu entender melhor como esses vídeos podem contribuir com a formação dos professores quanto ao ensino da aritmética.

A partir disso, a equipe se divide em três vertentes: (a) Análise, seleção e edição dos registros gerados em sala de aula; (b) Categorização dos trechos editados; (c) Análise do uso destes vídeos no curso e suas contribuições para a formação de professores. Vale ressaltar que esse projeto tem um objetivo maior: a criação de um curso de formação continuada para professores, financiado pela Fapesp (projeto 2022/06882-4, Edital Proeduca).

No evento, propomos apresentar vídeos contendo três tipos de conteúdo: situações com foco no raciocínio, dúvidas ou erros de alunos; situações com foco na aula do professor (seja a exposição de um conteúdo ou a correção de alguma tarefa); e as gravações das reuniões com os professores da escola parceira, nas quais usamos os recortes para promover discussão.

## REFERENCIAIS TEÓRICOS

Apresentaremos a seguir os principais referenciais teóricos que embasaram nossa pesquisa.

- Conhecimentos do professor:

Usamos como base as ideias de Shulman (1986), sobre os três tipos de conhecimento de um professor: a) de conteúdo; b) curricular; e c) pedagógico. Falando brevemente sobre cada um deles, temos que: o conhecimento de conteúdo (*Content Knowledge - CK*) se refere à quantidade e organização dos saberes na mente do professor; o conhecimento curricular (*Curricular Knowledge*) consiste em toda a gama conhecida pelo professor de ferramentas disponíveis que podem ser utilizadas para abordar um conteúdo; e o conhecimento pedagógico (*Pedagogical Content Knowledge - PCK*) se refere ao conhecimento da matéria para ensino.

- Principais ideias da matemática:

Usamos os estudos de Van de Walle, os materiais do NCTM e a BNCC para selecionar os conteúdos matemáticos mais relevantes a serem notados nos vídeos, onde definimos: contagem, ordem, relações, aplicações e erros.

- Percepção dos professores:

O noticing do professor envolve dois processos. O primeiro é a capacidade deles selecionarem os eventos a que darão atenção em sala de aula, e o segundo consiste no significado atribuído a estes eventos, relacionando-os a episódios já ocorridos ao longo de sua experiência profissional (Sherin, 2011).

Percepção profissional precisamos formar um professor reflexivo, e praticar em sua formação a arte de poder rever sobre suas tomadas de decisões e também as decisões dos alunos. (Schön, 1992) Além disso, para uma reflexão eficaz das práticas pedagógicas, é importante o exercício do distanciamento, por isso a utilização de vinhetas de situações já vivenciadas pelos professores. (Darsie, 1996)



## RELATO

Para este projeto, iniciamos as gravações das aulas de matemática dos Anos Iniciais em uma escola pública parceira, EMEF/EJA Edson Luis Lima Souto, de Campinas, visando criar um acervo de vídeos com situações a serem analisadas. Primeiramente, precisamos nos atentar a momentos que contenham a organização e dinâmica em sala de aula, e também os conteúdos matemáticos mais relevantes para nosso estudo e como são ensinados, com base nos referenciais teóricos citados.

Para isso, semanalmente, a equipe do projeto está presente na escola parceira, em aulas das professoras parceiras, nesses dias temos as gravações de mais conteúdos para o acervo de vídeos. Em sala, a equipe cuida dos equipamentos de filmagem (câmera, tripé e microfones), buscando ter tanto trechos panorâmicos da sala completa como foco em algumas situações específicas.

Para auxiliar-nos na análise e seleção de trechos relevantes, a equipe do projeto definiu três dimensões a serem observadas: a) matemática-pedagógica; b) situações em sala de aula; c) sujeitos principais; e d) outros, que podem ser modificadas conforme andamento da pesquisa, já que é apenas uma definição inicial.

Por exemplo, abaixo comentaremos um pouco sobre três vídeos gerados, por aulas ou reuniões.

Um objeto concreto frequentemente utilizado na escola parceira é o “Material Dourado”, que consiste em diferentes peças que representam as unidades (blocos), as dezenas (tiras) e as centenas (placas). A Figura 1, por exemplo, mostra alunos do 4º ano jogando “Nunca 10”. O jogo de duplas consiste em usar os dados para marcar pontos, não podendo nunca haver 10 blocos, tiras ou placas. As peças são organizadas em uma folha, com uma tabela indicando as classes numéricas. A dupla vencedora é aquela que primeiro completar 100 pontos.

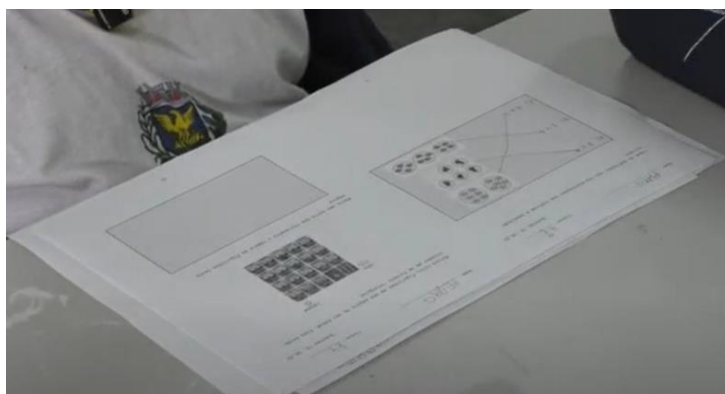
**Figura 1: Nunca 10**



Fonte: arquivo da equipe

Em outros registros, podemos analisar momentos com a execução de tarefas feitas pelos alunos. Como por exemplo, na figura 2, vemos o corte de um aluno realizando questões sobre as operações básicas, trabalhando tanto seus significados quanto algoritmos e estratégias de cálculo.

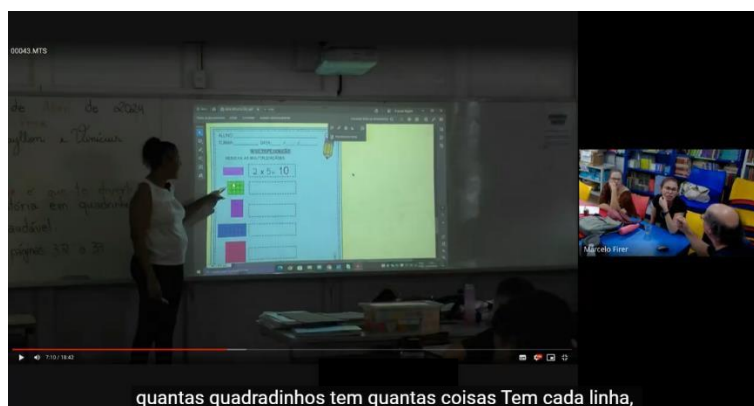
**Figura 2: Resolução de Exercício**



Fonte: Arquivo da equipe

Posteriormente a gravação e edição dos vídeos, temos a análise dos mesmos com as professoras em um encontro gravado, como por exemplo na figura 3 temos o encontro em que foi feita análise da aula de uma professora do 3º ano da escola parceira, nessa aula a professora desenvolve o conceito de multiplicação com arranjo geométrico. A análise é feita no encontro por outros professores sobre como foi trabalhado e qual foi o processo para os alunos compreenderem o desenvolvimento do conceito.

**Figura 3: Encontro com as professoras**



Fonte: Arquivo da equipe

As reuniões têm o objetivo de motivar professores a praticar em sua formação a arte de poder rever (*noticing*) sobre suas tomadas de decisões e também as decisões dos alunos. Além disso, para uma reflexão dessas práticas pedagógicas, é importante o exercício do distanciamento, por isso a utilização de vinhetas de situações já vivenciadas pelas professoras. Todos estes registros estarão disponíveis em nossa apresentação no evento.

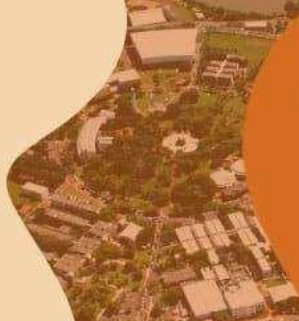
## REFLEXÕES FINAIS

A experiência como um todo agregou tanto para nós licenciandos quanto para as professoras parceiras do projeto. Inicialmente, tínhamos um certo receio com julgamentos e de criarmos um ambiente constrangedor, devido ao fato das reuniões serem usadas para analisar e promover debate entre as próprias professoras presentes nos vídeos. Apesar disso, com o tempo, a confiança entre todos os integrantes do projeto foi conquistada e estes encontros se tornaram muito produtivos. Assistir aos vídeos vem sendo muito interessante, pois temos a oportunidade de observar o raciocínio e processo de aprendizagem dos alunos, notando suas dificuldades. Além disso, analisamos as tomadas de decisão das professoras e adquirimos conhecimento sobre a gestão em sala de aula.

Outro ponto importante para nós foi poder comparar as análises, pois ao gravar, assistir e editar os vídeos já tínhamos diferentes percepções entre nossa própria equipe. Com os encontros, conseguíamos analisar as reflexões das professoras do projeto e fazer a comparação de percepções.

## REFERÊNCIAS

- DARSIE, M. M. P.; CARVALHO, A. M. P. de. O início da formação do professor reflexivo. *Rev. Fac. Educ.*, p. 90-108, 1996. <https://www.revistas.usp.br/rfe/article/view/33580>
- SCHÖN, Donald. Formar professores como profissionais reflexivos. Os professores e sua formação. Lisboa: Dom Quixote, v. 2, p. 77-91, 1992.
- SHERIN, M. G.; JACOBS, V. R. Situating the study of teacher noticing. In: **Mathematics teacher noticing**. Routledge, 2011. p. 33-44.
- SHULMAN, L. S. Those who understand: Knowledge growth in teaching. **Educational researcher**, v. 15, n. 2, p. 4-14, 1986.
- VAN DE WALLE, J. A.; KARP, K. S.; BAY-WILLIAMS, J. M. **Elementary and middle school mathematics**. Pearson, 2014.



## FORMAÇÃO DOCENTE EM CONSTRUÇÃO: RESIDÊNCIA PEDAGÓGICA EM ESCOLA DE ENSINO INTEGRAL<sup>1</sup>

Daniela Mariz Silva Vieira<sup>2</sup>

**RESUMO:** Apresentamos o relato da experiência do Subprojeto de Matemática do Programa Residência Pedagógica da Capes, dentro do âmbito do Projeto Institucional de Residência Pedagógica da Universidade de São Paulo. O subprojeto foi desenvolvido em uma escola estadual de ensino médio integral na cidade de São Paulo. Os/As residentes licenciandos/as desenvolveram atividades que envolveram apoio à professora preceptora, planejamento e realização de regências, além de ações em outras instâncias associadas à estrutura de uma escola de ensino integral. O eixo norteador das atividades foi a resolução de problemas, mas outras estratégias de ensino e aprendizagem foram abordadas, como o uso de jogos pedagógicos e recursos tecnológicos.

**Palavras-chave:** residência pedagógica, resolução de problemas, jogos pedagógicos.

### EIXO TEMÁTICO

( X ) T5: Formação inicial e continuada de professores de Matemática

### INTRODUÇÃO

O Programa Residência Pedagógica (PRP), da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (Capes), tem por finalidade fomentar projetos institucionais de Residência Pedagógica implementados por Instituições de Ensino Superior (IES), contribuindo para o aperfeiçoamento da formação de professores/as da Educação Básica (EB) nos cursos de licenciatura.

Os projetos institucionais são implementados exclusivamente em escolas das redes públicas de EB, e buscam desenvolver ações colaborativas entre universidade e escola, a fim de contribuir para a formação do futuro/a professor/a de Matemática, bem como articular ações de formação inicial e continuada de professores/as de Matemática em projetos e práticas de ensino e divulgação deste componente curricular em ambiente escolar.

O presente relato descreve as experiências do núcleo desenvolvido na Escola Estadual Alberto Torres (Escola Campo) situada na região oeste da cidade de São Paulo, SP, no âmbito do Subprojeto de Matemática, campus Butantã, no Instituto de Matemática e Estatística (IME) da Universidade de São Paulo (USP).

<sup>1</sup> Este relato é parte do capítulo de livro "Formação docente em construção: um relato de experiência em escola de ensino integral", de autoria de E. E. Oliveira e D. M. S. Vieira, a ser publicado pela Universidade de São Paulo.

<sup>2</sup> Doutora em Matemática; IME-USP, São Paulo, SP, Brasil, danim@ime.usp.br

Participaram do projeto uma docente orientadora, Daniela Mariz Silva Vieira (IME-USP), uma professora preceptora, Elaine Elesbão de Oliveira (Escola Estadual Alberto Torres), e 8 residentes ao longo dos dezoito meses de vigência do projeto, todos/as estudantes regularmente matriculados/as no curso de Licenciatura em Matemática do IME-USP.

O projeto esteve orientado por uma visão de formação docente que buscou contribuir para a construção da autonomia e do empoderamento dos/as licenciandos/as, na medida em que puderam elaborar, aplicar e refletir sobre as propostas de ações pedagógicas desenvolvidas junto à escola campo, ouvidas as suas demandas, em constante colaboração com orientadora e preceptora. Buscou-se construir um espaço contínuo de aprendizagem e reflexão sobre a prática docente no contexto da educação básica, estimulando o uso de diversas metodologias de ensino formal e não formal, bem como a presença em projetos escolares como gincanas, feiras e exposições.

## REFERENCIAIS TEÓRICOS

O eixo norteador das atividades deste subprojeto foi a Resolução de Problemas, buscando oferecer aos/às residentes uma vivência dentro desta importante estratégia de ensino e aprendizagem de matemática. Os textos que subsidiaram a elaboração de atividades e regências dos/as residentes foram os trabalhos das pesquisadoras Lourdes de La Rosa Onuchic e Norma Suely Gomes Allevato, sobretudo no que diz respeito à metodologia por elas estruturada, em destaque no trabalho de Onuchic, Allevato (2021).

Segundo Onuchic (1999), a proposta de ensino e aprendizagem que faz uso da resolução de problemas é influenciada pelo construtivismo.

São características de um ensino de matemática construtivista: construir sobre um conhecimento prévio; enfatizar sobre o pensar; dar tempo para pensar; esperar por explicações ou justificativas para as respostas ou pelo modo de pensar; fazer perguntas e saber ouvir; reconhecer que matemática é “parte invenção” e “parte convenção”; trabalhar os conceitos e procedimentos matemáticos em termos de resolução de problemas. (Onuchic, 1999).

Onuchic e Allevato (2021) defendem que “a aprendizagem se realiza pela construção dos conceitos pelo próprio aluno, quando ele é colocado em situação de resolução de problemas.”

Neste sentido, a proposta de se orientar o subprojeto pelos aspectos da resolução de problemas visou propiciar aos/às residentes a oportunidade de se explorar esta estratégia, buscando uma forma de ensinar matemática que estimule o protagonismo dos/as estudantes, aliando teoria e prática em suas experiências de regência, buscando contribuir com sua formação inicial.

O projeto fez uso de outros recursos didáticos, como jogos pedagógicos e uso de tecnologias digitais para o ensino e aprendizagem de matemática, como forma de subsidiar a prática de resolução de problemas.

Borin (1995) aponta que algumas técnicas ou formas de resolução de problemas aparecem naturalmente durante os jogos, dentro de um “processo que exige as habilidades de tentar, observar, analisar, conjecturar, verificar”. Desta forma, o uso de

jogos como recurso pedagógico pode ser visto como um facilitador na introdução da metodologia de resolução de problemas. Sobre a relação entre o uso de tecnologias digitais e a resolução de problemas:

Cabe ainda destacar que o uso de tecnologias possibilita aos estudantes aprofundarem sua participação ativa nesse processo de resolução de problemas. São alternativas de experiências variadas e facilitadoras de aprendizagens que reforçam a capacidade de raciocinar logicamente, formular e testar conjecturas, avaliar a validade de raciocínios e construir argumentações. (Brasil, 2018)

Neste sentido, estes recursos propiciaram aos/às residentes uma ampla gama de ferramentas a serem exploradas e vivenciadas na escola campo, contribuindo para a sua experiência e aprendizado da profissão docente.

## RELATO

As atividades idealizadas pelo projeto, sempre de comum acordo com seus membros, buscaram integrar e intervir, levando em consideração as demandas e condições dos/as integrantes da equipe, da escola campo e dos/as estudantes.

Neste relato daremos destaque a algumas atividades de regência, por compreender a importância que elas possuem na formação profissional dos/as residentes licenciandos/as.

A preceptora era responsável por 5 classes de 1º ano do EM, portanto cada regência era aplicada cinco vezes por cada residente, enriquecendo sua experiência, bem como permitindo observar como cada classe se comporta de forma diferente. Durante o ano de 2023, cada residente realizou no mínimo duas regências, com duração de duas aulas, sendo realizadas em todas as cinco turmas dos primeiros anos.

Os residentes se propuseram, em suas regências, a elaborar sequências didáticas que empregassem metodologias e materiais que ultrapassassem as fronteiras da aula expositiva tradicional, buscando sempre se inspirar na resolução de problemas.

Duas residentes, em dupla, planejaram e ministraram regências que utilizavam jogos de cartas para o ensino de funções de 1º e 2º grau, inspirados nos trabalhos Strapason e Bisognin, 2013, e de Araújo, 2012. Um dos jogos, inspirado em um jogo de cartas conhecido como *Jogo do Porco*, consistia em várias cartas que apresentavam representações diferentes de uma mesma função. Elas eram embaralhadas e entregues a grupos de estudantes, e o objetivo do jogo era juntar quatro representações diferentes de uma mesma função.

Como método de acompanhamento do aprendizado, a dupla de residentes elaborou roteiros com perguntas sobre as estratégias utilizadas nos jogos, bem como registros de combinações corretas das cartas, buscando a compreensão dos conceitos através desta etapa de reflexão e análise das jogadas.

O uso de *softwares* gráficos matemáticos foi a escolha de dois residentes para a abordagem das funções de 2º grau, no que diz respeito à compreensão do papel dos coeficientes no gráfico da função. O *software* utilizado foi o *Geogebra*. Em uma das regências o residente utilizou o *software* para fazer explorações junto com as classes. Partindo de uma expressão algébrica para uma função de 2º grau da forma  $f(x)=ax^2+bx+c$ , o residente fazia variar os valores dos coeficientes  $a$ ,  $b$  e  $c$ , e toda a classe



acompanhava as respectivas mudanças nos gráficos das funções. Esta exploração dinâmica permitiu aos/às estudantes comprovarem resultados em tempo real, sem a necessidade de realizar cálculos repetitivos.

As experiências de regência, as quais exploraram diversas propostas alternativas a uma aula expositiva tradicional cumpriram um importante papel na formação dos/as licenciandos/as, mas também na contribuição para o aprendizado dos/as estudantes da escola campo.

Essa variedade de abordagens pedagógicas contribuiu para atender às necessidades individuais dos alunos e estimular diferentes formas de aprendizado (Relato de residente)

A Figura 1 ilustra uma atividade de regência, com os estudantes organizados em grupo, apoiados por quatro residentes.

**Figura 1: Estudantes da Escola Campo durante uma atividade de regência, com a presença de 4 residentes.**



Fonte: Foto autoral da equipe do PRP, 2023.

## REFLEXÕES FINAIS

A experiência de vivência em um ambiente escolar vivo e pulsante trouxe a todos/as participantes valiosos aprendizados. Em seus relatos e relatórios, os/as residentes apontam a contribuição que o PRP trouxe em suas formações.

A residência foi uma das oportunidades mais formativas da faculdade, não existe solução mágica na sala de aula. É uma experiência que contribuirá para minha formação profissional. Foi a experiência mais importante da minha licenciatura até agora, devido ao caráter prolongado ela tem mais impacto que os estágios curriculares obrigatórios. (Relato de residente)

A possibilidade de se explorar diferentes metodologias e propostas diferenciadas de aulas agregou repertório aos/às residentes licenciandos/as.



É gratificante perceber que os alunos demonstraram interesse e expectativa em relação às nossas aulas, relatando que sempre trazemos atividades diferenciadas e dinâmicas. Isso evidencia o impacto positivo que as abordagens inovadoras podem ter no engajamento dos estudantes e na promoção de um ambiente de aprendizagem estimulante. (Relato de residente).

Ao preparar uma aula ou atividade baseada na proposta da metodologia da Resolução de Problemas, alguns desafios são enfrentados:

- Pouco tempo de aula disponível para a aplicação de uma atividade que possa contemplar todos os passos ou aspectos da metodologia;
- Falta de vivência dos estudantes em aulas não tradicionais, o que custava aos/residentes uma parte do tempo para organizar a sala em grupos, explicar a atividade ou regras do jogo, e cuidar para que os grupos não dispersassem.

Senti ainda, que existe um processo de adaptação necessário para os próprios discentes se acostumarem a participar e entender como funciona uma aula de metodologia diferente. (Relato de residente)

Acreditamos que os aprendizados e desafios que o PRP proporcionou aos/residentes foram abrangentes e ao mesmo tempo profundos, envolvendo aspectos diversos do trabalho docente, e contribuindo de forma significativa em sua formação inicial.

No âmbito da parceria entre universidade e escola, o PRP permite a compreensão de um recorte do atual cenário escolar que espera os licenciandos e licenciandas. O programa traz subsídios para uma reflexão profunda e sincera sobre o papel da universidade junto à escola de hoje e suas dinâmicas. Em particular, abre caminho para discussões dentro das concepções dos currículos dos cursos de Licenciatura, a fim de formular ações e propostas para seguir formando profissionais críticos e reflexivos, que possam compreender e enfrentar a realidade escolar atual brasileira.

## REFERÊNCIAS

- ARAÚJO, G. S. **Plano de Ação: Função Quadrática**. CECIERJ – Projeto SEEDUC: Formação Continuada, Teresópolis, 16pp, 2012.  
<https://canal.cecierj.edu.br/012016/74fb39c4034b11d4490f754598bf06b6.pdf>. Acesso em 30/04/2024.
- BORIN, J. **Jogos e resolução de problemas: uma estratégia para o ensino de matemática**. São Paulo: CAEM – IME-USP, 1995.
- BRASIL. Ministério da Educação. **BNCC (Base Nacional Comum Curricular)**. 2018.
- ONUICHIC, L. De La R. Ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas. In: BICUDO, M. A. V. (Org.) **PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: CONCEPÇÕES E PERSPECTIVAS**. São Paulo: Editora UNESP, 1999. p. 199-218.
- ONUICHIC, L. De La R.; ALLEVATO, N. S. G. **Resolução de Problemas: Teoria e Prática**. Ed. 2. São Paulo: Paco Editorial, 2021.
- STRAPASON, L. P. R.; BISOGNIN, E. Jogos Pedagógicos para o Ensino de Funções no Primeiro Ano do Ensino Médio. **Bolema**, Rio Claro (SP), v. 27, n. 46, p. 579-595, ago. 2013.



## ATIVIDADES DO CLUBE DE MATEMÁTICA DA UFOPA

Hamilton Cunha de Carvalho<sup>1</sup>

**RESUMO:** No presente texto, proponho fazer um relato de algumas das atividades que o Clube de Matemática da Universidade Federal do Oeste do Pará (Ufopa) elaborou ao longo dos últimos 10 anos de sua existência. De forma colaborativa, professores em diversos estágios de suas carreiras docentes usam o Laboratório de Aplicações Matemática (Lapmat) do curso de Licenciatura Integrada em Matemática e Física (LIMF) como espaço físico destinado à elaboração, desenvolvimento e posterior aplicação dessas atividades em escolas públicas da cidade de Santarém, no oeste do estado do Pará. Minha experiência como coordenador desse clube tem mostrado que a participação ativa dos estudantes da LIMF nessas atividades tem lhes proporcionado reflexões profícuas no sentido de que elas os fazem ter contato com novas propostas metodológicas, estimulando, assim, o seu desenvolvimento profissional.

**Palavras-chave:** clube de matemática, atividades de ensino, formação de professores.

### EIXO TEMÁTICO

( X ) T5: Formação inicial e continuada de professores de Matemática

### INTRODUÇÃO

O Laboratório de Aplicações Matemáticas (Lapmat) do curso de Licenciatura Integrada em Matemática Física (LIMF) da Universidade Federal do Oeste do Pará (Ufopa) fomenta uma ação denominada Clube de Matemática da Ufopa. O objetivo desse clube é ser um ambiente de aprendizagem cujo *modus operandi* está ancorado em propostas colaborativas e suas “atividades são pensadas de modo que não se constituam em apenas uma aula tradicional de matemática e nem se configurem como reforço escolar” (Rodrigues; Carvalho; Diniz, p. 93).

Nesses últimos dez anos, venho participando ativamente do Clube de Matemática da Ufopa como um de seus coordenadores e, por conta disso, me envolvendo na elaboração e aplicação de diversas atividades. São essas atividades que proponho apresentar aqui. Todas elas são fruto da parceria colaborativa entre professores em diferentes estágios da carreira docente, a saber: bolsistas do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (Pibid), professores da educação básica e professores universitários.

Todas essas atividades já foram realizadas diversas vezes em escolas públicas que receberam o Clube de Matemática da Ufopa e, após a aplicação e sob a orientação de professores mais experientes, já sofreram ajustes e adaptações, o que vem proporcionando aos futuros professores uma base de conhecimentos robusta no que se

---

<sup>1</sup> Doutor em Ensino de Ciências e Matemática (UFMT); Professor da Universidade Federal do Oeste do Pará / Ufopa, Santarém, Pará, Brasil. [hamilton.carvalho@ufopa.edu.br](mailto:hamilton.carvalho@ufopa.edu.br)

refere à práxis docente (Carvalho, 2022). A seguir, farei um relato de algumas dessas atividades e que julgo serem interessantes ao professor que ainda está em formação ou ao professor em serviço que deseje fomentar a criação de um clube de matemática em sua escola.

## ATIVIDADES ELABORADAS PELO CLUBE DE MATEMÁTICA DA UFOPA

**1) Cuca Legal:** Essa é uma atividade inicial e individual impressa em papel A4, dada para cada aluno e planejada para durar os primeiros 10 ou 15 minutos de cada encontro do clube. Tinha como objetivo fixar/exercitar contas aritméticas simples como:

- as quatro operações básicas envolvendo números naturais;
- as quatro operações básicas envolvendo números decimais;
- operações com frações;
- radiciação e potenciação.

No Cuca Legal ainda constavam um desafio e uma dica ou charada interessante sobre matemática que era trazida pelo P.A.U.L.O. (Pensamento Avançado Universal Livre e Operacional) uma personagem criada para dar um tom mais agradável à atividade. As contas aritméticas podem ser resolvidas junto com os alunos logo após a sua aplicação e o desafio abordado no encontro seguinte. Exponho na Figura 1 a edição de número 1 do folhetim:

Figura 1 - Edição Nº 1 do Cuca Legal



Fonte: Elaboração própria

**2) Cubo Mágico:** O Lapmat dispõe de 10 cubos mágicos e o planejamento para essa quantidade de cubos prevê três encontros de 90 minutos cada. O primeiro encontro consiste na apresentação do contexto histórico do cubo mágico e a exposição de algumas curiosidades sobre o objeto. Após, é pedido que se “resolva” o cubo manipulando-o livremente. Como dificilmente alguém tem condições de montá-los por conta própria, apresenta-se o método das camadas que consiste em uma espécie de algoritmo que possui oito etapas a serem executadas até a resolução completa do cubo mágico<sup>2</sup> o que consome o tempo restante dos outros dois encontros.

**3) Ábaco:** Inventado pelos chineses, o Ábaco talvez seja a primeira máquina de calcular da humanidade. Esse material manipulativo é formado por uma base retangular onde são fixadas hastes verticais paralelas correspondentes aos múltiplos de dez e feitas para que os elementos de contagem (bolas, contas ou miçangas) deslizem livremente.

Dispondo de 10 ábacos verticais e com uma quantidade de 20 alunos (dois por ábaco) sugere-se três encontros de 90 minutos cada que consistem em: 1) apresentar o ábaco como uma ferramenta de cálculo útil para realizar adições e subtrações; 2) apresentar de forma concreta os algoritmos da adição e subtração utilizando o ábaco de modo que haja a compreensão real do significado do “vai um” e do “empresta um”; 3) compreender as operações que envolvem vírgula e dar clareza do significado desta na representação decimal dos números. Esses passos duram os dois primeiros encontros e são executados com o auxílio de uma apresentação no datashow previamente produzida pelo Clube de Matemática da Ufopa.

No último dos encontros, é sugerido que os estudantes construam seu próprio ábaco com palitos de picolé (para a base) e palitos de churrasco (para as hastes) unidos com cola quente e miçangas diversas (para as contas deslizantes).

**4) Bases Numéricas:** Se com a atividade do ábaco se viu como o sistema de numeração em base dez funciona, esta atividade propõe ampliar a compreensão desse funcionamento para outras bases. Baseada na pesquisa de Rodrigues (2013), a atividade das Bases Numéricas está prevista para durar dois encontros de 90 minutos cada.

Inicialmente e com a ajuda de uma apresentação em slides, é pedido aos alunos que formem duplas ou trios para os quais são distribuídas 49 pecinhas de madeira do material dourado ou outro similar. É preciso notar que, apesar de as quantidades 4 e 9 não poderem ser diretamente percebidas quando se está diante do agrupamento formado por 49 peças de madeira, o número 49 é escrito assim porque é composto por 4 dezenas e 9 unidades e isso pode ser notado pedindo aos alunos que agrupem as peças de dez em dez.

É sugerido que se agrupem as peças de 8 em 8, de 5 em 5 e de 4 em 4, de tal sorte que se descubra que os resultados são 61, 144 e 301, respectivamente. Na discussão desses resultados, é preciso fazer que todos percebam que os algarismos do numeral representado devem ser menores do que a própria base (explicando a necessidade de realizar reagrupamentos), qual o papel do zero e como a posição do algarismo interfere na obtenção do número.

Como última das conversões, sugerimos pedir que se represente 49 na base 13. Aqui se espera criar um ambiente favorável para se explicar que, para representar os

---

<sup>2</sup> Para maiores detalhes sobre o método, recomendamos a página na Internet do Prof. Cinoto <https://cinoto.com.br/camadas/camadas.pdf>

números em bases maiores que a dez, se faz necessário “inventar” novos algarismos. Sugerimos a alternativa de se utilizar a sequência das letras do alfabeto e fazer  $A = 10$ ,  $B = 11$ ,  $C = 12$ , etc. Desta forma, o número 49 seria representado por 3A. Para finalizar, pede-se o preenchimento da tabela exibida na Figura 2 representando o número escolhido nas respectivas bases sugeridas.

**Figura 2 – Exercício de conversão entre bases numéricas**



|    | Base 2 | Base 5 | Base 9 | Base 12 |
|----|--------|--------|--------|---------|
| 12 | 1100   | 22     | 13     | 10      |
| 15 | 1111   | 30     | 16     | 13      |
| 25 | 11001  | 100    | 27     | 21      |

Fonte: Elaboração própria

**5) Xadrez:** O modo como é sugerido trabalhar com o xadrez aqui leva em conta que se tenha pelo menos cinco tabuleiros de xadrez. São recomendados três encontros de 90 minutos para esta atividade, mas é possível que se use mais encontros dependendo do desenvolvimento do grupo de alunos envolvidos.

Primeiramente, é preciso que os condutores da atividade saibam como jogar xadrez em um nível elementar, apenas o suficiente para que eles possam ensinar outra pessoa sobre as regras básicas do jogo. Com os condutores devidamente aptos, usa-se o primeiro encontro para fazer uma apresentação sobre o xadrez, sua origem histórica, a movimentação das peças, os objetivos do jogo e algumas de suas curiosidades. Após, recomenda-se aos condutores que organizem duplas e se ofereça um tabuleiro para cada uma delas, tomando o cuidado de, sempre que possível, deixar uma pessoa que sabia jogar com outra que ainda não sabia. O objetivo nesse primeiro encontro é que todos saiam dali sabendo qual é o nome de cada peça, como devem estar dispostas no tabuleiro e quais eram os movimentos que cada uma delas pode realizar.

Já no segundo encontro, recomenda-se que os participantes joguem à vontade e que se apresente algumas estratégias, movimentos especiais como o *en passant* e o roque e os casos de empate. Por fim, no final dos encontros previstos para essa atividade, pode ser realizado um torneio de xadrez. Sugere-se sortear os oponentes por meio de aplicativos gratuitos e próprios para isso e usar os relógios de tempo em 5 minutos. Com no mínimo cinco rodadas, já é possível determinar um campeão.

## REFLEXÕES FINAIS

Neste texto relatei algumas das atividades que o Clube de Matemática da Ufopa elaborou dentro do curso de LIMF. Usando o Lapmat como espaço físico destinado às reuniões pedagógicas do clube, os futuros professores podem crescer profissionalmente ao aplicar atividades interessantes que podem ajudá-los em suas trajetórias como docentes, colocando-os em contato com estratégias de ensino como o uso de jogos, de materiais concretos e com o trabalho colaborativo, estratégias nem sempre devidamente exploradas nos cursos de licenciatura. Assim sendo, o Clube de Matemática da Ufopa passa a ser um ambiente no qual o amadurecimento profissional dos licenciandos envolvidos reforça a importância da participação em atividades práticas para sua formação.

## REFERÊNCIAS

- CARVALHO, H. C. **Clube de Matemática: ambiente de aprendizagem docente na formação inicial de professores**. Tese (Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática – PPGECEM/UFMT). Cuiabá: 2022.
- RODRIGUES, A. E. A. **Sistemas de numeração**: evolução histórica, fundamentos e sugestões para o ensino. Dissertação (Programa de Pós-graduação Matemática em Rede Nacional, Mestrado Profissional em Matemática) – Ufopa, Santarém, 2013.
- RODRIGUES, A. E. A.; CARVALHO, H. C.; DINIZ, H. A. C. Clube de Matemática Como Espaço de Formação Docente. **Educação Matemática em Revista**. Ano 21, Ed.49b, p.90-97,2016.





## DE ESTUDANTE A EDUCADOR: VIVÊNCIAS E APRENDIZADOS NO PIBID DE MATEMÁTICA DA UFOPA

Janiele Venancio<sup>1</sup>  
Gabriel de Azevedo Fonseca<sup>2</sup>

**RESUMO:** Este relato apresenta as experiências adquiridas durante a participação no Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (Pibid) de Matemática na Universidade Federal do Oeste do Pará (Ufopa) e suas contribuições para a formação docente. O objetivo é compartilhar os aprendizados e as reflexões resultantes dessa imersão prática, visando apresentar as atividades do Laboratório de Aplicações Matemáticas (Lapmat-Ufopa) e as vivências na Escola Frei Ambrósio. Através dessa aplicação, o Pibid proporcionou uma visão aprofundada do contexto educacional de ensino das escolas públicas, assim como a assimilação de novas abordagens pedagógicas para o processo de ensino e aprendizagem.

**Palavras-chave:** pibid, formação docente, ensino de matemática.

### EIXO TEMÁTICO

( x ) T5: Formação inicial e continuada de professores de Matemática

### INTRODUÇÃO

O Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (Pibid) é uma iniciativa do Ministério da Educação que visa a integração dos alunos de licenciatura no cotidiano das escolas públicas, contribuindo para a formação de professores mais preparados e conscientes de sua prática docente. Este relato de experiência tem como objetivo descrever as atividades desenvolvidas e os aprendizados adquiridos durante a participação no Pibid de matemática realizado na Universidade Federal do Oeste do Pará (Ufopa), bem como refletir sobre as suas contribuições para a formação profissional docente dos licenciandos participantes do programa.

De forma prática, o programa foi constituído por um conjunto de atividades e projetos, neste relato visamos apresentar as atividades do Laboratório de Aplicações Matemática (Lapmat) e as vivências na Escola Frei Ambrósio.

No geral, o Pibid proporcionou uma vasta gama de oportunidades para a formação profissional docente. Por exemplo, a inserção nas escolas, o estabelecimento de vínculos com os alunos e a troca de experiências com os professores formados e atuantes nas escolas públicas, proporcionou uma compreensão mais ampla do contexto educacional em que estamos inseridos atualmente, e também o desenvolvimento do pensamento crítico e reflexivo sobre o ensino de matemática e sobre a educação como um todo, além

<sup>1</sup> Graduando em Licenciatura Integrada em Matemática e Física; Universidade Federal do Oeste do Pará/Ufopa, Santarém, Pará, Brasil, [janv.venancio01@gmail.com](mailto:janv.venancio01@gmail.com)

<sup>2</sup> Graduando em Licenciatura Integrada em Matemática e Física; Universidade Federal do Oeste do Pará/Ufopa, Santarém, Pará, Brasil, [gabriel01fonseca15@gmail.com](mailto:gabriel01fonseca15@gmail.com)



de obtermos um novo olhar perspectivo de novas abordagens pedagógicas para o processo de ensino e aprendizagem.

A elaboração deste relato está na relevância de compartilhar as vivências do Pibid, pois estas podem servir de inspiração e referência para outros professores que buscam aprimorar suas práticas pedagógicas. A inserção dos licenciandos no ambiente escolar proporciona um contato direto com os desafios e oportunidades do ensino básico, promovendo uma formação mais completa e reflexiva. Dessa forma, este relato pretende contribuir para a discussão e melhoria contínua do ensino da Matemática, beneficiando tanto os futuros educadores quanto os alunos da educação básica.

## RELATO

O Pibid foi desenvolvido ao longo de 18 meses em escolas públicas de Santarém - PA e em encontros semanais envolvendo todos os bolsistas e professores participantes do programa. Durante esses encontros, eram promovidas diversas atividades vinculadas tanto ao Lapmat quanto a um processo formativo freiriano. Entre essas atividades destacavam-se a leitura e reflexão crítica de textos, o desenvolvimento de projetos, a socialização de experiências vivenciadas nas escolas, entre outras.

Todas essas iniciativas tinham como objetivo principal fomentar uma reflexão aprofundada sobre o ensino da matemática nas escolas, além de explorar e experimentar novas metodologias e abordagens didáticas que pudessem enriquecer e transformar a prática pedagógica nesse campo.

Uma das atividades mais importantes vinculadas ao Lapmat, foi a formação de xadrez realizada pelo professor Aroldo Athias (Imagem 1) com o objetivo de que todos aprendessem as regras do jogo e como montar um torneio de xadrez, para que esta fosse uma atividade lúdica para se realizar na escola.

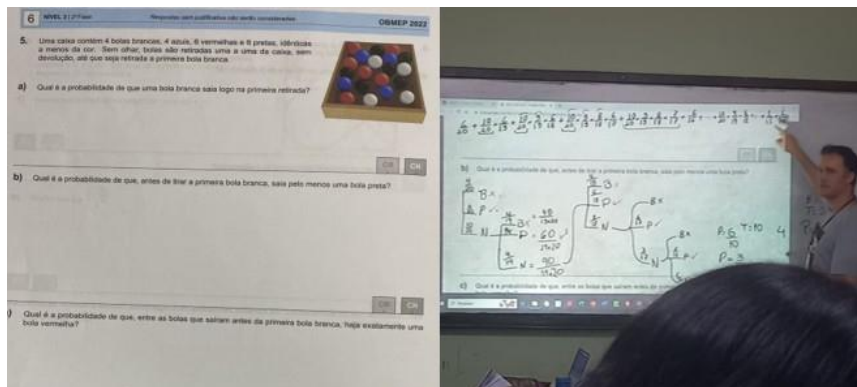
**Imagem 1 - Professor Aroldo ministrando o encontro formativo de xadrez.**



Outra atividade consistiu na resolução e apresentação pelos bolsistas do Pibid de questões da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (Obmep), cujo

objetivo não era apenas reproduzir uma aula com os métodos tradicionais de ensino, mas sim promover a discussão e colaboração entre os participantes do Pibid para trazer diferentes métodos de resolução de cada questão explorada (Imagem 2).

**Imagem 2 - Questão da Obmep e solução.**



Essas atividades eram realizadas com o propósito de serem trabalhadas mais tarde com os alunos na escola. Desse modo, foi desenvolvido na escola Frei Ambrósio o projeto de minicurso de matemática básica que funcionaria como um reforço escolar com o objetivo de aprimorar as habilidades matemáticas dos alunos.

Esta foi a primeira oportunidade para vivenciar a prática docente, por meio dela começamos a pensar como professores, organizando o planejamento das aulas e aplicando os conhecimentos e metodologias adquiridos nos encontros. Desde o início, houve uma mistura de empolgação e um certo receio em relação a esse projeto, pois não sabíamos exatamente o que esperar. Este foi o primeiro desafio no âmbito do Pibid, considerando que não tínhamos nenhuma experiência em ministrar aulas.

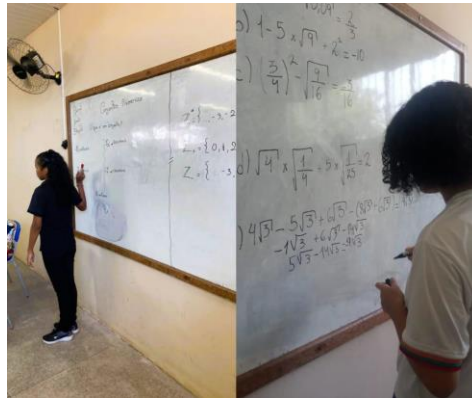
A turma do minicurso consistiu de alunos do nono ano (Imagem 3), e a metodologia adotada baseou-se na resolução de exercícios da Obmep, complementada pela inserção teórica básica dos tópicos abordados. Esses exercícios permitiram analisar o grau de dificuldade enfrentado pelos alunos na interpretação matemática dos comandos das questões, bem como no raciocínio e organização dos conceitos matemáticos necessários para resolvê-las.

**Imagem 3 - Turma do minicurso de matemática básica.**



Durante as aulas, os alunos eram convidados a resolver os problemas no quadro (Imagem 4), o que proporciona uma oportunidade para a intervenção direta e individualizada, auxiliando cada estudante conforme suas necessidades particulares. No início, os alunos mostravam-se mais retraídos e introvertidos em relação a essas participações. Porém, ao longo das aulas, perceberam que não eram julgados por suas dificuldades nem pressionados a entender imediatamente os assuntos. Nossa função era auxiliá-los em suas dificuldades, e, com isso, eles começaram a sentir-se mais à vontade para participar ativamente da dinâmica da aula.

**Imagem 4 - Minicurso na prática.**



Além disso, optamos por uma abordagem diferente e escolhemos realizar a oficina de xadrez (Imagem 5), na qual os alunos não apenas aprendem a jogar um jogo, mas também desenvolvem um conjunto de habilidades cognitivas e matemáticas que são úteis na resolução de problemas matemáticos, como o raciocínio lógico no desenvolvimento de estratégias e a avaliação de movimentos do adversário. Trata-se de uma maneira lúdica de implementar habilidades matemáticas.

**Imagem 5 - Oficina de xadrez.**



## REFLEXÕES FINAIS

Ao longo do Pibid, diversas atividades foram desenvolvidas, abrangendo desde práticas pedagógicas até a inserção direta no ambiente escolar. Os encontros do Lapmat

reforçaram a importância de metodologias ativas e contextuais no ensino da matemática, promovendo uma visão mais crítica e reflexiva sobre a utilidade e o impacto da disciplina na formação dos alunos.

As vivências na escola Frei Ambrósio foram desafiadoras, visto que foi a primeira experiência prática em sala de aula. A implementação de atividades e a interação com os alunos contribuíram significativamente para o desenvolvimento de habilidades didáticas e para a compreensão dos desafios e possibilidades do ensino na educação básica.

Todas essas experiências proporcionadas em nossa trajetória no Pibid, trouxeram uma visão holística e aprofundada do processo educacional, tanto em termos de nossa própria formação quanto dos resultados obtidos junto aos estudantes da educação básica. Elas reforçaram a importância da inovação, da adaptabilidade e do comprometimento contínuo com a qualidade da educação.



## PERCEPÇÕES DE LICENCIANDOS EM MATEMÁTICA SOBRE A SÉRIE DE EXERCÍCIOS DO GOOGLE COMO FERRAMENTA DE AVALIAÇÃO

Marcos Teixeira Alves<sup>1</sup>

**RESUMO:** Neste trabalho compartilham-se as percepções de licenciandos em Matemática sobre o uso da ferramenta *Série de Exercícios do Google* como proposta de avaliação em Matemática. Este recurso, disponível no *Google Sala de Aula* desde 2023, permite criar atividades interativas de modo a automatizar a avaliação com *feedbacks* e incentivos imediatos que mantêm a atenção dos estudantes, além da possibilidade de inserir dicas e recursos audiovisuais que são úteis como fontes de estudo para a resolução das questões. A experiência foi vivida pelo autor desse trabalho, enquanto professor junto a 9 licenciandos do último ano de um curso de Licenciatura em Matemática do Paraná, a partir de uma série de exercícios contendo 10 questões contemplando os conteúdos: história da matemática, outras possibilidades para a resolução de equações do 2º grau, investigação matemática, rotação por estação como metodologia ativa de aprendizagem, *Plickers* e Enade, e outras duas questões a respeito das percepções dos licenciandos com o uso da ferramenta. Como pontos positivos, destacaram a possibilidade de verificação de aprendizagem dos alunos, a intuitividade de uso, o acesso às dicas de forma rápida e eficiente, além do *feedback* instantâneo, enquanto a necessidade de acesso à internet e a possibilidade de “burlar” a série ao realizar várias tentativas em uma questão foram elencados como pontos negativos.

**Palavras-chave:** avaliação, formação inicial de professores, avaliação formativa, série de exercícios do *google*.

### EIXO TEMÁTICO

( x ) T5: Formação inicial e continuada de professores de Matemática

### INTRODUÇÃO

Quando o assunto é avaliação em matemática observamos fortemente práticas centradas na função classificatória com ênfase nos conhecimentos específicos e na contagem dos erros, culminando na atribuição de notas e na dicotomia entre aprovação e reprovação. O principal instrumento, as avaliações somativas, realizado ao cabo de uma ou mais unidades de conteúdos, pouco auxiliam na identificação e superação das dificuldades no processo de ensino e aprendizagem tanto para os alunos como para os professores. Para Buriasco (2002, p. 259), “a avaliação deve ser vista como uma atividade partilhada por professores e por alunos, ter caráter sistemático, dinâmico e contínuo e servir para subsidiar a aprendizagem.”

Nesta perspectiva de avaliação apontada por Buriasco (2002) no parágrafo anterior, destacamos a formativa como aquela cujos resultados são utilizados para repensar o

---

<sup>1</sup> Doutorado em Matemática Aplicada; Universidade Estadual de Ponta Grossa/UEPG, Ponta Grossa, PR, Brasil, mtalves@uepg.br.

ensino e elucidar as dificuldades dos alunos. Segundo Hadji (2001, p. 79), “a avaliação só é formativa se for informativa” e deve apontar o que o estudante é capaz, o que ele compreendeu. Perrenoud (1999, p. 68) aponta que

Uma avaliação mais formativa não toma menos tempo, mas dá informações, identifica e explica erros, sugere interpretações quanto às estratégias e atitudes dos alunos e, portanto, alimenta diretamente a ação pedagógica, ao passo que o tempo e a energia gastos na avaliação tradicional desviam da intenção didática e das inovações.

Quando combinada com tecnologias digitais, a avaliação formativa se apropria de vantagens como *feedbacks* imediatos, interatividade, descrição personalizada e global do progresso dos alunos, realização remota, entre outras. Estas características foram evidenciadas com o recurso: Série de Exercícios (em inglês “*Practice Sets*”) do *Google*, disponível no *Google Sala de Aula* desde 2023, que permite criar atividades interativas de modo a automatizar a avaliação com *feedbacks* e incentivos que mantêm a atenção dos estudantes, além da possibilidade de inserir dicas e recursos audiovisuais que são úteis como fontes de estudo para a resolução das questões.

Neste trabalho compartilhamos algumas percepções de licenciandos em Matemática sobre o uso da ferramenta Série de Exercícios como proposta de avaliação em Matemática.

## RELATO

A experiência foi vivida pelo autor desse trabalho, enquanto professor, junto a 9 licenciandos matriculados na disciplina *Instrumentação para o Ensino de Matemática IV*, da 4ª série de um curso de Licenciatura em Matemática. A avaliação, elaborada com o recurso Séries de Exercícios do *Google*, consistiu em 10 questões contemplando os conteúdos: história da matemática, outras possibilidades para a resolução de equações do 2º grau, investigação matemática, rotação por estação como metodologia ativa de aprendizagem, *Plickers* e Enade. Ao final da série, duas questões sobre a percepção dos licenciandos foram inseridas, a saber:

- O que achou deste novo recurso do *Google Sala de Aula*, chamado Série de Exercícios? Cite ponto(s) positivo(s) e negativo(s).
- Você utilizaria este recurso em sua prática docente? Dê um exemplo de como aplicaria em sua (futura) turma.

Situado no *menu* esquerdo em Recursos do *Google Sala de Aula*, a Série de Exercícios foi elaborada sem grandes dificuldades. Isso porque a ferramenta permite que o professor a teste como estudante. A edição dos exercícios pode ser feita a partir de 4 possibilidades: Resposta curta, Parágrafo, Resposta única e Seleção múltipla. Para esta avaliação, optou-se em utilizar todas as alternativas, incluindo com imagens. A inserção delas, inclusive, foi considerada como a maior dificuldade, já que são necessárias mais de uma etapa, iniciando com a opção: importar. Outros dois aspectos positivos da ferramenta consistem em fornecer dicas na forma de texto ou vídeo, com possibilidade de uso da plataforma *YouTube*, e nas habilidades que serão mobilizadas naquela questão.

Considerando a visão do estudante, há 3 formas de edição: ponteiro (digitando via



teclado do computador ou de um celular, por exemplo), lápis (escrita à mão livre podendo usar o *touchpad* do teclado) e a borracha. Estas opções são utilizadas ao clicar no botão Explique sua resposta. A depender do tipo de questão, a correção é imediata, após selecionar o botão Confirmar. A Figura 1 ilustra a 3ª questão vista pelo estudante com a dica revelada à direita.

**Figura 1 – Apresentação dos recursos do estudante na Questão 3 da Série de Exercícios**

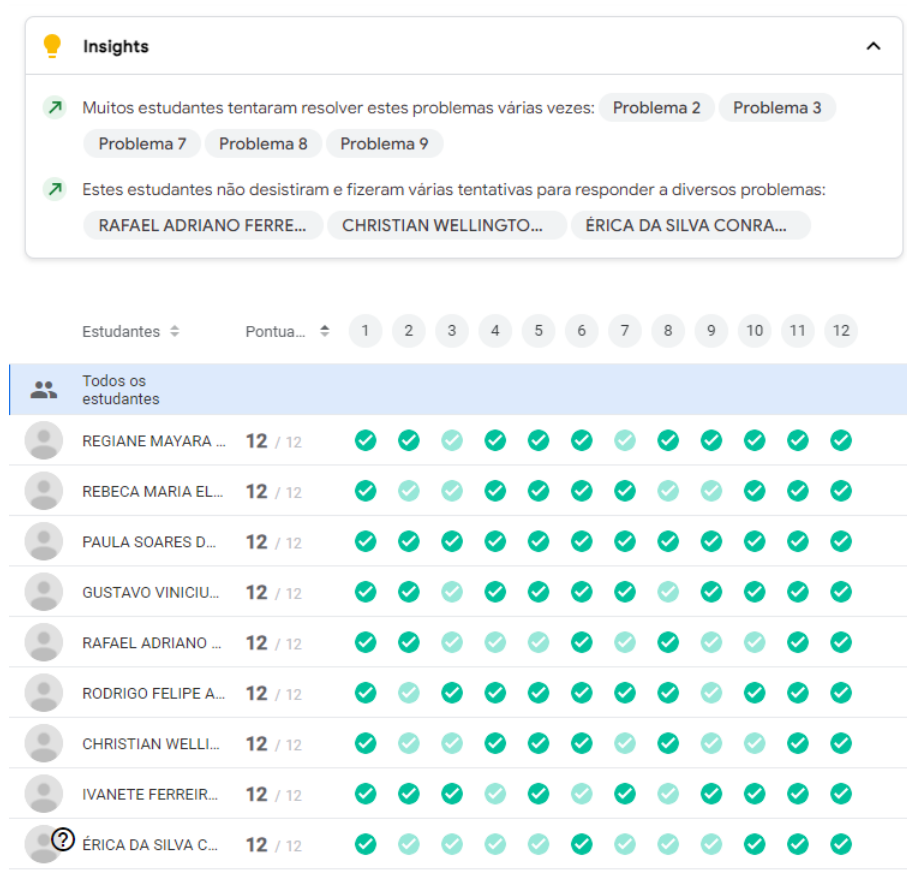
The screenshot displays the 'Série de Exercícios' (Series of Exercises) interface. On the left, a vertical toolbar contains icons for a selection tool, a pencil, and an eraser. Below these is a progress indicator with five dots, the third of which is highlighted in blue and labeled '3'. The main content area shows a question: '3. Ana Júlia está interessada em resolver uma certa equação do 2º grau. Com a ajuda do material dourado, fez a seguinte representação:'. Below the text is a visual representation of algebra tiles: a large yellow square, a smaller yellow square to its right, and a small yellow rectangle below the large square. The question asks: 'Quais as raízes desta equação:'. Below this, it says 'Marque todas as opções aplicáveis' (Mark all applicable options). There are five checkboxes with corresponding values:  $2$ ,  $\frac{1}{2}$ ,  $-\frac{1}{2}$ ,  $1$ , and  $-1$ . At the bottom of the question area are two buttons: 'Explique sua resposta' (Explain your answer) and 'Confirmar' (Confirm). On the right side of the interface, a hint box is visible with the text: 'Consulte o material: Aula 2 - A Equação do 2º grau por outros olhares.' (Consult the material: Lesson 2 - The 2nd degree equation from other perspectives.).

Fonte: Dados da pesquisa.

O *blog* oficial da equipe do *Google Workspace* (2023) destaca que ao usar a Série de Exercícios “os educadores podem transformar qualquer conteúdo em atividades interativas e interessantes. Além disso, com as notas automáticas integradas, os professores recebem insights e resumos sobre o desempenho dos estudantes.” Esse acompanhamento possibilita ao docente fazer intervenções pedagógicas em sala de aula no sentido de retomar conteúdos com maiores dificuldades, bem como personalizar a aprendizagem, uma vez que é possível visualizar os alunos que tentaram resolver a série mais vezes e os problemas que receberam mais de uma tentativa, como é possível observar na Figura 2.



**Figura 2 – Insights e o resumo de desempenho dos estudantes**



Fonte: Dados da pesquisa.

A pontuação total por todos os estudantes aconteceu graças a possibilidade de resolver mais vezes as questões propostas. Para o *blog* oficial da equipe do *Google Workspace* (2023), “todas as pessoas da classe recebem *feedback* em tempo real após concluírem as séries de exercícios. Assim elas sabem se estão no caminho certo.” Este ponto não é visto como um empecilho, uma vez que o professor pode propor mais questões abertas com a opção: Parágrafo ou mesmo observar no desempenho individual as questões que receberam mais tentativas.

## REFLEXÕES FINAIS

Considerando os pontos positivos do recurso, os licenciandos apontaram a possibilidade de verificação de aprendizagem dos alunos, a intuitividade de uso, o acesso às dicas de forma rápida e eficiente, além do *feedback* instantâneo. Para uma acadêmica:

*Fornece ao professor um feedback individual de como está o entendimento de cada aluno em relação aos conteúdos. O professor consegue ter uma noção melhor de quais pontos a sua turma ainda está tendo dificuldade, assim como verificar se alguns alunos estão com mais dificuldades que outros.*

Por outro lado, elencaram os seguintes pontos negativos: a necessidade de acesso

à internet e a possibilidade de “burlar” a série ao realizar várias tentativas em uma questão objetiva, conforme citação de um acadêmico transcrita abaixo:

*Um ponto negativo, é que às vezes, o aluno pode burlar o sistema e realizar as tentativas por elas mesmas e não aprender nada. Realizar apenas para ganhar o ponto.*

Uma possível solução para este ponto, como apontado anteriormente, é fazer uso de questões do tipo Parágrafo que necessitam da correção do professor.

Quanto ao uso deste recurso enquanto futuros professores de Matemática, os acadêmicos foram unânimes em aplicá-lo, principalmente como formas de revisão de conteúdos e diagnóstica. A transcrição a seguir demonstra a preocupação de uma acadêmica no uso consciente da série de exercícios:

*Utilizaria! Aplicaria como forma de sondagem de conhecimentos e mobilização. Trazendo alguma problematização para ser discutida ou resolvida no recurso – mas confesso que usaria mais questões descritivas ou combinaria com os alunos que explicassem como chegaram ao resultado no campo de explicação.*

Por fim, enquanto professor proponente da série, avalio positivamente seu uso. As ferramentas de criação são intuitivas e permitem criar questões diversificadas, considerando os objetivos planejados pelo docente. Embora tenha sido a primeira experiência do autor com a Série de Exercícios, a vivência contribuiu em sua formação no sentido de ter em mãos uma ferramenta de avaliação diagnóstica ou formativa, que permite observar o progresso dos alunos de modo personalizado e fornecer *feedbacks* instantâneos. Com base nos *insights* e no resumo de desempenho, gerados imediatamente após a aplicação da série, foi possível retomar conteúdos que apresentaram dificuldades, permitindo um olhar atento do professor para a aprendizagem efetiva dos acadêmicos.

## APOIO

Fundação Araucária de Apoio ao Desenvolvimento Científico e Tecnológico do Estado do Paraná (FA) e a Secretaria da Ciência, Tecnologia e Ensino Superior (Seti).

## REFERÊNCIAS

BLOG OFICIAL DA EQUIPE DO GOOGLE WORKSPACE. **Disponibilidade geral das séries de exercícios no Google Sala de Aula.** Disponível em: <https://workspaceupdates-pt.googleblog.com/2023/04/disponibilidade-geral-das-series-de.html> Acesso em: 12 jun. 2024.

BURIASCO, R. Sobre avaliação em matemática: uma reflexão. **Educ. Rev.**, Belo Horizonte, n. 36, p. 255-263, dez. 2002. Disponível em: [http://educa.fcc.org.br/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S0102-46982002000200015&lng=pt&nrm=iso](http://educa.fcc.org.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0102-46982002000200015&lng=pt&nrm=iso) Acesso em: 31 maio 2024.

HADJI, C. **Avaliação desmistificada.** Porto Alegre: Artmed Editora, 2001.

PERRENOUD, P. **Avaliação: da excelência à regulação das aprendizagens – entre duas lógicas.** Porto Alegre: Artes Médicas Sul, 1999.



## O LABORATÓRIO DE ENSINO DE MATEMÁTICA EM UMA AÇÃO DE FORMAÇÃO CONTINUADA

Matheus Carvalho Carrijo Silveira<sup>1</sup>  
Higor Eduardo Soares da Silva<sup>2</sup>  
Fabiana Fiorezi de Marco<sup>3</sup>

**RESUMO:** O objetivo deste trabalho é relatar uma ação de formação continuada com professores que ensinam matemática acerca do uso de jogos no processo de ensino- aprendizagem de matemática. Esta ação foi nomeada de “ExpoLEM” e foi promovida pelo Laboratório de Ensino de Matemática (LEM) do Instituto de Matemática e Estatística da Universidade Federal de Uberlândia (IME-UFU). Trata-se de uma oficina conduzida pelos autores do presente trabalho que teve como objetivos uma discussão sobre o uso de jogos pedagógicos no ensino de matemática e a experimentação e problematizações do jogo Contig 60 pelos participantes. A oficina contou com formulário de inscrição previamente divulgado e seu público-alvo era professores de matemática da rede privada e pública de Uberlândia-MG. A experiência contou com a presença de cinco professoras, todas estudantes de pós- graduação ou pós-graduadas pela Universidade Federal de Uberlândia. Além disso, foi dividida em três momentos: apresentação e explicação do tema, conhecimento do jogo em grupos e reflexão sobre o jogo e a matemática a partir de questões propostas. Por fim, o evento divulgou o Laboratório de Ensino de Matemática e atraiu a atenção das professoras, que solicitaram mais oficinas como essa e se interessaram pelos materiais disponíveis no LEM.

**Palavras-chave:** laboratório de ensino de matemática, formação continuada, jogos.

### EIXO TEMÁTICO

( X ) T5: Formação inicial e continuada de professores de Matemática

### INTRODUÇÃO

O projeto de extensão LEM de Portas Abertas cadastrado na Pró-Reitoria de Extensão e Cultura (PROEXC) da Universidade Federal de Uberlândia opera sob a tríada pesquisa-ensino-extensão e tem como objetivos democratizar o acesso a recursos e práticas pedagógicas e ampliar o diálogo entre universidade-escola- comunidade. O projeto atua por meio do Laboratório de Ensino de Matemática (LEM) “Márcia Augusta Crosara” do Instituto de Matemática e Estatística (IME), localizado na sala 1F129 do bloco

<sup>1</sup> Graduando em Licenciatura em Matemática; Universidade Federal de Uberlândia/UFU, Uberlândia, Minas Gerais, Brasil, [matheuscarrijo@ufu.br](mailto:matheuscarrijo@ufu.br)

<sup>2</sup> Graduando em Licenciatura em Matemática; Universidade Federal de Uberlândia/UFU, Uberlândia, Minas Gerais, Brasil, [higor.soares@ufu.br](mailto:higor.soares@ufu.br)

<sup>3</sup> Pós-Doutora em Educação (FE/USP); Universidade Federal de Uberlândia/UFU, Uberlândia, Minas Gerais, Brasil, [fabiana.marco@ufu.br](mailto:fabiana.marco@ufu.br)

1F do campus Santa Mônica da Universidade Federal de Uberlândia. A professora coordenadora do projeto é atual coordenadora do laboratório.

O projeto se compromete a desenvolver ações de pesquisa, ensino e extensão e conta com uma equipe de uma professora coordenadora, uma professora colaboradora, ambas do IME-UFU, e sete voluntários estudantes do curso de Licenciatura em Matemática da mesma universidade.

Uma das ações realizadas é relatada no presente trabalho e foi intitulada pela equipe do projeto como evento ExpoLEM, sendo uma exposição do laboratório, aliada a uma oficina sobre jogos no ensino de matemática. Esse relato explora a fundamentação teórica adotada pela equipe e a proposta de oficina para formação de professores que ensinam matemática. Acerca dessa formação, é importante pontuar que defendemos que “[...] a aprendizagem da docência não pode ser limitada a uma compreensão simplista de que se aprende na prática ou na reflexão sobre a prática, se esta for esvaziada teoricamente” (Souza; Moretti, 2021, p. 8).

## REFERENCIAIS TEÓRICOS

O conceito de jogo pode ser entendido de várias formas, porém, vamos nos atentar à perspectiva defendida por Grando (1995, 2000) que interpreta o conceito como um instrumento que gera uma situação-problema e desencadeia a aprendizagem do aluno. Além dessa autora, também nos fundamentamos em Moura (1992), que entende o jogo como um problema em movimento que requer do jogador o desenvolvimento de procedimentos para a resolução de uma situação problema.

Outra perspectiva adotada no presente trabalho é a de que o jogo é “[...] uma situação lúdica, na qual é possível o professor observar o movimento de pensamento do aluno em situações de resolução de problema” (Marco, 2004, p. 36).

É importante esclarecer que o jogo, no processo de ensino-aprendizagem, é um instrumento e não abrange o desenvolvimento de conceitos matemáticos. Ele pode propiciar o pensamento e a criação de estratégias e procedimentos, mas se intencionalmente organizado pelo professor, que tem objetivos pedagógicos com o instrumento.

Grando (2000) propõe etapas de intervenção pedagógica com jogos nas aulas de Matemática, sendo elas: Familiarização com o material; reconhecimento das regras; jogo para garantir regras; intervenção oral; registro de jogo; intervenção escrita; jogar “com competência”.

Assim, ao propor um jogo em suas aulas, é importante que o professor estabeleça objetivos e tenha jogado anteriormente de forma a conhecê-lo e planejar suas intervenções pedagógicas adequadas no momento da aula.

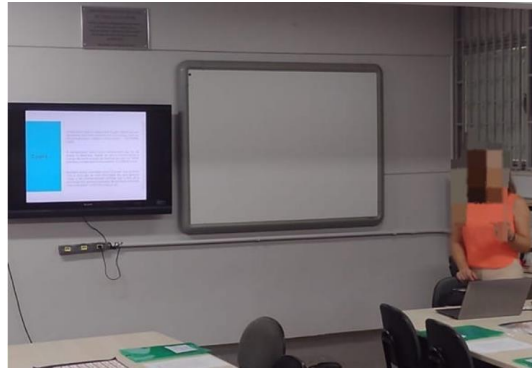
## RELATO

O evento ocorreu em uma manhã de sábado, das 8h30 às 11h30, e contou com a presença da equipe do projeto LEM de Portas Abertas e cinco professoras participantes. As cinco professoras são estudantes de pós-graduação ou pós-graduas pela Universidade Federal de Uberlândia e professoras de matemática das redes privada e pública na mesma cidade.

Dividimos a experiência em três momentos: um diálogo sobre jogos no ensino de matemática; o tempo para conhecer o jogo Contig 60 e jogá-lo, em grupo; a reflexão sobre o jogo e a matemática a partir de questões propostas pela equipe organizadora.

Sobre o primeiro momento (Figura 1), houve uma exposição da fundamentação teórica adotada pela equipe acerca do tema.

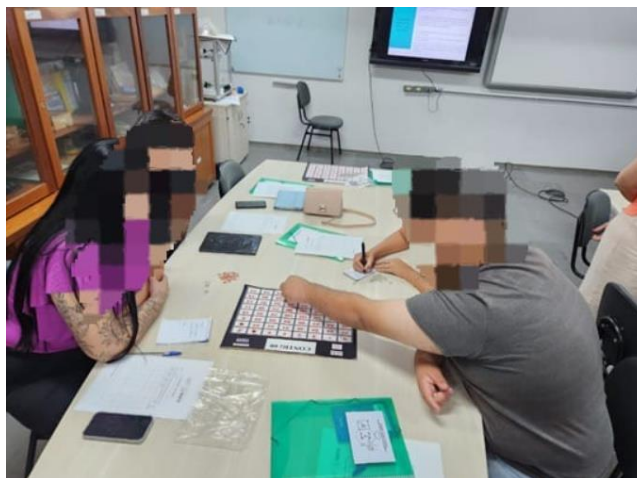
**Figura 1 – Primeiro momento da oficina**



Fonte: Arquivo dos autores (2024)

No segundo momento (Figura 2), a dinâmica proposta consistia na formação de grupos de quatro pessoas para a realização do jogo Contig 60, com duas duplas competindo entre si. Para garantir a participação de um número adequado de jogadores, os membros da equipe do Laboratório de Ensino de Matemática (LEM) se uniram às professoras participantes, proporcionando uma melhor experiência. Este momento permitiu que as professoras não apenas jogassem, mas também comesçassem a perceber a presença da matemática nele, levando-as a considerar como essa dinâmica poderia ser incorporada em suas aulas de matemática.

**Figura 2 – Segundo momento da oficina**



Fonte: Arquivo dos autores (2024)

Sobre o terceiro momento, a equipe utilizou um conjunto de questões (Figura 3) destinadas a iniciar um diálogo e promover a reflexão entre as professoras

participantes sobre o jogo e os conceitos matemáticos empregados nele. Essas questões abordavam tanto as regras do jogo quanto os conteúdos matemáticos empregados durante a partida anterior. Esse processo de questionamento visava, não apenas aprofundar a compreensão das professoras sobre o jogo, mas também estimular a reflexão sobre como integrar esses conceitos ao ensino da matemática em sala de aula.

**Figura 3 – Arquivo com questionamentos para o terceiro momento da oficina**



**CONTIG 60**

1 - Temos a seguinte situação de jogo: peças colocadas nas casas 29, 31, 54, 125, 66 e 72. Quantas possibilidades o próximo jogador tem de ganhar 4 pontos? E 3 pontos?

2 - Qual o número máximo que poderia constar no tabuleiro?

3 - Quais são todas as possibilidades de se obter o número 22?

Fonte: Grando (2000, p. 223)

O terceiro e último momento foi proposto no formato de diálogo com as professoras participantes que puderam perceber possibilidades para o jogo Contig 60 em sua prática docente. Essas possibilidades envolviam principalmente o ensino de aritmética e uso dos parênteses em expressões numéricas.

## **CONSIDERAÇÕES FINAIS**

A experiência relatada foi uma ação de formação continuada proposta pela equipe do projeto de extensão LEM de Portas Abertas, por meio do Laboratório de Ensino de Matemática (LEM) com professoras de matemática das redes privada e pública de Uberlândia-MG, estudantes de pós-graduação ou pós-graduadas pela Universidade Federal de Uberlândia.

A experiência conseguiu alcançar os objetivos propostos de divulgar o LEM e os materiais disponíveis e contribuir com a formação de um novo olhar sobre a utilização de jogos no ensino de matemática. O retorno das professoras participantes foi positivo e contou com a solicitação de uma nova oficina com outros jogos e outros temas.

Os resultados obtidos com a realização dessa experiência não só validam a relevância do uso de jogos no contexto educacional, mas também apontam para novas oportunidades de aprimoramento. Diante da demanda expressa pelas participantes por mais oficinas semelhantes, surge a perspectiva de expandir ainda mais essa abordagem, explorando uma variedade de jogos e temas, a fim de enriquecer ainda mais a prática pedagógica e os benefícios para o processo de ensino e aprendizagem da Matemática nas escolas.

## REFERÊNCIAS

- GRANDO, R. C. **O conhecimento matemático e o uso de jogos na sala de aula**. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Universidade Estadual de Campinas. Campinas, SP. 2000.
- GRANDO, R. C. **O jogo e suas possibilidades metodológicas no processo ensino-aprendizagem da matemática**. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Estadual de Campinas. Campinas, SP. 1995.
- MARCO, F. F. de. **Estudo dos processos de resolução de problema mediante a construção de jogos computacionais de matemática no ensino fundamental**. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Estadual de Campinas. Campinas, SP. 2004.
- MOURA, M. O. de. **A construção do signo numérico em situação de ensino**. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade de São Paulo. São Paulo, SP. 1992.
- SOUZA, F. D. de; MORETTI, V. D. Teoria Histórico-Cultural e Educação Matemática: diálogos possíveis na formação de professores. **Revista Venezolana de Investigación en Educación Matemática (REVIEM)**. v. 1, p. 1-26, 2021.





## O APOIO PRESENCIAL NAS AULAS DE MATEMÁTICA COMO POSSIBILIDADE DE FORMAÇÃO

Rosângela Eliana Bertoldo Frare<sup>1</sup>  
Cidinéia da Costa Luvison<sup>2</sup>

**RESUMO:** O presente texto objetiva relatar uma experiência com a realização do Apoio Presencial nas aulas de Matemática, vivenciada por duas professoras que desenvolveram pesquisas nessa área de conhecimento, atuando como gestoras de uma escola da rede pública de ensino do estado de São Paulo. O Apoio Presencial refere-se a uma metodologia implantada em 2024 pela Secretaria da Educação, havendo uma meta semanal estabelecida para que a equipe gestora observe aulas dos professores da escola e dê devolutivas. Foram selecionados episódios dos diálogos decorrentes das aulas observadas no primeiro quadrimestre letivo do ano de 2024. Evidencia-se a importância da ação como possibilidade para a reflexão do professor sobre sua prática, o desenvolvimento profissional, a formação.

**Palavras-chave:** Apoio presencial, formação, educação matemática.

### EIXO TEMÁTICO

( x ) T5: Formação inicial e continuada de professores de Matemática

### INTRODUÇÃO

Somos duas professoras cujas pesquisas de Mestrado e Doutorado foram desenvolvidas tendo como foco o ensino da Matemática. Após anos atuando como professoras no ensino público estadual paulista, em 2018 assumimos a função de Diretora e Vice-diretora de escola na mesma rede. A escola possui atualmente 450 alunos matriculados, integra o Programa de Ensino Integral (PEI) de 9 horas e está localizada em um município do interior do estado com cerca de 14 mil habitantes.

Sempre prezamos pela aprendizagem dos alunos e, para isso, defendemos a importância da formação docente permanente no interior das escolas. Esse tipo de formação possibilita ao professor uma análise fundamentada dos desafios de sua prática em um contexto específico e o planejamento de propostas para aperfeiçoamento dessas práticas visando à aprendizagem dos alunos (André; Passos, 2019).

A formação continuada dos professores no interior das escolas da rede ocorre por meio das Aulas de Trabalho Pedagógico Coletivo (ATPCs), sendo constituído por uma pauta própria da escola e, as demais, da Escola de Formação e Aprofundamento dos Profissionais da Educação do Estado de São Paulo “Paulo Renato Costa Souza (Efape).

<sup>1</sup> Doutora em Educação; Secretaria da Educação do Estado de São Paulo – Seduc-SP, Morungaba, São Paulo, Brasil, robertoldo81@hotmail.com.

<sup>2</sup> Doutora em Educação; Secretaria da Educação do Estado de São Paulo – Seduc-SP, Morungaba, São Paulo, Brasil, cidineiadacosta.luvison@gmail.com.

Além disso, há oportunidades de formação por meio de cursos oferecidos pela Secretaria da Educação, realizados nos horários de estudo. Em 2024, com a implementação de uma nova metodologia para observação de aulas, denominada de Apoio Presencial, surge mais uma possibilidade de formação docente. Contudo, entendemos que isso depende do modo como a ação é desenvolvida na escola.

Desse modo, objetivamos relatar a experiência com a realização do Apoio Presencial nas aulas de Matemática. Para isso foram selecionados episódios dos diálogos decorrentes das aulas observadas no primeiro quadrimestre letivo do ano de 2024 com os professores da disciplina. Na escola há cinco professores com aulas de Matemática atribuídas, dentre os quais, dois possuem mais anos de experiência lecionando a disciplina, e os demais, têm menos tempo de atuação em sala de aula. O trabalho que desenvolvem é pautado no Currículo Paulista, implantado a partir de 2020, e prescrito pelos slides disponibilizados pela plataforma Centro de Mídias da Educação de São Paulo (CMSP).

Na sequência abordamos a metodologia do Apoio Presencial e, posteriormente, focamos nos diálogos estabelecidos com os professores da escola nos momentos de devolutiva das aulas observadas.

## **O APOIO PRESENCIAL**

A observação de aulas era algo que já acontecia na rede em anos anteriores, ficando concentrada na coordenação pedagógica. Em 2023, passou a ser também de atribuição do diretor e do vice-diretor, mas não era algo oficialmente prescrito, com obrigatoriedade e meta estabelecida. Em 2024, a partir da publicação da Portaria do Coordenador de 14/03/2024 (São Paulo, 2024), foi implantado o Apoio Presencial para os professores, em sala de aula, pelo Diretor, Vice-diretor, Coordenador de Gestão Pedagógica Geral e Coordenadores de Gestão Pedagógica por área de Conhecimento – para o caso das escolas PEI. Trata-se de uma metodologia que consiste na observação de aulas e na realização de devolutivas aos professores.

Semanalmente a escola deve concluir uma quantidade mínima de Ciclos do Apoio Presencial, composto pelo acompanhamento da aula, o preenchimento de formulário em plataforma própria e a realização da devolutiva. Tal quantidade é estipulada pelo número de membros da equipe gestora – Diretor, Vice-diretor e Coordenador Pedagógico. Em nossa escola, são 12 Ciclos a serem concluídos. Esses dados, juntamente com o uso de outras plataformas educacionais implantadas pelo atual Governo estadual, são monitorados e geram uma nota semanal para a escola, o chamado Super BI.

Na plataforma do Apoio Presencial o observador da aula precisa fazer o registro da aula acompanhada, analisando alguns critérios na tela Formulário Pedagógico, conforme a Figura 1.

**Figura 1 – Tela da Plataforma Apoio Presencial**

A interface da Plataforma Apoio Presencial apresenta uma barra superior com três abas: 'Informações iniciais', 'Formulário pedagógico' (ativa) e 'Observações e agendamentos do feedback'. Abaixo, há uma instrução: 'Quanto ao aspecto pedagógico, como você acredita que o(a) docente cumpriu os campos de observação abaixo? Avalie de acordo com a legenda.' A legenda indica: Oportunidade de Melhoria (ícone de gráfico de linha), Atingiu as expectativas (ícone de alvo) e Superou as expectativas (ícone de troféu). O formulário contém cinco perguntas, cada uma com três opções de resposta (radio buttons):

1. O professor conseguiu desenvolver o conteúdo de modo que a maior parte dos alunos participaram da aula
2. O professor utilizou metodologias ativas para promover um melhor aprendizado
3. O professor conseguiu gerenciar bem o tempo para desenvolver a sequência didática, atividades e tirar as dúvidas
4. O conteúdo foi apresentado de maneira bem organizada, objetiva e eficiente
5. O clima na sala de aula é de colaboração, respeito mútuo e favorável à aprendizagem

Na base da interface, há dois botões: 'Anterior' (em vermelho) e 'Próximo' (em azul).

Fonte: <https://apoiopresencial.educacao.sp.gov.br/login>.

Na tela seguinte, há um campo para colocar algumas observações e agendar a data da devolutiva. Na data agendada, após realizar a conversa com o professor, o observador abre novamente a tela e indica os combinados para as próximas semanas. Na sequência, o professor precisa entrar na plataforma com seu login e concluir o Apoio, para o encerramento e contabilização do Ciclo.

## OS DIÁLOGOS COM OS PROFESSORES DE MATEMÁTICA

Observando os critérios de análise trazidos na plataforma, é evidente que, se pretendemos trazer contribuições para a formação docente, não podemos nos restringir a eles, restando o campo das observações como possibilidade de ampliar a avaliação. Além disso, na conversa com o professor no momento da devolutiva é importante ir além dos pontos indicados nas observações.

Diante da necessidade de ampliar as potencialidades da devolutiva a primeira autora deste texto adotou outros critérios para orientar a análise das aulas observadas e o diálogo com os professores, pautando-se nas dimensões da Matemática com sentido, de Hiebert *et al.* (1997), já utilizados em observações no ano anterior. Os autores defendem que para que a sala de aula seja um ambiente de aprendizagem com compreensão, com sentido para os alunos, precisam fazer parte da aula cinco dimensões e suas respectivas características, como elencamos no Quadro 1.

**Quadro 1 – Dimensões e características para a aula de Matemática com sentido.**

| <b>Dimensão</b>                                              | <b>Características</b>                                                                                                                                                                                                         |
|--------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| A natureza das tarefas em sala de aula                       | Envolve uma problemática, que desperta o interesse.<br>Parte do lugar em que os alunos estão.<br>Deixa algo de valor matemático (os resíduos).<br>Permite reflexão e comunicação.                                              |
| O papel do professor                                         | Selecionar as tarefas de acordo com a intencionalidade.<br>Compartilhar informações essenciais.<br>Realizar mediações e problematizações.<br>Estabelecer a cultura de sala de aula.<br>Permitir a socialização de ideias.      |
| Cultura social da sala de aula                               | Ideias e estratégias de resolução são valorizadas.<br>- Os alunos registram, escolhem e compartilham suas estratégias de resolução.<br>Os erros são aprendizagens para todos.<br>A correção centra-se no argumento matemático. |
| As ferramentas matemáticas como suportes para a aprendizagem | - Os significados das ferramentas devem ser construídos por cada utilizador.<br>Devem ser usadas com o propósito de resolver problemas.<br>Devem ser usadas para recordar, comunicar e pensar.                                 |
| A equidade e a acessibilidade                                | As tarefas são acessíveis a todos os alunos.<br>Todos os alunos são ouvidos.<br>Todos os alunos contribuem.                                                                                                                    |

Fonte: Hiebert *et al.* (1997, p. 12) (Traduzido e adaptado).

Assim, tais dimensões passaram a perpassar as observações registradas pela autora na plataforma e o diálogo com os professores de Matemática da escola, a partir do apontamento dos pontos positivos e dos pontos de melhoria da aula.

Um dos objetivos tem sido provocar reflexões a respeito da prática. A reflexão crítica sobre a prática contribui tanto para a formação permanente do professor, quanto para a criação de condições para a aprendizagem dos alunos. Freire (1996, p. 43-44), destaca que “é pensando criticamente a prática de hoje ou de ontem que se pode melhorar a próxima prática”. Em um episódio, após a discussão sobre a valorização das respostas dos alunos durante a aula, uma das professoras expressa: *“Agora que você falou... eu não tinha percebido que eles estavam apagando. É bom você apontar isso pra eu ficar mais atenta nas próximas aulas e pedir para que não mudem a resposta. Que dó! Vou fazer diferente da próxima vez: primeiro ver quais as respostas que deram e depois colocar na lousa.”*

Mais uma contribuição evidenciada refere-se a busca por novas metodologias e adaptações no material prescrito de acordo com a intencionalidade do professor, algo muito enfatizado nas observações. Temos visto exemplos disso ao retornar às aulas de um dos professores e até mesmo na fala em momentos de devolutivas de outra disciplina em que ele atua: *“Da outra vez, sobre a aula de Matemática, você sugeriu que eu usasse outras metodologias, daí eu fui procurar para o 3º ano, sobre aquele dia que a gente conversou sobre usar o Geogebra, e achei esse experimento e resolvi trazer pra essa aula. E o para o 3º ano eu passei um vídeo do site.”*

Com relação aos apontamentos sobre a dimensão referente ao papel do professor,

em uma conversa informal, uma narrativa revela o fato de colocar em prática as sugestões recebidas: *“Sabe aquilo que você me falou de questionar os alunos que não participam para participarem da aula? Eu fiz e deu certo.”* Isso nos dá indícios das contribuições para o desenvolvimento profissional do professor.

Há episódios que revelam que, quando o observador tem formação em Matemática, as potencialidades do Apoio Presencial são ampliadas, uma vez que, podem ser destacadas questões específicas do ensino do componente, conforme alguns relatos: 1) *“Na outra escola a coordenadora não era da área. Analisava a aula de modo geral, mas não dava sugestões para melhorar o ensino da Matemática”*. 2) *“É a primeira vez que eu tenho uma devolutiva assim, porque na outra escola o coordenador já falava no final da aula e não era da Matemática... agora, você sendo da área pode me dar dicas... porque tem coisas que a gente não percebe e é muito bom ter alguém da área pra ter esse olhar e falar.”*

Por fim, ressaltamos que os momentos de diálogo entre o observador e o professor têm favorecido também: a expressão de angústias e de dificuldades com relação ao uso das plataformas educacionais implantadas pela rede; o esclarecimento de dúvidas; o planejamento da continuidade do desenvolvimento de um tema; o compartilhamento de outros momentos da prática; a indicação de textos para estudo.

## REFLEXÕES FINAIS

A partir dessa experiência, consideramos que o modo como o Apoio Presencial é realizado dentro da escola influencia em suas possibilidades de formação docente. A devolutiva precisa ser pensada com cuidado e respeito ao trabalho do professor, procurando valorizar os pontos positivos e apontar os de melhoria. É imprescindível o estabelecimento de um diálogo, dando-se voz ao professor e estando aberto à escuta. Para o observador, a ação permite disponibilidade de tempo para acompanhar o contexto das salas de aula e a maneira como está ocorrendo o processo de ensino e aprendizagem. Além disso, proporciona o aperfeiçoamento da prática da devolutiva, atribuindo-lhe cada vez mais um caráter reflexivo e formativo. Embora a reflexão diante da prática possa ser possibilitada nesses momentos, a qualidade das devolutivas, o tempo e o espaço para esses diálogos, ainda precisam ser repensados.

## REFERÊNCIAS

- ANDRÉ, M.; PASSOS, L. F. Experiências brasileiras de formação de professores da educação básica. In: IMBERNON, F.; NETO, A. S.; FORTUNATO, I. (org.). **Formação permanente de professores: experiências iberoamericanas**. São Paulo: Edições Hipótese, 2019. p. 183-208.
- FREIRE, P. **Pedagogia da autonomia: saberes necessários à prática educativa**. São Paulo: Paz e Terra, 1996.
- HIEBERT, J. *et al.* **Making sense: teaching and learning mathematics with understanding**. Portsmouth: Heinemann, 1997.
- SÃO PAULO. Secretaria da Educação. **Portaria do Coordenador, de 14/05/2024**. Dispõe sobre o Apoio Presencial para os Professores, em sala de aula, pelo Diretor Escolar/Diretor de Escola, Vice-diretor Escolar, Coordenador de Gestão Pedagógica/Coordenador de Gestão Pedagógica Geral e Coordenador de Gestão Pedagógica por Área de Conhecimento. Diário oficial, Executivo, São Paulo, 15 mar. 2024, p.1-4. Disponível em: <https://www.doe.sp.gov.br/>. Acesso em: 25 mai. 2024.



## MATEMÁTICA NA COZINHA: “FRUTEIRA OCTOGONAL COM PALITOS”

Adriano Silva Nascimento<sup>1</sup>  
Andressa da Silva Santos<sup>2</sup>  
Viviane de Oliveira Santos<sup>3</sup>

**RESUMO:** Este trabalho tem como objetivo apresentar o processo de elaboração e aplicação do material didático “Fruteira octogonal com palitos”, desenvolvido pelo projeto de extensão “Sem mais nem menos nas escolas” da Universidade Federal de Alagoas (Ufal). O material trabalha a unidade temática Geometria, em especial polígonos e posição das retas, e foi aplicado em quatro turmas da 2ª série do Ensino Médio, com 82 estudantes, de uma escola da Rede Pública de Maceió, Alagoas. Os estudantes foram divididos em grupos para construir uma fruteira usando palitos de picolé. Após a construção, os estudantes responderam a três itens, os quais mostraram a dificuldade deles na identificação de polígonos e no cálculo do número de diagonais do octógono. No entanto, os resultados mostram a importância do uso de material manipulável no ensino e na aprendizagem de matemática, pois mesmo com dificuldades, a maioria dos estudantes gostaram da atividade.

**Palavras-chave:** projeto de extensão, ensino de matemática, geometria, material didático.

## INTRODUÇÃO

O grupo de extensão “Sem mais nem menos” há alguns anos desenvolve:

[...] ações que visam aguçar um olhar diferente dos estudantes sobre a matemática. Para isso, são criadas ou adaptadas atividades que são aplicadas em escolas da rede pública do estado de Alagoas. A escolha do tema que desenvolvemos em cada escola é em função das respostas dadas, por professores e estudantes, a questionamentos enviados [...] (Santos; Santos; Albuquerque, 2021 p. 303)

Em 2024, após o projeto de extensão abrir inscrições, uma escola estadual de Maceió, Alagoas, foi selecionada, sendo aplicado um questionário para diagnóstico com os estudantes da 2ª série do Ensino Médio. A partir das respostas, cinco materiais didáticos foram desenvolvidos com a temática “Matemática na cozinha”, dentre eles o material “Fruteira octogonal com palitos”, que visa estudar alguns elementos geométricos ao construir uma fruteira de centro octogonal utilizando palitos de picolé. O material didático “Fruteira octogonal com palitos” trabalha conceitos geométricos de reta e de

<sup>1</sup> Licenciando em matemática pela Universidade Federal de Alagoas (Ufal), Maceió, Alagoas, Brasil. Endereço eletrônico para contato: [adriano.nascimento@im.ufal.br](mailto:adriano.nascimento@im.ufal.br)

<sup>2</sup> Licencianda em matemática pela Universidade Federal de Alagoas (Ufal), Maceió, Alagoas, Brasil. Endereço eletrônico para contato: [andressa.santos@im.ufal.br](mailto:andressa.santos@im.ufal.br)

<sup>3</sup> Doutora em Educação Matemática pela Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”. Docente da Universidade Federal de Alagoas (Ufal), Maceió, Alagoas, Brasil. E-mail: [viviane.santos@im.ufal.br](mailto:viviane.santos@im.ufal.br)



polígonos, e sua utilização em aula permite que os estudantes explorem a fruteira visualizem figuras formadas durante sua construção. A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) enfatiza que “[...] a Geometria não pode ficar reduzida a mera aplicação de fórmulas de cálculo de área e de volume nem a aplicações numéricas [...]” (Brasil, 2018, p. 272). Assim, é importante desenvolver e aplicar atividades que não estejam relacionadas apenas a aplicação de fórmulas.

Além disso, a utilização de materiais concretos é essencial, pois Lorenzato (2012, p. 27), ao discorrer sobre uma aula em que os estudantes manipulam o material didático, conclui que “[...] poderão, em ritmos próprios, realizar suas descobertas e, mais facilmente memorizar os resultados obtidos durante suas atividades.”

O objetivo deste trabalho é apresentar o processo de elaboração e aplicação do material didático “Fruteira octogonal com palitos” e os seus resultados. O material proporcionou aos estudantes uma oportunidade para aprender matemática de forma enriquecedora, atrelada a um dos utensílios que eles usam em seu cotidiano.

## ELABORAÇÃO DO MATERIAL DIDÁTICO “FRUTEIRA OCTOGONAL COM PALITOS”

A elaboração deste material didático iniciou-se a partir da aplicação de um diagnóstico aos estudantes da 2ª série do Ensino Médio de uma escola de Rede Pública Estadual em Maceió, Alagoas. Com base nesse diagnóstico, escolheu-se a temática “Matemática na cozinha”. A partir dessa escolha, os membros do projeto de extensão exploraram diversas ideias e possíveis abordagens para a temática a ser trabalhada. Nesse contexto, assistiram a alguns vídeos sobre a construção de uma fruteira usando palitos de picolé. Com base nesses vídeos, adaptaram a construção e analisaram quais conceitos matemáticos são observados durante o processo.

Após vários testes, surgiu o material didático “Fruteira octogonal com palitos” (ver Figura 1), cujo objetivo é abordar os conteúdos de polígonos, reta, semirreta, segmento de reta, ponto médio de um segmento de reta e posição das retas, por meio da construção de uma fruteira de centro octogonal. O material é composto por: um texto inicial sobre o uso da fruteira, os tipos de fruteiras; algumas definições matemáticas; instruções para a construção da fruteira de centro octogonal; itens e questionamentos a serem preenchidos no final da construção.

Figura 1 – Atividade impressa “Fruteira octogonal com palitos”



Fonte: Arquivos do projeto de extensão “Sem mais nem menos” (2024)



Em relação aos passos para a confecção de uma fruteira, foram divididos em duas partes: (1) Preparando a base; e (2) Preparando os degraus. Em cada parte, os estudantes deveriam seguir as instruções descritas para confeccionar uma fruteira de centro octogonal. Já os itens e questionamentos a serem preenchidos são: “1) Durante a confecção da fruteira de centro octogonal, quais polígonos vocês visualizaram?”; “2) A diagonal de um polígono é um segmento de reta cujas extremidades são vértices não consecutivos do polígono, como mostrado ao lado. Determinem o número de diagonais do polígono presente no centro da fruteira e expliquem como chegaram ao resultado. *Obs.: Se desejarem, utilizem a fórmula de número de diagonais de um polígono (sendo  $n$  o número de lados do polígono):  $d = \frac{n(n-3)}{2}$ ” e “3) Comentem sobre o que acharam da atividade. (O que gostaram, o que sentiram dificuldades, se já haviam construído uma fruteira, se possuem uma fruteira feita com palitos de picolé, entre outros).”.*

## APLICAÇÃO E RESULTADOS DO MATERIAL DIDÁTICO

O material didático “Fruteira octogonal com palitos” foi aplicado em quatro turmas da 2ª série do ensino médio, com 82 estudantes, divididos em 28 grupos (1 quarteto, 24 trios e 3 duplas), com duração de aproximadamente 2 horas. A cada grupo foi entregue uma atividade impressa (ver Figura 1), duas estruturas para a base da fruteira (ver Figura 2), um saquinho com 49 palitos (48 para a construção e 1 para pegar a cola), um copinho com cola de isopor e uma régua.

**Figura 2 – Estruturas para base da fruteira entregue a cada grupo**



Fonte: Arquivos do projeto de extensão “Sem mais nem menos” (2024).

Para iniciar a aplicação, uma das integrantes do projeto fez algumas perguntas aos estudantes como: “Vocês possuem uma fruteira em casa?”; “Sabem o motivo de uma fruteira ser trabalhada em uma aula de matemática?”, aproximando-os do tema que seria trabalhado. Em seguida, foi explicado que uma fruteira é um elemento comum na cozinha e que nela podem ser estudados conceitos matemáticos. Após a explicação, cada grupo recebeu a atividade impressa (Figura 1) para lerem as informações, construírem a fruteira seguindo o passo a passo e responderem aos itens e questionamentos presentes na atividade.

No primeiro questionamento, esperava-se que os estudantes observassem a fruteira (Figura 3) e citassem 4 polígonos: quadrado, losango, triângulo e octógono. No entanto, 2 grupos (7,14%) citaram os 4 polígonos corretamente, 6 grupos (21,43%) citaram 3 polígonos corretos, 11 grupos (39,29%) citaram 2 polígonos corretamente, grupos (10,71%) citaram 1 polígono corretamente, 5 grupos (17,86%) citaram polígonos que não estavam presentes na fruteira, e 1 grupo (3,57%) não respondeu. Proença e Pirola

(2009), ao realizarem uma pesquisa com estudantes da educação básica sobre polígonos, concluíram que a dificuldade dos estudantes em identificar figuras ocorreu pelo fato dos estudantes não conseguirem reconhecer suas características. Dessa forma, é possível fazer um paralelo com o primeiro questionamento, em que os estudantes não identificaram o que caracteriza um octógono, relacionando os 8 lados da figura com seu respectivo nome. Muitos estudantes citaram o hexágono e outros mencionaram “octogonal” que estava presente no título da atividade. Além desses polígonos, foi citado o heptágono e o pentágono.

**Figura 3: Fruteiras confeccionadas pelos estudantes**



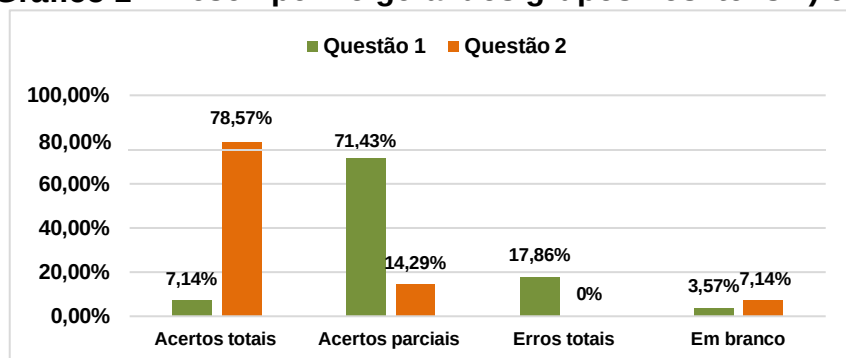
Fonte: Arquivos do projeto de extensão “Sem mais nem menos” (2024)

No segundo questionamento, os estudantes deveriam citar que o número de diagonais do octógono é 20. Para esse item, 22 grupos (78,57%) responderam corretamente, 4 grupos (14,29%) responderam parcialmente correto, ou seja, substituíram os valores na fórmula, mas não finalizaram o cálculo, e 2 grupos (7,14%) não responderam. Durante a aplicação, ao observar os estudantes respondendo a atividade, foi possível notar que todos tiveram dificuldade neste item, por não conseguirem visualizar como iriam utilizar a fórmula e principalmente o significado de “ $n$ ” que correspondia ao número de lados do polígono formado no centro da fruteira. Estes resultados refletem uma percepção dos estudantes:

[...] que aprender matemática nos primeiros anos escolares era fácil por somente envolver as quatro operações fundamentais: adição, subtração, multiplicação e divisão. No entanto, quando eram introduzidas expressões numéricas, as “letras”, os “sinais”, as regras e as fórmulas, a aprendizagem da matemática se tornavam difícil” ficou mais difícil. [...] (Knijnik; Silva, 2008, p. 70-71).

O Gráfico 1 mostra o desempenho dos estudantes nos dois primeiros itens.

**Gráfico 1 – Desempenho geral dos grupos nos itens 1) e 2)**



Fonte: Elaborado pelos autores com dados do projeto de extensão “Sem mais nem menos” (2024)

No terceiro questionamento, destinado aos comentários dos estudantes, 13 grupos (46,429%) mencionaram ter gostado e sentido dificuldade, 9 grupos (32,143%) mencionaram não ter gostado da atividade, 3 grupos (10,714%) mencionaram gostar da atividade e 3 grupos (10,714%) mencionaram ter sentido dificuldade. Alguns comentários dos grupos foram: “Gostamos, tivemos alguns problemas com a cola mas tirando isso, foi ótima.”; “achamos legal a experiência é gostamos de fruteira é nunca a gente tenha feito.”; “Achamos legal a atividade, a única dificuldade foi o calculo”; “Complicado, não gostamos muito”.<sup>4</sup> Os estudantes que não gostaram justificaram que a atividade foi muito trabalhosa. As respostas evidenciam que os estudantes tiveram algumas dificuldades na execução da atividade, no entanto uma boa parte dos grupos gostou de realizá-la.

## REFLEXÕES FINAIS

O material didático “Fruteira octogonal com palitos” permitiu trabalhar os conceitos geométricos de uma forma diferente, possibilitando a visualização de cada um deles durante a construção de uma fruteira.

Ao aplicar o material, foi possível observar que os estudantes possuem dificuldade para identificar os polígonos e para realizar o cálculo do número de diagonais, mesmo que a fórmula tenha sido explicada para os grupos. No entanto, o material didático manipulável permitiu que os estudantes, no decorrer da aplicação, investigassem o polígono formado no centro da fruteira e o seu respectivo nome, sendo detentores de seu próprio conhecimento.

Sendo assim, o uso do material didático mostrou ser importante para o ensino e a aprendizagem da matemática, pois além de tirar os estudantes do ambiente convencional de aprendizado, aproxima-os da Universidade, mais precisamente dos membros do projeto. Além disso, as defasagens de aprendizagens em conteúdo de matemática observadas podem ser repassadas para os professores responsáveis pelas turmas.

<sup>4</sup> Esses comentários estão apresentados do mesmo modo que foi escrito pelos próprios estudantes na atividade impressa.

## REFERÊNCIAS

- BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**: educação é a base. Brasília: MEC, 2018.
- KNIJNIK, G.; SILVA, F. B. de S. da. “O problema são as fórmulas”: um estudo sobre os sentidos atribuídos à dificuldade em aprender matemática. **Cadernos de Educação**, n. 30, 11, 2008.
- LORENZATO, S. (org.). **O Laboratório de Ensino de Matemática na formação de professores**. 1ª. Ed. Campinas, SP: Autores Associados, p. 3-37, 2006 (Coleção Formação de Professores).
- PROENÇA, M. C. de; PIROLA, N. A. Um estudo sobre o desempenho e as dificuldades apresentadas por alunos do ensino médio na identificação de atributos definidores de polígono. **La Referencia**. v. 17, n. 31, p. 11-46, 2009.
- SANTOS, K. T. R. dos; SANTOS, S. R. dos; ALBUQUERQUE, E. S. da C. Live “jogo da onça: estudando geometria em uma diversão indígena”. **Boletim Cearense de Educação e História da Matemática**, [S. l.], v. 8, n. 23, p. 301–317, 2021.
- SEM MAIS NEM MENOS. **Projeto de extensão “Sem mais nem menos – Ufal”**, 2020. Disponível em: [www.sem-mais-nem-menos.webnode.com](http://www.sem-mais-nem-menos.webnode.com). Acesso em: 8 jun. 2024.



## MERCADINHO DOS DECIMAIS

Ana Laura Rodrigues da Silva<sup>1</sup>  
Rita de Cássia Pavan Lamas<sup>2</sup>

**RESUMO:** O projeto intitulado “Mercadinho dos Decimais” foi uma experiência pedagógica realizada com o objetivo de abordar os números decimais de forma lúdica e educativa, focando principalmente nas operações de multiplicação e divisão dos números decimais. O projeto ocorreu no âmbito do Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência (PIBID), desenvolvido nos meses de junho e julho de 2023. Os participantes foram alunos do 7º ano de uma Escola Municipal de São José do Rio Preto, parceira do Pibid - Matemática, da Universidade Estadual Paulista (Unesp), no Instituto de Biociências Letras e Ciências Exatas de São José do Rio Preto. O objetivo deste trabalho é apresentar como se deu a experiência relacionada ao desenvolvimento do projeto citado.

Inicialmente, os alunos receberam uma introdução aos números decimais e às operações matemáticas, com ênfase na relação entre números decimais e frações. O desenvolvimento das ações práticas relacionadas ao projeto envolveu a aplicação de um jogo intitulado também de Mercadinho do Decimais, na qual houve a formação de equipes, sorteio de produtos fictícios a serem comprados e resolução das operações para determinar o valor total das compras. Observamos melhorias nas habilidades e confiança dos alunos, em relação às quatro operações básicas com números decimais. O entusiasmo dos mesmos em participar e aprender de forma interativa foi notável.

**Palavras-chave:** números decimais, matemática, ensino fundamental.

## EIXO TEMÁTICO

( X ) T6: Desenvolvimento de materiais e recursos didáticos de Matemática

## INTRODUÇÃO

Nossa vivência com o projeto, o qual foi trabalhado o jogo “Mercadinho dos Decimais” ocorreu em 2023, no âmbito do Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência (Pibid) juntamente com a Fundação Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (Capes). As atividades do PIBID foram desenvolvidas em uma escola municipal parceira, onde, nós, bolsistas, além de acompanharmos as aulas juntamente com a professora supervisora, também desenvolvemos atividades após o horário da aula, como a “Matemática Avançada” e o “Clubinho de Matemática”.

O Clubinho de Matemática surgiu como uma iniciativa de reforço, o qual idealizamos

<sup>1</sup> Graduanda em Matemática; Universidade Estadual Paulista (Unesp), Instituto de Biociências Letras e Ciências Exatas, São José do Rio Preto, São Paulo, Brasil, ana.lr.silva@unesp.br.

<sup>2</sup> Doutora em Engenharia Elétrica; Universidade Estadual Paulista (Unesp), Instituto de Biociências Letras e Ciências Exatas, São José do Rio Preto, São Paulo, Brasil, rita.lamas@unesp.br.

um ambiente acolhedor e divertido, sendo possível oferecer atividades não só conceituais, mas também lúdicas. Com o intuito de trabalhar conceitos matemáticos importantes de forma divertida e proveitosa para com os alunos. Cada bolsista ficou responsável por uma turma da escola parceira para realizar essas atividades, a nossa foi o 7º ano A.

Portanto, nosso projeto ocorreu no âmbito do Clubinho de Matemática com o 7º ano A. Tendo em vista a dificuldade dos alunos para trabalhar as quatro operações básicas com números decimais, tivemos a oportunidade de desenvolver este projeto, oferecendo uma abordagem educativa, envolvente e divertida. Foi trabalhado com os alunos a teoria e conceitos dos números decimais e após isso, aplicamos o jogo “Mercadinho dos Decimais”.

Essa experiência destaca a importância de abordagens práticas no ensino de matemática e de desenvolver estratégias pedagógicas eficazes para ajudar os alunos a superar suas dificuldades nesse campo. A melhoria da compreensão dos números decimais não apenas fortaleceu as habilidades matemáticas dos alunos, mas também aumentou sua confiança e preparação para enfrentar desafios futuros relacionados à matemática e outras disciplinas.

## RELATO

Tendo em vista todas as questões apresentadas pelos alunos, iniciamos o projeto com muito entusiasmo, e o intuito deste trabalho é relatar as experiências e resultados obtidos com este projeto, principalmente apresentar o jogo “Mercadinho dos Decimais”, o qual teve extrema importância durante esse processo.

Inicialmente, os alunos receberam uma introdução aos números decimais e às operações matemáticas entre eles, como soma, subtração, divisão e multiplicação, baseado em Neto (1990). Também foi trabalhado as transformações entre números decimais e frações, como:  $0,1 = 1/10$  e  $0,75 = 75/100 = 3/4$ . Pois, os alunos tinham uma boa experiência com as operações entre frações, e esse fato poderia ajudá-los a compreender melhor as mesmas com números decimais.

Após dias de Clubinho com a introdução teórica e exercícios, sentimos falta de algo mais envolvente e divertido para desenvolver com os alunos, pois com uma abordagem tradicional os alunos foram desanimando e sentindo-se desmotivados. Foi nesta necessidade que desenvolvemos o jogo “Mercadinho dos Decimais”.

As regras propostas para o jogo foram: 1. formação de equipes de até 5 alunos em cada, a equipe recebe o valor de cem reais em dinheiro sem valor; 2. sorteio de “receitas” a qual inclui produtos a serem comprados pela equipe (uma equipe por vez); 3. a equipe escolhe um integrante para ir até o mercadinho para realizar a compra dos produtos fictícios; 4. o aluno selecionado pega os produtos para a receita no mercadinho; 5. o aluno faz a conta de quanto dará o valor dos produtos e divide o valor final pelo número de pessoas na equipe; 6. se o aluno realizar essa conta corretamente em dois minutos, a equipe ganha um ponto e não gasta o seu dinheiro, caso contrário, não terá um ponto e pagará a conta; 7. ganha a equipe que conseguir o maior número de pontos ao final do jogo.

Para a realização do jogo, utilizamos materiais como dinheiro e moedas sem valor (Figura 1), fichas simbolizando os produtos (Figura 2) e papéis com as receitas a serem sorteadas (Figura 3).



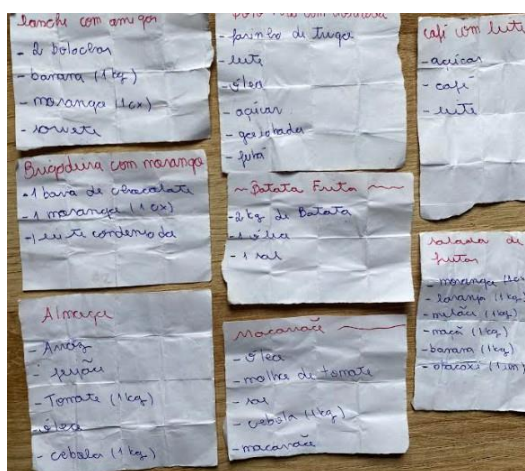
**Figura 1 - Dinheiro sem valor**



**Figura 2 - Fichas com produtos simbólicos**



**Figura 3 - Papéis com as receitas**



Um exemplo prático pode ser visto nas contas realizadas por um desses alunos durante o jogo, onde a receita sorteada foi a de “Batata frita”. Para essa receita, eram necessários 2 kg de batata inglesa, 1 óleo e 1 pacote de sal, com os respectivos valores: R\$0,65/kg, R\$2,10/un e R\$0,99/un. O aluno multiplicou 2 por 0,65, obtendo o valor final da batata e somou com 2,10 e 0,99. Após isso, dividiu o valor final por 5, que é o número de pessoas em sua equipe. Ele realizou todas as contas corretamente em até 2 minutos e levou os produtos “de graça” além do ponto para sua equipe.



Durante a execução do projeto, através da prática, observamos melhorias significativas no desempenho dos alunos. O jogo trouxe para a turma do Clubinho uma animação, entusiasmo, espírito de equipe e de competição entre os alunos. Com isso, eles se dedicaram não só durante o jogo em si, mas, como jogavam uma vez por semana e por várias semanas, a cada encontro eles se mostravam mais preparados e evoluídos nas contas, pois o sentimento de competição fez com que esses alunos treinassem em suas casas para vencer o jogo.

Ao final do projeto, podemos notar uma melhora significativa no entendimento e compreensão dos alunos para com os números decimais. A prática proporcionada pelo jogo "Mercadinho dos Decimais" aprimorou suas habilidades de cálculo e aumentou sua confiança no manuseio de números decimais.

## REFLEXÕES FINAIS

Em conclusão, o projeto mostrou-se eficaz em engajar os alunos e melhorar seu entendimento de números decimais e suas operações. A abordagem prática e lúdica com o jogo "Mercadinho dos decimais" proporcionou um ambiente de aprendizagem motivador e eficiente, resultando em uma significativa melhora nas habilidades matemáticas dos participantes.

O jogo "Mercadinho dos Decimais" mostrou-se extremamente eficaz na melhoria do domínio dos alunos em relação às operações com números decimais. Essa abordagem prática e envolvente não apenas contribuiu para a compreensão conceitual dos alunos, mas também resultou em um aumento notável na confiança deles ao lidar com operações envolvendo decimais. Observamos que os alunos demonstraram uma melhor compreensão dos conceitos matemáticos, especialmente na multiplicação, e aprimoraram significativamente suas habilidades de cálculo.

Estamos entusiasmados com os resultados alcançados e interessados em continuar aprimorando o ensino de matemática de forma lúdica, aperfeiçoando essa prática baseada em autores como, por exemplo, Borin (2007).

Esperamos que esse relato inspire e encoraje os professores de matemática a trabalharem com jogos e brincadeiras em sala de aula. Essa abordagem é desafiadora e difere do ensino tradicional, mas para os alunos, é entusiasmante, animador e extremamente proveitoso.

Gostaríamos de expressar nossa gratidão a todos os envolvidos neste projeto, esta experiência não teria sido possível sem o apoio de todos.

## REFERÊNCIAS

- BORIN, J. **Jogos e Resoluções de Problemas**: uma estratégia para as aulas de matemática. São Paulo: IME - USP, 2007.
- NETO, E. R.; MENDONÇA, E. R.; SMITH, M. L. **Matemática para o magistério**. São Paulo: Ática. S. A., 1990.



## MATEMÁTICA NA COZINHA: “MÃOS NA ARGILA & CANECA CILÍNDRICA”

Andressa da Silva Santos<sup>1</sup>  
Elisabelly dos Santos Silva<sup>2</sup>  
Nickson Deyvis da Silva Correia<sup>3</sup>

**RESUMO:** Este relato de experiência tem como objetivo apresentar o material didático “Mãos na argila & caneca cilíndrica”, realizada no âmbito da temática “Matemática na cozinha”, pelo projeto de extensão “Sem mais nem menos nas escolas” em 2024. A ação envolveu 56 estudantes de quatro turmas da 2ª série do Ensino Médio de uma escola estadual em Maceió, Alagoas. Durante a atividade, os estudantes foram introduzidos ao contexto histórico da produção de cerâmicas, sua relação com a argila e tiveram a oportunidade de criar as suas próprias peças. Paralelamente, foram abordados conceitos matemáticos relacionados ao volume e à capacidade, explorando o raio, o diâmetro e a altura de uma caneca. Ao finalizarem a atividade, os estudantes responderam alguns questionamentos, revelando algumas dificuldades no manuseio da argila e dos instrumentos geométricos, bem como na aplicação de conceitos matemáticos. Apesar disso, os dados obtidos mostram que a atividade foi essencial no Ensino de Matemática, pois além de identificar as dificuldades e defasagens, insere os estudantes em um ambiente agradável e prazeroso de aprendizagem.

**Palavras-chave:** Ensino de Matemática, material didático, geometria, cotidiano.

## INTRODUÇÃO

O grupo de extensão “Sem mais nem menos”, da Universidade Federal de Alagoas (Ufal), desde 2016 elabora diversos materiais didáticos, visando auxiliar “[...] na compreensão de conteúdos curriculares, no desenvolvimento de diferentes habilidades, como o trabalho colaborativo, o raciocínio lógico, a criatividade e na percepção da existência da matemática no dia a dia” (Santos; Albuquerque, 2021, p. 2).

O grupo desenvolveu em 2024, por meio do projeto de extensão “Sem mais nem menos nas escolas”, cinco materiais didáticos na temática “Matemática na cozinha”, dentre eles, a atividade “Mãos na argila & caneca cilíndrica”. Esta atividade trabalha conceitos como raio, diâmetro, volume e capacidade, considerando o que a BNCC destaca sobre a necessidade de compreensão dos estudantes em relação ao conceito de capacidade desde o Ensino Fundamental – Anos Iniciais: “(EF04MA20) Medir e estimar comprimentos [...] massas, capacidades, utilizando unidades de medidas padronizadas mais usuais, valorizando e respeitando a cultura local” (Brasil, 2018, p. 293). O objetivo deste relato é descrever o processo de elaboração, aplicação e os

<sup>1</sup> Licencianda em matemática pela Universidade Federal de Alagoas (Ufal), Maceió, Alagoas, Brasil. [andressa.santos@im.ufal.br](mailto:andressa.santos@im.ufal.br).

<sup>2</sup> Licencianda em matemática pela Universidade Federal de Alagoas (Ufal), Maceió, Alagoas, Brasil. [elisabelly.silva@im.ufal.br](mailto:elisabelly.silva@im.ufal.br).

<sup>3</sup> Mestre em Ensino de Ciências e Matemática pela Universidade Federal de Alagoas (Ufal), Maceió, Alagoas, Brasil. [nickson.correia@im.ufal.br](mailto:nickson.correia@im.ufal.br).

resultados da atividade “Mãos na argila & caneca cilíndrica”.

### ELABORAÇÃO DA ATIVIDADE “MÃOS NA ARGILA & CANECA CILÍNDRICA”

A elaboração da atividade surgiu da verificação dos resultados de um diagnóstico aplicado aos estudantes de quatro turmas da 2ª série do Ensino Médio de uma escola da Rede Pública de Ensino de Maceió-AL, no qual os estudantes solicitaram aprender Matemática de modo mais leve, manipulando objetos, com menos números e letras, e dentro da temática “Matemática na cozinha”. Assim, a equipe do grupo de extensão desenvolveu o material didático “Mãos na argila & caneca cilíndrica” (Ver Figura 1), que trabalha as noções matemáticas de volume e de capacidade.

**Figura 1 – Material didático “Mãos na argila & caneca cilíndrica”.**



Fonte: Arquivos do projeto de extensão “Sem mais nem menos nas escolas” (2024).

Na aplicação, os 56 estudantes presentes foram organizados em trios ou duplas, formando 20 equipes. Foi realizada uma breve explicação sobre cerâmicas: “[...] uma atividade de produção de artefatos a partir da argila”, ou seja, a argila é moldada em um determinado objeto e depois levada ao forno (Candia, 2011, p. 26). Em seguida, foi apresentada a relação da atividade com a Matemática, explicando que “[...] o volume é a grandeza relacionada ao espaço ocupado por um corpo, enquanto a capacidade é a grandeza relacionada ao volume interno de um recipiente.” (Iezzi; Dolce; Machado, 2022, p. 218)

Cada equipe recebeu argila suficiente, 01 pedaço de cano, 01 canudo, 01 régua, 01 esquadro, 01 palito, 01 copo com água e a atividade impressa (ver Figura 1). A atividade impressa apresenta a relação entre a produção de cerâmicas e Matemática, o passo a passo para a construção da caneca cilíndrica e os questionamentos. Na confecção da caneca, as equipes construíram três partes da caneca (base, tronco e alça) e depois uniram. Em seguida, as equipes responderam quatro questionamentos. Ressaltamos que as turmas fizeram a confecção de uma caneca utilizando a argila, mas não foi uma cerâmica, pois não foi levada ao forno.

### PRINCIPAIS RESULTADOS DA APLICAÇÃO

Ao realizarem a leitura da atividade e dos passos, todas as equipes produziram suas respectivas canecas. Na Figura 2, apresentamos algumas das canecas produzidas pelas equipes.

**Figura 2 – Canecas confeccionadas pelos estudantes.**



Fonte: Arquivos do projeto de extensão “Sem mais nem menos nas escolas” (2024).

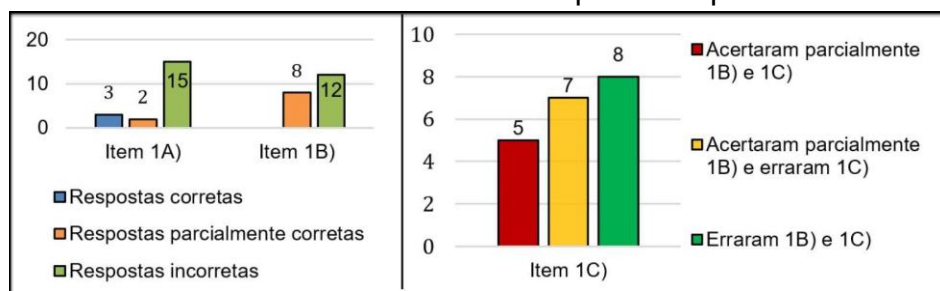
No que se refere aos questionamentos, no primeiro, os discentes deveriam considerar uma determinada caneca em duas posições diferentes e, com auxílio da régua, medi-las de forma a responder os seguintes itens: “1A) Determinem a medida da altura interna da caneca cilíndrica.”; “1B) Determinem a medida do diâmetro interno.”; “1C) Com base na medida do diâmetro interno encontrada, determinem a medida do raio.”.

Em 1A), foram consideradas como: corretas, as respostas que citaram o valor de 2,5cm para o diâmetro; parcialmente corretas, as respostas que citaram valores entre 2,3cm e 2,7cm; e incorretas, as respostas que não se enquadraram nas categorias anteriores. Assim, do total de 20 equipes: 03 (15% do total) responderam corretamente, 02 (10% do total) responderam parcialmente correto, e 15 (75% do total) responderam incorretamente.

Em 1B), foram consideradas como: corretas, as respostas que citaram o valor 2,7cm; parcialmente corretas, as respostas que citaram valores de 2,5cm a 2,9cm; incorretas, aquelas que não se enquadraram nas categorias anteriores. Assim, do total de 20 equipes: 08 (40% do total) responderam parcialmente correto e 12 (60% do total) responderam incorretamente.

O 1C) dependia do item 1B), pois se os estudantes errassem o diâmetro, errariam o raio. No entanto, pelo resultado evidenciado anteriormente, em que nenhum estudante mencionou a resposta exata, consideramos que os estudantes poderiam ter errado o item 1B), mas ter acertado o cálculo do raio com valores incorretos. Assim, do total de 20 equipes: 05 (25% do total) acertaram parcialmente 1B) e 1C), ou seja, mesmo não apresentando a resposta exata do diâmetro, acertaram o raio; 07 (35% do total) acertaram parcialmente 1B) e erraram 1C), ou seja, não mencionaram a resposta exata do diâmetro e erraram o raio; e 08 (40% do total) erraram 1B) e 1C), ou seja, erraram o diâmetro e o raio. Mesmo considerando os diferentes tipos de respostas, o número de acertos das equipes que realizaram corretamente o cálculo do raio foi pequeno, o que demonstra que os estudantes não compreenderam bem a relação do raio com o diâmetro. Os resultados de cada item do primeiro questionamento podem ser observados no Gráfico 1.

**Gráfico 1 – Resultados dos itens do primeiro questionamento.**

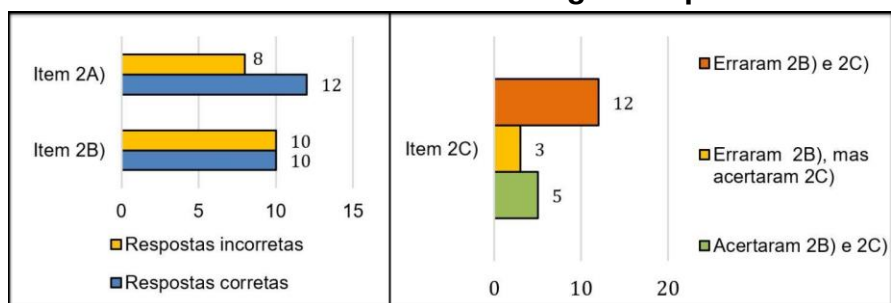


A quantidade de erros em 1A), 1B) e 1C) pode ser atribuída à forma como os estudantes posicionaram a régua e a partir de qual unidade de medida iniciaram a medição. Titon, Pereira e May (2022, p.143), ao analisarem alguns autores, mencionam que tais professores “[...] sinalizam a falta de domínio dos alunos no uso dos instrumentos, exemplificando uma situação típica: ao iniciarem a medição com fita métrica ou régua, usam como referência de contagem o “1” e não o “zero” (0)”.

Para responder ao segundo questionamento, os estudantes deveriam levar em consideração a caneca produzida por eles e responder: “2A) Determinem a medida da altura interna da caneca cilíndrica.”; “2B) Determinem a medida do diâmetro interno.”; e “2C) Com base na medida do diâmetro interno encontrada, determinem a medida do raio.”. Para esses três itens, foram estipuladas escalas de respostas, pois dependendo da forma como ocorreu a construção da caneca, poderiam ocorrer variações.

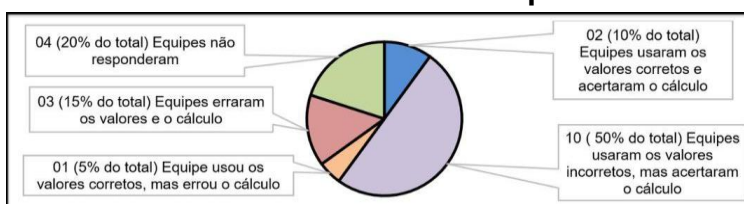
Do total de 20 equipes, em 2A), foram consideradas como corretas as respostas entre 5cm e 6cm, em que 12 (60% do total) responderam corretamente e 08 (40% do total) equipes responderam incorretamente. Em 2B), foram consideradas como corretas as respostas entre 4cm e 5cm, em que 10 (50% do total) responderam corretamente e 10 (50% do total) incorretamente. No item 2C), as respostas foram verificadas como no item 1C) em que 05 (25% do total) acertaram 2B) e 2C), 03 (15% do total) erraram o item 2B), mas acertaram o 2C) e 12 (60% do total) erraram 2B) e 2C). Ao compararmos esses itens em relação aos outros, o item 2A) teve uma quantidade maior de acertos, um possível fator é que no momento de juntar as partes da caneca, os estudantes podem ter deformado a base da caneca, alterando o valor do diâmetro e do raio. Os resultados de cada item do segundo questionamento podem ser observados no Gráfico 2.

**Gráfico 2 – Resultados dos itens do segundo questionamento.**



No terceiro questionamento, “De acordo com a observação anterior, determinem a capacidade da caneca cilíndrica construída por vocês”, verificamos se os estudantes conseguiram realizar o cálculo da capacidade independente de terem respondido corretamente os itens do segundo questionamento. Sendo assim, apresentamos no Gráfico 3 o resultado desse questionamento.

**Gráfico 3 – Resultado do terceiro questionamento.**



Knijnik e Silva (2008) ao realizarem uma pesquisa com estudantes do Ensino Médio, chegaram ao resultado que a Matemática é vista por eles como fácil somente nos primeiros anos escolares, pois não envolve letras e fórmulas, tornando assim, o Ensino Médio difícil aos olhos deles.

No último item, “Comentem sobre o que acharam da atividade. (Podem comentar



se gostaram, se sentiram dificuldades, se já haviam manuseado argila, se conhecem algum objeto da cozinha feito no barro, entre outros)”, do total de 20 equipes: 12 (60% do total) mencionaram ter gostado da atividade, 06 (30% do total) mencionaram ter tido dificuldade, e 02 (10% do total) mencionaram ter gostado e nunca ter usado argila. Algumas justificativas para a dificuldade foi o manuseio com a argila. Algumas respostas das equipes foram: *“Achei bem participativa, porém sentimos um pouco de dificuldade.”*, *“Gostamos, diferente porque colocamos a mão na argila”*, *“A gente sentiu muita dificuldade, nunca mexemos com argila, gostamos muito.”*. Dessa forma, é possível perceber que mesmo com as dificuldades, os estudantes gostaram da atividade.

## REFLEXÕES FINAIS

Por meio dos dados apresentados, consideramos que o material didático “Mãos na argila & caneca cilíndrica” proporcionou aos estudantes uma experiência diferente do tradicional ambiente de ensino, isto é, a sala de aula, mostrando que os conceitos ensinados nas aulas de Matemática podem ter aplicações práticas no dia a dia.

As respostas fornecidas às questões revelaram algumas dificuldades, sobretudo devido à falta de habilidade com a argila, às complexidades das noções matemáticas abordadas e, talvez, à falta de familiaridade com o uso da régua. Apesar desses obstáculos, os estudantes demonstraram apreciar a atividade, o que é crucial para criar um ambiente de aprendizagem acolhedor no qual a Matemática pode ser vista como algo divertido, sem necessariamente ser um sofrimento.

## REFERÊNCIAS

- BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**: educação é a base. Brasília MEC, 2018.
- CANDIA, S. S. de. **A cerâmica no processo de fazer arte**. 2011. 46f. Monografia (Bacharelado em artes) - Universidade do Extremo Sul catarinense: Criciúma, 2011. Disponível em: <https://repositorio.unesc.net/handle/1/407>. Acesso em: 12 jun. 2024.
- IEZZI, G.; DOLCE, O.; MACHADO, A. **Matemática e realidade**: 8º ano. São Paulo: Saraiva Educação, 2022.
- KNIJNIK, G.; SILVA, F. B. de S. da. “O problema são as fórmulas”: um estudo sobre os sentidos atribuídos à dificuldade em aprender matemática. **Cadernos de Educação**, n. 30, 11, 2008. Disponível em: <https://periodicos.ufpel.edu.br/index.php/caduc/article/view/1758>. Acesso em: 12 jun. 2024.
- SANTOS, V. O.; ALBURQUERQUE, E. S. C. **Matemática na cultura alagoana**. ANPMat, Belém – PA, 2021.
- TITON, F. P.; PEREIRA, D. N. R.; MAY, L. Instrumentalização Matemática: Uso da régua, do compasso, do esquadro e do transferidor nos anos finais do Ensino Fundamental. **Revista Signos**, v. 43, n. 2, 2022. Disponível em: <https://univates.br/revistas/index.php/signos/article/view/3234>. Acesso em: 10 jun. 2024.



## ENSINO DE ESTATÍSTICA DESCRITIVA POR MEIO DE UMA ABORDAGEM STEAM

Danielle do Nascimento Lins<sup>1</sup>  
Lino Marcos da Silva<sup>2</sup>

**RESUMO:** Este trabalho reporta algumas contribuições da abordagem *Steam* para o ensino de conteúdos da estatística descritiva que foram identificadas em uma experiência em sala de aula. O leva em consideração a elaboração e aplicação de uma sequência didática para uma turma do Ensino Médio da educação de jovens e adultos de uma escola do município de Juazeiro-BA. A sequência didática foi elaborada de acordo com objetivos de aprendizagens definidos no currículo da turma e baseada em dados sobre acidentes de trânsito envolvendo motocicletas na região do Vale do São Francisco. A abordagem proporcionou um contexto prático para o aprendizado, abrangendo desde a coleta, organização, análise e visualização de dados reais, até a elaboração de material informativo para conscientizar a comunidade escolar sobre as consequências desses acidentes e formas de prevenção. Após a aplicação da sequência didática, foram observados avanços, tanto no conhecimento teórico sobre medidas de tendência central e a construção e análise de gráficos, quanto no desenvolvimento de habilidades socioemocionais como o pensamento crítico, a criatividade, a comunicação, colaboração e ética.

**Palavras-chave:** ensino de matemática, estatística descritiva, abordagem *Steam*.

### INTRODUÇÃO

O ensino de estatística nas classes de Ensino Médio, particularmente na Educação de Jovens e Adultos (EJA), desempenha um papel crucial no auxílio à tomada de decisões e, por conseguinte, na formação cidadã e para o mundo do trabalho numa sociedade cada vez mais dependente das tecnologias.

Em relação a tecnologia, é evidente que, atualmente, os estudantes demonstram uma forte afinidade com os diversos recursos tecnológicos, especialmente com o uso generalizado de dispositivos móveis, como *smartphones*. A maioria deles faz parte da geração digital que atuam simultaneamente como criadores e consumidores de uma variedade de conteúdos nas redes sociais e internet.

No entanto, a abordagem tradicional do ensino de estatística, muitas vezes se concentra em fórmulas e conceitos abstratos, deixando os estudantes desvinculados de aplicações práticas desse conteúdo em situações do mundo real, além de negligenciar o uso de dispositivos tecnológicos nas abordagens pedagógicas. Com isso, percebe-se que tal prática vai de encontro a algumas competências delineadas na Base Nacional Comum Curricular (BNCC), como, por exemplo, a capacidade de interpretar e comparar

<sup>1</sup> Mestra; Complexo Integrado de Educação Básica, Profissional e Tecnológica da Bahia - Campus Rui Barbosa/CIEB, Juazeiro, Bahia, Brasil, [daniellelins2014@gmail](mailto:daniellelins2014@gmail).

<sup>2</sup> Doutor; Universidade Federal do Vale do São Francisco/Univasf, Juazeiro, Bahia, Brasil, [lino.silva@univasf.edu.br](mailto:lino.silva@univasf.edu.br)



múltiplos conjuntos de dados.

Nessa perspectiva, algumas abordagens metodológicas se apresentam como alternativa viável à abordagem tradicional no ensino de conteúdos de matemática e estatística. Dentre tais abordagens, pode-se exemplificar as chamadas metodologias ativas e, de um modo específico, as abordagens *Maker* e *Steam*.

É nesse contexto que surgiu a motivação para a elaboração e aplicação de uma sequência didática baseada na abordagem *Steam* com alunos de uma turma de EJA do Ensino Médio. A atividade proposta teve como objetivo geral de aprendizagem conhecer e realizar o processo de coleta, organização, visualização e análise de dados; e como objetivos específicos, alinhados com habilidades da BNCC, coletar, organizar e interpretar dados, informações e representações gráficas; resolver situações-problema envolvendo medidas de tendência central; e interpretar informações, dados e argumentos em diferentes formas de linguagem e tomar decisões com base na análise crítica. Importante destacar que a sequência didática proposta foi desenvolvida no âmbito do Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (Profmat), como resultado do trabalho de conclusão de curso da autora.

## REFERENCIAIS TEÓRICOS

A abordagem *Steam*, ou de forma mais ampla a Educação *Steam*, é um modelo educativo que integra Ciência, Tecnologia, Engenharia, Artes e Matemática. Essa perspectiva educativa ressalta a importância de uma educação que prepare os indivíduos para as demandas complexas e diversificadas da sociedade atual.

A abordagem *Steam* pressupõe um projeto educacional interdisciplinar, dinâmico, que valoriza a experimentação, a criatividade, a autonomia, o pensamento crítico e outras habilidades importantes, seja para o progresso de jovens e adultos nas carreiras científicas e tecnológicas, seja para o seu desenvolvimento individual. Além disso, essa metodologia busca efetivar o ensino por meio de projetos ou atividades que relacionam os conteúdos disciplinares a partir de problemas reais.

O papel do professor nessa abordagem é o de mediador, que possibilita os caminhos coletivos e individuais para que os alunos possam aprender pela experiência (Garofalo, 2019). Quanto aos alunos, ao terem contato com a abordagem *Steam*, observa-se que estes desenvolvem habilidades e realizam práticas, tornando-se capazes de identificar, gerenciar e solucionar problemas na vida escolar, extrapolando esses aprendizados para a vida e auxiliando nas ações de planejamento, organização, tomada de decisão, ação integrada e foco (Bacich, Garofalo, 2020).

## RELATO

Esse trabalho foi conduzido em uma turma com 18 estudantes da Educação de Jovens e Adultos (EJA), Ensino Médio, de uma escola estadual localizada no município de Juazeiro-Bahia, no ano de 2023. A experiência teve início com a elaboração de uma sequência didática para o ensino da estatística descritiva, na qual foram delineados objetivo geral, objetivos específicos, habilidades da BNCC, recursos necessários e planos de aulas minuciosamente detalhados. Para sua aplicação, considerou-se um espaço temporal de cinco aulas com oitenta minutos cada, seleção de atividades teóricas e práticas e a definição de estratégias para a coleta, organização, análise e visualização

de dados. O conjunto de dados utilizado continha 4.097 registros de vítimas de acidentes de trânsito envolvendo motocicletas que foram atendidas em um hospital universitário da região. A seguir, serão detalhadas todas as aulas.

**Primeira aula: motivando o trabalho com dados.** A primeira aula foi dedicada a uma discussão sobre o tema acidente de trânsito envolvendo motocicletas e à diferença entre percepções pessoais e conhecimento baseado em dados ou fatos.

Inicialmente, foram apresentadas algumas perguntas sobre o tema aos alunos para que eles respondessem apenas com base em suas percepções pessoais. As perguntas diziam respeito, por exemplo, ao tipo de transportes envolvidos, sexo e idade da vítima, lotação hospitalar, dia da semana e zona de ocorrência dos acidentes.

A cada pergunta apresentada, os alunos responderam conforme suas respectivas percepções, havendo, em alguns casos, consensos nas respostas, como por exemplo, quando todos concordaram que os acidentes ocorriam predominantemente na zona urbana ou que os acidentes de moto estavam relacionados a momentos de lazer e ingestão de bebida alcoólica.

Em seguida, os alunos foram conduzidos ao laboratório de informática, onde o conjunto de dados contendo dados reais sobre os acidentes tinha sido previamente instalado nos computadores. A turma foi dividida em cinco grupos, sendo que quatro desses deveriam responder a uma das questões formuladas na primeira parte da aula, enquanto o quinto grupo deveria formular uma nova questão ou obter informações adicionais, a partir dos dados fornecidos. Para essa tarefa, foi concedido um tempo de 20 minutos.

Após essa etapa, cada grupo compartilhou suas descobertas com a turma. E, para finalizar a aula, foi conduzida uma conversa com os estudantes sobre a existência de ferramentas matemáticas adequadas para resumir e visualizar dados, destacando ainda o papel da Ciência de Dados na tomada de decisão com base em dados.

**Segunda aula: organizando e visualizando os dados.** Nesta aula, desenvolveu-se atividades voltadas para a organização de dados, a identificação de variáveis, a visualização de dados e o desenvolvimento de habilidades para criação manual de tabelas e gráficos.

Inicialmente, foram retomados brevemente alguns conceitos fundamentais, como conjunto de dados, tabelas, cabeçalho e variáveis. Destacou-se a distinção entre variáveis quantitativas e qualitativas, enfatizando a relevância dessa distinção quando se considera a aplicação de medidas estatísticas, como a média aritmética ou a mediana.

Em seguida, foi o momento mão na massa, onde os alunos puderam organizar, manualmente, os dados da aula anterior em tabelas e gráficos. Esse momento proporcionou uma compreensão prática e clara da organização manual dos dados. Contudo, foi ressaltado que, em conjuntos de dados maiores, torna-se desafiador realizar essa organização manual, sendo imprescindível a utilização de ferramentas computacionais adequadas. Durante essa atividade, foi destacado as vantagens de utilizar tabelas e gráficos para apresentar dados, realçando sua capacidade de simplificar informações complexas.

Continuando a aula, foi solicitado aos alunos que comparassem a visualização da planilha eletrônica com a apresentação dos dados organizados na tabela e no gráfico de barras. Essa abordagem visava evidenciar como a representação visual dos dados poderia aprimorar a sua análise e compreensão.

No segundo momento da aula, os alunos dirigiram-se ao laboratório de informática

para participar de uma oficina sobre o uso de planilha eletrônica, ministrada por um professor da escola, especialista na utilização dessa ferramenta. Este momento foi muito proveitoso, uma vez que, apesar de possuírem habilidades com *smartphones* para atividades como postar fotos, editar vídeos e enviar mensagens de texto, os estudantes ainda enfrentavam dificuldades para manipular outras ferramentas digitais, incluindo a calculadora.

Para encerrar a aula, foi solicitado que cada dupla fizesse a apresentação da tabela e gráfico construídos, explicando suas escolhas de formatação e como os dados foram representados visualmente. Nessa atividade, os alunos tiveram a oportunidade de aplicar o conhecimento adquirido na prática e compartilhar suas aprendizagens, promovendo uma compreensão mais aprofundada dos conceitos vistos na aula e o desenvolvimento de habilidades de criatividade e comunicação.

**Terceira aula: compreendendo as medidas de tendência central.** Nessa aula, buscou-se a compreensão e domínio do cálculo da média aritmética, da moda e da mediana de uma variável e a reconhecer quando se usar essas medidas para resumir um conjunto de dados. Para isso, foram utilizados os exemplos das aulas anteriores, iniciando com as seguintes perguntas: de que maneira podemos resumir uma variável quantitativa usando um único número? O mesmo pode ser feito com uma variável qualitativa?

Aproveitando as dúvidas lançadas pelos alunos, procedeu-se com a explanação do conteúdo medidas de tendência central. Posteriormente, os alunos foram questionados sobre qual dessas medidas seria mais apropriada para resumir determinadas variáveis do conjunto de dados dos acidentes. Durante essa discussão, os alunos tiveram a oportunidade de demonstrar que aprenderam qual medida era adequada para resumir dados quantitativos e qualitativos.

Além disso, nesse momento, ficou evidente a importância das ferramentas digitais, especialmente no contexto de atividades *Steam*, para calcular as medidas de tendência central de grandes conjuntos de dados, destacando a agilidade na obtenção dos resultados, algo alcançado através da aplicação dos conhecimentos adquiridos durante a oficina sobre planilha eletrônica.

**Quarta aula: usando recursos computacionais para análise e visualização de dados.** Essa aula foi iniciada destacando-se como as ferramentas digitais desempenham um papel fundamental no trabalho com dados, momento no qual foi explorado a disponibilidade de vários softwares gratuitos na internet voltados para análise de dados, como planilhas eletrônicas e o software Orange, ressaltando como o uso desses recursos computacionais possibilita a organização, o processamento, visualização e análise eficiente de dados na era digital.

Na sequência, foi realizada uma revisão da oficina sobre a planilha eletrônica e, em seguida, os alunos foram orientados para a construção de gráficos utilizando essa ferramenta. Essa abordagem prática permitiu que os alunos percebessem como as ferramentas digitais são essenciais para visualizar dados de maneira eficaz. Através da planilha eletrônica, os estudantes puderam observar a representação gráfica dos dados, o que facilitou a identificação de padrões e tendências. Essa experiência proporcionou uma compreensão mais tangível de como as ferramentas digitais são valiosas na organização e visualização de conjuntos de dados de grande porte.

Contudo, cabe destacar a dificuldade vivenciada pelos alunos em relação ao uso dos recursos tecnológicos apresentados. Esse fato é relevante e pode ser útil no

planejamento de atividades escolares futuras com a turma, independentemente da disciplina curricular. Com efeito, conforme Silva (2021) a contextualização de conteúdos matemáticos pode ser potencializada com o uso dos recursos computacionais. Porém, para que isso ocorra é necessário, antes de mais nada, que os alunos tenham acesso e saibam utilizar essas ferramentas.

**Quinta aula: comunicando dados em ambientes digitais.** Este momento marca o encerramento da aplicação da sequência didática e a integração das artes a essa sequência didática por meio da construção de *cards* informativos. Para isso, os alunos tiveram um breve momento com o técnico do laboratório da escola que os ensinou a utilizar a plataforma Canva para que pudessem criar cartazes digitais, os *cards*, informativos e impactantes sobre acidentes de trânsito. A intenção foi promover a conscientização e prevenção desse tipo de acidente na comunidade escolar.

Os estudantes foram organizados em duplas ou trios e tiveram 45 minutos para que pudessem elaborar e desenvolver as suas ideias. A proposta era que desenvolvessem uma campanha informativa abrangendo as aprendizagens adquiridas durante as aulas.

Ao fim dessa etapa, os *cards* produzidos foram compartilhados nas redes sociais dos alunos e da escola. Adicionalmente, solicitou-se aos grupos que compartilhassem suas análises e reflexões com a turma, proporcionando a todos a oportunidade de comunicar visualmente suas descobertas por meio da arte gráfica. Essa atividade prática, não apenas reforçou o aprendizado sobre os conteúdos trabalhados na sequência didática, como também capacitou os alunos para disseminar informações baseadas em dados reais sobre acidentes de trânsito de maneira criativa e impactante, ressaltando a prevenção. Esse resultado ressalta a importância de ter outras áreas, como a de artes, no ensino da matemática e estatística.

## REFLEXÕES FINAIS

As atividades práticas propostas na sequência didática, via uma abordagem *Steam*, contribuiu para consolidar o aprendizado dos alunos acerca da estatística descritiva, além de propiciar reflexões sobre prevenção de acidentes de trânsito, e o desenvolvimento de habilidades socioemocionais como pensamento crítico, colaboração, criatividade, comunicação e ética.

## REFERÊNCIAS

- BACICH, L.; GAROFALO, D. Um olhar para a aprendizagem socioemocional no STEAM. In Bacich, L., & Holanda, L. (Eds.), **STEAM em sala de aula: a aprendizagem baseada em projetos integrando conhecimentos na educação básica**, pp. 171-188. Porto Alegre: Penso. 2020.
- GAROFALO, Débora. Como levar o STEAM para a sala de aula. **Revista Nova Escola**, 2019. Disponível em <https://novaescola.org.br/conteudo/18021/como-levar-o-steam-para-a-sala-de-aula>. Acesso em: 06 agos. 2023.
- SILVA, L. M. O Uso de Recursos Computacionais no Ensino de Matemática: Um Novo Paradigma? In Silva, C. B.; Araújo, A. C. M.; Mello, R. G. (Eds.), **Fenômenos da Tecnologia Educacional: Rumos de Ensino Integrados**, (pp. 335-348), e-Publicar. 2021.



## ELETIVA: OLIMPIADAS DE MATEMÁTICA - DE ALUNO PARA ALUNO

José Genilson da Costa<sup>1</sup>

**RESUMO:** O presente relato aborda a eletiva intitulada “OLIMPIADAS DE MATEMÁTICA - DE ALUNO PARA ALUNO” que está sendo desenvolvida na Escola Estadual João Ferreira de Souza, na cidade de Santa Cruz – RN. A eletiva tem como objetivo principal promover a divulgação das Olimpíadas de Matemática entre os alunos. Durante as aulas os alunos concentram-se na análise de questões olímpicas, incluindo a classificação do conteúdo abordado, avaliação do grau de dificuldade de cada questão e tecendo comentários sobre estratégias de resolução. Paralelamente, os alunos exploram curiosidades relacionadas as olimpíadas, buscando entender como funcionam, benefícios, conhecer medalhistas e sobre o contexto e a relevância das olimpíadas de matemática pode oportunizar na vida de um aluno. Como resultado, planeja-se a publicação de um livro contendo as questões analisadas pelos alunos, destinado a servir como recurso educacional e fonte de estímulo para o interesse contínuo na matemática e na participação em Olimpíadas. Esta iniciativa vem apresentando uma oportunidade valiosa para aprimorar as habilidades analíticas e cognitivas dos alunos, incentivando uma cultura olímpica e despertando o interesse dos alunos na participação em Olimpíadas de Matemática.

**Palavras-chave:** olimpíadas de matemática, eletiva.

### EIXO TEMÁTICO

( X ) T6: Desenvolvimento de materiais e recursos didáticos de Matemática

### INTRODUÇÃO

As Olimpíadas de Matemática representam um ambiente valioso para o estímulo do pensamento analítico e criativo entre estudantes, proporcionando um ambiente desafiador e enriquecedor para o desenvolvimento de habilidades matemáticas. No contexto educacional, a promoção e a participação ativa nesses eventos têm sido reconhecidas como estratégias eficazes para nutrir o interesse dos alunos pela matemática e fomentar uma cultura de excelência acadêmica.

Neste relato, exploraremos a implementação de uma eletiva desenvolvida na Escola Estadual João Ferreira de Souza, localizada na cidade de Santa Cruz, Rio Grande do Norte, intitulada “Olimpíadas de Matemática - De Aluno para Aluno”. Esta iniciativa visa não apenas divulgar as Olimpíadas de Matemática entre os estudantes, mas também oferecer uma oportunidade para análise e discussão das questões olímpicas, além de investigar curiosidades relacionadas ao evento. A eletiva desenvolvida como parte do

---

<sup>1</sup> Mestrando em Ensino de Ciências e Educação Matemática pela Universidade Estadual da Paraíba – UEPB, Campina Grande, Paraíba, Brasil. Professor na Escola Estadual João Ferreira de Souza – SEEC/RN, Santa Cruz, Rio Grande do Norte, Brasil. E-mail: [genilson.ce.rn@hotmail.com](mailto:genilson.ce.rn@hotmail.com)

programa educacional da escola, surge em resposta à necessidade de estimular o interesse pela matemática entre os alunos, proporcionando-lhes uma experiência prática e interativa que vai além dos conteúdos tradicionais de sala de aula. Por meio da imersão nas questões olímpicas e do debate sobre estratégias de resolução, os participantes são desafiados a desenvolver habilidades de pensamento crítico, raciocínio lógico e criatividade, fundamentais não apenas para o sucesso em competições acadêmicas, mas também para sua formação integral como cidadãos ativos e conscientes.

Ao centrar-se na análise crítica do conteúdo e no aprimoramento das habilidades analíticas e cognitivas dos alunos, esta eletiva pretende catalisar um interesse contínuo na matemática e motivar a participação ativa em competições acadêmicas. Além disso, busca-se instigar a curiosidade dos estudantes sobre o contexto das Olimpíadas de Matemática, explorando desde sua história e impacto global até o perfil de seus medalhistas e o papel transformador que essa experiência pode exercer na vida de um aluno.

Neste contexto, este artigo não apenas examina o impacto da eletiva no desenvolvimento acadêmico dos alunos, mas também sua contribuição para a promoção de uma cultura de excelência e aprendizado significativo na instituição educacional. Ao apresentar os resultados e as reflexões geradas por essa iniciativa, esperamos oferecer esclarecimentos valiosos para educadores, pesquisadores e gestores interessados em promover práticas educacionais inovadoras e estimulantes no ensino da matemática.

## REFERENCIAIS TEÓRICOS

As Olimpíadas de Matemática proporcionam um ambiente que estimula o pensamento analítico e criativo dos estudantes, oferecendo um espaço desafiador e enriquecedor para o desenvolvimento de habilidades matemáticas. Essas competições são amplamente reconhecidas como estratégias para despertar o interesse dos alunos pela matemática e promover uma cultura de aprendizado.

Além disso, a participação em competições matemáticas pode aumentar significativamente o interesse dos estudantes pela disciplina. Em estudo realizado pelo CGEE (2011) enfatiza que as Olimpíadas de Matemática podem transformar a percepção dos alunos sobre a matemática, tornando-a mais atraente e relevante ao apresentar desafios que fogem ao contexto tradicional de sala de aula. Esse aumento no interesse pode, por sua vez, refletir-se em um melhor desempenho escolar. Estudos, como o realizado por Nascimento (2023), demonstram que alunos participantes dessas competições desenvolvem maior autoconfiança e persistência na resolução de problemas, habilidades que se refletem em uma performance acadêmica superior.

Ademais, as Olimpíadas incentivam a exploração de múltiplas soluções e abordagens criativas para os problemas. Gardner (1993) destaca a importância de valorizar diferentes formas de inteligência, incluindo a inteligência lógico-matemática, que é fortemente estimulada através das competições matemáticas. Esse incentivo à criatividade e à inovação é fundamental para o desenvolvimento de um pensamento matemático mais robusto e flexível.

## RELATO

Em março de 2023, iniciamos um projeto olímpico na Escola Estadual João Ferreira de Souza. Esse projeto, que já havia sido implementado em outras escolas, foi incorporado às aulas regulares de matemática. A estratégia envolvia trabalhar gradualmente questões de diversas olimpíadas de matemática, como a OBMEP<sup>2</sup>, Canguru de Matemática<sup>3</sup>, Mandacaru de Matemática<sup>4</sup>, OMRT<sup>5</sup> e OMRN<sup>6</sup>, dentro do contexto das aulas regulares.

Através desse projeto, conseguimos engajar os alunos e, como resultado, conquistamos oito medalhas, conforme a tabela abaixo:

**Tabela 1 – quadro de medalhas da Escola Estadual João Ferreira de Souza em 2023.**

| Região    | Quantidade |
|-----------|------------|
| Mandacaru | 1          |
| OMRN      | 1          |
| OBMEP     | 1          |
| OMRT      | 5          |

Este resultado positivo serviu de inspiração para expandirmos o projeto em 2024. Neste ano, estamos oferecendo a eletiva "Olimpíadas de Matemática: de Aluno para Aluno", direcionada à 1ª série do ensino médio regular, turma com 35 alunos.

A eletiva começou com uma apresentação das olimpíadas, destacando seus benefícios e possibilidades. Em seguida, apresentamos as provas anteriores, modelos de resoluções, níveis de questões e os conteúdos abordados em cada competição. Os alunos foram então divididos em duplas para analisar e resolver questões, compartilhando suas dificuldades, percepções e soluções.

**Figura 1 – capa do livro proposto pela turma**



Fonte: autor (2024)

<sup>2</sup> Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas

<sup>3</sup> Concurso Internacional Canguru de Matemática Brasil

<sup>4</sup> Olimpíada Mandacaru de Matemática

<sup>5</sup> Olimpíada de Matemática da Região Trairi

<sup>6</sup> Olimpíada de Matemática do Estado do Rio Grande do Norte



A Figura 1 apresenta-se a capa proposta para o livro, que surgiu em resposta aos questionamentos dos alunos sobre a abordagem e a linguagem utilizadas nas resoluções das questões olímpicas. Os alunos estão organizando as resoluções de forma a destacar as estratégias empregadas e incluem comentários que auxiliam os leitores a compreenderem o processo pelo qual chegaram aos resultados.

Na Figura 2, apresentamos um modelo de como essas questões estão sendo trabalhadas pelos alunos. Cada dupla é responsável por resolver as questões, explicitar as estratégias utilizadas e fornecer comentários. Além disso, cada dupla apresenta uma curiosidade sobre a participação da escola nas Olimpíadas de Matemática, enriquecendo o conteúdo com informações contextuais e históricas.

**Figura 2 – questão da Olimpíada Mandacaru de Matemática e modelo para análise da questão.**



Fonte: autor (2024)

Esta abordagem, que enfatiza a perspectiva do aluno, vem mostrando-se bastante eficaz. Assim, os alunos beneficiam-se do ambiente colaborativo, onde podem identificar e superar dificuldades comuns, desenvolver habilidades de pensamento crítico e trabalho em equipe. Além de reforçar o conteúdo matemático, a eletiva proporciona um aprendizado dinâmico e interativo.

## REFLEXÕES FINAIS

A implementação do projeto olímpico na Escola Estadual João Ferreira de Souza, seguida pela expansão com a eletiva "Olimpíadas de Matemática: de Aluno para Aluno", vem demonstrando que é possível alcançar resultados significativos em competições de matemática com uma abordagem estruturada e colaborativa. Esse resultado reforça a necessidade em promover o interesse pela matemática entre os alunos do ensino médio.

Nesse sentido, os alunos demonstram um avanço significativo na forma de ensino e aprendizado de matemática, especialmente no contexto de preparação para olimpíadas. Através da organização das resoluções com destaque para as estratégias utilizadas e os comentários, os alunos não apenas consolidam seu próprio entendimento, mas também contribuem para a construção de um recurso valioso para outros estudantes.

Dessa forma, o processo de análise e resolução colaborativa das questões olímpicas vem promovendo um ambiente de aprendizado ativo e reflexivo, incentivando o desenvolvimento de habilidades críticas e a capacidade de comunicação matemática. A inclusão de curiosidades sobre a participação da escola nas Olimpíadas de Matemática agrega valor histórico e contextual ao livro, enriquecendo a experiência dos leitores.

Assim, essas práticas não só reforçam o conhecimento matemático, mas também fomentam um senso de comunidade e cooperação entre os alunos. Através dessa abordagem colaborativa, é possível observar um aumento no interesse e na motivação dos alunos em relação à matemática e às competições acadêmicas.

Em suma, o projeto não apenas vem atingindo seus objetivos iniciais de preparação para as olimpíadas, mas também abrindo novas perspectivas, mostrando que a integração de atividades colaborativas e a contextualização do aprendizado são estratégias para promover a aprendizagem.

## REFERÊNCIAS

**Avaliação do impacto da Olimpíada Brasileira de Matemática nas Escolas Públicas (OBMEP).** [s.l.: s.n.]. Disponível em: <http://server22.obmep.org.br:8080/media/servicos/recursos/251395.o>.  
GARDNER, H. (1993). **Multiple Intelligences: The Theory in Practice**. New York: Basic Books.  
NASCIMENTO, V. H. G. do; RAPOSO, I. P. de A.; CAMPOS, L. H. R. de; GOMES, S. M. F. P. O. Impacto da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP) nas motivações acadêmicas de professores e alunos de escolas públicas do Recife. **CONTRIBUCIONES A LAS CIENCIAS SOCIALES**, [S. l.], v. 16, n. 10, p. 20083–20102, 2023. DOI: 10.55905/revconv.16n.10-086. Disponível em: <https://ojs.revistacontribuciones.com/ojs/index.php/clcs/article/view/2462>. Acesso em: 20 may. 2024.



## O USO DE JOGOS E MATERIAS MANIPULAVEIS COMO FERRAMENTA PEDAGOGICA PARA O ENSINO DE MATEMÁTICA

Marcos Leão Neves<sup>1</sup>

Ana Júlia dos Reis<sup>2</sup>

Ermison Machado Pereira<sup>3</sup>

**RESUMO:** O presente trabalho aborda a importância de utilizar metodologias dinâmicas e jogos interativos no ensino da matemática para tornar a disciplina mais atraente e compreensível para os alunos. Destaca-se que os jogos oferecem uma forma interessante de propor problemas, estimulando a criatividade e o planejamento das ações. Essas atividades lúdicas ajudam a diminuir bloqueios e ansiedades relacionadas ao aprendizado da matemática, promovendo atitudes mais positivas e melhor desempenho. A experiência relatada na Universidade do Estado da Bahia, durante o IV semestre de 2022 no curso de Licenciatura em Matemática, exemplifica a aplicação prática dessas metodologias. Sob a orientação do professor Marcio Oliveira D'Esquivel, os alunos aprenderam a criar e implementar jogos e atividades dinâmicas na qual versou sobre jogos de tabuleiro, jogos com carta, jogos de tabuleiros entre outros. Estes jogos trabalhava com conteúdo da educação básicas como as quatro operações matemáticas, potenciação, radiação, trigonometria, equações entre outros conteúdos explorados nos jogos, integrando teoria e prática para desenvolver habilidades pedagógicas e técnicas essenciais. A criação desses jogos visa a prática de conceitos matemáticos de forma lúdica, tornando a aprendizagem mais envolvente.

**Palavras-chave:** metodologias dinâmicas, jogos educativos, ensino de matemática.

### EIXO TEMÁTICO

(X ) T6: Desenvolvimento de materiais e recursos didáticos de Matemática

### REFERENCIAIS TEÓRICOS

A matemática está integrada ao nosso cotidiano e permeia todas as áreas do conhecimento. Por isso, é crucial que o professor desperte o interesse dos alunos pela disciplina, utilizando relações que os incentivem a resolver problemas. Para tornar a matemática mais cativante, alguns autores recomendam o uso de metodologias dinâmicas e jogos no ensino. Essa abordagem facilita o desenvolvimento de conceitos matemáticos de forma interativa e envolvente. Conforme os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs):

<sup>1</sup> Graduando em Matemática; Universidade do Estado da Bahia/UNEB, Caetité, Bahia, Brasil, marcosleao012@gmail.com.

<sup>2</sup> Graduanda em Matemática; Universidade do Estado da Bahia/UNEB, Caetité, Bahia, Brasil, anareis255@gmail.com.

<sup>3</sup> Graduando em Matemática; Universidade do Estado da Bahia/UNEB, Caetité, Bahia, Brasil, ermisonuneb@gmail.com.

Os jogos constituem uma forma interessante de propor problemas, pois permitem que estes sejam apresentados de modo atrativo e favoreça a criatividade na elaboração de estratégias de resolução e busca de soluções. Propiciam a simulação de situações-problema que exigem soluções vivas e imediatas, o que estimula o planejamento das ações (Brasil, 1998, p. 46).

O ensino da matemática é muitas vezes visto como um conteúdo de difícil compreensão e que a grande maioria dos alunos não se desenvolve de maneira eficiente na matéria, mas aparte de metodologias que façam o aluno está participar de forma integrada na criação do conteúdo, pode favorecer muito o potencial desse discente dentro e fora do espaço educacional, a proposta de jogos e materiais manipuláveis com ferramenta para o ensino de matemática busca justamente fazer com que ele perceba como em questões dinâmica como jogos a matemática está implícita e como seu estudo pode ser reformulado dentro da sala de aula e também fora dela. Sob esse ponto de vista, D'Ambrosio (1993) aponta que o ensino de matemática deve priorizar a investigação. Além disso, a matemática deve ser enxergada como útil aos alunos, visto que:

Há uma necessidade de os novos professores compreenderem a Matemática como uma disciplina de investigação. Uma disciplina em que o avanço se dá como consequência do processo de investigação e resolução de problemas. Além disso, é importante que o professor entenda que a Matemática estudada deve de alguma forma, ser útil aos alunos, ajudando-os a compreender, explicar ou organizar sua realidade (D'Ambrosio, 1993, p. 35).

O processo de ser professor vai muito além de saber o conteúdo que necessita ser explicado, durante o processo de ensino é essencial didáticas, na qual o aluno se sinta parte integrante do processo de aprendizado, pois ele é peça fundamental no processo da educação e elemento principal na busca do ensino, além do mais este aluno será o futuro da sociedade e se não for buscado criar educando qualificados como se pretende mudar patamares que hoje ainda não permite a sociedade desenvolver.

Uma ferramenta importante no processo de ensino e aprendizagem é a introdução do conteúdo por metodologias dinâmicas e jogos interativos. Estes atuam como elementos desafiadores que despertam muita curiosidade nos alunos e ao mesmo tempo, podem trazer significados concretos para os conteúdos ensinados. Segundo Borin, (1996):[...] outro motivo para a introdução de jogos nas aulas de matemática é a possibilidade de diminuir os bloqueios apresentados por muitos de

nossos alunos que temem a matemática e sentem-se incapacitados para aprendê-la. Dentro da situação de jogo, onde é impossível uma atitude passiva e a motivação é grande, notamos que, ao mesmo tempo em que estes alunos falam matemática, apresentam também um melhor desempenho e atitudes mais positivas frente a seus processos de aprendizagem (Borin, 1996, p. 9).

O uso de materiais que fazem com que os alunos no resolver problemas formule ideias e criem um pensamento crítico, é efetivamente importante para sua capacitação

e desempenho c3ognito dos alunos. Buscar fazer com que nossos alunos tenham esse papel de discurs33o e an3lise de jogos 33 essencial nas atualidades. Portanto, 33 fundamental que o professor utilize recursos que estabele33am uma correla333o entre a matem33tica ensinada em sala de aula e a matem33tica aplicada no dia a dia, permitindo que o aluno resolva problemas pr33ticos.

## RELATO

O Presente relato busca discutir sobre a import33ncia de jogos durante as aulas de matem33tica e como isso 33 uma alternativa eficiente para o desenvolvimento muitas vezes de conhecimentos na 33rea da matem33tica, pois atrav33s do uso de mat33rias din33micas e jogos a constru333o do conhecimento, torna uma pr33tica menos densa e compilada em f33rmulas e preposi3333es como a matem33tica pura se apresenta.

O referido relato faz refer33ncia a disciplina de did33tica da matem33tica, na qual foi ministrada pelo professor Marcio Oliveira D'Esquivel, na Universidade do Estado da Bahia, Campus VI Caetit33, no curso de Licenciatura em Matem33tica, para a turma 2020.1, referente ao IV semestre da nossa turma em 2022, de turno matutino. Sendo a turma formada na 33poca por 24 discentes de diferentes cidades de Caetit33 e cidades circunvizinhas. Na qual ele trabalhou formas mais din33micas para o ensino da matem33tica para trabalhar como nossos futuros alunos. Na qual, foi trabalhado jogos e maneiras did33ticas para trabalhar com assuntos da matem33tica tornando a forma de ensino mais integrativa e participativa.

Durante o percurso do semestre, nas reuni3333es semanais da mat33ria foram sendo discutidos o efetivo ensino da Matem33tica e como buscar que materiais manipul33veis e jogos fossem desenvolvidos para a pratica do ensino, que se estabelecesse durante o desenvolver da mat33ria permitindo desenvolvimento de habilidades pedag33gicas e t33cnicas que permitem aos futuros professores de matem33tica ensinar de maneira eficaz e envolvente. Durante esse per33odo, foi poss33vel aprendem a elaborar e implementar diferentes estrat33gias de ensino, com foco na cria3333o de jogos e atividades din33micas ess33ncias para um ensino mais atrativo.

Os alunos foram incentivados a criar e buscar jogos matem33ticos. Esses jogos s33o projetados para ajudar os alunos a praticar conceitos matem33ticos de maneira l33dica e engajadora. O processo envolveu definir objetivos claros, selecionar os conte33dos matem33ticos a serem abordados, e criar regras e materiais necess33rios.

A mat33ria de did33tica matem33tica incluiu trabalhos em grupo, projetos de investiga3333o matem33tica e exerc33cios que envolvem movimentaa333o e intera3333o entre os discentes de matem33tica do Campus VI do IV semestre que 33 um fator importante a ser salientado a integra3333o na sala que 33 fundamental no espa33o social.

**Figura 1 – Reunião em grupo e discursões e criação de jogos**

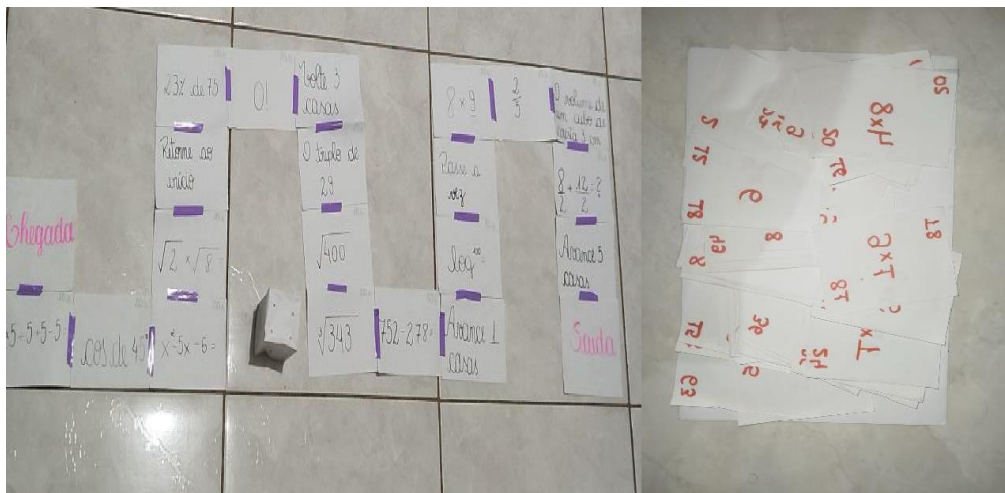


Fonte: Aluno da turma 2020.1 de matemática

A criação de atividades dinâmicas requer um entendimento profundo do currículo e das necessidades dos alunos. Como futuros professores é essencial buscar aprender a elaborar planos de aula que incorporem essas atividades, avaliando continuamente a eficácia e fazendo ajustes conforme necessário, a fim de trazer para a sala de aula o melhor para o aluno.

Os estudantes analisam e aplicam teorias educacionais na criação de suas atividades e jogos refletindo sobre como diferentes abordagens podem ser integradas para atender às diversas necessidades dos alunos.

**Figura 2- Jogos construídos em sala**



Fonte: Autor

Assim, aulas de metodologia matemática no quarto semestre é um espaço de inovação e experimentação, onde os nos futuros professores têm a oportunidade de desenvolver e testar métodos criativos para tornar o ensino da matemática mais acessível e interessante para todos os alunos.

## REFLEXÕES FINAIS

O uso de metodologias dinâmicas e jogos interativos no ensino de matemática não só desperta o interesse dos alunos, mas também facilita a compreensão de conceitos complexos. Integrar a matemática do cotidiano com a ensinada em sala de aula, por meio de atividades práticas e lúdicas, torna a aprendizagem mais significativa e eficaz.

A formação de futuros professores qualificados com metodologias eficientes, é crucial para garantir que essas metodologias inovadoras sejam implementadas com sucesso. Professores bem preparados que compreendem a importância da interação e da investigação no ensino da matemática, são capazes de transformar a experiência educacional e contribuir significativamente para o desenvolvimento cognitivo e crítico dos alunos.

Ao adotar metodologias que engajem os alunos ativamente estamos não apenas ensinando matemática, mas também preparando-os para enfrentar problemas reais com criatividade e confiança. A inovação no ensino da matemática através de jogos e atividades dinâmicas, representa um passo importante na construção de uma educação mais eficaz e inclusiva, preparando os alunos para serem cidadãos críticos e competentes em um mundo cada vez mais complexo.

## REFERÊNCIAS

- BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: matemática**. Brasília, DF:MEC/SEF, 1988
- D'AMBROSIO, B. S. **Formação de Professores de Matemática para o Século XXI: O Grande Desafio**. Vol. 4, n. 1, p. 35, 1993. Disponível em: Acesso em 15 out. 2013.
- LORENZATO, S. Laboratório de ensino de matemática e materiais manipuláveis. In: Lorenzato, Sergio. (Org.) **O laboratório de ensino de matemática na formação de professores**. Campinas: Autores Associados, 2006, p. 18
- RÊGO, R.G.; RÊGO, R.M. **Matemática ativa**. João Pessoa: Universitária/UFPB, INEP, Comped: 2000.





## MATEMÁTICA NA COZINHA: “BOLO *FAKE* E ESPÁTULA DE TEXTURA: UMA CONFEÇÃO USANDO GEOMETRIA”

Millani Hillari Marques de Lima<sup>1</sup>  
Sarah Rafaely dos Santos<sup>2</sup>  
Nickson Deyvis da Silva Correia<sup>3</sup>

**RESUMO:** Este trabalho tem como finalidade apresentar e mostrar os resultados de aplicações da atividade “Bolo *fake* e espátula de textura: uma confecção usando geometria”, desenvolvida pelo projeto de extensão “Sem mais nem menos nas escolas” da Universidade Federal de Alagoas (Ufal). A atividade teve o objetivo de explorar conceitos de geometria presentes nos utensílios e técnicas de confeitaria, por meio da confecção de um bolo *fake* e uma espátula de textura. A aplicação foi realizada com estudantes da 2ª série do Ensino Médio de uma escola de Rede Pública de Alagoas. Os resultados foram positivos e os estudantes tiveram a oportunidade de se divertir decorando seus bolos *fakes*. Esperamos que esse trabalho estimule professores a realizarem atividades semelhantes em suas aulas.

**Palavras-chave:** ensino de matemática, geometria, material didático, confeitaria, decoração.

### INTRODUÇÃO

O projeto de extensão “Sem mais nem menos nas escolas” da Universidade Federal de Alagoas (Ufal) defende a ideia de elaborar materiais didáticos que despertam o interesse dos estudantes e “[...] a compreensão de conteúdos curriculares, o desenvolvimento de diferentes habilidades, como o trabalho colaborativo, o raciocínio lógico, a criatividade e a percepção da existência da Matemática no dia a dia” (Santos *et al.*, 2021, p. 58), proporcionando uma Matemática mais visual e divertida.

Segundo Conceição (2016, p. 95), a relevância da prática de aplicações de materiais didáticos como esses é instigar o interesse dos estudantes. Deste modo:

As demandas impostas pela sociedade atual contribuem para o aumento da necessidade do conhecimento matemático. Contudo, a maneira como vem sendo transmitido diminui o interesse do aluno por seu conhecimento aprofundado. Assim, ele perde a ideia do que realmente é a Matemática quando não se valoriza a sua presença associada a situações diversas do seu cotidiano (Conceição, 2016, p. 95).

<sup>1</sup> Licencianda em Matemática pela Universidade Federal de Alagoas (Ufal), Maceió, Alagoas, Brasil. [millani.lima@im.ufal.br](mailto:millani.lima@im.ufal.br).

<sup>2</sup> Licencianda em Matemática pela Universidade Federal de Alagoas (Ufal), Maceió, Alagoas, Brasil. [sarah.santos@im.ufal.br](mailto:sarah.santos@im.ufal.br).

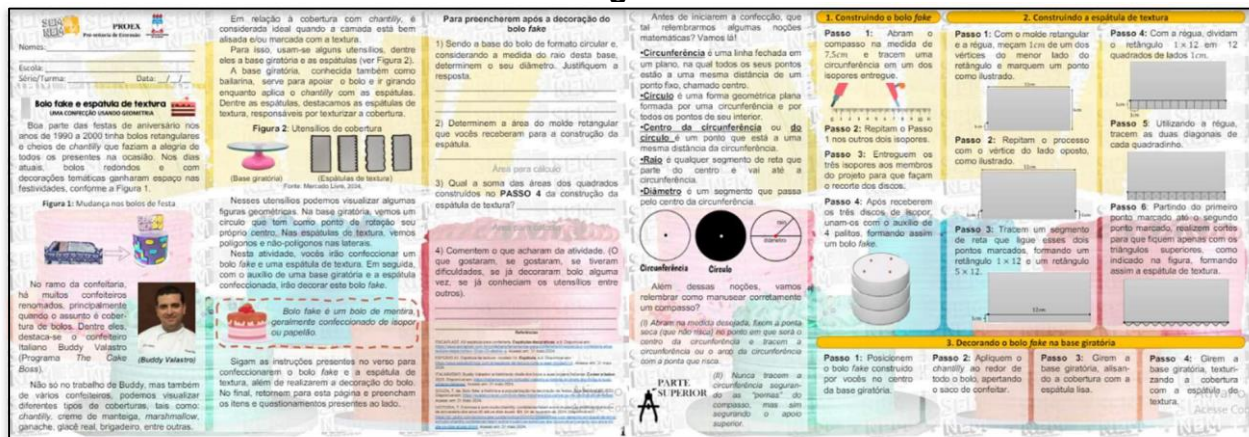
<sup>3</sup> Mestre em Ensino de Ciência e Matemática pela Universidade Federal de Alagoas (Ufal), Maceió, Alagoas, Brasil. [nickson.correia@im.ufal.br](mailto:nickson.correia@im.ufal.br).

De acordo com a Base Nacional Comum Curricular - BNCC (Brasil, 2018, p. 273): “A Geometria envolve o estudo de um amplo conjunto de conceitos e procedimentos necessários para resolver problemas do mundo físico e de diferentes áreas do conhecimento”. Assim, dentre o vasto ambiente da cozinha, especialmente no campo da confeitaria, a equipe do projeto desenvolveu a atividade “Bolo *fake* e espátula de textura: uma confecção usando geometria”. Este trabalho tem como objetivo apresentar e mostrar os resultados de aplicações dessa atividade.

## ELABORAÇÃO, APLICAÇÃO E RESULTADOS

A escolha de abordar a temática “Matemática na cozinha” surgiu após a aplicação de um diagnóstico (itens e questionamentos) a 97 estudantes da 2ª série do Ensino Médio de uma escola da Rede Pública de Ensino de Maceió - AL. A atividade “Bolo *fake* e espátula de textura: uma confecção usando geometria” (ver Figura 1) consistiu em explorar os conceitos de geometria, por meio da elaboração de um bolo *fake*, com o auxílio de régua e compasso, e da confecção de uma espátula de textura, ilustrando a relação entre a Matemática, festas de aniversário e os bolos característicos destas celebrações.

**Figura 1 – Material impresso de “Bolo *fake* e espátula de textura: uma confecção usando geometria”.**



Fonte: Arquivos do projeto de extensão “Sem mais nem menos nas escolas”, 2024.

A atividade contém um texto derivado de uma entrevista conduzida pela equipe do projeto com uma confeitaria que discorre sobre a evolução dos bolos de aniversário, a descrição dos instrumentos utilizados na decoração de bolos, algumas noções matemáticas, passo a passo para a criação do bolo *fake*, para a criação da espátula de textura e para a decoração de bolos, além de alguns itens e questionamentos a serem preenchidos pelos estudantes.

No que concerne aos conceitos matemáticos abordados no material, são ressaltadas as noções de circunferência e áreas. O passo a passo apresentado está dividido em três fases distintas: a primeira consiste na elaboração do bolo *fake*; a segunda aborda a produção de uma espátula de textura; e, por fim, a terceira etapa trata da decoração do bolo *fake* sobre uma base giratória.

Os itens e questionamentos presentes são: “1) Sendo a base do bolo de formato circular e, considerando a medida do raio desta base, determinem o seu diâmetro. Justifiquem a resposta.”; “2) Determinem a área do molde retangular que vocês receberam para a construção da espátula.”; “3) Qual a soma das áreas dos quadrados construídos no PASSO 4 da construção da espátula de textura?”; “4) Comentem o que acharam da atividade. (O que gostaram, se gostaram, se tiveram dificuldades, se já decoraram bolo alguma vez, se já conheciam os utensílios entre outros).”.

Participaram da atividade 51 estudantes, entre os 97 que inicialmente realizaram diagnóstico. Os 51 estudantes foram distribuídos em 16 equipes, cada uma recebendo uma folha impressa da atividade, uma base giratória feita de MDF com 20cm de diâmetro, um copo *long drink*, três placas de isopor de 20x20 cm, quatro palitos, uma espátula alisadora feita de caixa de leite reciclada, um molde para criar uma espátula de textura também a partir de caixa de leite com medidas de 12x6 cm, além de um saco de confeitaria com *chantilly*. (Ver Figura 2).

Ressaltamos que o número de participantes é devido ao fato de que das quatro turmas envolvidas, somente três puderam realizar a atividade, devido a uma liberação feita pela coordenação no dia da aplicação, sem considerar o cronograma do projeto. A aplicação foi realizada no laboratório de ciências da escola, com os estudantes distribuídos ao redor de uma bancada para auxiliá-los na atividade.

**Figura 2 – Materiais entregue as equipes.**



Fonte: Arquivos do projeto de extensão “Sem mais nem menos nas escolas”, 2024.

Ao longo da aplicação, os 16 grupos elaboraram o bolo *fake*, traçando as circunferências nas placas de isopor usando compasso e régua, e criaram uma espátula de textura seguindo as instruções do material impresso. A equipe do projeto ficou encarregada de cortar as circunferências no isopor para garantir a segurança dos estudantes. Em seguida, os participantes decoraram seus bolos com *chantilly* e responderam os itens e questionamentos solicitados. Na Figura 3, exibimos algumas fotos do processo e dos resultados finais dos bolos decorados.

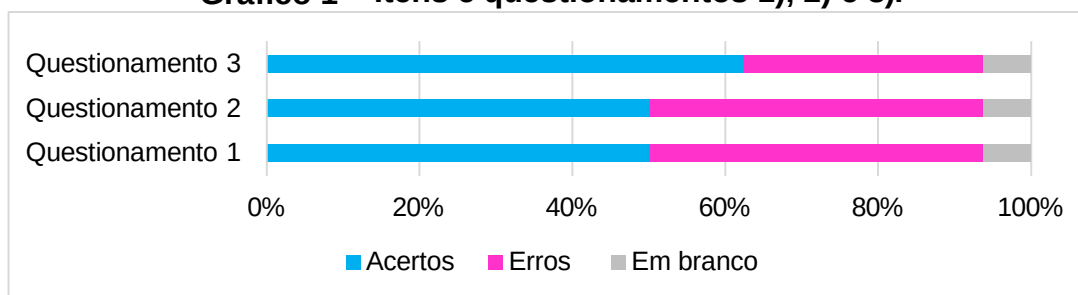
**Figura 3 – Estudantes confeccionando o bolo *fake* e a espátula de textura.**



Fonte: Arquivos do projeto de extensão “Sem mais nem menos nas escolas”, 2024.

No que se refere aos itens e questionamentos presentes na atividade, do total de 16 grupos, temos que: em 1), 08 (50,00% do total) responderam corretamente o valor do diâmetro que é 15 centímetros, 07 (43,75% do total) responderam incorretamente o valor do diâmetro, e 01 grupo (6,25% do total) deixou em branco; em 2), 08 (50,00% do total) acertaram a área do molde retangular que é de 72 cm<sup>2</sup>, 07 (43,75% do total) responderam incorretamente, e 01 (6,25% do total) deixou em branco; em 3), 10 (62,50% do total) responderam corretamente a soma das áreas dos quadrados confeccionados na atividade que é 12 cm<sup>2</sup>, 04 (31,25% do total) responderam incorretamente, e 01 grupo (6,25% do total) deixou em branco. No Gráfico 1, apresentamos sucintamente os resultados desses três itens.

**Gráfico 1 – Itens e questionamentos 1), 2) e 3).**

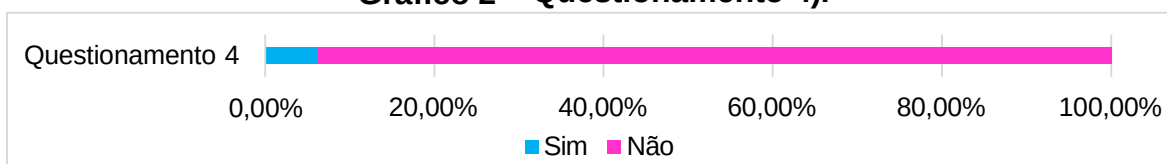


Em relação aos comandos respondidos erroneamente, tais desses erros se deram por falta de diferenciação entre raio e diâmetro, dificuldade em calcular o valor do diâmetro, não saber calcular a área do retângulo e apenas mencionar as dimensões. Segundo Cury (*apud* Cossa, 2021), um estudante pode cometer erros por descuido ou por falta de informações essenciais. Nessa situação, ao reconhecer seu erro, ele pode simplesmente optar por refazer o procedimento. Por outro lado, Metcalfe (*apud* Cossa, 2021) acrescenta que a ocorrência de erros pode contribuir para um processo de aprendizagem renovado, já que tais equívocos aprimoram a memória subsequente e resultam em respostas corretas.

No questionamento 4), foi perguntado se eles já conheciam os utensílios da confeitaria e apenas 01 equipe (6,25% do total de 16) mencionou conhecer esses utensílios utilizados na confeitaria. (Ver Gráfico 2).



**Gráfico 2 – Questionamento 4).**



No 4), também foram questionados sobre o que acharam da atividade, do total de 16 grupos, temos: 05 (31,25% do total) gostaram muito, 09 (56,25% do total) gostaram e acharam a atividade divertida, 01 (6,25% do total) achou a atividade útil e 01 (6,25% do total) gostou, mas sentiu dificuldades.

Recebemos avaliações positivas dos estudantes e algumas das respostas foram: *“Adoramos muito divertida”*; *“Achamos legal e divertido. Não tivemos dificuldades. Sim, conhecemos outros utensílios.”*; *“gostamos muito, bem diferenciado e divertido”*; *“Gostamos o melhor que teve.”*. Dessa forma conseguimos perceber o interesse dos estudantes pela atividade aplicada.

## REFLEXÕES FINAIS

A atividade “Bolo fake e espátula de textura: uma confecção usando geometria” teve sua aplicação considerada pelos estudantes. Por meio dela, foi possível explorar de modo prático algumas noções geométricas vistas em sala de aula.

No que se refere aos erros e dificuldades ao responderem os comandos (itens e questionamentos) presentes na atividade, compreendemos que tais dificuldades devem ser trabalhadas em sala de aula para serem sanadas. Apesar disso, entendemos que conectar a Matemática a um elemento presente no cotidiano é de extrema importância, pois experiências como essas podem motivá-los ainda mais no estudo da disciplina posteriormente.

Esperamos que este relato seja inspiração para professores e futuros professores trabalharem com os seus estudantes aulas diferenciadas e que envolvam a Matemática com o cotidiano.

## REFERÊNCIAS

- BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**: educação é a base. Brasília: MEC, 2018. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/>. Acesso em: 24 jun. 2024.
- CONCEIÇÃO, G. A importância da aplicabilidade da matemática no cotidiano: Perspectiva do aluno jovem e adulto. In: **II Encontro Científico Multidisciplinar da Faculdade Amadeus**: qualificação profissional e inserção no mercado de trabalho. 2016. Aracaju.
- COSSA, José. Importância do erro no processo de Ensino e Aprendizagem em sala de aula. **Revista Internacional de Cultura, Línguas Africanas e Brasileiras**, v. 1, 2021. Disponível em: <https://revistas.unilab.edu.br/index.php/njingaesape/article/download/792/520/2634>. Acesso em: 24 jun. 2024.
- SANTOS, V. de O.; ALBUQUERQUE, E. S. da C.; SANTOS, K. T. R. dos; OLIVEIRA, W.C. Lives no Instagram envolvendo matemática no dia a dia: contribuições do projeto “Sem mais nem menos on-line” para estudantes e professores da Educação Básica. **PMO**, v.9, n.1, 2021. Disponível em: [https://pmo.sbm.org.br/wp-content/uploads/sites/5/sites/5/2021/10/art4\\_PMO\\_Chamada\\_Tematica\\_SBM\\_FLUXO2021.pdf](https://pmo.sbm.org.br/wp-content/uploads/sites/5/sites/5/2021/10/art4_PMO_Chamada_Tematica_SBM_FLUXO2021.pdf).
- SEM MAIS NEM MENOS. **Projeto de extensão “Sem mais nem menos – Ufal”**, 2020, on-line. Disponível em: [www.sem-mais-nem-menos.webnode.com](http://www.sem-mais-nem-menos.webnode.com). Acesso em: 25 jun. 2024.



## MATEMÁTICA NA COZINHA: “COZINHA OTIMIZADA: GRANDEZAS E MEDIDAS COM LAYOUTS”

Thayane Camile dos Santos<sup>1</sup>

Adriano Silva Nascimento<sup>2</sup>

Viviane de Oliveira Santos<sup>3</sup>

**RESUMO:** Este trabalho tem como objetivo apresentar o processo de elaboração e aplicação do material didático “Cozinha Otimizada: grandezas e medidas com *layouts*” e seus resultados. O material, desenvolvido pelo projeto de extensão “Sem mais nem menos nas escolas” da Universidade Federal de Alagoas (Ufal), aborda as unidades temáticas: Geometria, Grandezas e Medidas, tendo como foco nos conteúdos escalas e projeções ortogonais, contemplando as habilidades EF09MA17 e EF09MA08 da Base Nacional Comum Curricular (BNCC), por meio da reprodução de *layouts* em maquetes com o auxílio de uma régua. O material foi aplicado em quatro turmas da 2ª série do Ensino Médio de uma escola da Rede Pública de Maceió, Alagoas, com 85 estudantes, os quais foram divididos em 39 grupos. Ao finalizarem a montagem da cozinha, os estudantes responderam aos comandos (itens e questionamentos), cujos resultados mostraram as dificuldades deles nas representações das vistas ortogonais.

**Palavras-chaves:** otimização, geometria, escala, projeções ortogonais, material didático.

### EIXO TEMÁTICO

( X ) T6: Desenvolvimento de materiais e recursos didáticos de Matemática

### INTRODUÇÃO

O projeto de extensão “Sem mais nem menos” visa minimizar as diferenças entre a Matemática ensinada em sala de aula e sua utilização prática no cotidiano dos estudantes.

[...] proporcionando aos estudantes momentos descontraídos e interessantes para aprender Matemática e despertar nos professores o ensejo de desenvolver outras habilidades para ensinar matemática, abordando alguns conteúdos de forma alternativa e atraente. (Correia; Santos; Silva, 2021, p. 407).

Diante das diversas temáticas que permeiam o cotidiano dos estudantes, optamos por explorar a matemática na cozinha. Essa escolha surgiu a partir de um diagnóstico aplicado aos estudantes de uma escola da Rede Pública de Ensino de Maceió – AL. Nesse contexto, desenvolvemos o material didático “Cozinha Otimizada: grandezas e

<sup>1</sup> Licencianda em Matemática pela Universidade Federal de Alagoas (Ufal), Maceió, Alagoas, Brasil. E- mail: thayane.santos@im.ufal.br

<sup>2</sup> Licenciando em Matemática pela Universidade Federal de Alagoas (Ufal), Maceió, Alagoas, Brasil. E- mail: adriano.nascimento@im.ufal.br

<sup>3</sup> Doutora em Educação Matemática pela Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”. Docente da Universidade Federal de Alagoas (Ufal), Maceió, Alagoas, Brasil. E-mail: viviane.santos@im.ufal.br

medidas com *layouts*”, que aborda Geometria, Grandezas e Medidas, com foco principal nos conteúdos de escala e projeção ortogonal, tendo como princípio o que diz a BNCC:

As medidas quantificam grandezas do mundo físico e são fundamentais para a compreensão da realidade. Assim, a unidade temática Grandezas e medidas, ao propor o estudo das medidas e das relações entre elas – ou seja, das relações métricas –, favorece a integração da Matemática a outras áreas de conhecimento, como Ciências [...] (Brasil, 2018, p. 275)

O objetivo deste trabalho é apresentar o processo de elaboração e aplicação do material didático “Cozinha Otimizada: grandezas e medidas com *layouts*” e seus resultados. O foco principal do material é trabalhar a otimização do espaço na cozinha, ensinando aos estudantes a organizarem suas cozinhas utilizando os *layouts* apresentados, de forma a aproveitar cada espaço disponível.

O material proporcionou aos estudantes momento de aprendizado, podendo revisar as unidades temáticas de Geometria, Grandezas e Medidas, tendo como foco os conteúdos escalas e projeções ortogonais. Com o material é possível abordar as habilidades EF09MA17 (reconhecer vistas ortogonais de figuras espaciais e aplicar esse conhecimento para desenhar objetos em perspectiva) e EF09MA08 (resolver e elaborar problemas que envolvam relações de proporcionalidade direta e inversa entre duas ou mais grandezas, inclusive escalas, divisão em partes proporcionais e taxa de variação, em contextos socioculturais, ambientais e de outras áreas) (Brasil, 2018).

## RELATO

### Material didático

O material didático “Cozinha Otimizada: grandezas e medidas com *layouts*” é composto por uma maquete, construída com isopor e cartolina, para ser o espaço da cozinha, e mais dois materiais impressos.

A maquete possui uma altura de 25 centímetros e uma base de  $35\text{cm} \times 45\text{cm}$ , na escala de 1:10. Levando em consideração os tamanhos mínimos necessários para acomodar os quatro tipos de layouts presentes na atividade, temos os seguintes móveis e eletrodomésticos, também ajustados à mesma escala: 1 geladeira ( $6\text{cm} \times 8\text{cm} \times 16\text{cm}$ ), 1 fogão ( $6,5\text{cm} \times 7\text{cm} \times 9\text{cm}$ ), 1 pia na bancada ( $6,7\text{cm} \times 8\text{cm} \times 6,5\text{cm}$ ), 1 micro-ondas ( $4,5\text{cm} \times 2,8\text{cm} \times 3,5\text{cm}$ ), 3 bancadas (1 com  $9\text{cm} \times 6\text{cm} \times 7\text{cm}$  e 2 com  $6\text{cm} \times 6\text{cm} \times 7\text{cm}$ ), 2 armários aéreos (1 com  $6\text{cm} \times 3,5\text{cm} \times 7\text{cm}$  e 1 com  $9\text{cm} \times 3,5\text{cm} \times 7\text{cm}$ ), 1 mesa ( $10\text{cm} \times 10\text{cm} \times 7\text{cm}$ ) e 4 cadeiras ( $4,7\text{cm} \times 3,8\text{cm} \times 9,1\text{cm}$ ), podendo existir variações de até 1cm.

Iremos descrever os dois materiais impressos. O material 1 (Figura 1) contém: um texto inicial sobre o que significa a otimização de espaço, com ênfase na otimização de espaço na cozinha; evolução dos *layouts* de cozinha, a partir da Cozinha de *Frankfur*<sup>4</sup>; requisitos mínimos para a configuração da cozinha; exposição dos conteúdos matemáticos a serem trabalhados; os tipos de *layouts* que os estudantes deverão

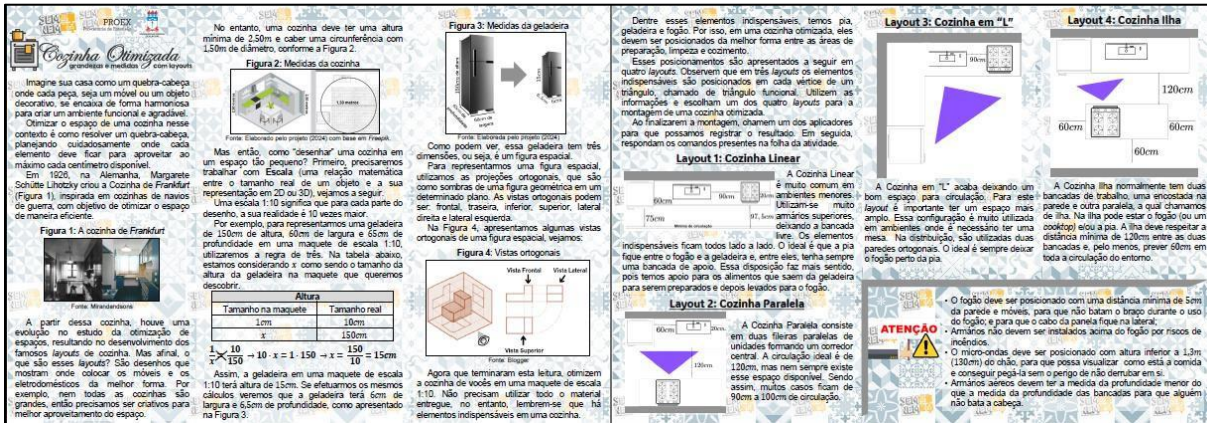
---

<sup>4</sup> A Cozinha de *Frankfurt* foi criada em 1926, na Alemanha, pela arquiteta Margarete Schütte Lihotzky. Foi inspirada em cozinhas de navios de guerra, com objetivo de otimizar o espaço de maneira eficiente. (Bonin, 2012)



escolher para montagem. O material 2 (Figura 2) é composto por comandos (itens e questionamentos) a serem preenchidos.

**Figura 1 – Material 1 da atividade "Cozinha Otimizada: grandezas e medidas com layouts"**



Fonte: Arquivos do projeto de extensão “Sem mais nem menos”, 2024.

**Figura 2 – Material 2 da atividade "Cozinha Otimizada: grandezas e medidas com layouts", maquete, móveis e eletrodomésticos disponibilizados**



Fonte: Arquivos do projeto de extensão “Sem mais nem menos”, 2024.

## Aplicação e resultados

A aplicação do material ocorreu em maio de 2024, com quatro turmas da 2ª série do Ensino Médio de uma escola pública de Maceió – AL, com 85 estudantes, divididos em 39 grupos (32 duplas e 7 trios), com duração de 1 hora. A cada grupo foi entregue a maquete com móveis e eletrodomésticos (Figura 2), e os materiais impressos (Figuras 1 e 2).

Sobre os comandos (itens e questionamentos), iniciaremos com o item “1) Sobre a cozinha otimizada construída por vocês na maquete, respondam. a) Qual o layout escolhido? Por que fizeram esta escolha?; b) Desenhem no espaço abaixo a vista superior da cozinha construída. Informem as medidas em centímetros presentes na maquete. (Utilizem a régua).”. Em relação ao item a): 16 grupos (41,03%) responderam o Layout 3: Cozinha em “L”, tendo como justificativa ser o layout mais simples e por deixar a cozinha mais espaçosa; 12 grupos (30,77%) escolheram o Layout 1: Cozinha Linear,

com justificativas de ser interessante, deixar os elementos essenciais próximos e ser mais fácil a reprodução; 6 grupos (15,38%) indicaram o *Layout 2: Cozinha Paralela*, com justificativa de ser a mais fácil de reproduzir; e 5 grupos (12,82%) selecionaram o *Layout 4: Cozinha Ilha*, com justificativa de ser o *layout* mais bonito. Em relação ao item b): 28 grupos (71,795%) desenharam e colocaram as medidas corretamente; 9 grupos (23,077%) inseriram as medidas parcialmente corretos, desenhando apenas os elementos essenciais (geladeira, fogão e pia); 1 grupo (2,564%) desenhou corretamente, porém colocou as medidas reais ao invés das medidas da maquete; e 1 grupo (2,564%) apenas fez um esboço sem apresentar as medidas. Algumas reproduções dos *layouts* e respostas da questão 1, item b, seguem na Figura 3.

**Figura 3 – Maquetes com os *layouts* escolhidos pelos estudantes e respostas da questão 1 (item b)**



Fonte: Arquivos do projeto de extensão “Sem mais nem menos”, 2024.

No comando 2, solicitava que os estudantes desenhasssem a vista frontal e a vista lateral de uma das cadeiras entregues, havia também uma ilustração mostrando como posicionar a cadeira na maquete para servir como referência. Nesta questão, 15 grupos (38,462%) projetaram a vista frontal e a vista lateral corretamente, 10 grupos (25,641%) ilustraram apenas a vista lateral corretamente, 1 grupo (2,564%) desenhou apenas a vista frontal corretamente, e 13 grupos (33,333%) desenharam errados as duas vistas

solicitadas, pois tentaram desenhar em três dimensões.

No comando 3, solicitava que os estudantes, com o auxílio de uma régua, medissem a altura, a largura e a profundidade do fogão presente na maquete e, em seguida, preenchessem uma tabela com as medidas da maquete e as medidas reais do fogão, convertendo-as para a escala 1:10. Após a verificação das conversões, 29 grupos (74,36%) responderam corretamente, 4 grupos (10,26%) informaram parcialmente correto, convertendo uma ou duas das dimensões corretamente, e 6 grupos (15,38%) equivocaram-se, trocando os valores ou não aplicando a escala 1:10. Em “4) Comentem sobre o que acharam da atividade de modo geral. (Podem comentar o que gostaram, o que sentiram dificuldade, o que já conheciam, entre outros).”, 27 grupos (69,23%) asseguraram gostar da atividade, 11 grupos (28,21%) declararam que gostaram da atividade, mas sentiram dificuldade, e 1 grupo (2,56%) afirmou sentir dificuldade. Em geral, recebemos avaliação positiva. Algumas respostas foram: *“Ah Foi divertido e Nós gostamos de como foi o aprendizado”*; *“Foi legal mais difícil, gostamos de montar o espaço e medir moveis/objetos para fazer o espaço da cozinha”*; *“Gostamos Muito dessa dinâmica. Super divertida”*; *“Atividade muito útil e pode desenvolver o cérebro”*; e *“Foi bem complicado.”*<sup>5</sup>

Os resultados indicaram que alguns estudantes enfrentaram maior dificuldade nas projeções ortogonais, devido a erros cometidos ao desenhar as vistas ortogonais em três dimensões. Isso revela um déficit na habilidade de relacionar as situações matemáticas bidimensionais das vistas ortogonais com a visualização do objeto tridimensional na realidade. Sousa, Azevedo e Alves (2021, p. 92) ressaltam:

[...] no que tange ao raciocínio geométrico, em visão bidimensional e tridimensional, é importante que o estudante desenvolva essa percepção por meio da visualização, estabelecendo relações entre o que se propõe nas situações matemáticas e na realidade, tendo a possibilidade de compreender formalmente o assunto, assim como sua aplicabilidade em diversas situações.

Portanto, para desenvolver o raciocínio geométrico bidimensional e tridimensional, é crucial que os estudantes aprimorem a percepção visual e estabeleçam conexões entre a teoria e a prática, e o material didático “Cozinha Otimizada: grandezas e medidas com *layouts*” proporciona esse desenvolvimento.

## REFLEXÕES FINAIS

O material didático “Cozinha Otimizada: grandezas e medidas com *layouts*” surgiu com o intuito de demonstrar aos estudantes que a disciplina de Matemática possui aplicações em elementos do cotidiano, especialmente nos *layouts* de cozinha. Nas turmas em que o projeto foi implementado, foi possível revisar as unidades temáticas Geometria, Grandezas e Medidas, e as habilidades EF09MA17 e EF09MA08 da BNCC. Na aplicação do material, houve participação significativa dos estudantes e eles demonstraram interesse pelo material disponibilizado.

A aplicação do material didático obteve resultados satisfatórios em relação aos

---

<sup>5</sup> As respostas dos estudantes foram transcritas fielmente, mantendo os erros gramaticais presentes, preservando assim a forma original em que foram escritos.

comandos solicitados. Os estudantes demonstraram habilidades ao trabalhar com a régua e as escalas, tendo mais dificuldades nas projeções ortogonais, para desenhar as vistas, principalmente a vista frontal.

## REFERÊNCIAS

- BONIN, C. Cozinha em evolução. **Revista Tutti Vida & Estilo**, v. 4, 2012. BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**: educação é a base. Brasília: MEC, 2018.
- CORREIA, N. D.; SANTOS, V. O.; SILVA, J. M. H; Enfeites Natalinos: construções matemáticas por meio de dobraduras. **BOCEHM**, v. 8, n.23, p. 405-422, 2021.
- SEM MAIS NEM MENOS. **Projeto de extensão “Sem mais nem menos – Ufal”**, 2020. Disponível em: <https://sem-mais-nem-menos.webnode.page/>. Acesso em: 11 jun. 2024.
- SOUSA, R. T. de, AZEVEDO, I. F. de; ALVES, F. R. V. O GeoGebra 3D no Estudo de Projeções Ortogonais Amparado pela Teoria das Situações Didáticas. **Jornal Internacional De Estudos Em Educação Matemática**, 14(1), 92–98, 2021.





## OIMC-OLIMPÍADA INTERNACIONAL DE MATEMÁTICA E DO CONHECIMENTO: EDUCAÇÃO POR MEIO DA INOVAÇÃO E DA CONEXÃO

Cláudia Aline Azevedo dos Santos Mesquita<sup>1</sup>  
José Lucivaldo Leite da Silva<sup>2</sup>

**Resumo:** Neste trabalho falaremos sobre como uma olimpíada de conhecimentos pode gerar grandes possibilidades de aprendizado da matemática de forma mais significativa. Esta pode ser usada como um caminho para o desenvolvimento de habilidades como a comunicação efetiva, o espírito de liderança, o trabalho em equipe e a versatilidade do conhecimento. Dentro desta perspectiva apresentamos a OIMC-Olimpíada Internacional de Matemática e do Conhecimento, uma olimpíada que nasceu no formato *online*, durante a pandemia em 2020, e que devido ao seu alcance foi premiada no *Prize for Education 2021* da Unesco, como a melhor iniciativa na ODS 4 (objetivo de desenvolvimento sustentável 4 - Educação de Qualidade), concorrendo com várias iniciativas de todo o mundo. Esta busca observar o conhecimento matemático dentro de um contexto mais amplo, onde o desafio não é apenas o conhecimento e rápido raciocínio lógico, mas também o autoconhecimento e o trabalho em equipe. Tudo isso em um ambiente virtual que agrega estudantes em todo o país e até mesmo fora dele. Tivemos a participação de equipes de quatro países lusófonos.

**Palavras-chave:** Olimpíadas do conhecimento, Aprendizado da matemática, Tecnologias digitais.

### EIXO TEMÁTICO

( X ) T7: Tecnologias digitais no ensino de Matemática

### INTRODUÇÃO

As mudanças pelas quais a sociedade tem passado e a velocidade com que o mundo tem se transformado sugerem que precisamos estar frequentemente nos reconstruindo. A cada momento, necessitamos de um novo conjunto de habilidades, com as quais poderemos nos adaptar e evoluir em um cenário mundial tão dinâmico. Esse trabalho visa destacar olimpíadas de conhecimento como um caminho a ser explorado na busca pelo desenvolvimento dessas novas habilidades (Alves, 2010). Apresentaremos um breve histórico sobre a origem das Olimpíadas de Matemática e de conhecimentos no Brasil e apresentaremos a OIMC-Olimpíada Internacional de Matemática e do Conhecimento, uma iniciativa que trouxe inovação para o mundo das olimpíadas de

---

<sup>1</sup> Doutora em Matemática; Docente no Instituto de Ciência e Tecnologia da Universidade Federal de São Paulo – ICT Unifesp, São José dos Campos – SP, Brasil, [caas.mesquita@unifesp.br](mailto:caas.mesquita@unifesp.br).

<sup>2</sup> Mestre pelo Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – Profmatt; Professor de matemática na educação básica e diretor do Instituto Alpha Lumen, São José dos Campos – SP, Brasil, [ze@alphalumen.org.br](mailto:ze@alphalumen.org.br).

Este trabalho contém partes do texto da dissertação referenciada em Silva (2021).

conhecimentos e tem se mostrado uma promissora ferramenta educacional. Seu formato online e multidisciplinar, combina pesquisa na internet, levantamento de dados e desafios matemáticos, tornando esta mais acessível a estudantes de diversos níveis de afinidade com o conhecimento matemático.

## **OLÍMPIADAS DO CONHECIMENTO**

Ao pensarmos em uma olimpíada do conhecimento, associamos esta ao seu objetivo final: acertar um maior número de questões de conteúdo específico, relacionados ao conhecimento científico, dentro de um tempo determinado. Se focarmos o olhar apenas para este, a participação neste tipo de olimpíada pode soar sem sentido e sem qualquer relação com o processo educativo que queremos preservar. Esse processo parece não ser agregador, nem mesmo para estudantes com altas habilidades em uma determinada área. Pode trazer a impressão equivocada de que o objetivo maior do ensino da matemática é fazer com que todos os estudantes obtenham alta performance em provas e olimpíadas. Isso gera frustração em grande parte dos estudantes, pois assim como temos poucos que cantam como Luciano Pavarotti, teremos poucos estudantes com alta performance em provas de matemática.

Para tornar uma olimpíada uma ferramenta educacional poderosa é preciso pensar em todo o processo que pode ser envolvido nesta, valorizar os nossos grandes talentos em áreas específicas (Branco, Tassinari, Conti e Almeida (2017)) e também valorizar o processo, o espírito de trabalho em equipe, a habilidade de ensinar, de comunicar e de liderar, a parceria. No geral, esta valorização não consta no manual, e muitas vezes os próprios organizadores de uma grande olimpíada não conseguem ter este olhar mais próximo do processo. É uma tarefa de criatividade, que requer um olhar atento e profundo por parte dos professores envolvidos.

Para entendermos melhor como as olimpíadas de conhecimento se popularizaram no Brasil, vamos destacar alguns fatos históricos sobre duas grandes olimpíadas de matemática do Brasil.

No Brasil, duas olimpíadas científicas de Matemática se destacam: a primeira, por sua tradição e relevância no universo das olimpíadas, é a Olimpíada Brasileira de Matemática (OBM); a segunda, por contar com participação expressiva de alunos e professores, é a Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP). Abaixo, seguem algumas informações sobre elas, retiradas de seus respectivos sites indicados nas referências. A OBM teve início em 1979. Trata-se de uma competição dirigida aos alunos de escolas e universidades de todo o país, da rede pública ou privada e do Ensino Fundamental ao final da graduação. Entre seus objetivos estão: interferir em prol da melhoria do ensino de Matemática no Brasil, estimulando alunos e professores a um aprimoramento maior; descobrir jovens com talentos matemáticos excepcionais e colocá-los em contato com profissionais e instituições de pesquisa de alto nível; selecionar os estudantes que representarão o Brasil em competições internacionais de Matemática com base no seu desempenho.

A Obmep foi apresentada em 2005 como um projeto de políticas públicas de inclusão social e científica pelos mesmos organizadores do projeto Numeratizar, um projeto de grande sucesso e abrangência no estado do Ceará, que visava o desenvolvimento de estratégias para melhorar a qualidade do ensino de Matemática na Educação Básica (ver Maciel, 2009).

Em 2017, realizou-se a integração entre as duas olimpíadas de Matemática, a Obmep e a OBM, sendo que, para participar da segunda, passaram a ser convocados os melhores classificados da Obmep. Assim, esta tornou-se uma etapa classificatória para a OBM, realizada com premiação distinta e em fase única (com a exceção do nível universitário, que continuou sendo constituído por duas fases). Os alunos que recebem medalhas de ouro, prata ou bronze na OBM podem pedir para serem incluídos no processo seletivo das seguintes competições: IMO (Olimpíada Internacional de Matemática), Olimpíada Iberoamericana, Olimpíada do Cone Sul e Olimpíada de Matemática da Comunidade dos Países de Língua Portuguesa.

Os números da Obmep são impressionantes: em suas últimas 15 edições, contou com uma média anual de 18 milhões de jovens inscritos, tornando-se a maior olimpíada estudantil do mundo. Destes 18 milhões, só para termos uma referência, cerca de 1500 foram convocados para a fase única da OBM em 2023.

Muitas outras competições ocorrem em nível estadual e local, e, mesmo com um número menor de participantes, são muito valorosas quando pesamos o incentivo ao estudo e ao ensino da Matemática no Brasil.

## **OLIMPÍADA INTERNACIONAL DE MATEMÁTICA E DO CONHECIMENTO - OIMC**

Vamos comentar sobre uma experiência de percurso, uma olimpíada com algumas características diferentes das usuais e que com apoio conseguiu se transformar em um projeto concreto. Idealizada em 2019, e estruturada em 2020 (ano em que passamos pela pandemia do COVID-19 e pelo grande desafio do ensino online), a Olimpíada Internacional de Matemática e do Conhecimento-OIMC- possui um formato inovador, que mescla pesquisa na internet (algo nada comum), levantamento de informações, tomada de decisões, habilidade para inter-relacionar-se (é uma olimpíada em grupo) e posterior resolução de desafios matemáticos. Esta olimpíada propõe um trabalho que envolve pesquisas com assuntos de múltiplas disciplinas como história, geografia e ciências, respeitando o currículo do ano escolar da equipe. Busca discutir atualidades, tecnologia, cultura nerd e artes, se mostrando atenta ao que acontece no mundo, aos estudantes e às suas áreas de interesse.

A OIMC foi planejada para ser uma porta de entrada para o universo das olimpíadas, trabalhando com assuntos de forma mais simples e lúdica. Seu formato multidisciplinar possibilita também a participação de estudantes com menos afinidade com a matemática, o que a torna mais inclusiva.

Esta olimpíada visa propositalmente ser uma mistura entre gincana, pesquisa (o que não é muito comum para olimpíadas), e desafios matemáticos, que é a parte mais tradicional. Numa olimpíada comum, espera-se que o aluno já detenha todas as informações ou, com o que tem, seja capaz de chegar à resposta. Não é comum encorajá-lo a ir pesquisar enquanto realiza as questões da prova. Na OIMC isso não só é esperado como é incentivado. No caso da pesquisa, o desejo é fazer o estudante se deparar com um conjunto de perguntas que, pela singularidade, sejam desconhecidas, impulsionando-o para a exploração, para o inter-relacionamento de dados, provocando-o a buscar maneiras de fazer consultas, levantar dados e ainda procurar validá-los na internet. Também pretendemos tirar o foco da memorização, uma vez que as fórmulas e dados estarão acessíveis.

Seu formato online, também representou um desafio e inovação. Foi possível que



crianças de todo o país e de fora dele, mesmo dos recantos mais remotos, tivessem a oportunidade de participar.

Em 2020, esta olimpíada foi descrita com detalhes na dissertação de mestrado de um de seus idealizadores, José Lucivaldo Leite da Silva, egresso do Mestrado profissional em Matemática em Rede, Profrmat (ver Silva (2021)). Neste mesmo ano tivemos a primeira edição da OIMC, realizada pelo Instituto Alpha Lumen de São José dos Campos, em parceria com a equipe organizadora da maior olimpíada de matemática internacional da China – Hope Cup International. Esta primeira edição contou com a participação de aproximadamente 4.600 estudantes de todo o país. Também fizeram parte da primeira edição, estudantes de países Lusófonos, como Cabo Verde, Moçambique e Angola do Brasil. Após esta primeira edição foi premiada no *Prize for Education* 2021 da Unesco, como a melhor iniciativa na ODS 4 (objetivo de desenvolvimento sustentável 4- Educação de Qualidade), concorrendo com várias iniciativas de todo o mundo. Em 2023 tivemos a terceira edição desta com a participação de 11.972 estudantes, um número quase três vezes maior do que em sua primeira versão. Para maiores detalhes sobre o regulamento e edições anteriores da OIMC acesse IAL(2024).

## CONCLUSÕES OU CONSIDERAÇÕES FINAIS

As olimpíadas de conhecimento quando bem estruturadas podem envolver propostas para trabalhar com todos os estudantes e ser um disparador de suas potencialidades. Em um momento de pandemia, em que as ações com olimpíadas diminuíram, a criação da OIMC serviu de alento, buscou inovar, no aspecto tecnológico, no alcance geográfico, atingindo todo o país e se efetivando como uma proposta inclusiva. Para além disto, hoje entendemos que uma olimpíada online - com uma proposta adequada de pesquisa na internet - incentiva o uso de instrumentos tecnológicos (calculadora, celular, computador) de forma responsável e cuidadosa, podendo ser um caminho para lidarmos com os desafios do avanço da inteligência Artificial (IA) no âmbito educacional, discutidos em Ernandes (2024). A OIMC se coloca como um recurso que pode auxiliar em um modelo que busca integrar tecnologia e atualidades ao ambiente escolar de forma responsável e segura.

## REFERÊNCIAS

- ALVES, W. J. S. **O Impacto das Olimpíadas de Matemática nos Alunos da Escola Pública**. Dissertação (Mestrado) — PUC/SP, São Paulo, 2010.
- BAGATINI, A. **Olimpíadas de Matemática, Altas Habilidades e Resolução de Problemas**. Monografia (Graduação) — UFRGS, Porto Alegre, 2010.
- BRANCO, A P S. TASSINARI, A M. CONTI, L M C. ALMEIDA, M A. **Breve histórico acerca das altas habilidades/superdotação**: políticas e instrumentos para a identificação, Batatais, SP, 2017. Disponível em: <http://www.ppgees.ufscar.br/documentos/breve-historico-artigo>. Acesso em 20 de maio de 2024.
- ERNANDES, I. *et al.* A integração da inteligência artificial na educação básica: desafios e estratégias para a formação continuada de professores. **Humanum Sciences**, v. 6, n. 1, p. 11-20, 2024.
- MACIEL, M. V. M. **Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP)**: As origens de um projeto de qualificação do ensino de matemática na educação básica. In: Encontro Gaúcho de Educação Matemática. Ijuí-RS: [s.n.], 2009.
- INSTITUTO ALPHA LUMEN (IAL). **Olimpíada Internacional de Matemática e do Conhecimento-OIMC**. Disponível em <https://www.alphalumen.org.br/olimpiada-internacional-de-matematica-e-do-conhecimento/>. Acesso: 20 de maio de 2024.

OLIMPÍADA BRASILEIRA DE MATEMÁTICA (OBM). Disponível em: [www.obm.org.br](http://www.obm.org.br). Acesso em 20 de maio de 2024.

OLIMPÍADA BRASILEIRA DE MATEMÁTICA DAS ESCOLAS PÚBLICAS (OBMEP).

Disponível em: [www.obmep.org.br](http://www.obmep.org.br). Acesso em 11 set 2020.

SILVA, J. L. L. **Olimpiadas do conhecimento**: uma proposta inovadora para um momento novo. Dissertação de mestrado, Profmato- Unifesp, São José dos Campos, 2021.



## INTEGRAÇÃO DE GEOMETRIA E PROGRAMAÇÃO: EXPLORANDO CONCEITOS MATEMÁTICOS E TECNOLÓGICOS NO ENSINO FUNDAMENTAL

Elias Kento Tomiyama<sup>1</sup>  
Carlos Carnavalle Eickenscheidt Gonçalves<sup>2</sup>

**RESUMO:** Este trabalho apresenta um relato de experiência de uma sequência didática relacionada ao tema de geometria, envolvendo duas disciplinas ministradas em línguas diferentes: matemática (ensinada em inglês) e programação Apple (ensinada em português). O projeto interdisciplinar foi realizado em uma escola bilíngue no interior do estado de São Paulo, com uma turma do 6º ano do Ensino Fundamental.

**Palavras-chave:** educação matemática, pensamento geométrico, robótica educacional.

### EIXO TEMÁTICO

( x ) T7: Tecnologias digitais no ensino de Matemática

### INTRODUÇÃO

No contexto educacional contemporâneo, a integração de disciplinas é cada vez mais valorizada como uma abordagem eficaz para promover aprendizado significativo e interdisciplinaridade. Este trabalho apresenta um relato de experiência de uma sequência didática que exemplifica essa integração, focalizando o tema da geometria. A proposta envolveu duas disciplinas ministradas em línguas diferentes: matemática, lecionada em inglês, e programação Apple, ensinada em português. O projeto interdisciplinar foi implementado em uma escola bilíngue no interior do estado de São Paulo, com uma turma do 6º ano do Ensino Fundamental. A partir dessa experiência, busca-se destacar os benefícios e desafios dessa abordagem interdisciplinar, bem como as potencialidades do uso da tecnologia na educação matemática.

### REFERENCIAIS TEÓRICOS

A sequência didática apresentada neste artigo foi inspirada no célebre trabalho da “Geometria da Tartaruga” do matemático e educador Seymour Papert. A “Geometria da Tartaruga” é:

um estilo computacional de geometria. A tartaruga é a entidade

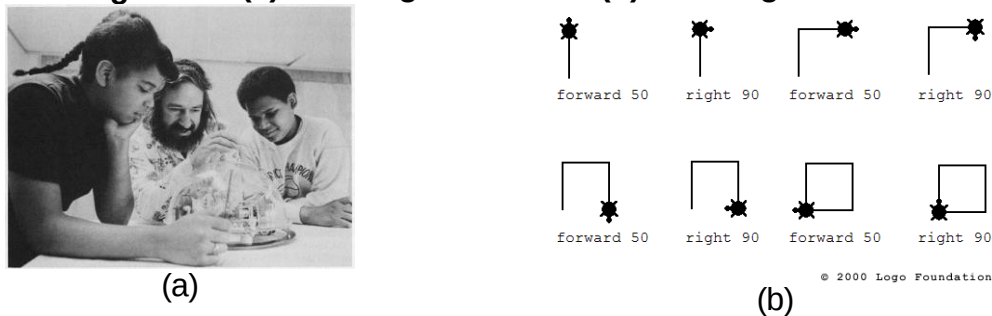
<sup>1</sup> Bacharel e mestre em Engenharia Elétrica; Maple Bear Vinhedo, Vinhedo, SP, Brasil, [elias.tomiyama@te.maplebear.com.br](mailto:elias.tomiyama@te.maplebear.com.br)

<sup>2</sup> Bacharel em Engenharia Civil e Licenciado em Matemática; Maple Bear Vinhedo, Vinhedo, SP, Brasil, [carlos.carnavalle@valinhos.maplebear.com.br](mailto:carlos.carnavalle@valinhos.maplebear.com.br)

fundamental dessa geometria, similar ao Ponto da geometria Euclidiana. Um ponto é definido como uma entidade que tem uma posição e nenhuma outra propriedade - não tem cor, não tem tamanho e nem forma. A tartaruga tem orientação: está em algum lugar (tem sua posição) e voltada para alguma direção (sua direção). A criança pode identificar-se com a tartaruga. Pode usar seus conhecimentos sobre seu corpo e de como se move para explorar a geometria formal. Na geometria da tartaruga o computador é usado como um meio de expressar-se matematicamente. Aprende-se uma linguagem para falar sobre formas e fluxos de formas, sobre velocidade e graus de variações, sobre processos e procedimentos (Gregolin, 2009, p. 2).

Seymour Papert trabalhou com dois tipos de tartarugas para ensinar conceitos de geometria de forma intuitiva e interativa: a Tartaruga de chão (*floor turtle* ou *mechanical turtle*) e a Tartaruga de Luz (*light turtle*). A primeira é um robô com rodas, formato de cúpula e uma caneta que desenha linhas enquanto se move. Ela é capaz de seguir comandos digitados em um teclado usando a linguagem LOGO (TURTLETALK), como AVANÇAR seguido por um número que determina a distância a ser percorrida. A segunda é um objeto triangular que aparece na tela de um computador. Assim como a Tartaruga de chão, a Tartaruga de Luz também segue os comandos TURTLETALK e desenha linhas coloridas rapidamente na tela. Esta é ideal para criar desenhos rápidos e coloridos, facilitando a visualização de conceitos geométricos. A existência de dois tipos de tartarugas demonstra que entidades fisicamente diferentes podem ser matematicamente iguais (ou isomórficas), reforçando a compreensão de conceitos abstratos por meio de diferentes representações físicas (Papert, 1980).

**Figura 1 – (a) Tartaruga de chão e (b) Tartaruga de Luz.**



Fonte: (a) MIT BLACK HISTORY PROJECT (b) TECH COMMUNITY.

## RELATO

Este projeto interdisciplinar foi pensado de modo a integrar conceitos de geometria, robótica e programação, proporcionando aos alunos uma experiência de aprendizado mais abrangente e prática. O projeto foi realizado ao longo de cinco aulas (com duração de 50 minutos cada), divididas entre três de matemática e duas de programação, com o tema central sendo a geometria. Os professores envolvidos foram Carlos Carnavalle, responsável pelas aulas de matemática lecionadas em inglês, e Elias Kento, encarregado das aulas de programação Apple lecionadas em português. O projeto foi realizado no

mês de maio de 2024 em uma escola particular bilíngue do interior de São Paulo, com uma turma do sexto ano do fundamental composta por 13 alunos.

No currículo normal da escola, os alunos têm seis aulas de matemática de 50 minutos por semana. Dentro dessa disciplina, está previsto para o sexto ano do ensino fundamental o desenvolvimento das seguintes habilidades relacionadas à geometria:

- Definir, comparar e medir diferentes tipos e tamanhos de ângulos.
- Definir, comparar e classificar tipos de figuras baseado em seus ângulos e lados.
- Utilizar transferidor para medir e construir ângulos até  $360^\circ$ , identificando as características, quando o ângulo é no sentido horário ou no sentido anti-horário.

Neste projeto interdisciplinar, nas aulas de matemática, o professor Carlos desenvolveu uma postura investigativa e exploratória entre os alunos, abordando os seguintes temas:

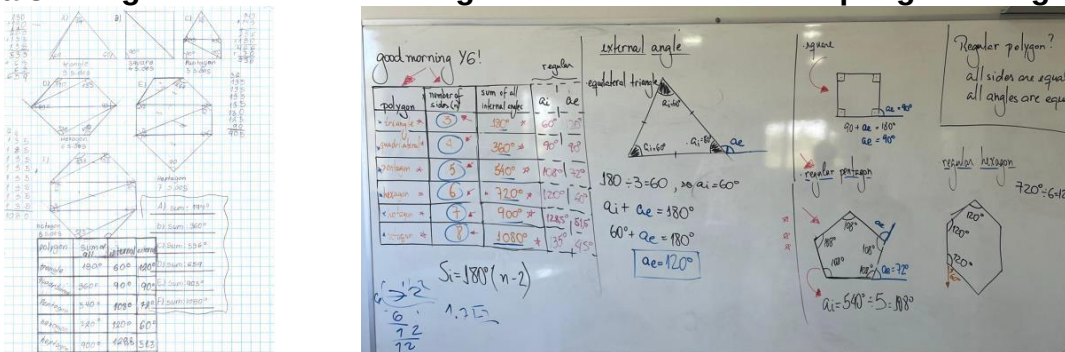
- 1) **Dedução da Soma Interna dos Ângulos de um Triângulo:** Os alunos começaram deduzindo que a soma dos ângulos internos de um triângulo é  $180$  graus. Eles utilizaram métodos práticos e teóricos, como uso de transferidor e desenhos, para compreender esse conceito fundamental.

Figura 2 – Registros sobre a soma interna dos ângulos de um triângulo.



- 2) **Forma Geral da Soma Interna de Polígonos Regulares:** Partindo da dedução para triângulos, os alunos investigaram a soma interna dos ângulos de outros polígonos regulares, como quadrados e pentágonos.

Figura 3 – Registros sobre a forma geral da soma interna de polígonos regulares.



- 3) **Cálculo do Ângulo Externo de Polígonos Regulares:** Finalmente, os alunos aprenderam a calcular os ângulos externos de polígonos regulares. Os alunos concluíram que o ângulo externo é igual a  $180$  graus menos o ângulo interno de cada vértice.

**Figura 4 – Registros do cálculo do ângulo externo de polígonos regulares.**

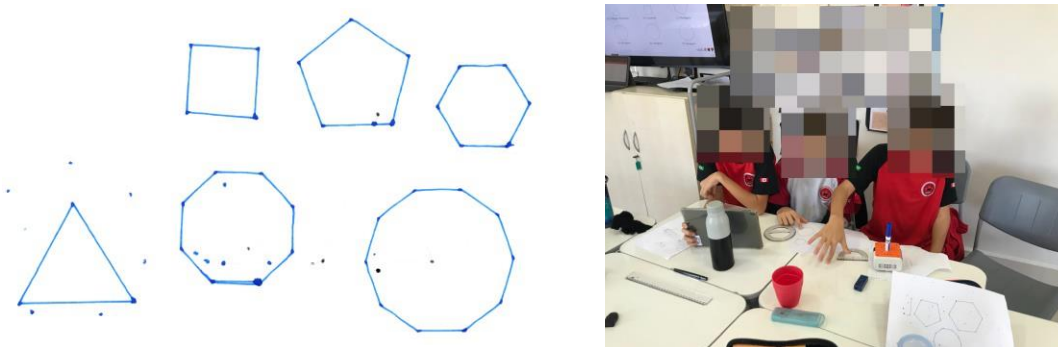


As aulas de programação ocorrem duas vezes por semana, com duração de 50 minutos cada. O material didático, composto por livros e um aplicativo de programação, é fornecido gratuitamente pela Apple Education em formato totalmente digital. Professor e alunos utilizam iPads como recursos tecnológicos para mediar o processo de ensino e aprendizado. O robô, conhecido pelo nome comercial de VinciBot, faz parte do material de robótica das turmas do terceiro, quarto e quinto anos do Ensino Fundamental I e foi emprestado para a realização da atividade descrita neste artigo.

Neste projeto interdisciplinar, o professor Elias utilizou o VinciBot para consolidar os conceitos geométricos trabalhados nas aulas de matemática. A atividade prática envolveu:

- 1) **Desenho de Formas Geométricas:** Os alunos programaram o robô para desenhar várias formas geométricas em folhas de papel sulfite A4, incluindo triângulo equilátero, quadrado, pentágono, hexágono, octógono e decágono. Para isso, foram utilizados dois comandos básicos:
  - Mover para Frente: para desenhar os lados das formas.
  - Virar (para Esquerda ou Direita): para ajustar o ângulo externo necessário para cada forma.
- 2) **Estrutura de Repetição (loop for):** Os alunos foram incentivados a utilizar a estrutura de repetição (loop for) para simplificar a programação do robô. Por exemplo, para desenhar um quadrado, o código incluía repetir quatro vezes o comando de mover para frente e virar 90 graus.

**Figura 5 – Registro das formas geométricas criadas pelos alunos utilizando o VinciBot.**



## REFLEXÕES FINAIS

A integração da geometria com a programação proporcionou uma experiência de aprendizado rica e multifacetada para os alunos. Observou-se que, ao longo do projeto, todos os alunos desenvolveram programas com confiança, demonstrando capacidade de programar o robô para desenhar as formas geométricas desejadas.

Alguns alunos enfrentaram desafios iniciais, especialmente na distinção entre ângulos internos e externos durante as rotações do robô. Essa dificuldade foi superada com o apoio dos professores e colegas.

A atividade propiciou um alto nível de engajamento por parte dos alunos, que demonstraram entusiasmo em explorar e aplicar os conceitos geométricos por meio da programação.

Olhando para o futuro, uma próxima etapa seria desafiar os estudantes a explorar formas geométricas mais complexas, como a circunferência, ou criar padrões e figuras antropomórficas. Isso ampliaria ainda mais seus conhecimentos e habilidades, incentivando a criatividade e a resolução de problemas de forma mais abrangente.

## REFERÊNCIAS

- GREGOLIN, Vanderlei Rodrigues. Linguagem logo: Explorando conceitos matemáticos. **Revista Tecnologias na Educação**, v. 1, n. 1, 2009.
- PAPERT, Seymour. **Mindstorms**: children, computers, and powerful ideas January 1980.
- MIT BLACK HISTORY PROJECT. **Seymour Papert and Turtle** (ca. 1968). Disponível em: <https://www.blackhistory.mit.edu/archive/seymour-papert-and-turtle-ca-1968>. Acesso em: 12 jun. 2024.
- TECH COMMUNITY. **Small Basic**: The history of the Logo Turtle. Disponível em: <https://techcommunity.microsoft.com/t5/small-basic-blog/small-basic-the-history-of-the-logo-turtle/ba-p/337073>. Acesso em: 12 jun. 2024.





## A UTILIZAÇÃO DE TDIC COMO INSTRUMENTO DE APRENDIZAGEM DE UMA ESCOLA PÚBLICA EM SANTARÉM - PA

Emily Camila Nascimento Sousa<sup>1</sup>  
Luiza Costa de Meireles<sup>2</sup>  
Renata Repolho dos Santos<sup>3</sup>

**RESUMO:** O presente texto descreve a utilização de Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação (TDIC) em uma atividade de ensino de matemática durante os anos de 2023 e 2024. Tais atividades foram aplicadas com o uso do software *Geogebra* e da plataforma Padlet. Essa experiência foi realizada por duas bolsistas do Pibid e pela professora de Matemática do 2º e do 3º ano de uma escola pública na cidade de Santarém - PA. Há indícios de que as atividades contribuíram para a fixação de conteúdos estudados anteriormente e promoveram discussões interessantes entre os alunos, favorecendo a compreensão de tópicos de álgebra e geometria.

**Palavras-chave:** tecnologias digitais da informação e comunicação (TDIC), *geogebra*, ensino de matemática.

### EIXO TEMÁTICO

T7: Tecnologias digitais no ensino de Matemática

### INTRODUÇÃO

Este relato visa descrever a utilização do software *Geogebra* e a plataforma Padlet como tecnologias Digitais da Informação e Comunicação (TDIC) em atividades de ensino de matemática.

O *Geogebra* é um *software gratuito* de matemática dinâmica, sendo uma multiplataforma para todos os níveis de ensino, que combina geometria, álgebra, tabelas, gráficos, estatística e cálculo numa única aplicação. Por conta de ser uma plataforma gratuita, atualmente está tendo um grande avanço de sua utilização no ensino, e visando as diversas possibilidades do seu uso, o mesmo foi introduzido nas aulas de matemática de forma cautelosa com o intuito de melhor visualização e consequentemente ajudando o aluno com a fixação dos conteúdos estudados.

O *Padlet* é uma plataforma educacional que possibilita criar murais interativos e colaborativos, por meio da qual os docentes e os alunos podem trocar arquivos, realizar atividades, acompanhar o processo de ensino-aprendizagem, entre outros benefícios. A plataforma oferece muitas destas funcionalidades de forma gratuita, mas introdução dela

<sup>1</sup> Discente, Universidade Federal do Oeste do Pará/Ufopa, Santarém, PA, Brasil, emily.sousa@discente.ufopa.edu.br

<sup>2</sup> Discente, Universidade Federal do Oeste do Pará/Ufopa, Santarém, PA, Brasil, luiza.meireles@discente.ufopa.edu.br

<sup>3</sup> Especialista em Fundamentos da Matemática Elementar; Secretaria do Estado de Educação do Pará/Seduc, Santarém, Pará/Brasil. renata.rsantos@escola.seduc.pa.gov.br

foi feita de forma contínua e gradual nas aulas de matemática, possibilitando a interação dos educandos com a professora e seus colegas de turma.

De posse de conhecimentos iniciais a respeito do *Geogebra* e do *Padlet*, temos agora condições de mostrar a seguir uma proposta para o utilização de TDIC que tivemos a oportunidade de elaborar e implementar durante os anos de 2023 e 2024 em turmas de 2º e 3º anos do ensino médio em uma escola pública da cidade de Santarém-PA.

## RELATO

As atividades que relatamos a seguir foram desenvolvidas e aplicadas pelas autoras deste texto sendo que, à época, as duas primeiras eram bolsistas do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (Pibid) da Universidade Federal do Oeste do Pará (Ufopa), e a terceira autora era professora de matemática da escola e monitora do Pibid. Para seu desenvolvimento de todas as atividades foi necessário o uso de *datashow*, *notebook*, *internet* da escola e o aparelho celular dos alunos (para o manuseio do *software*).

## Pontos Coloridos

Esta atividade tem como objetivo trabalhar ferramentas do *software* e alguns conceitos básicos da geometria plana como: reflexão de objetos, simetria, entre outros. Ocorrendo em uma turma de 3º ano durante duas aulas da disciplina de matemática com duração de 45 minutos cada aula.

Foi uma atividade baseada em uma construção já pronta disponível no site oficial do Geogebra<sup>4</sup> e com o passo a passo descrito no vídeo “Brincando com as cores e simetria”<sup>5</sup> encontrado no canal O Geogebra. A atividade ocorreu em duas etapas:

1ª etapa: A professora e as bolsistas PIBID conduziram o passo a passo da construção da atividade *Pontos Coloridos* no aplicativo do Geogebra para *smartphone*, esclarecendo dúvidas durante o processo.

2ª etapa: A professora trouxe orientações sobre o funcionamento do Padlet, por ser este um recurso novo para os estudantes e que permitia a interação dos educandos com a construção dos demais colegas da turma por meio do envio destas através do aplicativo. O resultado pode ser visto na Imagem 1.

**Imagem 1: Mural de atividade na plataforma Padlet**



<sup>4</sup> Disponível em: <https://www.geogebra.org/m/jfrg9ubd>

<sup>5</sup> Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=gccq-HqrBbX0&t=715s>

No decorrer da atividade, foi perceptível o engajamento de toda a turma e a colaboração mútua entre os alunos, além de atingir todos os objetivos traçados anteriormente, a atividade possibilitou o interesse dos alunos em relação às TDIC utilizadas e proporcionou a maior interação dos educandos com seus colegas.

## Ondas Coloridas

Esta atividade tem como objetivo trabalhar as funções seno e cosseno agregando conhecimentos estudados dentro de sala de aula sobre funções trigonométricas e foi baseada em uma construção disponível no site do Geogebra<sup>6</sup> e com o passo a passo da atividade descrita no vídeo “Ondas Coloridas”<sup>7</sup>.

A atividade foi aplicada em duas turmas de 2º ano de ensino médio e ministrada por quatro bolsistas Pibid, ocorrendo durante duas aulas da disciplina de matemática e tendo duração de 45 minutos cada. A mesma ocorreu em duas etapas:

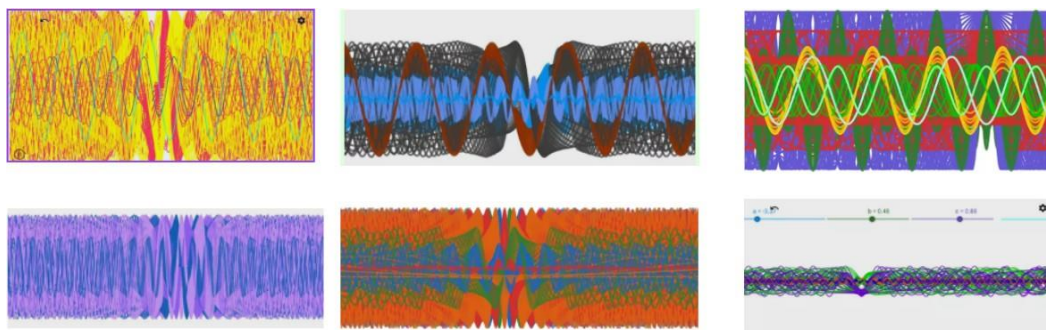
1ª etapa: Construção da atividade no *Geogebra* a partir de orientações realizadas de modo expositivo para a turma e esclarecimento de dúvidas dos educandos durante a atividade de modo individual e coletivo. Podendo ser visualizado na Imagem 2.

**Imagem 2: Atividade Ondas Coloridas**



2ª etapa: Consistiu no envio de imagens e vídeos no Padlet com a finalidade de observar as construções dos educandos e promover a interação dos mesmos dentro da plataforma. Sendo possível observar o resultado na Imagem 3.

**Imagem 3: Construção dos alunos disponibilizadas no Padlet.**



<sup>6</sup> Disponível em: <https://www.geogebra.org/m/fpucdzeb>

<sup>7</sup> Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=Zc3y2nnM5vc&t=210s>

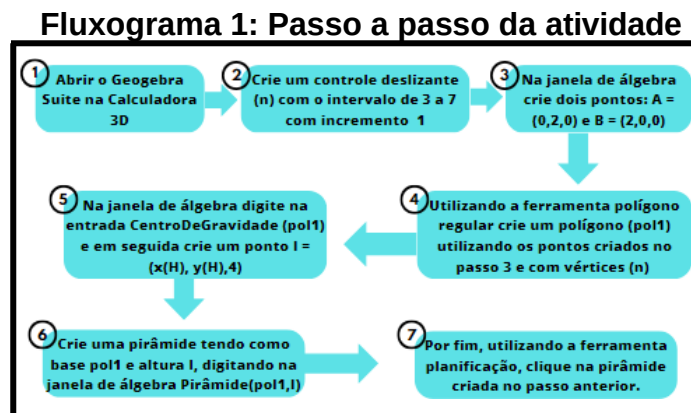
Por meio da plataforma *Padlet* foi possível observar as construções dos educandos e perceber que cada aluno modificou a cor das ondas de acordo com suas preferências, gerando obras lindas e únicas. Na tarefa, foi perceptível a participação de todos os alunos envolvidos, possivelmente por terem a curiosidade despertada pela novidade representada pelos recursos utilizados.

## Planificação de Pirâmides

Esta atividade foi desenvolvida em duas turmas de 3º ano do ensino médio e teve como objetivo a construção da planificação de pirâmides com a finalidade de conduzir os alunos a um contato inicial com a funcionalidade da Janela 3D do *software* Geogebra e introduzir o conteúdo de planificação para os educandos.

Nesta atividade é possível explorar vantagem como: a manipulação do aluno na construção analisando de diferentes ângulos e a obtenção em uma única construção planificações de diferentes pirâmides.

Ocorrendo durante uma aula da disciplina de matemática com duração de 45 minutos para a construção da tarefa. No Fluxograma 1, pode-se observar o passo a passo simplificado da atividade:



Em uma das turmas que foi desenvolvida a atividade não foi possível finalizá-la por conta do tempo de aula já ter se esgotado, sendo disponibilizado o passo a passo detalhado para os estudantes com a finalidade de continuarem em casa e durante as próximas aulas ocorrer o esclarecimento de suas dúvidas.

## Pirâmides Regulares

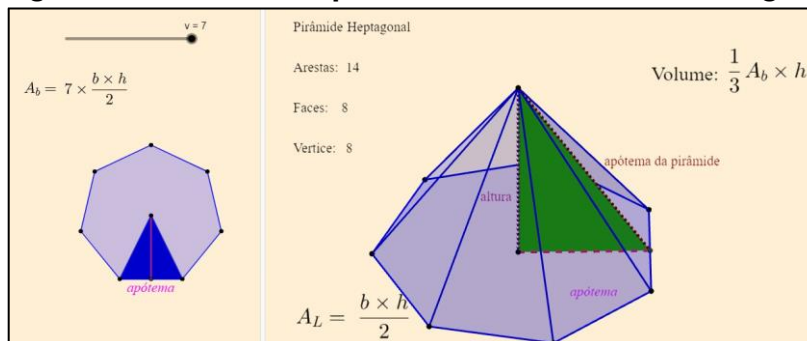
A tarefa teve como objetivo conhecer mais sobre as pirâmides como seus elementos principais e as diferentes classificações de pirâmides regulares, ocorrendo durante uma aula da disciplina de matemática de 45 minutos.

A atividade foi realizada de modo expositivo-dialogado, sendo apresentada uma construção produzida no site oficial do *Geogebra*<sup>8</sup>. Utilizamos grupos do whatsapp e a projeção no quadro durante a aula, com a finalidade de facilitar a visualização e disponibilização da construção. Os educandos foram estimulados a fazer perguntas com

<sup>8</sup> Disponível em: <https://www.geogebra.org/m/k7uv84yp>

a finalidade de provocar discussões que pudessem levar ao aprofundamento na compreensão de conceitos importantes presentes no currículo escolar. Sendo visualizada na Imagem 4 a atividade utilizada.

**Imagem 4: Atividade Expositiva sobre Pirâmides Regulares**



A atividade foi apresentada em duas turmas de 3º ano, tendo um ótimo desenvolvimento em ambas as turmas, pois foi possível ter uma grande participação dos alunos e esclarecer todas as dúvidas durante a aula.

Por meio da tarefa, também foram recebidas algumas sugestões dos alunos para a melhoria da atividade e suas curiosidades por conta do uso de ferramentas do *software* que muitos desconheciam.

## REFLEXÕES FINAIS

Concluimos destacando a importância do uso de TDIC e de atividades como essas relatadas, levando em conta todos os desafios presentes no ambiente escolar e que vão desde o planejamento do tempo até a disponibilidade dos equipamentos mínimos para desenvolvimento das atividades. É importante salientar que alguns livros didáticos atuais trazem a abordagem das TDIC atreladas a conteúdos matemáticos, porém nem sempre sua descrição da atividade está clara para ser trabalhada com o aluno, necessitando às vezes de ajustes e modificações. Desta forma, afirmo que se faz importante o uso de TDIC nas aulas, pois desperta a curiosidade dos alunos com os assuntos dentro do currículo escolar do mesmo. Todas as atividades descritas tiveram um planejamento prévio e em conjunto com a professora da escola levando em consideração assuntos e conceitos de dentro do currículo escolar previsto para nosso público. Em diversas ocasiões ocorreram contratempos como falta de datashow na escola, sendo resolvido da melhor forma possível através do diálogo entre os professores.

Por fim, pôde-se observar que, a partir das diferentes experiências vivenciadas pelos educandos com o *software* Geogebra e a plataforma Padlet, estes apresentaram uma boa compreensão dos conteúdos abordados nas atividades.

## REFERÊNCIAS

- O Geogebra. Brincando com cores e simetria. **YouTube**, 1 set. 2020. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=gcq-HqrBbX0&t=715s>.
- O Geogebra. Ondas coloridas. **YouTube**, 29 set. 2020. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=Zc3y2nnM5vc&t=210s>.





## EXPLORANDO AINDA MAIS A ADIÇÃO DE FRAÇÕES UTILIZANDO O JOGO DA ABELHA MATEMÁTICA

Fábio Vinícius Silva dos Santos<sup>1</sup>  
Ana Paula Cabral Couto Pereira<sup>2</sup>

**RESUMO:** Este relato de experiência apresenta uma proposta de aprendizagem matemática que envolve os números racionais em forma de fração e a adição de duas frações, com os estudantes do 6º ano e do 7º ano do Ensino Fundamental II, do Colégio Universitário Geraldo Reis da Universidade Federal Fluminense (Coluni-UFF). Para tanto, foi utilizado a atividade 4 do jogo da *A Abelha Matemática*, em sua versão digital, e uma atividade impressa correspondente a primeira atividade aplicada. Nos dois grupos de estudantes, a finalidade da proposta foi de trabalhar inicialmente o conceito de fração, para então introduzir ou revisar a adição de duas frações. Nesse trabalho, destacam-se cinco elementos importantes para o seu desenvolvimento que são: a disponibilidade de um laboratório de informática equipado com 16 computadores; a presença de estagiários do curso de licenciatura em matemática como apoio constante no processo; a disponibilidade de impressão colorida para a atividade impressa; a necessidade de se criar os mapas A e B para uma mesma atividade; a evolução dos estudantes acompanhados individualmente pelo Atendimento Educacional Especializado (AEE). Dessa forma, a implementação dessas duas atividades procurou estimular e provocar, nos dois grupos em questão, a busca pelo conhecimento matemático, relacionando-se ao conjunto de habilidades e competências da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) diretamente conectados aos objetos de estudos sobre frações e a adição de frações.

**Palavras-chave:** tecnologias digitais, jogos na educação, metodologias ativas, fração, adição de frações.

### EIXO TEMÁTICO

( X ) T7: Tecnologias digitais no ensino de Matemática

### INTRODUÇÃO

Este trabalho é destinado aos professores de matemática da educação básica e aborda o tema fração e a adição de frações com estudantes do 6º ano e 7º ano dos anos finais do Ensino Fundamental. Essa abordagem acontece por meio da aplicação de duas atividades correspondentes, onde uma é digital e a outra é não digital, com o objetivo de avaliar o quanto que uma atividade complementa a outra durante o processo de

<sup>1</sup> Mestre em Matemática; Colégio Universitário Geraldo Reis da Universidade Federal Fluminense (Coluni-UFF), Niterói, Rio de Janeiro, Brasil, [fabiovinicius@id.uff.br](mailto:fabiovinicius@id.uff.br).

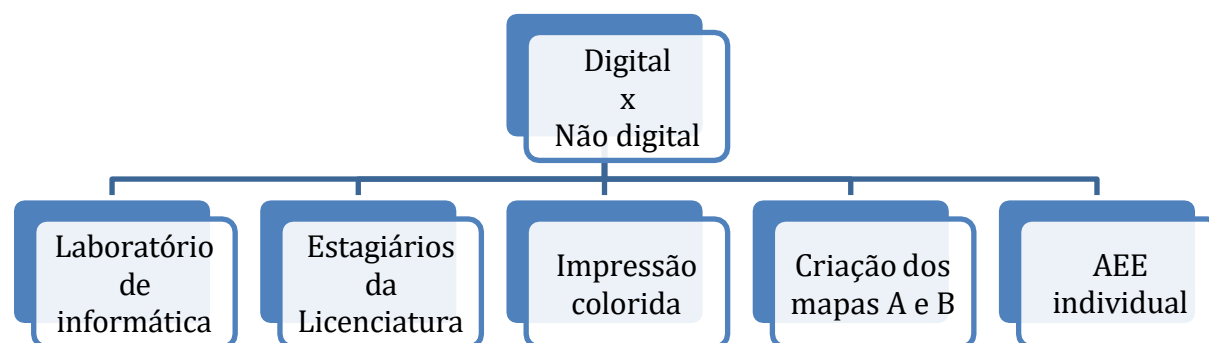
<sup>2</sup> Mestre em Matemática; Colégio Universitário Geraldo Reis da Universidade Federal Fluminense (Coluni-UFF), Niterói, Rio de Janeiro, Brasil, [anapaulapereira@id.uff.br](mailto:anapaulapereira@id.uff.br). Este relato é uma extensão de um trabalho já apresentado em um outro evento onde o ponto principal envolvia as etapas do processo de construção, junto com os estudantes, da sequência didática do jogo da *Abelha matemática: uma sequência didática envolvendo frações*. Ver referência.

aprendizagem. Avaliamos também os avanços em relação a aprendizagem, desses estudantes, quando temos os seguintes recursos disponíveis:

- um laboratório de informática;
- estagiários da licenciatura em matemática durante o processo;
- impressão colorida para a atividade não digital;
- a criação dos mapas A e B para estimular a aprendizagem dos estudantes durante a aplicação do jogo da *Abelha Matemática*;
- o acompanhamento individualizado dos estudantes do Atendimento Educacional Especializado (AEE) pelos seus próprios mediadores.

Observe a seguir, que os recursos listados anteriormente estão organizados no **Diagrama 1** para uma melhor visualização desses em relação à proposta.

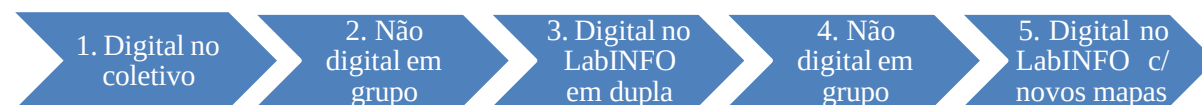
**Diagrama 1 – Os recursos utilizados na proposta aplicada**



## RELATO

O presente relato de experiência foi realizado no segundo semestre de 2023 no Colégio Universitário Geraldo Reis da Universidade Federal Fluminense (Coluni- UFF), localizado no município de Niterói/RJ. Este relato apresenta a implementação de uma sequência didática dividida em cinco etapas e suas ações, envolvendo a atividade 4, no formato digital, do jogo da [A Abelha Matemática](#) criado pelo autor 1 através do Scratch, e uma atividade não digital correspondente, em seu formato impresso, conforme apresentado no **Diagrama 2** a seguir.

**Diagrama 2 – As cinco etapas da sequência didática e suas ações**



Chamamos de LabINFO, o laboratório de informática que é de uso coletivo e que na ocasião tinha 16 computadores funcionando.

O **Quadro 1** a seguir apresenta uma breve descrição das cinco etapas da sequência didática e a descrição de suas ações.



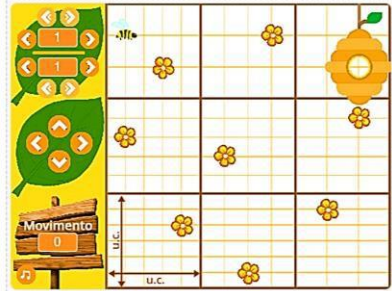
**Quadro 1 – As cinco etapas e as descrições de suas ações**

| <b>Etapas</b>                                                              | <b>Esta etapa foi realizada ...</b>                                                                                                                                                                                                                          |
|----------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1. Digital no coletivo                                                     | na sala de aula ou no <i>LEMat</i> com a versão digital da atividade 4 de forma coletiva.                                                                                                                                                                    |
| 2. Não digital e em grupo                                                  | na sala de aula ou no <i>LEMat</i> com a versão impressa e colorida da atividade 4 e com os estudantes organizados em pequenos grupos com no máximo seis participantes.                                                                                      |
| 3. Digital no laboratório de informática e em dupla                        | no LabINFO com a versão digital da atividade 4 e com os estudantes organizados em duplas para testarem aquilo que foi feito na Etapa 2.                                                                                                                      |
| 4. Não digital e em grupo                                                  | na sala de aula ou no <i>LEMat</i> com a versão impressa e colorida da atividade 4 e com os estudantes organizados em pequenos grupos com no máximo seis participantes para que estes trocassem, entre si, as experiências observadas nas etapas anteriores. |
| 5. Digital no laboratório de informática utilizando novos mapas e em dupla | no LabINFO com a versão digital da atividade 4 utilizando os mapas A e B e com os estudantes organizados em duplas.                                                                                                                                          |

O *LEMat* é o nome dado para o Laboratório de Ensino de Matemática do Coluni-UFF onde este compõe o quadro de disciplinas da grade de horário dos estudantes de todo o ensino fundamental.

A seguir, o **Quadro 2** apresenta a versão digital e a versão não digital da atividade 4 com gabarito e os links para serem acessados para a atividade 4 sem e com os mapas.

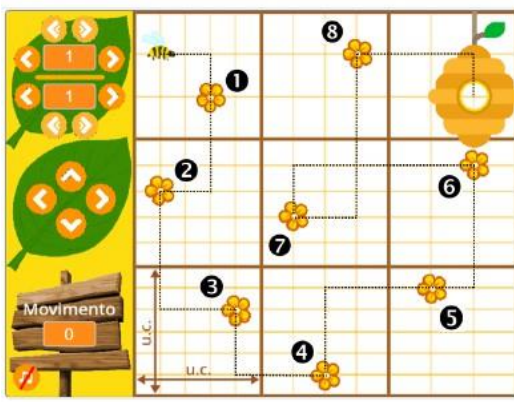
**Quadro 2 – A versão digital e a versão não digital da atividade 4 com gabarito.**

|                                                                                                                 |                                                                                                                                                                                                                                                        |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|                              | <p align="center"><b>ATIVIDADE 4 FRAÇÃO DE GRADE MISTA</b></p> <p>Nessa atividade, os estudantes utilizam uma grade em que as regiões quadradas foram divididas de formas diferentes e com a unidade de medida de comprimento (u.c.) desconhecida.</p> |
| Ver vídeo da <i>Abelha Matemática</i> : <a href="https://youtu.be/b11qSE3r9Bc">https://youtu.be/b11qSE3r9Bc</a> |                                                                                                                                                                                                                                                        |
| Ver vídeo da atividade 4: <a href="https://youtu.be/ZMmSJuUoQSA">https://youtu.be/ZMmSJuUoQSA</a>               |                                                                                                                                                                                                                                                        |
| Ver vídeo da atividade 4 com o mapa A: <a href="https://youtu.be/cGocj8G-MOA">https://youtu.be/cGocj8G-MOA</a>  |                                                                                                                                                                                                                                                        |
| Ver vídeo da atividade 4 com o mapa B: <a href="https://youtu.be/CpxcOzKnw0M">https://youtu.be/CpxcOzKnw0M</a>  |                                                                                                                                                                                                                                                        |



| COLÉGIO UNIVERSITÁRIO GERALDO REIS – UFF (COLUNI/UFF) |                             |                                |
|-------------------------------------------------------|-----------------------------|--------------------------------|
| Nome: .....                                           |                             |                                |
| Turma:<br>701                                         | Disciplina:<br>LEMat        | Ano de escolaridade:<br>7º ano |
| Data<br>28 / 06 / 23                                  | Professor<br>Fábio Vinícius | Atividade<br>Adição de frações |

• Temos abaixo a trajetória que a abelha matemática percorreu. Observe que ela teve que parar em cada uma das oito flores e encerrou o seu trajeto em sua colmeia.



Utilizando como referência o trajeto realizado pela nossa abelha matemática, preencha a tabela a seguir indicando a fração irredutível utilizada em cada um dos movimentos.

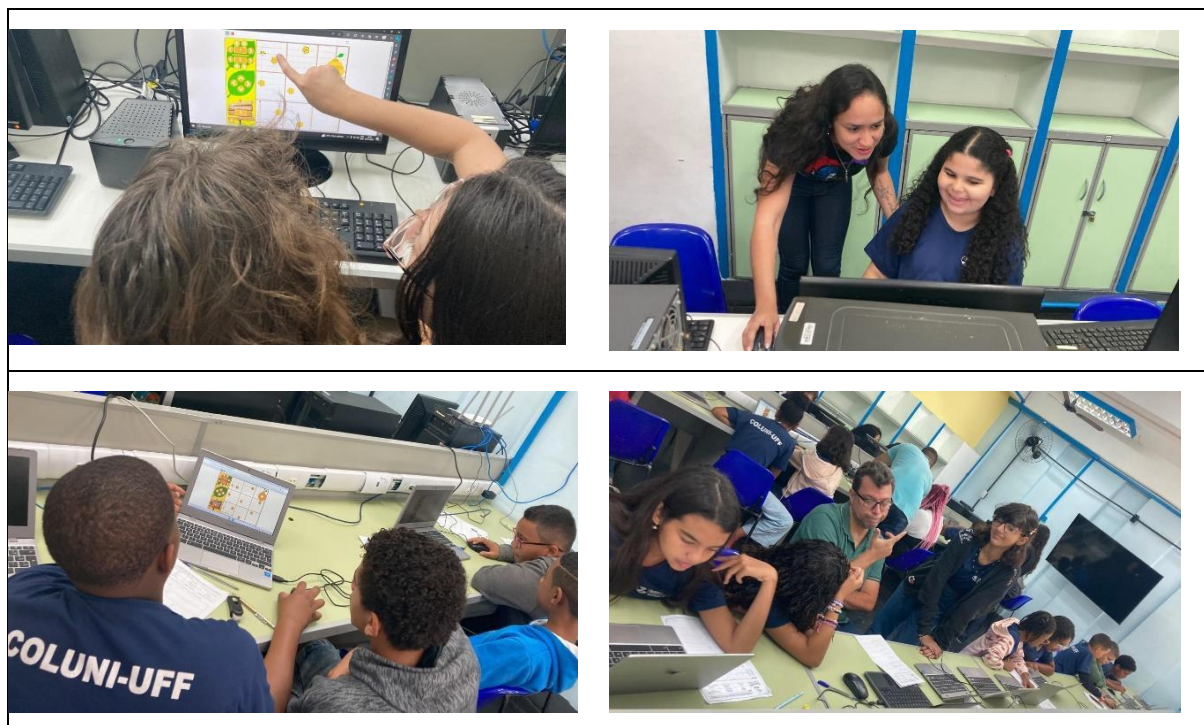
| Destino | Horizontal                                                                                | Vertical                                                                                    |
|---------|-------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------|
| Flor 1  | $\frac{2}{5}$                                                                             | $\frac{1}{3}$                                                                               |
| Flor 2  | $\frac{2}{5}$                                                                             | $\frac{1}{3} + \frac{2}{5} = \frac{5}{15} + \frac{6}{15} = \frac{11}{15}$                   |
| Flor 3  | $\frac{3}{5}$                                                                             | $\frac{3}{5} + \frac{2}{6} = \frac{18}{30} + \frac{10}{30} = \frac{28}{30} = \frac{14}{15}$ |
| Flor 4  | $\frac{1}{5} + \frac{2}{4} = \frac{4}{20} + \frac{10}{20} = \frac{14}{20} = \frac{7}{10}$ | $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$                                                                 |
| Flor 5  | $\frac{2}{4} + \frac{1}{3} = \frac{6}{12} + \frac{4}{12} = \frac{10}{12} = \frac{5}{6}$   | $\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$                                                                 |
| Flor 6  | $\frac{1}{3}$                                                                             | $\frac{1}{6} + \frac{4}{5} = \frac{5}{30} + \frac{24}{30} = \frac{29}{30}$                  |
| Flor 7  | $\frac{2}{3} + \frac{3}{4} = \frac{8}{12} + \frac{9}{12} = \frac{17}{12}$                 | $\frac{2}{5}$                                                                               |
| Flor 8  | $\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$                                                               | $\frac{3}{5} + \frac{2}{3} = \frac{9}{15} + \frac{10}{15} = \frac{19}{15}$                  |
| Colmeia | $\frac{1}{4} + \frac{2}{3} = \frac{3}{12} + \frac{8}{12} = \frac{11}{12}$                 | $\frac{1}{3}$                                                                               |

Rascunho:

Link das atividades: [A Abelha Matemática](#)

A seguir, o **Quadro 3** apresenta algumas fotos da aplicação da etapa 3, da sequência de atividades, realizada no LabINFO e que compõe os registros de nossas aulas de durante o ano letivo de 2023.

### Quadro 3 – Fotos da aplicação da etapa 3



## REFLEXÕES FINAIS

Após a conclusão das cinco etapas apresentadas pela proposta, observou-se que as experiências vivenciadas pelos estudantes trouxeram importantes registros em sua formação envolvendo os temas relacionados. E que quando comparado com experiências anteriores equivalentes, temos em destaque, os seguintes os elementos para um significativo avanço em relação ao seu desenvolvimento:

- O bom funcionamento do LabINFO que trouxe mais **engajamento** para a execução da sequência didática;
- A participação dos estagiários do curso de licenciatura em Matemática da UFF, que já eram colaboradores das turmas em questão, em todas as ações, ajudou a tornar a atividade mais **dinâmica** em suas etapas;
- As impressões coloridas das atividades não digitais **facilitaram** a analogia e a organização dos cálculos dos estudantes além de se sentirem prestigiados pela qualidade do material entregue.
- O uso dos diferentes mapas utilizados na etapa 5 permitiu que os estudantes se aventurassem em **novos cálculos**, só que agora, com um pouco mais de confiança pois já tinham mais conhecimento do processo.
- Os estudantes do AEE, que são acompanhados individualmente pelos seus mediadores, realizaram as atividades de forma adaptada onde foi observado que três, dos quatro estudantes, apresentaram um **avanço relevante** nas atividades em questão tendo o uso da tela como destaque para esse avanço.

Um outro ponto que não pode ser omitido é o preenchimento dessa sequência de atividades em relação à cobertura de algumas habilidades e competências da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e suas aplicações, tais como: (EF06MA06), (EF06MA07), (EF06MA10), (EF07MA01), (EF07MA08), (EF07MA09) e (EF07MA12).

E com isso, conclui-se esse trabalho evidenciando a importância de termos um ambiente escolar estruturado e colaborativo; o uso ativo por parte dos estudantes em relação aos recursos tecnológicos no seu próprio processo de aprendizagem; as práticas docentes alinhadas à BNCC e aos assuntos do cotidiano, nos permitindo variadas possibilidades de trabalho.

## REFERÊNCIAS

- BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. 2 ed. Brasília, 2018.
- SANTOS, Fábio. **Uma proposta de aprendizagem matemática para o ensino médio baseada em projetos**, Rio de Janeiro, Colégio Pedro II, 2019. Link: <https://drive.google.com/file/d/1Nuh3bk7YaROBm1JCQSD04eSVSZogRqUI/view?usp=sharing>
- SANTOS, Fábio; NUNES, Eduardo. A abelha matemática: Uma sequência didática envolvendo frações, **X Seminário de Pesquisa em Educação Matemática do Estado do Rio de Janeiro (X SPEM)**, IFRJ – Campus Paracambi, 2022. Link: <https://drive.google.com/file/d/1G5LO-DYpToDgNc2HlgTxCYttbWOCzLsT/view?usp=sharing>



## UMA PROPOSTA DE ENSINO DE MATEMÁTICA PARA O 1º ANO DO ENSINO MÉDIO COM O AUXÍLIO DA FERRAMENTA *PORTUGOL WEBSTUDIO*

Marcos Monteiro de Farias<sup>1</sup>  
Adriana Souza Resende<sup>2</sup>  
Emivan Ferreira da Silva<sup>3</sup>

**RESUMO:** Esse trabalho propõe uma abordagem para o ensino de álgebra no primeiro ano do Ensino Médio, utilizando a ferramenta de programação *Portugol Webstudio* na resolução de problemas presentes na apostila do Sistema Estruturado de Ensino (SEE) da rede estadual de Mato Grosso. O estudo busca apresentar a ligação entre álgebra e programação, introduzindo o pensamento computacional, por meio da interação com a tecnologia em projetos concretos, capacitando os estudantes se tornarem solucionadores de problemas de forma criativa e crítica. A pesquisa foi realizada com cinco turmas do período matutino da Escola Estadual 19 de Julho, em Peixoto de Azevedo-MT, ao longo de 16 semanas. Utilizando uma abordagem mista, com coleta de dados por meio de questionários e avaliações. Os resultados indicam que o uso do *Portugol Webstudio* despertou o interesse dos estudantes pela matemática e pela programação, promoveu maior participação em sala de aula e facilitou a compreensão dos conceitos algébricos. O estudo sugere que o uso do *Portugol Webstudio* teve um impacto positivo no aprendizado da resolução de problemas em estudantes. Apesar de exigir planejamento e infraestrutura adequada, a ferramenta se mostrou eficaz no ensino de álgebra, integrando o pensamento computacional e a programação, como recomendado pela BNCC. Os resultados positivos sugerem que essa abordagem pode ser uma estratégia promissora para aprimorar o ensino de matemática e preparar os alunos para o mundo digital.

**Palavras-chave:** ensino de matemática, álgebra, algoritmos, pensamento computacional.

### EIXO TEMÁTICO

( x ) T7: Tecnologias digitais no ensino de Matemática

### INTRODUÇÃO

A Matemática, como linguagem fundamental para o desenvolvimento da ciência e tecnologia, assume papel crucial no aprimoramento individual e social. Apesar de sua importância, no ensino básico, a disciplina de matemática é frequentemente vista pelos estudantes com receio e desmotivação, gerando baixos índices de aprendizagem.

<sup>1</sup> Mestrando em Matemática; Escola Estadual 19 de Julho, Peixoto de Azevedo, Mato Grosso, Brasil. marcos.farias@edu.mt.gov.br

<sup>2</sup> Doutora em Engenharia Elétrica; Universidade do Estado de Mato Grosso/Unemat, Sinop, Mato Grosso, Brasil. adrisore@unemat.br.

<sup>3</sup> Doutor em Engenharia Elétrica ; Universidade do Estado de Mato Grosso/Unemat, Sinop, Mato Grosso, Brasil. emivan@unemat.br

\*Texto parcialmente apresentado no V Simpósio de Ensino e Aprendizagem em Matemática (V-SEAM).



Resultados insatisfatórios em avaliações externas, como o Avalia MT, comprovam essa realidade preocupante. Segundo dados de 2023, apenas 39% dos estudantes do 9º ano do ensino fundamental do estado de Mato Grosso alcançaram o nível de proficiência básico em Matemática, (Avalia-MT, 2022).

O panorama educacional brasileiro, particularmente no que diz respeito ao ensino de matemática, apresenta desafios que exigem soluções inovadoras e eficientes. Embora os resultados apresentem um panorama desafiador, é crucial buscarmos soluções e ações para despertar o interesse dos estudantes, mitigando as dificuldades evidenciadas. Ao longo de mais de duas décadas de atuação como docente na rede pública, foi possível observar a evolução da tecnologia e seu impacto na educação. A chegada da internet e dos computadores às escolas, o uso crescente de celulares e a recente disponibilização de *Chromebooks* para estudantes da rede estadual de Mato Grosso são exemplos dessa transformação.

Apesar dessas conquistas, observo com certa preocupação que a integração da tecnologia como ferramenta pedagógica ainda é incipiente em muitas instituições. Essa realidade precisa ser transformada, e é por isso que proponho a utilização da linguagem de programação *Portugol* como ferramenta para o ensino da resolução de problemas matemáticos através da algebrização. Em um mundo cada vez mais moldado pela tecnologia, a busca por metodologias de ensino que acompanhem o ritmo das transformações digitais se torna crucial. No âmbito da Educação Matemática, essa necessidade se intensifica, pois a disciplina, muitas vezes tida como abstrata e desconectada da realidade, exige novas abordagens que a tornem relevante e significativa para os estudantes do século XXI.

Neste cenário, a contextualização da matemática com o digital surge como uma promissora solução. A era digital redefiniu a maneira como o ser humano interage com o mundo e o conhecimento, e o estudante de hoje está imerso em um universo de internet, dispositivos móveis e plataformas online. Essa realidade exige que a educação transcenda a mera transmissão de informações, buscando conectar os conceitos matemáticos com as vivências e os interesses dos estudantes.

A integração de ferramentas digitais no ensino da matemática transforma a sala de aula em um ambiente dinâmico e envolvente, onde os alunos constroem o conhecimento ativamente. *Softwares* e plataformas interativas permitem a exploração de conceitos matemáticos em contextos reais, tornando o aprendizado mais significativo e relevante. O professor atua como mediador, motivando os alunos em um cenário de constante estímulo e entretenimento. O objetivo é desenvolver habilidades essenciais como resolução de problemas, pensamento crítico e colaboração, preparando os estudantes para os desafios do futuro.

As ferramentas digitais, como o software *Portugol*, oferecem um ambiente interativo e dinâmico para o ensino da matemática, permitindo a criação de atividades personalizadas e a avaliação contínua do aprendizado. O professor, atuando como mediador, deve utilizar essas ferramentas de forma eficaz, integrando-as aos objetivos de aprendizagem e garantindo a qualidade do processo educacional. A contextualização da matemática com o digital, aliada à mediação do professor, promove uma aprendizagem significativa e engajadora, preparando os estudantes para os desafios do século XXI. A BNCC reconhece a importância do pensamento computacional, que é fortalecido pelo uso de ferramentas como o *Portugol*, no desenvolvimento de habilidades essenciais para o futuro, como lógica, criatividade e comunicação. Diante do exposto, surge a seguinte

questão central:

A associação do pensamento computacional, conforme recomendado pela BNCC, e sua aplicação por meio da ferramenta *Portugol Webstudio*, disponível em <https://portugol.dev/>, na sala de aula do primeiro ano do Ensino Médio, desperta o interesse dos estudantes e colabora com o processo de ensino-aprendizagem de álgebra?

## RELATO

A experiência relatada neste trabalho envolveu o ensino de álgebra com o auxílio da ferramenta *Portugol Webstudio* para cinco turmas de primeiro ano do Ensino Médio na Escola Estadual 19 de Julho, em Peixoto de Azevedo-MT. O projeto foi desenvolvido ao longo de 16 semanas, com duas aulas semanais de 50 minutos para cada turma, totalizando 32 aulas.

As turmas eram compostas por estudantes de 15 a 16 anos, de diversas origens socioeconômicas e com diferentes níveis de conhecimento em matemática. O projeto foi implementado em um momento curricular em que os estudantes já haviam sido introduzidos aos conceitos básicos de álgebra, mas ainda apresentavam dificuldades na resolução de problemas e na aplicação prática dos conceitos.

As aulas foram estruturadas em quatro etapas distintas, abrangendo a apresentação teórica do conteúdo matemático da apostila do Sistema Estruturado de Ensino (SEE) da rede estadual, seguida da resolução das atividades propostas utilizando métodos tradicionais. Posteriormente, foi realizada a algebrização dos problemas, traduzindo-os para a linguagem algébrica com base nos quatro pilares do pensamento computacional e nas habilidades da BNCC. Por fim, a teoria foi consolidada na prática por meio da introdução aos comandos da linguagem *Portugol* e da construção de algoritmos para solucionar os problemas da apostila. O Quadro 1 demonstra a relação intrínseca entre as habilidades matemáticas propostas pela BNCC para as atividades propostas no trabalho e os pilares do pensamento computacional, demonstrando como a algebrização de problemas pode ser potencializada por meio dessa conexão.

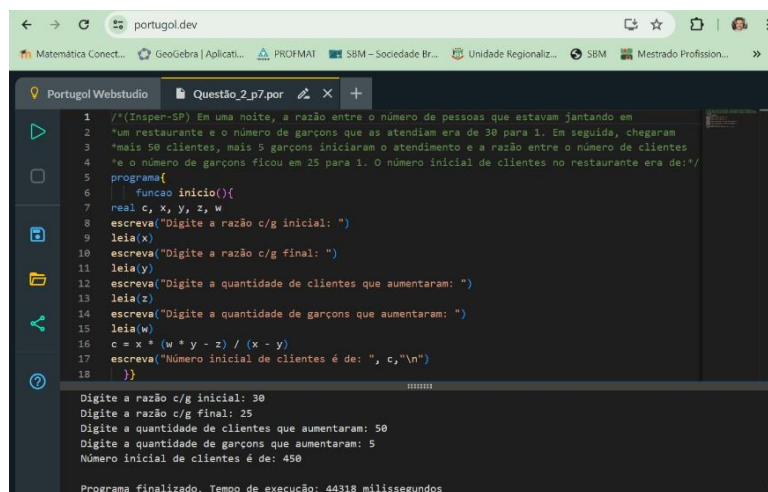
**Quadro 1 – Habilidades (BNCC) e pilares do pensamento computacional na algebrização de problemas**

| Habilidades(BNCC)                                                               | Pilares do Pensamento Computacional | Algebrização de Problemas                                                                                           |
|---------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| (EM13MAT101)<br>Interpretar situações que envolvem a variação de duas grandezas | Abstração                           | Modelar relações entre grandezas como funções, identificar variáveis dependentes e independentes.                   |
| (EM13MAT104)<br>Interpretar taxas e índices socioeconômicos                     | Decomposição                        | Analisar fórmulas de cálculo de índices, isolar variáveis de interesse, entender a contribuição de cada componente. |

|                                                                                          |                           |                                                                                                                                |
|------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| (EM13MAT314)<br>Resolver problemas com grandezas compostas (velocidade, densidade, etc.) | Abstração                 | Expressar relações entre grandezas em fórmulas, manipular equações para encontrar valores desconhecidos.                       |
| (EM13MAT202)<br>Planejar e executar pesquisa amostral                                    | Reconhecimento de Padrões | Identificar tendências nos dados, usar medidas estatísticas para resumir informações, generalizar resultados.                  |
| (EM13MAT203)<br>Criar e usar aplicativos, jogos e planilhas                              | Algoritmos                | Desenvolver sequências de Passos para calcular juros, simular cenários, automatizar tarefas.                                   |
| (EM13MAT303)<br>Resolver problemas com porcentagens e juros compostos                    | Decomposição              | Entender a fórmula de juros compostos, calcular juros e montante em diferentes períodos, analisar o efeito de taxas variáveis. |

A Figura 1, ilustra a aplicação do pensamento computacional na resolução de um problema matemático. O problema é apresentado em linguagem natural, como comentário na estrutura do algoritmo e, em seguida, é resolvido por meio de um algoritmo criado em *Portugol* utilizando a ferramenta *Portugol Webstudio*.

**Figura 1 – Solução de um problema utilizando o *Portugol Webstudio***



```

1 /*(Insper-SP) Em uma noite, a razão entre o número de pessoas que estavam jantando em
2 um restaurante e o número de garçons que as atendiam era de 30 para 1. Em seguida, chegaram
3 mais 50 clientes, mais 5 garçons iniciaram o atendimento e a razão entre o número de clientes
4 e o número de garçons ficou em 25 para 1. O número inicial de clientes no restaurante era de:*/
5 programa{
6     funcao inicio(){
7         real c, x, y, z, w
8         escreva("Digite a razão c/g inicial: ")
9         leia(x)
10        escreva("Digite a razão c/g final: ")
11        leia(y)
12        escreva("Digite a quantidade de clientes que aumentaram: ")
13        leia(z)
14        escreva("Digite a quantidade de garçons que aumentaram: ")
15        leia(w)
16        c = x * (w * y - z) / (x - y)
17        escreva("Número inicial de clientes é de: ", c, "\n")
18    }
19 }

```

Digite a razão c/g inicial: 30  
 Digite a razão c/g final: 25  
 Digite a quantidade de clientes que aumentaram: 50  
 Digite a quantidade de garçons que aumentaram: 5  
 Número inicial de clientes é de: 450

Programa finalizado. Tempo de execução: 44318 milissegundos

A experiência de aprendizagem foi estruturada em quatro etapas: apresentação teórica do conteúdo matemático da apostila do Sistema Estruturado de Ensino (SEE), resolução de atividades por métodos tradicionais, algebrização dos problemas com base no pensamento computacional e nas habilidades da BNCC, e consolidação prática com a introdução à linguagem *Portugol* e construção de algoritmos. Para implementação do



processo, foram utilizados recursos como o *Portugol Webstudio* para construção de algoritmos, a apostila do SEE como material didático, o *Google Drive* para organização e compartilhamento de códigos, o *Google Sala de Aula* para disponibilização de materiais e atividades, e o *Google Formulários* para aplicação de questionários e avaliações.

A Figura 2 mostra alguns estudantes construindo seus algoritmos em sala de aula utilizando a ferramenta *Portugol Webstudio*.

**Figura 2 - Estudantes construindo algoritmos no *Portugol Webstudio***



A experiência foi avaliada por meio de questionários e avaliações aplicadas antes e após a intervenção. Os resultados demonstraram que a utilização do *Portugol Webstudio* não apenas despertou o interesse dos estudantes pela matemática e pela programação, mas também promoveu maior participação e engajamento nas aulas, facilitou significativamente a compreensão dos conceitos algébricos e culminou em um aprimoramento notável no desempenho dos estudantes na resolução de problemas.

## REFERÊNCIAS

- AVALIA-MT. **Sistema de Avaliação educacional de Mato Grosso**. [sn], 2022. Acessado em 12 de dezembro, 2023. Disponível em: <https://encurtador.com.br/uCFH6>.
- BRACKMANN, C. P. **Desenvolvimento do pensamento computacional através de atividades desplugadas na educação básica**. Porto Alegre, Brasil, 2017.
- BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**: educação é a base. 2018. Versão final Brasília, DF: MEC. <http://bit.ly/43Q0xAD>. Acessado em: 17/08/2023.
- BRENNAN, K.; RESNICK, M. **New frameworks for studying and assessing the development of computational thinking**. [S.l.: s.n.], 2012. v. 1. 25 p
- DENNING, P. J. The profession of it beyond computational thinking. *Communications of the ACM*, **ACMNewYork, NY, USA**, v. 52, n. 6, p. 28–30, 2009.
- MAXI, S. **Maxi**: Ensino médio: 1ª série: 1º semestre: Matemática. 1. ed. [S.l.]: SOMOS Sistemas de Ensino, 2023. (Trajetórias- Formação Geral Básica).
- PAPERT, S. **Mindstorms**: Children, Computers and Powerful Ideas. New York: Basic Books, 1980.
- UNIVALI. **Portugol Studio**. Itajaí SC: UNIVALI, 2023. Disponível em: <https://univali-lite.github.io/Portugol-Studio/>. Acessado em: 17/09/2023.
- WING, J. M. Computational thinking. *Communications of the ACM*, **ACM New York, NY, USA**, v. 49, n. 3, p. 33–35, 2006.



## ESTIMULAÇÃO MATEMÁTICA PARA UMA CRIANÇA DE 3 ANOS DE IDADE COM SÍNDROME DE DOWN

Cristiane de Andrade Mendes<sup>1</sup>

**RESUMO:** o relato contido neste documento é uma experiência nossa no projeto Um Cromossomo a Mais para Somar, projeto de extensão da Universidade Federal de Juiz de Fora (UFJF), que conta com coordenação e participação de professoras do Departamento de Matemática da referida universidade. O projeto teve início em outubro de 2023 e tem como objetivo estimular o raciocínio matemático em crianças com Síndrome do Down, na faixa etária de 2 a 6 anos de idade, preparando-as para os estudos futuros na escola, buscando sempre contribuir com sua autonomia e desenvolvimento. O relato é sobre o atendimento de uma criança de 3 anos, com Síndrome de Down, participante do projeto desde outubro de 2023. Relatamos algumas das atividades que foram apresentadas à criança, seus progressos, dificuldades e os desafios que surgem a todo momento em nossos encontros. Todas as atividades a serem apresentadas foram preparadas especialmente para essa criança, respeitando sua individualidade, seu estágio de desenvolvimento cognitivo, suas preferências, mas também, suas necessidades.

**Palavras-chave:** inclusão, síndrome de down, educação, estimulação precoce.

### EIXO TEMÁTICO

( X ) T10: Educação Inclusiva e Matemática

### INTRODUÇÃO

A Síndrome de Down (SD) é uma síndrome de natureza genética que ocorre por um erro na distribuição dos cromossomos. É também conhecida como trissomia do cromossomo 21, já que apresenta um cromossomo a mais no par 21 em todas ou na maioria das células. A SD está associada a várias alterações fisiológicas, como hipotonia, manutenção da boca aberta com língua protusa, pescoço curto, mãos curtas e largas, atrasos no desenvolvimento neuropsicomotor, deficiência intelectual, problemas de visão, perda auditiva, doenças periodontais, anormalidades cardíacas, problemas de pele e obesidade, dentre muitas outras alterações.

Voltamos agora o nosso olhar para a aprendizagem da Matemática na educação infantil. Lorenzato em [L] (p. 39) indaga: “por onde a educação infantil deve começar o trabalho de desenvolvimento do senso matemático das crianças?” Sua proposta é explorar três campos: o espacial (das formas), que será importante para o estudo futuro de geometria; o numérico (das quantidades), que será apoio para a aritmética e campo das medidas, que integra a geometria com a aritmética. Além da exploração dos campos citados, o autor destaca que é importante iniciar do ponto onde a criança está, já que essa

<sup>1</sup> Doutora em Matemática, Universidade Federal de Juiz de Fora/UFJF, Juiz de Fora, MG, Brasil, cristiane.mendes@ufjf.br.

traz consigo “alguns conhecimentos e habilidades no plano físico, intelectual e socioafetivo, fruto de sua história de vida”.

Em geral, a criança com SD tem dificuldade de aprendizagem e de atenção, tem também dificuldades de memória espacial e memória de longo prazo, em atividades que trabalham mais a parte verbal e não tem muita habilidade em linguagem expressiva, entendendo mais do que consegue produzir com sua linguagem. Estratégias que valorizem seu trabalho e enriqueçam sua autoconfiança são essenciais para ajudar na consolidação do conteúdo estudado. Por outro lado, a criança com SD apresenta bom desempenho em tarefas visuais. Isso sugere que atividades com grande apelo visual são muito bem-vindas.

As pesquisas em Neurociências, segundo Amaral e Nista-Piccolo (em [ANP], “trazem luz à educação das crianças com síndrome de Down por nos informarem que, se ao nascerem, elas apresentarem leve anormalidade, o papel da estimulação na construção do conhecimento será fundamental para fortalecer o seu desenvolvimento acadêmico” (*apud* Fidler; Nadel, 2007). A “plasticidade neural”, ou seja, a capacidade do cérebro em estabelecer novas conexões (sinapses) é muito favorável nos primeiros anos de vida. Juntando plasticidade neural e aprendizagem, Siqueira (em [S], p. 14) nos diz que “A neurociência e a educação caminham juntas, em uma relação bastante próxima, devido ao papel desempenhado pelo cérebro na aprendizagem.” Quanto mais cedo iniciarmos a estimulação, melhor tendem a ser os resultados.

O objetivo de nosso relato é contar um pouco do nosso trabalho no projeto de extensão “Um Cromossomo a Mais para Somar”. Acreditamos que as crianças com SD, apesar de parecem mais lentas na “aquisição de conhecimentos”, se estimuladas de forma correta e respeitosa, são capazes de executar tarefas como toda criança. Optamos por trabalhar cada criança separadamente. Afinal, “todas as crianças com síndrome de Down também devem ser compreendidas na sua singularidade e individualidade.” (Amaral; Nista-Piccolo, em [ANP], p.69). Esperamos que a experiência relatada a seguir possa servir de inspiração e contribuir no trabalho de professores da pré-escola ao acolher e incluir crianças atípicas em sua sala.

## RELATO

O que será relatado aqui é uma experiência de atendimento a uma criança de 3 anos com SD participante do projeto de extensão Um Cromossomo a Mais para Somar vinculado ao Departamento de Matemática da UFJF. Para facilitar nosso relato, vamos chamar essa criança de Edu. Os encontros do projeto são semanais e têm duração, em média, de 50 minutos. Edu iniciou sua participação em outubro do ano passado, mas teve muitas faltas durante o ano de 2023, sem muitos progressos. Edu começou a ser atendido por mim em março de 2024. Edu é uma criança muito agitada, tem dificuldade de ficar parado e não consegue se concentrar em uma atividade. Com o intuito de descobrir “onde ele estava”, comecei a apresentar a ele tarefas mais simples, o que me possibilitou observar seu comportamento.

Iniciamos o trabalho com “correspondência”, um dos “7 processos mentais básicos para aprendizagem da matemática” como proposto por Lorenzato em [L] (p. 41). Segundo o mesmo autor “A ideia de correspondência, presente em toda a matemática, está também no mundo que envolve a criança” ([L], p. 128) e é fundamental para “a construção dos conceitos de número e das quatro operações” ([L], p. 129). O elo da ligação entre os

objetos eram as cores, inicialmente as primárias. Assim, propusemos algumas atividades. Uma delas está ilustrada na Figura 1 abaixo e utiliza tampas de garrafas pet coloridas e tabuleiros feitos de papelão, com encaixes nos formatos das tampas.

**Figura 1 – Atividade: Encaixes Coloridos**



Os objetivos da atividade 1 foram: fazer a correspondência um a um (da tampa com o encaixe), trabalhar as cores e perceber consciência no que está fazendo. Na primeira vez em que a atividade foi aplicada, Edu estava correndo pela sala e observou sobre o tapete de atividades três tampas (vermelha, azul e amarela) e um tabuleiro com as formas das tampas e com as mesmas cores delas (primeiro tabuleiro da Figura 1). Eu encaixei uma das tampas, ele observou e fez o encaixe das demais tampas corretamente. E saiu correndo, pedindo aplausos. Nos encontros subsequentes, fui aumentando o número de tampas, os tamanhos, acrescentando cores diferentes para que ele pudesse fazer a correspondência entre a tampa e seu encaixe, usando como dica a cor da tampa e a cor indicada no tabuleiro. A atividade, em geral, foi bem-sucedida. Edu mostrou entendimento da atividade sem que tivesse recebido instruções para fazê-la. Mas, em nenhum momento, encaixou mais de 2 tampas: ele fazia o encaixe de 1 ou 2 tampas e saía correndo pela sala buscando outras coisas para fazer ou jogava o tabuleiro para cima, encerrando a atividade. Um tempo depois, retornava e fazia mais outros encaixes. Observei o seguinte: Edu entendia a atividade sem precisar de instrução. Reconhecia e diferenciava as cores e fazia os encaixes se baseando nelas: ele chegava a olhar a tampa e conferir a cor do encaixe no tabuleiro antes de colocar a tampa no lugar correto. Por outro lado, não conseguia se concentrar na atividade e fazê-la de uma vez só; fazia os encaixes bem rapidamente para ganhar aplausos e sair correndo. Não prestava atenção às instruções que eu passava para ele: fazia a atividade usando a lógica. Se eu dissesse: entregue a tampa azul para a sua mãe, provavelmente, Edu faria o encaixe da tampa azul no tabuleiro (não atende a comandos – algo a ser trabalhado). Edu se distrai facilmente e é importante que as distrações sejam bem reduzidas durante o seu atendimento.

A atividade “Cada palito no seu copo” (Figura 2), além da correspondência um a um, do palito com o copo da mesma cor, e do trabalho de cores, ajuda na coordenação motora, porque exige que a criança encaixe o palito no orifício do copo. A análise da atuação de Edu nessa atividade é semelhante a que fizemos acima para a atividade

1. Edu não precisou de instruções: fez o que entendia como lógico. Uma situação interessante envolvendo a atividade 2: quando foi dado ao Edu um segundo palito de cor amarela e ele percebeu que já havia um outro palito amarelo encaixado no copo amarelo, Edu parou um instante (como se estivesse fazendo uma análise da situação), retirou o palito amarelo que estava no copo e encaixou o segundo palito no copo amarelo.

**Figura 2 – Atividade: Cada palito no seu copo**



Outras atividades de correspondência com cores foram feitas, com objetivos parecidos com os das atividades acima. É importante trabalhar os mesmos conceitos e objetivos várias vezes (para que possam ser fixados – crianças com SD têm dificuldades de memória), mas de formas diferentes (para que a criança se sinta estimulada a participar).

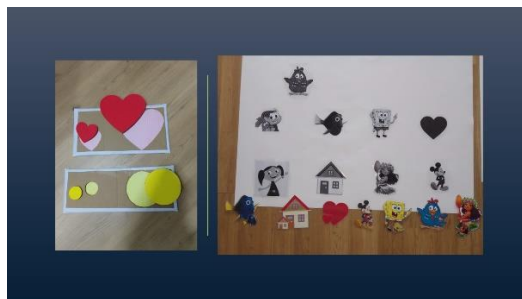
Com os mesmos objetivos de correspondência, foram usadas formas geométricas. Primeiramente, o elo eram as cores. Em seguida, as formas das figuras geométricas. Usamos papelão e formas de EVA para produzir o material.

**Figura 3 – Atividade de formas geométricas**



Trabalhamos também com encaixes de formas, como na Figura 4 (primeira foto), podendo iniciar o trabalho de comparação de “grande, pequeno, maior do que”. Usamos papelão e folhas coloridas para produzir a atividade. Edu não teve dificuldades em executar a atividade; fez tudo muito rápido e saiu correndo, claro.

**Figura 4 – Atividades de formas (grande e pequeno) e mural divertido**



A atividade de correspondência da Figura 4 (segunda foto) foi a de encontrar a figura

correspondente àquela que estava no mural. A do mural era uma figura em preto e branco e a que Edu tinha em mãos era colorida. O objetivo era colar a figura colorida ao lado ou sobre a figura correspondente do mural. A mãe de Edu colaborou para que ele ficasse menos disperso durante a atividade. O objetivo foi trabalhar a correspondência, usando as formas dos objetos, coordenação motora, atenção aos detalhes e concentração.

## REFLEXÕES FINAIS

Com os atendimentos a Edu, tenho notado que é possível melhorar a cada dia a aprendizagem de uma criança com SD. É essencial que todo o planejamento de atividades seja feito de forma individualizada, respeitando as características da criança, suas limitações, partindo do ponto em que ela se encontra em habilidades, gostos e conhecimento. É importante a repetição, sem que a atividade se torne desinteressante; é necessário usar vocabulário simples, objetivo e é muito legal usar material que chame sua atenção, já que a memória visual da criança com SD é muito boa. Música também acalma e brincadeiras de imitação motora são ótimas: a criança adora e servem para ajudar no comportamento verbal. Pausas entre as atividades são necessárias para que a criança descanse e brinque de forma livre. Dar pequenas tarefas à criança com SD faz com que ela discrimine o som e faça uma correspondência entre o que foi falado e o que ela precisa fazer. Isso pode ser importante para a alfabetização. É necessário muito amor, muita atenção, persistência e paciência com a criança. Tudo isso junto faz a diferença na vida de crianças atípicas.

## REFERÊNCIAS

- [ANP] AMARAL, L. P.; NISTA-PICCOLO, V. L. **Aprendizagem para a criança com síndrome de Down**. Rio de Janeiro: Wak Editora, 2019.
- [CG] CONSENZA, R. M.; GUERRA, L. B. **Neurociência e Educação, como o cérebro aprende**. Porto Alegre: Artmed, 2011.
- [L] LORENZATO, S. **Educação infantil e e percepção matemática** (livro eletrônico). 1ª Edição. Coleção Formação de Professores. Campinas: Editora Autores Associados Ltda., 2017.
- [S] SIQUEIRA, J. L. S. **Ensinando matemática através da perspectiva da neuroeducação**. 1ª. edição. São Paulo: Clube de Autores Publicações, 2019.





## ROMPENDO BARREIRAS, TRAZENDO LUZ À VOZES INVISIBILIZADAS: EXPERIÊNCIAS E IMPACTOS DO MOI E QERMAT NA SEGREGAÇÃO DE GÊNERO E ÉTNICO-RACIAL

Carneiro, Emanuella<sup>1</sup>  
Oliveira, Kathleen<sup>2</sup>

**RESUMO:** Este trabalho apresenta o relato de experiência de duas integrantes do Projeto Meninas Olímpicas do Impa (MOI), que contam as suas trajetórias acadêmicas e como o MOI e o grupo QERMAT (Questões étnico-raciais na Matemática) as ajudou nas questões de gênero e étnico-raciais. São elas as autoras deste trabalho: Kathleen Oliveira, professora de matemática formada pela UNIRIO, e Emanuella Vitória, ex-aluna do Projeto, hoje graduanda no Bacharelado em Ciências Matemáticas e da Terra pela UFRJ. Trazem assim perspectivas diversas e complementares: de aluna e da docente. Iniciam apresentando dados que apontam para a necessidade de histórias como as delas precisarem ser contadas. Na sequência, relatam como o MOI está inserido diretamente nas suas escolhas e visões de carreira, como foram impactadas pelo Projeto e como, hoje, integram e contribuem na propagação dos valores e princípios necessários para o enfrentamento dos estereótipos de gênero e raça através das atividades promovidas pelo Projeto.

**Palavras-chave:** Representatividade, CTEM, segregação por gênero, narrativas e segregação étnico-racial.

### INTRODUÇÃO

Existe um provérbio africano que diz: "Até que os leões contem suas próprias histórias, os contos de caça glorificarão sempre o caçador". Esse provérbio destaca a importância de que, em uma história, todos os lados devam ser ouvidos, especialmente aqueles que tradicionalmente têm sido silenciados ou excluídos. É necessário ouvir e valorizar as perspectivas dos que não têm tido a oportunidade de contar suas próprias experiências e narrativas, para que crenças equivocadas e estereótipos sejam superados. "A história única cria estereótipos, e o problema com os estereótipos não é que sejam mentira, mas são incompletos. Eles fazem com que uma história se torne a única história" (Adichie, 2009, p.26).

Sabemos que há pouca representatividade feminina em CTEM (Ciência, Tecnologia, Engenharia e Matemática) e, em particular, essa baixa representação é

---

<sup>1</sup> Graduanda pela Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ); Integrante do projeto Meninas Olímpicas do Impa (MOI) e integrante do grupo de pesquisa Questões étnico-raciais na Matemática (QERMAT); [emanuellacarneiro6@gmail.com](mailto:emanuellacarneiro6@gmail.com).

<sup>2</sup> Graduada pela Universidade Federal do Estado do Rio de Janeiro (UNIRIO); Integrante do projeto Meninas Olímpicas do Impa (MOI) e Integrante do grupo de pesquisa de questões étnico-raciais na matemática (QERMAT); [kateonmath@gmail.com](mailto:kateonmath@gmail.com).



ainda menor se considerado o aspecto interseccional da raça. Diante disso, acreditamos que é preciso que histórias como as que apresentaremos no presente texto sejam contadas, para que não deixemos abafar vozes que são forçadamente ausentes, para que possamos aprender com elas.

Segundo a Sociedade Brasileira de Matemática (SBM, 2023), houve um decréscimo percentual de mulheres ingressantes em cursos de bacharelado, passando de 39% em 2009 para 28% em 2019. O estudo também analisou a distribuição racial dos ingressantes e formados em cursos de matemática e áreas afins, mostrando que a proporção de estudantes autodeclarados pretos, pardos, amarelos e indígenas se manteve estável até 2014, com um leve aumento até 2019. No entanto, a proporção de estudantes quando considerado o recorte raça-sexo permaneceu baixa, crescendo de 34% em 2009 para 37% em 2019, ainda abaixo do percentual geral.

Nesta comunicação, contamos história, o relato das experiências vividas a partir de perspectivas diferentes em um mesmo projeto, o Meninas Olímpicas do Impa (MOI): uma sobre o percurso da formação acadêmica na graduação em Licenciatura em Matemática e outra sobre o percurso de aluna da Educação Básica à graduanda de Bacharelado em Ciências Matemáticas e da Terra. Acreditamos que "contar as nossas histórias" pode inspirar outras meninas e professoras e professores, visando ao enfrentamento de estereótipos de gênero e raça e à superação dos vieses de autosseleção e autoeficácia na etapa escolar (Unesco, 2018).

Quando afirmo que a experiência vivida deve ser respeitada, quero dizer que devemos ir além da mera aceitação passiva para reconhecer a experiência como uma fonte de conhecimento e um modo de estar no mundo que nos liberta (Hooks, 1994, p. 81).

## O MOI E A REPRESENTATIVIDADE

O Projeto Meninas Olímpicas do Impa é desenvolvido pelo Instituto de Matemática Pura e Aplicada em atenção às ODS 4 e ODS 5 (ONU, 2015). O MOI tem como objetivo primário promover o desenvolvimento de práticas escolares que desafiem estereótipos de gênero e os vieses de autosseleção e de autoeficácia, estimulando meninas para as áreas de CTEM. O Projeto envolve diretamente alunas da Educação Básica, docentes de escolas das redes públicas de ensino e graduandas de CTEM. A metodologia tem como alicerce ações educativas dirigidas às alunas da Educação Básica. Regularmente, são realizadas oficinas de matemática, computação e robótica em Arduino em todas as escolas integrantes do Projeto. Realiza-se ainda uma ampla programação que inclui visitas a espaços de formação e de atuação profissional em CTEM, palestras com mulheres cientistas e atuantes em carreiras dessas áreas, visitas a museus e mostras de ciências e participação em torneios científicos. O Projeto visa também ao desenvolvimento profissional docente para práticas pedagógicas que promovam a igualdade de gênero e que estimulem o acesso de meninas a recursos tecnológicos digitais e de informação. Destacam-se ainda ações específicas que visam a intersecção racial. Um grupo de graduandas do projeto, o QERMAT (Questões Etnico-raciais em Matemática), busca desenvolver atividades para promover a reflexão sobre questões étnico-raciais no ensino da matemática. Esse trabalho é baseado em literatura, arte e jogos matemáticos de origem africana, tendo como objetivos conduzir a discussão e

desenvolver ações que visem ao enfrentamento do preconceito racial e a discussão do colorismo. Pretende-se enfrentar a falta de modelos que inspirem meninas e mulheres a fazerem escolhas em CTM e a seguirem nesses caminhos, especialmente as meninas e mulheres pretas. Através da representatividade que tem sido um princípio no desenvolvimento do MOI. Como destaca Brech (2017):

Os fatores que afastam mulheres da carreira (matemática) se aprofundam, fazendo com que, quanto mais masculina seja a comunidade, mais masculina ela tenda a ser. Causa e consequência se confundem num sistema que se retroalimenta, como no famoso “dilema Tostines” dos anos 80 (Brech, p. 6).

## NOSSAS HISTÓRIAS

O MOI me deu tudo o que eu tinha e não sabia, e o principal definitivamente foi a confiança para acreditar no meu potencial em algo que era tão fora da minha realidade. Fazer parte do Projeto mudou completamente a minha vida e visão de mundo. (Emanuella, 2024)

Emanuella, carinhosamente Manu, que participou na edição de 2022 como aluna da Educação básica, hoje cursa o Bacharelado em Ciências Matemáticas e da Terra na UFRJ e está de volta ao projeto como graduanda bolsista IC. Começou a sua jornada não gostando de matemática, e só passou a olhar a disciplina com outros olhos quando saiu do Ensino Fundamental I. A partir desse momento, Manu passou a gostar da matéria, mas nunca a imaginou como carreira, achava que era boa, mas não o suficiente para trabalhar com algo tão difícil. Contudo, esse pensamento perdurou apenas até o terceiro ano do seu Ensino Médio.

Em 2022, cursando seu último ano do Ensino Básico, Manu integrou o MOI. Inicialmente, não imaginava que o Projeto teria um impacto tão grande em sua vida, mas, através das atividades que realizou, sua visão de ciência e do seu potencial foram mudando. Emanuella ganhou mais confiança ao ver que era possível aprender tudo o que queria na matemática, que a robótica não era tão difícil quanto pensava e, principalmente, conhecer lugares que, na sua concepção, sempre iria entrar só para visitar, também viu referências e se imaginou sendo uma delas no futuro. Tomou a sua decisão quando visitou a UFRJ. Manu relata que estar naquele ambiente a fez ter vontade de fazer ciência e estudar matemática. Pela primeira vez, a menina, estudante da educação básica, se viu em todos os ambientes possíveis e foi libertador. Entretanto, apesar da virada ter vindo nesse passeio, Manu acredita que se não tivesse experienciado as atividades e aprendizados do MOI anteriormente, não estaria preparada para encarar aquele momento como algo além de um passeio escolar. A experiência anterior foi essencial para que ela observasse aquele mundo além de apenas um lugar nunca visitado antes, mas também como um futuro local de trabalho e estudo.

Hoje em dia, sendo uma das meninas que fazem parte dessa universidade, Manu afirma que o MOI é o alicerce para a cientista que ela será no futuro. Manu enfatiza que ter acreditado na ciência, através da educação e na prática, foi uma das coisas mais mágicas que já vivenciou, mas, para além disso, ter se sentido uma super-heroína durante esse processo é uma sensação que nunca vai esquecer. Também, compreende

que estar presente nesse ambiente é uma constante luta e, por isso, sabe que fazer parte dele também significa abrir espaço para as suas semelhantes. No MOI, ela passou a integrar o QERMAT, e, junto com as suas colegas de pesquisa, trabalha arduamente para que vozes silenciadas sejam ouvidas, representadas e que ocupem todos os lugares, especialmente nas ciências exatas.

Foi incrível descobrir que coisas que eu vivia e vivi no dia-a-dia têm nome. Sou vítima da segregação horizontal. Além dessa expressão vieram os fenômenos conhecidos como teto de vidro, dribble da dor, autosseleção, autoeficácia... são muitos os vieses a serem enfrentados. (Kathleen, 2024)

Kathleen se graduou em licenciatura de matemática no final de 2023. Sua graduação foi entremeada e marcada pela experiência vivida como bolsista IC no Meninas Olímpicas do Impa. Antes de ingressar no MOI, não havia parado para analisar as causas e efeitos dos estereótipos e as formas de segregação a que estamos constantemente expostos. A verdade é que a segregação é produzida e reproduzida nas diversas estruturas da sociedade, e nós mulheres estamos continuamente vivenciando situações de estereotipia de gênero, que determinam e conduzem nossas escolhas. Constitui-se assim, a segregação horizontal, efeito do impacto dos estereótipos de gênero nas escolhas escolares e profissionais de meninas e mulheres, e também na reprodução das práticas organizacionais e das representações sociais baseadas em gênero (Ferreira, 2004).

Kathleen relata que o primeiro contato com a reflexão sobre gênero e raça no contexto educacional foi na apresentação de uma colega de curso sobre o tema. Pouco tempo depois, essa mesma colega fez o convite para conhecer o MOI e preencher uma vaga graduanda bolsista IC. No MOI, Kathleen passou a integrar o grupo, QERMAT. Como graduanda, essa vivência foi essencial para a sua formação acadêmica. Hoje, como professora, afirma ser gratificante integrar um movimento que gera impactos positivos na vida de muitas meninas, como a Manu, que, ao verem representações em sala de aula, reconfiguram seus pensamentos sobre o seu lugar de atuação.

Participar do projeto MOI transformou minha visão como futura professora. Ao me envolver ativamente em ações que incentivam outras meninas a ingressar nas áreas de CTEM, descobri minha identidade como mulher negra e ganhei confiança na minha capacidade de alcançar um lugar nas ciências exatas. Enfrentar a segregação a partir da educação me permitiu combater preconceitos, ao mesmo tempo que pude inspirar e motivar novas gerações a seguirem esse caminho (Kathleen, 2024).

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

Compreendemos que histórias como as que aqui relatamos se fazem necessárias para que possamos ver que o trabalho árduo para o enfrentamento dos estereótipos de gênero e de raça gera resultados. Acreditamos que, cada vez mais, narrativas semelhantes precisam ser ouvidas e devem ser devidamente contadas por suas protagonistas, para superarmos a segregação com as vozes que tanto tentam invisibilizar. Aprendemos, nos unimos, nos fortalecemos e nos constituímos como

indivíduos e sociedade com todas as histórias, livres de estereótipos.

#### REFERÊNCIAS

- ADICHIE, C. **O perigo de uma história única**. São Paulo: Companhia das Letras, 2019.
- HOOKS, B. **Teaching to Transgress**: Education as the Practice of Freedom. Routledge, 1994, p. 81.
- BRECH, C. O “dilema Tostine” das mulheres na matemática. **Revista Matemática Universitária**, 2017. SBM (Sociedade Brasileira de Matemática). **Noticiário SBM**. Publicado em maio de 2023.
- UNESCO. **Decifrar o código**: educação de meninas e mulheres em ciências, tecnologia, engenharia e matemática (STEM) – Brasília, 2018.
- ONU - Organização das Nações Unidas. **Objetivos de Desenvolvimento Sustentável**. Disponível em : <https://brasil.un.org/pt-br/sdgs>.
- FERREIRA, V. **Relações sociais de sexo e segregação do emprego**: uma análise da feminização dos escritórios em Portugal 2004. Dissertação (Doutoramento em Sociologia) - Sociologia da Produção, do Trabalho e da Empresa, Faculdade de Economia da Universidade de Coimbra.



## DESENVOLVIMENTO DE PROCESSOS MENTAIS NA EDUCAÇÃO INFANTIL E SÍNDROME DE DOWN

Sara Cristina Campos Borges<sup>1</sup>

**RESUMO:** Este trabalho é um breve relato de algumas experiências com atividades pedagógicas realizadas com uma criança com síndrome de Down. Tais atividades confeccionadas para o desenvolvimento de dois dos processos mentais para a aprendizagem da matemática na educação infantil, a correspondência e a comparação.

### EIXO TEMÁTICO

( X ) T10: Educação Inclusiva e Matemática

### INTRODUÇÃO

Visando aprimoramento de conhecimentos e oferecimento de oportunidade às crianças com síndrome de Down da nossa comunidade local, foi criado o projeto de extensão: *Um cromossomo a mais para somar*, oferecido pela Universidade Federal de Juiz de Fora, em Minas Gerais. Tal projeto, ao qual faço parte há 9 meses, atende as crianças de 3 a 6 anos que possuem a característica genética de síndrome de Down. Atualmente, no âmbito do projeto, atendemos 7 crianças individualmente, uma vez por semana, por uma hora cada. Nossos métodos são voltados para o desenvolvimento dos 7 processos mentais para a aprendizagem da matemática na educação infantil: correspondência, comparação, classificação, sequenciação, seriação, inclusão e conservação. Neste sentido, desenvolvemos atividades com materiais pedagógicos lúdicos, em sua maioria confeccionados por nós, membros do projeto. Nosso objetivo é o desenvolvimento do senso matemático infantil de forma a preparar as crianças para melhor adaptação e inclusão ao ensino básico, ou seja, oferecer a elas o alicerce para uma aprendizagem de qualidade.

Neste texto, apresentarei relatos sobre algumas das atividades aplicadas e como foi a experiência de uma das crianças do nosso projeto diante de tais atividades. Para preservar a identidade da criança usarei o nome fictício Alice.

Antes de iniciar o relato propriamente dito, seria interessante aqui explicitar um pouco sobre os dois processos mentais que inspiraram a confecção dos materiais aplicados relatados neste texto, a correspondência e a comparação. Os conceitos, aqui apresentados, são baseados nas definições descritas por Lorenzato em [L], obra a qual o leitor poderá se aprofundar no conhecimento dos sete processos mentais.

A correspondência é o ato de estabelecer uma relação um a um. Este conceito embora muito básico, e até poderia dizer cotidiano, é fundamental na matemática, desde

---

<sup>1</sup> Doutora em matemática, Universidade Federal de Juiz de Fora/UFJF, Juiz de Fora, MG, Brasil, sara.campos@ufjf.br

seus alicerces aos conceitos mais avançados. Fazer correspondência é como organizar temperos com potes etiquetados, colocar o sal no pote escrito sal, a pimenta no pote escrito pimenta, a páprica no pote escrito páprica, etc... Para melhor compreensão do conceito, um exemplo bastante corriqueiro e usado em escolas, são as chamadas visuais, onde há um mural com fotos das crianças e cada criança é relacionada com a sua foto. Outro exemplo seria corresponder algo à sua cor, como morango ao vermelho, sapo ao verde, sol ao amarelo, céu ao azul.

A comparação é um ato de estabelecer diferenças e semelhanças. Conceitos de maior/menor, longe/perto, mais que/menos que, igual/diferente, alto/baixo, dentro/fora, etc... Novamente um conceito tão corriqueiro quanto amplamente explorado na matemática. Afinal, quantas aulas de matemática o leitor se lembra que apresentavam os conceitos de maior, menor, igual ou diferente? Comparar é como cozinhar. Dependendo da quantidade de comida que é necessária cozinhar, precisa-se decidir qual o tamanho da panela, maior ou menor. Exemplos utilizados nas escolas: apresentação de objetos de tamanhos diferentes, comparação de alturas entre dois colegas de turma, arremesso de peteca ou bola, corrida de carrinhos comparando longe e perto, caixas com coisas dentro ou fora, etc...

Embora sejam diferentes, muitas vezes há uma confusão sobre estes conceitos por serem muito parecidos. Isso ocorre, pois a comparação muitas vezes se apresenta relacionado à correspondência. Gostaria de voltar ao exemplo de cozinhar para explicar estes conceitos de forma correlacionada. Digamos que alguém precisa cozinhar muito arroz e pouco feijão. A identificação destas quantidades já é uma comparação. Para isso, precisa-se de uma panela menor e uma maior (comparação). Precisa-se colocar o arroz na panela maior e o feijão na menor para que suas quantidades sejam bem acomodadas. Neste caso, faz-se uma correspondência de cada alimento à panela adequada. Agora precisa-se escolher a boca adequada do fogão. Uma reflexão cabe aqui: uma panela pequena em uma boca de fogão maior ficará pronta rapidamente, uma panela grande numa boca de fogão menor cozinhará vagarosamente. Esta reflexão é um processo mental de comparação que leva o cozinheiro a realizar a ação de corresponder a panela menor à boca de fogão menor e a panela maior à boca de fogão maior para que os alimentos fiquem prontos aproximadamente ao mesmo tempo.

A necessidade da explicação destes conceitos se apresenta pois mostraremos aqui atividades que propõe às crianças o desenvolvimento destes processos mentais, inclusive atividades com os dois conceitos misturados.

## **EXPERIÊNCIAS DE ALICE COM AS ATIVIDADES, UM RELATO**

Alice está com quatro anos de idade atualmente. Nasceu com síndrome de Down e teve complicações de saúde ainda bebê, cujo tratamento teve consequências em seu desenvolvimento cognitivo. Ela demonstra muitas das características de crianças em período pré-operacional, no caso, podemos destacar as seguintes: extremamente ativa, gosta de correr, dificuldade em focar em pequenas coisas, capacidade de concentração de pequena duração.

Irei aqui relatar algumas atividades aplicadas a ela.

### **Atividade 1: Dado das cores (figura 1)**

- Processo mental trabalhado: Correspondência um a um.
- Descrição: A criança joga o dado e caminha para a cor correspondente a que saiu no

dado. Porém demonstramos a atividade de uma forma diferente. Separamos as cores colocando (por exemplo) azul ao lado esquerdo da criança, vermelho ao lado direito e amarelo à frente para que ela simplesmente caminhasse ou corresse para a cor correspondente. Observamos a necessidade dessa modificação logo com a primeira criança do projeto e mantivemos a mudança para todas.

- Experiência com a Alice: Esta foi uma das primeiras atividades apresentadas à criança em setembro de 2023. Em dado momento a criança se demonstrava completamente desatenta e pouco interessada. Somente jogava os objetos para cima e bagunçava a sala toda. Sempre se mostrando uma criança alegre e ativa. Ainda assim, conseguimos, via exemplo mostrar como funcionava a atividade.

**Figura 1 - dado de cores**



Tivemos um início bem difícil com Alice devido ao nosso maior obstáculo: como chamar a atenção desta criança para que ela faça o que está sendo proposto?

### **Atividade 2: Alimentando os animais (figura 2)**

- Processo mental trabalhado: Correspondência um a um e vários a um.
- Descrição: A criança deve entregar a comida correspondente à cada bichinho (com a opção de deixar um bichinho sem o alimento para trabalhar o conceito qual está faltando). Neste caso, introduzimos, de forma secundária, a contagem de um a três, uma cenoura para o coelho, duas bananas para o macaco, três ossos para o cachorro.
- Experiência com a Alice: Arremessou peças para cima, mas com ajuda realizou a atividade. Não fez as correspondências exatamente como esperado. Mas gostou de como colocamos os bichinhos distantes um do outro para que ela se movimentasse.

**Figura 2 - Alimentando os animais**



Até este momento, atendíamos 2 crianças em cada horário. Depois do encontro da atividade 2, percebemos que o atendimento individual seria mais efetivo para o alcance de nossos objetivos com as crianças. Reorganizamos os horários para que isso fosse possível. No caso específico de Alice, ela sempre se mostrou muito carinhosa e apegada à criança com quem ela compartilhava o horário. Assim, ela sempre queria estar muito junto à outra criança e a companhia, a qual apostávamos que iria ser benéfica ao



aprendizado, se mostrou ineficaz na fase que estávamos.

### **Atividade 3: Blocos no tubo**

- Processo mental trabalhado: Correspondência um a um e vários a um
- Descrição: A criança deve colocar cada peça de lego no tubo de mesma cor.
- Experiência com a Alice: Embora ela ainda não tenha realizado as atividades como esperado, percebi que fazer sons batendo os blocos faz com que ela preste alguma atenção nas mãos de quem segura os blocos.

Neste ponto, percebemos que Alice tinha um interesse peculiar às coisas com sons e músicas. Por exemplo, uma atividade que conseguimos aplicar com êxito, foi a execução da música “cabeça, ombro, joelho e pé”, a qual corresponde os nomes à cada parte do corpo. Atividades que envolviam movimentos também despertam o interesse de Alice. Por isso, começamos a mesclar atividades que trabalhavam a atenção com atividades com instrumentos musicais infantis e de atividade física como bola, balões, petecas e etc... Nestas atividades, aproveitamos para começar a desenvolver noções de comparação, por exemplo, bola dentro da sacola\ fora da sacola, peteca perto da criança/ longe da criança, balão pequeno\ grande, etc...

### **Atividade 4: Murais coloridos (Figura 4)**

- Processo mental trabalhado: Correspondência um a um
- Descrição: A criança deve corresponder a figura da imagem com objetos que estão disponíveis dentro de uma bacia.
- Experiência com a Alice: Essas atividades foram feitas especificamente para a Alice, embora tenha sido aplicada de outra forma para outra criança também. A princípio, no primeiro mural, aplicamos esta atividade com objetos reais do cotidiano. Usamos uma necessaire, uma bolinha, uma toalhinha, uma caneta, uma caixa em forma de coração e um carrinho de brinquedo. O brinquedo roubou completamente a atenção da criança e não conseguimos alcançar os objetivos desejados. O segundo mural que fizemos colocamos a estrela, o sol e o girassol da figura 4, uma bolinha, um carrinho de brinquedo e um balão amarelo. Os objetos em EVA começaram a chamar a atenção que eu precisava, mas perdemos a atenção dela para o brinquedo e o balão novamente. O terceiro mural que fizemos, colocamos 3 elementos feitos em papel, uma toalhinha, a caixa de coração e um carrinho de brinquedo. Foi a primeira vez que a vi acertando 3 correspondências, os objetos de papel. Depois, perdi novamente a atenção dela para o carrinho de brinquedo. Foi então que constatei: coisas cotidianas como toalhinha ou caneta não chamam a atenção dela e brinquedos chamam atenção excessiva e desfocada do objetivo da atividade. Então, confeccionei tudo em papel e comecei a progredir no quesito ganhar a atenção da criança.

**Figura 4 - Murais coloridos**

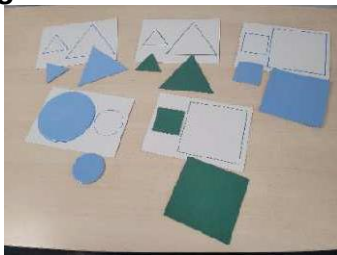




### Atividade 5: Formas coloridas

- Processo mental trabalhado: Correspondência um a um e comparação.
- Descrição: Fixamos as bases com o contorno das formas círculo, triângulo e quadrado na parede e a criança deve identificar o círculo maior com seu contorno e círculo menor com seu contorno (fixados com velcro). O mesmo deve fazer com o quadrado e o triângulo.
- Experiência com a Alice: Já conseguimos que ela realize a atividade ao menos com duas ou três formas. Mesmo que entre uma conduta e outra, ela ainda tenha muito desvio de atenção.

Figura 5 - Formas coloridas



## REFLEXÕES FINAIS

De maneira geral, o trabalho que realizamos no projeto alcança resultados importantes para o desenvolvimento das crianças com quem trabalhamos e é uma demonstração de que o que elas precisam é de oportunidades. Observamos diferentes ritmos de desenvolvimento, assim como uma professora de escola poderia observar em uma turma típica de crianças.

Tantas atividades que realizamos no projeto e o impacto delas para outras crianças do projeto, infelizmente não cabem em tão poucas páginas. Mas espero ter alcançado o objetivo de atentar o leitor para a importância da realização de atividades deste tipo.

Alice é uma prova de que “com passos de bebês se alcança longas distância”. Temos muito ainda que trabalhar sua concentração para que ela realize as atividades exatamente como pedimos, porém ela já se apresenta uma criança bem mais centrada e com melhores progressos do que a Alice do primeiro dia que pisou na sala que a atendemos. Seu desenvolvimento já se tornou notável. É a prova de que com amor e muita dedicação, podemos fazer a diferença na vida dessas crianças tão especiais para nós.

## REFERÊNCIA

[L] LORENZATO, S. **Educação infantil e percepção matemática**. SP: Autores Associados, Coleção Formação de Professores, terceira edição, 2011.



## UM RELATO DE EXPERIÊNCIA SOBRE ADAPTAÇÃO DE JOGOS MATEMÁTICOS PARA UM ALUNO CEGO E SUA IMPORTÂNCIA PARA UMA MATEMÁTICA INCLUSIVA

Thalia Oliveira Lima<sup>1</sup>

**RESUMO:** A quantidade de alunos com deficiência na Educação Básica vem aumentando e a presença desses alunos em classes comuns também tem crescido, pois passou de 94,2%, em 2022, para 95% em 2023 (Inep, 2024), de estudantes com deficiência. Este crescimento dos estudantes com deficiência demonstra um importante passo para a inclusão, mas isto por si só não torna o ambiente educacional inclusivo pois é necessário ir além de integrar um aluno em sala de aula. Por isso, para uma qualidade de ensino é necessário desenvolver práticas discentes em que a aprendizagem envolva a todos os alunos e que meios diferentes sejam alçados a fim de que atenda a diversidade dos estudantes, fornecendo assim um ensino qualitativo e inclusivo. Essa é uma reflexão necessária para que a inclusão tome forma nos espaços escolares e principalmente dentro do ensino da matemática. Foi pensando neste contexto inclusivo que este trabalho foi produzido, com o objetivo de relatar a experiência de um aluno com deficiência visual ao passar pelo processo de adaptação de jogos matemáticos desde a construção ao uso, a fim de que os jogos conduzissem a compreensão de noções básicas para uma disciplina de matemática. Através desta experiência foi possível observar a importância da adaptação de um material matemático e como este pode influenciar o aprendizado não só de um aluno cego, mas também de qualquer outro aluno que necessite de meios alternativos para sua aprendizagem.

**Palavras-chave:** inclusão, educação matemática, deficiência visual, adaptação, jogos matemáticos.

### EIXO TEMÁTICO

( x ) T10: Educação Inclusiva e Matemática

### INTRODUÇÃO

O contexto de aprendizagem e habilidades que se esperam dos estudantes em matemática, ciências e leitura, no Brasil de acordo com os resultados do Programa Internacional de Avaliação de Estudantes (Pisa) de 2022, possuem resultados nada significativos, sobretudo no desempenho em matemática visto que 73% dos estudantes brasileiros encontram-se abaixo do nível 2, que segundo a Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE) é o mínimo para que os jovens possam exercer plenamente sua cidadania (Inep, 2024).

Diante deste fato, e ciente de que apesar dos inúmeros fatores que possam contribuir para este resultado nada animador, a forma de ensino, principalmente na disciplina de matemática é um dos fatores em que se deve ganhar uma atenção especial devido a grande desproporcionalidade em sua importância e o desempenho do alunado

<sup>1</sup> Graduanda; UERJ, Rio de Janeiro, Rj, Brasil, thalialima.th1@gmail.com.

nesta pois a forma em que se conduz o conhecimento também influencia muito na efetivação da aprendizagem. Isto se torna ainda mais necessário quando adentramos na perspectiva inclusiva.

A quantidade de alunos com deficiência na Educação Básica vem aumentando segundo o Ministério da Educação (MEC) e Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep) e a presença desses alunos em classes comuns tem aumentado gradativamente também passando de 94,2%, em 2022, para 95% em 2023 (Inep, 2024). Este crescimento de alunos com deficiência demonstra um importante passo para a inclusão, mas por si só não torna o ambiente educacional inclusivo pois é necessário ir além de integrar um aluno na sala de aula, “para alcançar a inclusão é necessário atuar de forma radicalizada nas adequações curriculares propostas, nos métodos, técnicas, recursos educativos e organizações específicas de forma que essas mudanças alcancem a todos os estudantes.” (Teixeira; Paiva; Moreira, 2018, p.390)

É importante salientar também que quando se fala em inclusão associa-se apenas o grupo de “educandos com deficiência, transtornos globais do desenvolvimento e altas habilidades ou superdotação”(LDB, Cap. V, Art. 58, 1996). Porém a Declaração de Salamanca (1994) usa o termo “Necessidades Educativas Especiais” em que se inclui também os estudantes que manifestam dificuldades de aprendizagem variadas pois “são entendidos pela declaração de Salamanca como estudantes que apresentam necessidades educacionais especiais” (Teixeira; Paiva; Moreira, 2018, p. 390)

Dessa forma, para uma qualidade de ensino é necessário práticas discentes visando que a aprendizagem envolva a todos os alunos e que meios diferentes sejam alçados para atender a diversidade dos estudantes, fornecendo assim um ensino de matemática com aprendizagem significativa e marcante a cada um dos estudantes. Esse ponto é fundamental para que a inclusão tome forma nos espaços escolares e principalmente dentro do ensino da matemática.

Foi pensando neste contexto inclusivo que este trabalho foi produzido, com o objetivo de relatar a experiência de um aluno com deficiência visual ao passar pelo processo de adaptação de jogos matemáticos desde a construção ao uso, a fim de que o material conduzisse a compreensão de noções básicas em uma disciplina de matemática.

## RELATO

Este estudo de cunho qualitativo, no formato de relato de experiência utilizou duas entrevistas semiestruturadas nas quais “as perguntas são feitas à medida que a conversa vai transcorrendo [...]” (Costa; Costa, 2001, p. 39). O método utilizado foi o estudo de caso, no qual há “[...] uma compreensão profunda de uma única situação ou fenômeno” (Thomas; Nelson; Silverman, 2012, p. 315). Este tipo de pesquisa pode ser entendido como uma pesquisa mais detalhista e profunda (Costa; Costa, 2001) .

O material da pesquisa foi coletado no período de outubro a dezembro de 2022, sendo o entrevistado um estudante cego do quarto período de graduação em Pedagogia, modalidade Educação a Distância (EaD), de uma Instituição de Ensino Superior pública (IES) do Estado do Rio de Janeiro. Em relação a participação do graduando na pesquisa, este concordou em participar por meio do Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE) e terá sua identidade preservada. O presente relato de experiência teve a submissão de protocolo de pesquisa realizada junto ao Sistema CEP (Comitê de Ética

em Pesquisa), sendo aprovado pelo CAAE 26291919.4.0000.5259. O relato se deu a partir de uma experiência prática do estudante cego no uso de jogos matemáticos, confeccionados por um grupo de pesquisa para uma disciplina de matemática do curso de Pedagogia.

O primeiro passo a ser tomado foi obter informações acerca das individualidades do estudante por meio da entrevista semiestruturada. Neste primeiro momento, ali buscou-se ouvir o estudante, entender seu contexto e suas principais necessidades. Esta etapa foi realizada anteriormente à confecção dos jogos. Nesta entrevista foi levado em consideração as sugestões de materiais que poderiam ser utilizados na confecção dos jogos bem como a importância em que este material teria, aqui ele destacou que a adaptação era relevante para a interação e para a significação do aprendizado por meio do concreto.

Após esta entrevista, o grupo de pesquisa realizou as adaptações seguindo as sugestões de recursos dado pelo aluno entrevistado. No total foram quatro jogos confeccionados e a medida que os jogos eram feitos eles também eram consultados pelo aluno cego a fim de saber se era necessário alguma modificação para a compreensão deste. Vale destacar que os jogos foram produzidos com o intuito de que não só a pessoa com deficiência visual utilizasse mas também o aluno vidente, posto que os jogos matemáticos deveriam ser jogados em dupla.

A última etapa se deu com o estudante após ele utilizar o material adaptado em sala de aula. Conforme a professora da disciplina de matemática explicava os jogos, o aluno manuseava o material. Neste momento buscou saber também, por meio da entrevista, se o material adaptado de fato o auxiliou na compreensão dos assuntos tratados e quanto a isso o estudante, ressalta o seguinte “todo material e as instruções que me foram dadas favoreceram no entendimento da proposta e do aprendizado da matemática, acredito que sem a adaptação não seria permitido a compreensão[...]”. Por meio da sua fala, percebe-se a importância da adaptação para que sua participação em sala de aula acontecesse bem como o entendimento da atividade.

Além disso, ele pontua em uma de suas falas, que nesta experiência além da participação efetiva, os materiais adaptados o possibilitaram ter uma “sensação de autonomia” para acessar o conteúdo.

Ao discorrer sobre a importância desses materiais dentro do ensino de matemática ele diz que “quando de alguma maneira o educador consegue adaptar para algo mais concreto e palpável o aprendizado é facilitado e o entendimento melhorado”, portanto para ele “a adaptação de materiais é extremamente importante para o auxílio da aprendizagem” para qualquer pessoa, mas principalmente para os alunos que possuem deficiência visual já que dentro da matemática um dos sentidos mais trabalhados é a visão.

## REFLEXÕES FINAIS

Através desta experiência podemos observar que apesar deste material ter sido produzido para um estudante que está cursando o Ensino Superior sua relevância também se dá para os estudantes da Educação Básica. Dessa forma, um dos passos essenciais para fomentar o início de atitudes inclusivas no meio educacional está no ato de ouvir os estudantes. Ao ouvir o estudante cego, como foi feito nesta experiência antes de realizar todo o processo de adaptação, sua fala e suas especificidades são

valorizadas, pois como afirmam Redig e Dutra (2018,p. 59), a adaptação de materiais “[...] torna-se absolutamente importante, pois cada aluno possui sua especificidade dentro da mesma deficiência. Isso significa que, por mais que tenhamos alunos cegos, não quer dizer que eles possuam as mesmas necessidades de atendimento [...]”. Cada um possui uma característica diferente que precisa ser levada em consideração no momento de incluir cada aluno cego e também os alunos que não possuem qualquer deficiência.

Nesta perspectiva, o diálogo é um recurso simples no processo da educação mas também primordial pois quando os estudantes são ouvidos, essa interação de professor-aluno pode proporcionar, em conjunto, medidas que sejam traçadas a fim de que o estudante se torne parte ativa da construção do aprendizado em todo processo corroborando para que o ensino de matemática de fato seja inclusivo pois como apontam os autores Simões e Onofre (2021) que se há dificuldades e desafios inerentes da formalização para os alunos sem deficiência, muito mais haverá então para os alunos que possuem alguma necessidade específica.

À vista disso, estratégias como a utilização de recursos didáticos, como os jogos realizados nesta experiência, podem ajudar a transcender a dimensão do conteúdo e servir como mediações de ensino, como apontado por Teixeira, Paiva e Moreira (2018), as quais se fazem ainda mais necessárias quando se tem um aluno cego incluso em sala de aula comum, e assim com novas demandas diferentes de aprender, o ensino pode se tornar ainda mais potencial já que para os alunos com deficiência visual a “manipulação de um recurso concreto é imprescindível para que, por meio do tato, o aluno com deficiência visual perceba a forma, o tamanho, as texturas etc., que vão determinar as características do elemento matemático modelado no recurso manipulativo” (Kaleff, 2016, p. 31). Isso é um dos pontos em que demonstra a importância de como a diversidade dentro de um cenário inclusivo pode proporcionar. Posto isso, aliar as diversidades encontradas na sala de aula a estes recursos concretos é investir em um ensino de matemática inclusivo formando novas possibilidades de aprendizagem mais próximas a realidade e perfil do alunado em contato, pois “a matemática, nessa perspectiva, deixa de ser um campo de saber isolado e se constitui mecanismo de mediação do processo educativo.”(Teixeira; Paiva; Moreira, 2018, p.396).

## REFERÊNCIAS

- Matrículas na educação especial chegam a mais de 1,7 milhão. Disponível em: [Matrículas na educação especial chegam a mais de 1,7 milhão — Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira | Inep \(www.gov.br\)](#). Acesso: 12 de jun. 2024
- TEIXEIRA, C.J.; PAIVA, T.F.; MOREIRA, G.E. Matemática e Inclusão: para além dos resultados. **Revista de Educação Matemática**, [s. l.], v. 15, n. 20, p. 389–408, 2018.
- REDIG, A.G.; DUTRA, F.B.S. A inclusão de alunos com deficiência no curso de Pedagogia oferecido pelo consórcio CEDERJ/UERJ. **Revista Espaço Acadêmico**, v. 18, n. 205, p. 52-61, jun. 2018.
- COSTA, M.A.F.; COSTA, M.F.B. **Metodologia da pesquisa**: conceitos e técnicas. 1. ed. Rio de Janeiro: Interciência, 2001.
- SIMÕES, P.A.; ONOFRE, E.G. A importância dos materiais manipuláveis nas aulas de matemática para alunos com deficiência visual: uma revisão bibliográfica. In: CONGRESSO INTERNACIONAL DE EDUCAÇÃO E INCLUSÃO, 4., 2021, [s. l.].
- Anais [...]**. [S. l.]: Centro Multidisciplinar de Estudos e Pesquisa, 2021.
- KALEFF, A.M.M.R. (org.). **Vendo com as mãos, olhos e mente**: recursos didáticos para laboratório e museu de educação matemática inclusiva do aluno com deficiência visual. Niterói: CEAD: UFF, 2016.
- THOMAS, J.R.; NELSON, J. K.; SILVERMAN, S. J. **Métodos de pesquisa em atividade física**. 6. ed. Porto Alegre: Artmed, 2012.





## OFICINA DE SOROBAN COMO INTERVENÇÃO PEDAGÓGICA PARA OS SEXTOS ANOS

Luiza Costa de Meireles<sup>1</sup>  
Emily Camila Nascimento Sousa<sup>2</sup>  
Renata Repolho dos Santos<sup>3</sup>

**RESUMO:** Este Relato de Experiência detalha as etapas da oficina “Construção e Uso do Ábaco Japonês - o Soroban” realizada por bolsistas do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (Pibid) da Universidade Federal do Oeste do Pará (Ufopa) juntamente com uma professora de Matemática de uma escola pública em Santarém no oeste do estado do Pará. Após um diagnóstico que constatou dificuldades dos estudantes de duas turmas de 6º ano acerca dos números naturais e de suas operações mais básicas (adição e subtração), optamos pelo trabalho com o soroban, por ser um instrumento de contagem útil para o exercício do raciocínio e contribuir para a recomposição da aprendizagem acerca da concepção do que é número, do sistema de numeração decimal e das operações aritméticas.

**Palavras-chave:** soroban, números naturais, sexto ano.

### EIXO TEMÁTICO

T11: Sessão especial: A transição do 5º para o 6º ano

### INTRODUÇÃO

Dois grandes desafios no ensino de matemática são as dificuldades que os alunos apresentam para fazer cálculos mentais e a carência de recursos e materiais que auxiliem os professores das séries iniciais do ensino fundamental. Reflexo desse fato são os déficits observados na base matemática dos estudantes que estão saindo do ciclo das séries iniciais para uma nova etapa, onde não há mais apenas um(a) professor(a) por ano, mas um preceptor específico para cada uma das 9 ou mais disciplinas do currículo obrigatório, que é o caso dos adolescentes que passam para o 6º ano do ensino fundamental.

A complexidade desta etapa se dá porque, além das mudanças biológicas pelas quais estes indivíduos estão passando, a transição do 5º para o 6º ano implica numa ruptura que se manifesta de várias formas, tais como: novos horários para as disciplinas;

<sup>1</sup> Discente, Universidade Federal do Oeste do Pará/Ufopa, Santarém, PA, luiza.meireles@discente.ufopa.edu.br

<sup>2</sup> Discente, Universidade Federal do Oeste do Pará/Ufopa, Santarém, PA, emily.sousa@discente.ufopa.edu.br

<sup>3</sup> Especialista em Fundamentos da Matemática Elementar; Secretaria do Estado de Educação do Pará/Seduc, Santarém, Pará/Brasil. renata.rsantos@escola.seduc.pa.gov.br



diversificação das metodologias de ensino adotadas por diferentes professores; não adaptação à nova organização escolar e até a falta de consideração dos professores quanto aos conhecimentos prévios dos alunos. Nesse contexto, apresentamos uma proposta de intervenção utilizando o Soroban que tem por objetivo estimular os estudantes a assumirem uma postura ativa diante do processo de ensino-aprendizagem dos números naturais e que pode mitigar a superação de algumas das dificuldades mencionadas anteriormente. Tal proposta consiste em duas etapas e faz uso de materiais de baixo custo podendo servir de sugestão aos professores de matemática que enfrentam os mesmos desafios no ensino dos números naturais no 6º ano.

## REFERENCIAIS TEÓRICOS

O Soroban tem a função de desenvolver a agilidade dos cálculos mentais, melhorar a coordenação motora e a concentração, bem como, aguçar o raciocínio lógico e auxiliar na resolução de problemas. É composto por várias colunas, cada uma das quais representa uma ordem de grandeza (unidade, dezena, centena, etc). Cada coluna está dividida em duas partes: uma superior que contém apenas uma peça, ou conta, que vale 5 unidades e é chamada *godama*, pois *go* significa cinco e *dama*, peça; e uma inferior com quatro contas, que valem 1 unidade cada e são chamadas *ichidamas*, porque *ichi* significa um e *dama* significa peça. A moldura do soroban é chamada de *waku*, enquanto a barra divisória que separa o *godama* do *ichidama* se chama *hari* e *keta* é o nome da haste de bambu onde as contas do ábaco japonês deslizam. A leitura do soroban é feita da esquerda para direita. Para representar os números, é necessário que as contas estejam encostando no *hari*. Desse modo, quando as peças ou contas superiores estão para cima, e as contas inferiores estão para baixo, o Soroban está "zerado".

O soroban foi um instrumento que a humanidade inventou no momento em que precisou efetuar cálculos mais complexos quando ainda não dispunha do cálculo escrito por meio dos algarismos indo-arábicos. Esboçado inicialmente a partir de sulcos na areia preenchidos por pedras furadas e dispostas em hastes de metal ou madeira, nas quais podiam correr livremente ao longo dessas hastes conforme a realização do cálculo. (Fernandes, 2006, p.17).

Ademais, de acordo com a Base Nacional Comum Curricular (Brasil, 2018), além dos diferentes recursos didáticos e materiais, é importante incluir a história da Matemática como recurso que pode despertar o interesse e representar um contexto significativo para aprender e ensinar Matemática.

Compreender que os números são, na verdade, uma construção histórica desenvolvida pela humanidade a fim de suprir suas necessidades é algo que não deve ser omitido dos alunos ao ensinar aritmética. E o soroban além de trabalhar e representar a ideia de números de acordo com o nosso sistema de numeração decimal e posicional, também é um instrumento visual e tátil que contribui com a sistematização e formalização dos saberes matemáticos.

## RELATO

A oficina “Construção e Uso do Ábaco Japonês - o Soroban” ocorreu em uma escola

pública da cidade de Santarém-PA em duas turmas do 6º ano: Turma 601 (24 alunos) e Turma 602 (21 alunos). Foi ministrada pela professora de matemática da escola (3ª autora) e por duas bolsistas Pibid (1ª e 2ª autoras) que, à época, eram graduandas do curso de Licenciatura Integrada em Matemática e Física (LIMF) da Universidade Federal do Oeste do Pará (Ufopa). A oficina ocupou duas aulas por semana no decorrer de três semanas, resultando num total de 6 aulas de 45 minutos para cada uma das duas turmas. E nela foram utilizados os seguintes recursos: 35 miçangas, 4 palitos de churrasco e 11 palitos de picolé (por aluno); 4 pistolas e cerca de 20 bastões de cola quente; projetor; pincel; quadro branco.

De posse do feedback obtido sobre as turmas a partir de um teste diagnóstico aplicado no início do 1º bimestre letivo de 2024, o objetivo seguinte para a oficina: utilizar o Soroban para auxiliar no resgate de conceitos aritméticos dos anos anteriores acerca dos números naturais e das operações adição e subtração.

A oficina ocorreu em três etapas, detalhadas a seguir:

**1ª etapa:** O primeiro dia de oficina, 7 de março de 2024, foi voltado para a construção do soroban com materiais de baixo custo, como o da Imagem 1. Foi solicitado com antecedência aos alunos para que trouxessem os materiais necessários, mas mesmo assim, como esperado, não foram suficientes, até porque alguns não puderam trazer. Porém, pensando nisso, foram trazidos palitos e miçangas extras para distribuir a quem precisava em ambas as turmas.

Iniciamos explicando o que é e para que serve o soroban, questionando se eles sabiam como o ser humano contava antes da existência dos nossos algarismos indo-arábicos ou de quaisquer outros símbolos organizados como um sistema de numeração que representassem a ideia de números e de quantidades. Assim, pudemos fazer uma contextualização ainda mais profunda a partir dos conhecimentos prévios que eles nos apresentaram. Depois da contextualização<sup>4</sup>, partimos para as instruções descritas na Tabela 1.

**Tabela 1 - Passo a passo para a construção do soroban**

| Passo | Instrução                                                                                                                                                                                                                                |
|-------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1     | Organize em sua mesa 11 palitos de picolé, 4 palitos de churrasco sem ponta quebrados ao meio (vamos utilizar 7 partes) e 35 miçangas.                                                                                                   |
| 2     | Organize 5 miçangas (contas) em cada um dos 7 palitos de churrasco (hastes).                                                                                                                                                             |
| 3     | Cole em um palito de picolé a ponta de cada um dos 7 palitos, igualmente espaçados, já com as miçangas. Cole outro do mesmo modo na outra extremidade dos palitos de churrasco, sem deixar suas pontas ultrapassarem o palito de picolé. |

<sup>4</sup> Apresentação disponível no link:

[https://www.canva.com/design/DAF-Z-Zdkxs/kBLJaV14B0AC6IW3juEs9g/edit?utm\\_content=DAF-Z-Zdkxs&utm\\_campaign=designshare&utm\\_medium=link2&utm\\_source=sharebutton](https://www.canva.com/design/DAF-Z-Zdkxs/kBLJaV14B0AC6IW3juEs9g/edit?utm_content=DAF-Z-Zdkxs&utm_campaign=designshare&utm_medium=link2&utm_source=sharebutton)

|   |                                                                                                                                                                                                                                                                |
|---|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 4 | Deixando 1 miçanga encostando no palito de cima e 4 miçangas no de baixo, cole um terceiro palito de picolé para separar o godama dos 4 ichidamas. Então, cole um palito de picolé sobre cada um que já foi colado para formar a base que ficará sobre a mesa. |
| 5 | Do outro lado, cole mais três palitos de picolé nas mesmas posições, um embaixo, um no meio, outro em cima. Estes ficarão voltados para cima, de modo que os <i>godamas</i> fiquem na parte superior e os <i>ichidamas</i> , inferior.                         |
| 6 | Cole um palito de picolé para “fechar” a parte superior do soroban, e outro na parte inferior.                                                                                                                                                                 |
| 7 | Por último, personalize seu soroban, escrevendo no palito de picolé inferior, da direita para a esquerda, os símbolos das ordens de grandeza, um associado a cada haste. Depois escreva seu nome, sua turma e ‘Soroban’.                                       |

**Imagem 1 - Soroban construído com materiais de baixo custo**



Era notável a curiosidade dos estudantes querendo saber como funciona essa calculadora, mas não seria explicado no mesmo dia, então recomendamos que eles explorassem o aplicativo *Simple Soroban*. Eles ficaram bem intrigados quando a professora disse que eles poderiam usar o soroban que construíram em suas provas no decorrer do ano.

**2ª etapa:** No dia 14 de março, realizamos a 2ª etapa de oficina nas turmas de 6º ano. Na 601, por não termos concluído as construções de todos os sorobans, No primeiro tempo de aula, enquanto a professora seguia normalmente com as atividades na turma, nós, bolsistas, fomos para a sala do AEE (Atendimento Educacional Especializado) terminar de colar os sorobans inacabados. Para os alunos que faltaram no primeiro dia de oficina e teriam que começar do início, demos os sorobans extras que construímos. E após isso, mostramos como se usa o soroban para representar os números<sup>5</sup> e o que são

<sup>5</sup>Apresentação disponível no link:

[https://www.canva.com/design/DAF\\_OXJkbl4/1lww4wvgkzGZw3tfjQlUTQ/edit?utm\\_content=DAF\\_OXJkbl4&utm\\_campaign=designshare&utm\\_medium=link2&utm\\_source=sharebutton](https://www.canva.com/design/DAF_OXJkbl4/1lww4wvgkzGZw3tfjQlUTQ/edit?utm_content=DAF_OXJkbl4&utm_campaign=designshare&utm_medium=link2&utm_source=sharebutton)

as ordens de grandeza.

Aproveitando o material dourado emprestado da sala do AEE, explicamos o que é valor relativo e valor absoluto dos números, retomando o fato de que o nosso sistema de numeração é agrupado de dez em dez e é posicional. Mantendo um diálogo constante, tínhamos o *feedback* sempre que um aluno não estava entendendo algo.

Após, ensinamos a somar com o soroban, porém alguns só usaram o instrumento para expressar o resultado e não para calcular. Alguns fizeram cálculo mental, outros armaram a conta no papel e utilizaram o algoritmo usual, então chamamos atenção para o objetivo da oficina de pensar nos números e nas operações através do ábaco e recapitulamos as etapas para efetuar a soma. Alguns tiveram dificuldade de associar e ler o valor expresso ao final da conta como um número. Para contornar isso, reescrevemos cada exemplo decompondo o número em uma soma de unidades, dezenas, centenas, etc. Para ilustrar diferentes exemplos, projetamos um *simulador online*<sup>6</sup>, no qual movemos as *contas* de acordo com as instruções dos alunos a cada exemplo que eles já haviam somado, representando, o resultado da soma.

**3ª etapa:** No dia 21 de março, revisamos a representação dos números no soroban e demos continuidade ao ensino das operações básicas com a subtração, passando exemplos que mesclam essa operação com a adição. Muitos tiveram dificuldade também com a subtração, mas depois de explicar de várias formas e de orientação individual a todos os alunos (Imagem 2), a grande maioria teve um bom entendimento. Inclusive, alguns dos alunos superaram as expectativas, realizando as operações com muita destreza no momento de realizar os exercícios.

**Imagem 2 - Orientação individualizada**



## REFLEXÕES FINAIS

Observamos que a intervenção com um material didático construído pelo próprio aluno gera um sentimento de pertencimento que o estimula a treinar suas habilidades de raciocínio e a aprender a efetuar operações com números naturais. De modo mais diligente, como responsável por sua própria aprendizagem, movido pela curiosidade ao se deparar com uma calculadora que depende do pensamento humano para funcionar concluímos que o uso do soroban, principalmente se for contínuo, pode trazer motivação

---

<sup>6</sup> Utilizou-se o simulador disponível em: <https://efuturo.com.br/jogosseduoficial/soroban/>

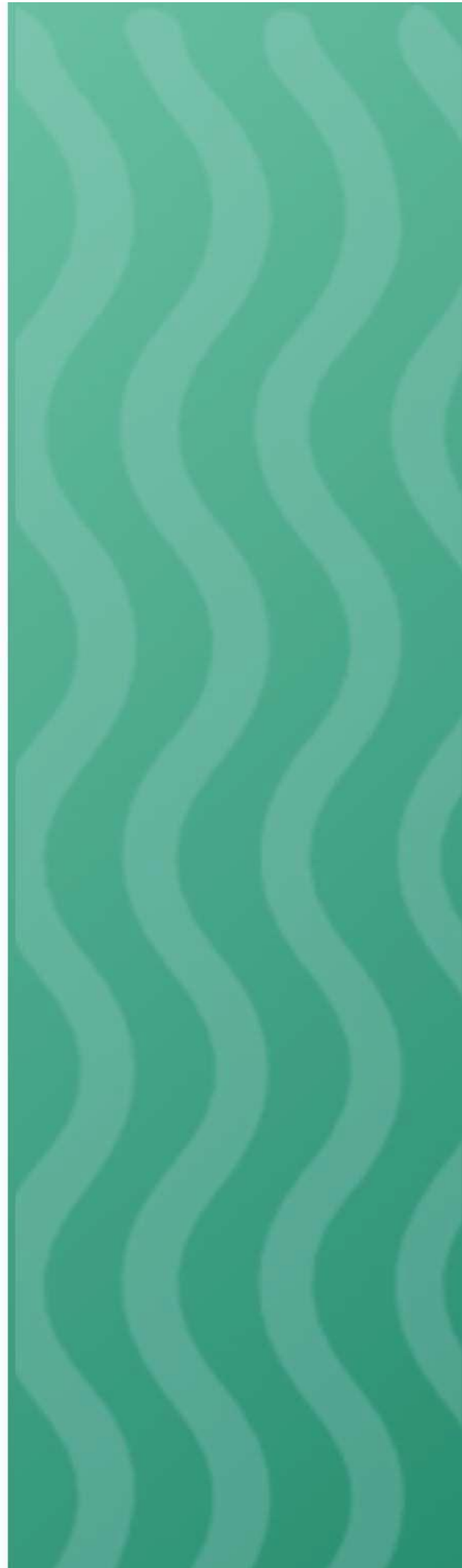
aos alunos, recomposição de aprendizagem e aprofundamento conceitual, além do desenvolvimento de novas habilidades cognitivas ao interagir com um material concreto.

## **REFERÊNCIAS**

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018.

FERNANDES, C.; [et al.]. **A construção do conceito de número e o pré-soroban**. Brasília : Ministério da Educação, Secretaria de Educação Especial, 2006.

# Minicursos



## **6. Minicursos**

### **Minicurso 1:**

#### **A LINGUAGEM COMO GUIA PARA O ENSINO DE MATEMÁTICA**

Marlon Augusto das Chagas Barros -UFPA

Marcel de Almeida Barbosa - UFPA

#### **Resumo:**

Este minicurso tem por objetivo apresentar uma introdução ao estudo da linguagem no ensino de Matemática, destacando alguns conceitos e exemplos pertinentes para o ensino e aprendizagem de conceitos matemáticos. Para tanto, as discussões estão divididas em três momentos formativos, que são: linguagem matemática e suas características; usos da linguagem no ensino de matemática e pesquisas sobre linguagem e educação matemática. A metodologia será expositiva e dialogada, possibilitando que os participantes possam apresentar comentários, relatos, pontos de vista, etc. Além disso, haverá o desenvolvimento de atividades orais e escritas, tendo o objetivo de exemplificar situações que podem ocorrer em sala de aula. Assim, espera-se que as discussões e atividades desenvolvidas possam contribuir de forma propositiva na formação dos participantes no que tange aos diferentes aspectos e desafios linguísticos que permeiam a sala de aula de Matemática.

### **Minicurso 2:**

#### **A MATEMÁTICA DO CÉU GREGO POR PAPPUS DE ALEXANDRIA**

Marcela Melo Amorim - UFRJ

#### **Resumo:**

Este minicurso propõe trazer a matemática por trás de uma astronomia grega em dois momentos de nossa história. Durante o segundo século, Ptolomeu escreve a obra *Almagesto* e, durante o quarto século, Pappus comenta e ainda inclui mais doze obras sobre o tema. Este encontro pode ser considerado um complemento da apresentação feita ano passado, apesar de não necessitar de algum conhecimento prévio. No primeiro momento, a proposta é localizar os participantes no período histórico com a matemática contida nas obras desses dois matemáticos. No segundo instante, reconhecer as críticas, os comentários e os complementos feitos por Pappus, trazendo informações sobre os demais trabalhos citados por ele em sua *Coleção Matemática*.



### **Minicurso 3:**

#### **CONHECENDO, INVESTIGANDO E UTILIZANDO O GEOGEBRA NA PRÁTICA DOCENTE: QUER PARTICIPAR?**

Celina Aparecida Almeida Pereira Abar - PUC-SP

Daniel Mendes Inácio de Souza - PUC-SP

Marcio Vieira de Almeida - PUC-SP

#### **Resumo:**

A evolução das tecnologias digitais da informação e comunicação (TDIC) e sua crescente incorporação nas mais variadas atividades tornaram essas inovações fundamentais também para a prática docente, principalmente no contexto da Matemática. É difícil conceber que um professor consiga desenvolver um trabalho de qualidade nos dias de hoje sem utilizar novos recursos tecnológicos para dar suporte às suas atividades. O processo de formação e atualização deve ser contínuo e acompanhar o desenvolvimento constante das tecnologias. Assim, com o intuito de capacitar professores para um novo cenário na sua prática docente, o Instituto GeoGebra Internacional de São Paulo (IGISP) oferece esse minicurso, para o 7º Simpósio Nacional da Formação do Professor de Matemática, cujo principal objetivo é que o professor desenvolva habilidades para ensinar, com qualidade, conteúdos de Geometria e Álgebra, incorporando novos recursos tecnológicos em sua prática docente. O programa do minicurso permitirá aos professores terem acesso às estratégias de ensino e aprendizagem com o uso do GeoGebra, com suporte em teorias e pesquisas utilizadas como base para a prática docente. O suporte teórico é a Gênese Instrumental de Pierre Rabardel (1995) nas dimensões de instrumentação e instrumentalização. Para a exploração desses conteúdos, será utilizado o GeoGebra, escolhido por ser de livre acesso e possibilitar a completa realização das atividades propostas. É fundamental que os participantes sejam professores do ensino fundamental ou médio, tenham familiaridade com os conceitos algébricos e geométricos pertinentes ao Ensino Básico e já façam uso de computador. Espera-se envolver os professores em um contexto de aprendizagem com propostas de problemas, formulação de hipóteses e tomadas de decisão em um diálogo permanente com a realidade de seu cotidiano da sala de aula. O objetivo é oferecer orientações pedagógicas e promover discussões sobre os impactos de um ambiente dinâmico no processo de ensino e aprendizagem da Matemática.

## **Minicurso 4:**

### **HABILIDADES DE VISUALIZAÇÃO ESPACIAL NO ENSINO MÉDIO**

Fabio Luiz Borges Simas - Unirio  
Carmen Vieira Mathias - UFSM  
Cristian Martins da Silva - UFN  
Fabio Xavier Penna - Unirio

#### **Resumo:**

Por que todo cidadão brasileiro precisa estudar a Geometria da Educação Básica? O que pensam os professores? O que dizem os especialistas? A partir da discussão do primeiro questionamento, em um primeiro momento do minicurso. Em um segundo momento, pretendemos em conjunto com os participantes, refletir sobre o que dizem os especialistas, considerando conceitos como Pensamento Geométrico, Percepção e Raciocínio Espacial e Habilidades de Visualização Espacial e responder as demais questões postas. Em seguida, com o aporte dos teóricos e das reflexões filosóficas, voltam-se as atenções ao chão da sala de aula, com o intuito de analisar como (ou se) as questões de livros didáticos e do Exame Nacional do Ensino Médio aproveitam (ou desperdiçam) oportunidades de se alcançar os objetivos para o ensino de Geometria no Ensino Médio.

## **Minicurso 5:**

### **INVESTIGAÇÕES, MODELAGEM E PENSAMENTO MATEMÁTICO AVANÇADO NO ENSINO DE FUNÇÕES REAIS**

Jean Felipe de Assis - UERJ  
Diego Soares Monteiro da Silva - UERJ  
Carla Raiana Pereira Feitosa - UERJ  
Vivian do Amaral Calvão - UERJ

#### **Resumo:**

Ao realizar revisões teóricas em Educação Matemática, expor relatos de atividades já implementadas pelos proponentes, propor um momento de construção coletiva de intervenções pedagógicas possíveis e ter uma reflexão sobre as propostas apresentadas, o minicurso deseja contribuir para a formação de professores ao delinear as potencialidades, as dificuldades e as limitações das Investigações matemáticas, a Modelagem e o Pensamento Matemático Avançado no ensino das funções reais. A proposta divide-se em duas seções, em que as considerações teóricas e relatos de

experiência ajudarão na orientação de propostas a serem apresentadas na seção seguinte. No segundo encontro, a partir das vivências dos participantes, aprofundamentos práticos e teóricos serão explorados em uma reflexão coletiva a respeito dos processos educacionais possíveis que utilizam as tendências destacadas em salas de aula do Ensino Básico. Desse modo, a partir das semelhanças e das diferenças entre essas abordagens, o minicurso contribuirá para discussões curriculares e práticas, especificamente ao diagnosticar que essas tendências já possuem grande impacto em publicações e modelos internacionais ao redor do mundo, possuindo elementos significativos nas propostas educacionais nacionais, em especial na formação do pensamento científico.

### **Minicurso 6:**

#### **MATEMÁTICA BÁSICA COM PYTHON**

João Ricardo Vallim Pereira - IFMT  
Marcionei Rech - IFRS

#### **Resumo:**

Utilizaremos a plataforma Google Colab para apresentar as funcionalidades da linguagem Python no ensino de Matemática Básica no Ensino Médio e/ou séries finais do Ensino Fundamental.

### **Minicurso 7:**

#### **MUSEU DA MATEMÁTICA UFMG: JOGOS ARITMÉTICOS E OUTROS DIVERTIMENTOS**

Carmen Rosa Giraldo Vergara - UFMG  
Julia da Mata Gonçalves Dias - UFMG

#### **Resumo:**

Neste minicurso, apresentaremos atividades de Matemática Recreativa para serem usadas por professores dos Ensinos Fundamental e Médio para engajar os estudantes e facilitar a compreensão de conceitos matemáticos. Mais especificamente, serão exploradas as atividades de um kit didático produzido no Museu da Matemática UFMG contendo alguns jogos aritméticos e outros materiais concretos que fazem parte do acervo do Museu. Além disso, serão discutidas as orientações fornecidas no kit para a aplicação de cada atividade em sala de aula, que ajudam os professores a integrá-las de

forma eficaz ao currículo escolar. Pretendemos com isto proporcionar a possibilidade de experimentar diversos recursos promotores de uma visão positiva do ensino-aprendizagem da Matemática.

## **Minicurso 8: (Cancelado)**

### **O ENSINO DAS ISOMETRIAS COM APOIO DO SOFTWARE GEOGEBRA**

Maurício de Moraes Fontes - Seduc-PA

#### **Resumo:**

O ensino das Isometrias (translação, rotação e reflexão) é de grande importância para a formação dos alunos de qualquer nível de ensino. Este Minicurso tem como objetivo demonstrar que o ensino das isométricas são facilitadas com o apoio do software GeoGebra. A metodologia utilizada foi da introdução dos principais movimentos no plano e suas composições que o GeoGebra oferece e depois a introdução de atividades construídas para serem discutidas com os participantes com o apoio do programa. Algumas atividades estão listadas no texto e elas demonstram que são de grande valor para o processo de ensino e aprendizagem da matemática em qualquer nível de ensino, haja vista que são atividades investigativas que instigam os estudantes a participarem das discussões com apoio do Software.

## **Minicurso 9:**

### **TAXA DE VARIAÇÃO NO ENSINO MÉDIO: A PROPOSTA DO LIVRO ABERTO DE MATEMÁTICA**

Gladson Octaviano Antunes - Unirio  
Michel Cambrinha de Paula - Unirio

#### **Resumo:**

Diariamente, nos deparamos com diversos tipos de taxas: taxa de natalidade e mortalidade, variação cambial, velocidade, frequência, potência, inflação, aceleração, ritmo, entre outras. A taxa de variação é uma razão que revela a relação entre duas grandezas que mudam conjuntamente, sendo uma ferramenta essencial para interpretar gráficos e compreender uma vasta gama de fenômenos e situações que nos cercam. Apesar de sua importância, o estudo das taxas de variação é muitas vezes negligenciado ou superficialmente tratado nos livros didáticos da educação básica. No Ensino Médio, o tema é geralmente abordado apenas no contexto de funções afins e de maneira bastante

procedimental, muitas vezes sem uma conexão significativa com o mundo real. Neste minicurso, nosso objetivo é apresentar e aprofundar o conceito de taxa de variação média de uma forma ampla e prática, sempre buscando conexões com situações cotidianas. Iremos explorar a relação das taxas de variação com o crescimento e decrescimento das funções, diferenciando entre crescimentos lento, uniforme e rápido, e introduzindo as ideias de segunda variação. O material utilizado neste minicurso foi desenvolvido como parte do Projeto Livro Aberto de Matemática, fruto de diversas pesquisas sobre o tema. Serão propostas atividades práticas que exploram a taxa de variação média através de diferentes representações: tabelas, gráficos, descrições verbais e fórmulas matemáticas. A compreensão de tal conceito pode enriquecer a interpretação de dados e a análise de situações reais, tornando o aprendizado da matemática mais relevante e significativo.

## **Minicurso 10:**

### **AVALIAÇÃO PROFISSIONAL FORMATIVA E INTERCÂMBIO INTERNACIONAL DE PRÁTICAS PEDAGÓGICAS: A EXPERIÊNCIA DA OLIMPÍADA DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA DO BRASIL (OPMbr)**

Jorge Herbert Soares de Lira - UFC  
Jose Antonio Puppim de Oliveira - FGV-Ebape  
João Valberto Costa Cavalcante - Educandus  
Paulo Régis Caron Ruffino - Unicamp  
Fernanda de Andrade Pereira - ITA

## **Resumo:**

Apresentamos o modelo de avaliação e formação utilizados na Olimpíada de Professores de Matemática do Brasil (OPMBr) com a descrição de como habilidades pedagógico-matemáticas são avaliadas, o relato dos(as) premiados(as) de suas práticas exitosas e do intercâmbio realizado em centro de excelência internacional no ensino de Matemática. Propomos atividades a respeito da apropriação dessas experiências nas diversas realidades educacionais para o enfrentamento de problemas recorrentes na prática do ensino básico de Matemática.

## **Minicurso 11:**

### **APOIO À TRANSIÇÃO PARA OS ANOS FINAIS**

Cláudia Varella Sintoni - Itaú Social  
Aline Elisa Cotta D'avila - Itaú Social

#### **Resumo:**

A proposta do mini-curso é apoiar os participantes a refletirem sobre os aspectos que impactam a passagem dos anos iniciais para os anos finais do Ensino Fundamental, os principais os desafios enfrentados por estudantes, familiares, escolas e redes de ensino nessa transição e como profissionais da Educação podem planejar a acolhida e a rotina para que as e os estudantes tenham motivação para aprender. Além disso, conhecerem estratégias de gestão que preparem a equipe da rede de ensino, educadoras e educadores e suas turmas para uma transição que impacte positivamente o desenvolvimento integral das e dos estudantes.

# Oficinas





## **7.Oficinas**

### **Oficina 1:**

#### **A CRIPTARITMÉTICA NAS AULAS DE MATEMÁTICA: DESAFIOS E REFLEXÕES**

Leandro de Oliveira Martins  
Cássio Volpato Selbach

#### **Resumo:**

Oficina voltada para professores de matemática — em especial, aqueles que lecionam do quinto ao oitavo ano do Ensino Fundamental. A Criptaritmética define certos tipos de quebra-cabeças aritméticos, nos quais os dígitos, total ou parcialmente, foram escondidos, retirados ou substituídos por símbolos não numéricos. Muito embora essa temática seja recorrentemente explorada em Olimpíadas de Matemática, a revisão de alguns fundamentos aritméticos constitui uma das estratégias para solucionar desafios desse tipo. Isso pode enriquecer o aprendizado de Aritmética e contribuir, como um todo, para uma melhor experiência matemática compartilhada. Queremos, à luz da Metodologia de Resolução de Problemas, dedicar atenção à práxis da Criptaritmética, apresentando suas categorias (os criptaritmos e as restaurações aritméticas), as estratégias de resolução e de criação de novos desafios aritméticos, inspirando e propondo a discussão sobre a aplicação desse tema em sala de aula.

### **Oficina 2:**

#### **ARTE E MATEMÁTICA: EXPLORANDO O GEOGEBRA COMO RECURSO DIDÁTICO E CRIATIVO**

Aroldo Eduardo Athias Rodrigues – Ufopa  
Gabriel de Azevedo Fonseca – Ufopa  
Janiele Venâncio - Ufopa  
Moisés Oliveira dos Santos – Ufopa  
Rodrigo da Costa Vidal Xavier - Ufopa

#### **Resumo:**

Esta oficina tem como objetivo explorar as relações entre Arte e Matemática a partir de uma abordagem interdisciplinar e criativa que busca explorar o potencial dessa integração por meio de atividades práticas construídas com o auxílio do GeoGebra.

Durante a oficina, os participantes serão orientados na produção de construções que permitem a quem as utiliza elaborar obras providas de valor estético, aprendendo estratégias para ensinar matemática utilizando a arte ao mesmo tempo em que passam a conhecer as funcionalidades básicas do GeoGebra e os recursos para criação de atividades disponíveis no site oficial do mesmo.

### **Oficina 3:**

#### **COMPUTAÇÃO NA EDUCAÇÃO BÁSICA: POSSIBILIDADES DE INTEGRAÇÃO COM A MATEMÁTICA**

Aroldo Eduardo Athias Rodrigues – Ufopa

Gabriel de Azevedo Fonseca – Ufopa

Janiele Venâncio - Ufopa

Moisés Oliveira dos Santos - Ufopa Rodrigo da Costa Vidal Xavier - Ufopa

#### **Resumo:**

Considerando a recente aprovação das normas sobre a Computação na Educação Básica – Complemento a Base Nacional Comum Curricular, e as possibilidades de inserção das temáticas apresentadas no referido documento, em particular, dentro do componente curricular de Matemática, faz-se necessário abordar estas questões com licenciandos e professores de Matemática. Desta forma, esta oficina tem como objetivo apresentar atividades que relacionam objetos do conhecimento da Matemática com os eixos da Computação: Mundo Digital e Pensamento Computacional. As atividades da oficina serão desenvolvidas através de uma abordagem desplugada e envolvem conteúdos dos anos finais do Ensino Fundamental e Ensino Médio.

### **Oficina 4:**

#### **CONSTRUINDO CURVAS CÔNICAS NO CONTEXTO DA GEOMETRIA DINÂMICA**

Paulo Roberto Martins Berndt – IFRS

#### **Resumo:**

A presente proposta de oficina consiste em um encontro em ambiente informatizado, com a utilização do *software GeoGebra*, através do qual serão realizadas construções geométricas que resultam em curvas cônicas. O objetivo geral é proporcionar aos participantes um espaço para reflexão e debate sobre os conceitos

e propriedades relativos às curvas Elipse, Hipérbole e Parábola, utilizando-se os recursos da Geometria Dinâmica como principal ferramenta

## **Oficina 5:**

### **CRIAÇÃO DE ROTEIROS DIDÁTICOS DE EDUCAÇÃO FINANCEIRA PARA A EDUCAÇÃO BÁSICA A PARTIR DE QUESTÕES DO ENEM**

Aline de Lima Guedes - UERJ  
Gabriel Henrique Tenório de Magalhães de Oliveira - UERJ  
Thais Paiva Lins – UERJ

## **Resumo:**

Apresentamos nesse trabalho nossa proposta de Oficina para o 7º Simpósio Nacional da Formação do Professor de Matemática. O objetivo é trabalhar a criação de roteiros didáticos de Educação Financeira para serem implementados na Educação Básica, a partir de questões do ENEM que tratem de temas relacionados à Educação Financeira, como porcentagem, juros, investimentos, escolhas financeiras, entre outros. A Oficina se dará em duas sessões de duas horas. Na primeira sessão, vamos apresentar o cenário atual da Educação Financeira Escolar, bem como as questões do ENEM que tratam de temas relacionados à Educação Financeira, incluindo a Matemática Financeira, para motivar a criação de roteiros didáticos desse assunto. Em seguida, vamos apresentar algumas sugestões de roteiros didáticos já prontos, que trabalham a Educação Financeira, utilizando como suporte as questões do ENEM. Na segunda parte, os cursistas serão encorajados a criarem, em grupo, seus roteiros didáticos, inspirados nas sugestões apresentadas, tendo como recursos uma lista com as questões anteriores do ENEM, que tratam dessa temática, junto com charges e/ou imagens que envolvam o assunto, para ajudar na ambientação da Educação Financeira junto aos alunos. Espera-se despertar a curiosidade sobre o tema, bem como o interesse sobre uma análise das questões do ENEM, além de uma discussão crítica sobre a criação de materiais didáticos para a implementação da Educação Financeira Escolar.

## **Oficina 6:**

### **E OS 6º ANOS? AS MENTALIDADES MATEMÁTICAS COMO UMA ABORDAGEM METODOLÓGICA PARA ENSINAR DIVISÃO E FRAÇÃO**

Marina Benyunes Fausto – USP  
Priscila Macedo Andreani - SME – SÃO PAULO/SP  
Valéria Azzi Collet da Graça - SME – SÃO PAULO/SP

#### **Resumo:**

A oficina ministrada terá como objetivo apresentar a abordagem metodológica Mentalidades Matemáticas como uma possibilidade para o docente ensinar a matemática, principalmente para aqueles que lecionam no 6º ano do Ensino Fundamental. Além de serem apresentados os pilares que sustentam a abordagem – identidade matemática, conteúdo matemático e mensagens importantes – serão propostas três atividades cujo tema principal é divisão e fração. Os participantes da oficina explorarão a matemática como o estudo dos padrões, através de ferramentas como vídeos, questionários e atividades, que mostram uma disciplina aberta, criativa e visual. Site: <https://mentalidadesmatematicas.org.br/mentalidades-matematicas-bahia/>

## **Oficina 7:**

### **EXPLORANDO O LÚDICO EM SALA DE AULA ATRAVÉS DAS MATEMÁGICAS: UMA PROPOSTA PEDAGÓGICA PARA PROFESSORES DA EDUCAÇÃO BÁSICA**

Manuela Engelmann dos Santos – UFSM  
Maria José Sanabria Correa - UFSM  
Ricardo Fajardo - UFSM

#### **Resumo:**

Esta oficina tem como objetivo apresentar alguns truques matemáticos, as chamadas matemágicas, como uma alternativa pedagógica para professores de Matemática da Educação Básica. Para isso, foram selecionadas sete mágicas, as quais visam trabalhar, principalmente, conceitos da Álgebra e da Aritmética. Como parte do desenvolvimento da oficina, os participantes se reunirão em grupos, com o intuito de desenvolver as matemágicas orientadas pelas ministrantes, bem como realizar discussões e reflexões para desvendar os truques por trás das mágicas. Desse modo, essa proposta tem como intuito auxiliar no ensino de Matemática e, conseqüentemente, tornar a aprendizagem dos alunos mais atrativa, divertida e dinâmica, tendo em vista o lúdico em sala de aula.

## **Oficina 8:**

### **FUNÇÃO QUADRÁTICA E OS SEUS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA**

Paulo Ferreira do Carmo - UFMT  
Jordanna Souza Rocha - UFMT  
Maicon Simões Coelho - UFMT

#### **Resumo:**

Os resultados de pesquisas relacionado ao ensino e a aprendizagem de função quadrática demonstram que os alunos da educação básica apresentam muitas dificuldades neste assunto, desde conceitos básicos como: raízes, formato do gráfico, vértices e fazer conversões entre os registros semióticos deste conceito. Os materiais didáticos em geral priorizam o registro algébrico da função quadrática e o seu tratamento, a conversão entre os registros em sua quase totalidade vai do registro algébrico para o gráfico. Nos documentos oficiais são propostos o desenvolvimento de competências e habilidades que visão o pleno domínio dos registros gráficos, algébricos, numéricos e tabular de uma função. A Teoria do Registro de Representações Semiótica, de Duval, se mostra adequada para favorecer a aprendizagem do alunos, de acordo com as pesquisas publicadas sobre o assunto. Esta oficina tem por objetivo compartilhar atividades relacionadas ao objeto matemático função quadrática para favorecer a exploração de diversos registros de representação semiótica (língua materna, tabular, algébrico e gráfico), seus tratamentos e possíveis conversões entre esses registros, com o intuito de amenizar os problemas de ensino e de aprendizagem do assunto no Ensino Médio, pois de acordo com Duval, para se ter uma compreensão adequada de um conceito matemático, o aluno necessita saber de no mínimo dois diferentes tipos de representação do conceito, para conseguir transitar naturalmente entre conversões e compreender o conceito estudado. A metodologia de ensino utilizada nesta oficina será a da resolução de problemas que visa favorecer o protagonismo dos participantes na construção das suas aprendizagens tornando-os parceiros nas discussões sobre as melhores estratégias que favorecem a aprendizagem do assunto função quadrática. Para esta oficina será necessário que os participantes tenham o app GeoGebra instalados em seus dispositivos móveis e que conheçam alguns comandos desse app relacionado a álgebra.

## **Oficina 9:**

### **JOGO DA ONÇA: CAMINHOS PARA O ENSINO DE MATEMÁTICA ALIADO À CULTURA DOS POVOS ORIGINÁRIOS**

Karine Faverzani Magnago – UFSM  
Elenice Carvalho Alves – EMEB  
Waldemar Borges  
Bruna Ferreira Oliveira – UFSM  
Allana Anniele Barros da Silva – UFSM  
Quendra Silva Cartier Lorangeira – UFSM

#### **Resumo:**

O Jogo da Onça é um jogo de tabuleiro, de origem indígena, com características bastante incomuns. Do ponto de vista das peças e estratégias, ele é bastante assimétrico com número de peças dos jogadores significativamente diferente e, por consequência, regras distintas para cada jogador. Além disso, ele traz implícita a relação entre o nativo e a natureza, como o respeito ao poder do predador representado na figura da onça. O objetivo dessa oficina é divulgar esse jogo e apresentá-lo como um meio de explorar a Matemática em um contexto associado a povos originários do Brasil, com isso apontando uma alternativa para atender a Lei nº. 11.645/2008. Serão apresentados aspectos históricos e culturais do jogo, suas regras, a experiência do jogo, sua aplicabilidade como meio de trabalhar problemas matemáticos em vários níveis de complexidade contemplados na disciplina para o Ensino Fundamental e Médio. Alguns desses problemas serão resolvidos e discutidos, finalizando com a confecção de novos problemas.

## **Oficina 10:**

### **MATEMÁTICA E DEFICIÊNCIA VISUAL**

Sofia Carolina da Costa Melo - UFJF  
Ana Tércia Monteiro Oliveira - UFJF  
Tatiana Aparecida Gouveia – UFJF

#### **Resumo:**

Com ações desde 2018, “Matemática e Deficiência Visual” é um projeto de extensão da Universidade Federal de Juiz de Fora que tem como proposta a criação e a adaptação de recursos pedagógicos e atividades para o ensino inclusivo de

matemática que atenda os estudantes com deficiência visual. O público alvo do projeto é formado por estudantes da educação básica com deficiência visual, estudantes do curso de licenciatura em matemática, professores de matemática e professores do ensino fundamental I, licenciados em pedagogia. Aos professores trazemos como suporte alternativas para trabalhar a matemática numa turma de alunos com e sem deficiência visual. O nosso propósito é apresentar ao professor recursos ou atividades que trabalhem os conteúdos matemáticos com todos os alunos incluídos. Esse suporte vem sendo dado através de oficinas, abertas também a estudantes de licenciatura em matemática, e atendimentos individualizados de acordo com a demanda do professor. Aos alunos com deficiência visual, levamos nossos recursos e atividades mediante solicitação dos professores ou das escolas, muitas vezes participando diretamente na aplicação do recurso sem o intermédio do professor responsável da escola. Porém, além de viabilizar a matemática ao aluno com deficiência visual, trazemos ao aluno sem a deficiência e aos professores um convite à reflexão sobre as necessidades e habilidades do outro. Nesse sentido, a oficina também intitulada Matemática e Deficiência Visual traz como proposta que seus participantes vivenciem um suposto cenário de sala de aula com alunos com e sem deficiência visual concomitantemente e despertem a conscientização necessária para o ensino de matemática de qualidade e inclusivo.

### **Oficina 11:**

#### **MATEMÁTICA NAS BRINCADEIRAS DE INFÂNCIAS: CRIANDO MATERIAIS DIDÁTICOS COM BRINCADEIRAS DO COTIDIANO**

Viviane de Oliveira Santos - Ufal  
Nickson Deyvis da Silva Correia - Ufal  
Andressa da Silva Santos – Ufal  
Elisabelly dos Santos Silva – Ufal  
Sarah Rafaely dos Santos - Ufal

### **Resumo:**

Esta oficina tem como um dos propósitos apresentar aos participantes sete materiais didáticos que abordam brincadeiras de infâncias para ensinar conteúdos matemáticos de modo leve e divertido, sem perder o rigor matemático. Os materiais didáticos são: “Pega-varetas: trabalhando as operações matemáticas com as cores”; “Jogo das argolas e o desenho geométrico”; “Pular elástico: brincando com a geometria”; “Cama de gato: o barbante e a geometria”; “Pipa: voando com a geometria”; “A geometria na brincadeira com as ximbras”; e “Jogo de palitos (Porrinha): trabalhando aritmética e probabilidade na contagem”. Esses materiais didáticos foram elaborados em 2023



pelo grupo de extensão “Sem mais nem menos”, do Instituto de Matemática, da Universidade Federal de Alagoas (Ufal), por meio de suas ações: (I) Projeto de extensão “Sem mais nem menos nas escolas”, destinado aos estudantes da Educação Básica; (II) Curso de extensão “Formação Continuada Sem mais nem menos para professores de Matemática da Educação Básica”, destinado aos professores da Rede Pública de Ensino de Alagoas. Outro propósito desta oficina é incentivar os participantes a elaborarem seus próprios materiais didáticos que abordem brincadeiras presentes nas infâncias de seus estudantes, sendo este um dos resultados esperados a compor o e-book a ser disponibilizado em breve para que outros professores também elaborem materiais didáticos voltados aos cotidianos de seus grupos de estudantes. Esperamos que a oficina de modo geral contribua para o processo de ensino e aprendizagem dos professores e futuros professores de Matemática, despertando o interesse de inserir nas aulas de Matemática atividades que sejam significativas e que relacionam a Matemática com o cotidiano.

## **Oficina 12:**

### **MODELOS PROBABILÍSTICOS COM URNAS E BOLAS PARA O ENSINO BÁSICO**

Laura Rifo - Unicamp

#### **Resumo:**

Esta oficina pretende trabalhar com modelos de urnas e bolas para construir algumas distribuições de probabilidade e aplicá-los em problemas de tomada de decisão em situações de incerteza, relacionados na prática com diversos tipos de amostragens. O nosso objetivo principal é fortalecer a intuição do raciocínio probabilístico, baseado na visualização mental desta família de modelos. No primeiro encontro, serão apresentadas e discutidas, tanto do ponto de vista do conteúdo matemático quanto didático, atividades para a sala de aula que visam introduzir os conceitos de probabilidade, variável aleatória e valor esperado. No segundo, organizado em pequenos grupos, a turma receberá o desafio de resolver um problema de decisão sobre uma estratégia ótima de amostragem. Será aceito para resolver o desafio o uso de calculadora, GeoGebra, simuladores físicos ou virtuais, álgebra, representações gráficas etc, desde que esse uso se baseie em argumentos probabilísticos. As respostas dos grupos serão compartilhadas na discussão final para a elaboração de uma resolução conjunta. Todo o material utilizado pode ser aplicado no ensino básico, com modificações pertinentes ao nível escolar. Não há necessidade de conhecimento prévio do cálculo de probabilidades.

## **Oficina 13:**

### **OFICINA DE DOBRADURAS E CANUDOS DO LEMAT: GEOMETRIA EM AÇÃO NO ESTUDO DOS POLIEDROS**

Leandro da Silva Machado – UERJ  
Barbra Candice Southern - UERJ  
Bernardo Fernandes Cruz - UERJ  
Eduarda de Jesus Cardoso - UERJ

#### **Resumo:**

Esta proposta de oficina visa apresentar um breve recorte das atividades desenvolvidas pelo Laboratório de Ensino de Matemática do CAP-UERJ (Lemat), que tem por intencionalidade desenvolver recursos didáticos para promover o ensino e a aprendizagem da Matemática por meio de atividades multissensoriais. Particularmente ao âmbito desta oficina, nosso objetivo é analisar, junto aos professores participantes do evento, as possibilidades de utilização das construções com dobraduras e canudos, não apenas como disparador para discussões dos conceitos matemáticos associados aos Poliedros, mas também como recurso para o aprofundamento de tais conceitos. Dessa maneira, ambas as abordagens, integradoras entre geometria e arte, buscam permitir que os alunos da Educação Básica experimentem diretamente os princípios de simetria, proporção e estrutura tridimensional, ao mesmo tempo em que desenvolvem habilidades práticas, como precisão na medição e resolução de problemas. Utilizando apenas papel, mostraremos que é possível criar modelos tridimensionais das cinco formas platônicas, proporcionando uma introdução lúdica ao estudo dos sólidos geométricos no Ensino Fundamental e o aprofundamento das relações entre elementos de um poliedro no Ensino Médio. Em paralelo ao trabalho com dobraduras, as construções com canudos visam ampliar a compreensão dos poliedros, oferecendo uma outra perspectiva sobre esses objetos. Para contemplar nosso objetivo, a oficina será dividida em duas sessões de duas horas cada. Na primeira sessão, os participantes terão a oportunidade de experimentar a construção dos sólidos geométricos através de dobraduras e canudos. Na segunda sessão, serão conduzidos em um ambiente de investigação que visa analisar modelos clássicos e extrair os volumes dos sólidos platônicos a partir das construções com canudos, inclusive os mais complexos, como o Dodecaedro e o Icosaedro. Ao final, ocorrerá um debate sobre a proposta apresentada e possíveis melhorias, promovendo a troca de experiências entre os participantes.

## **Oficina 14:**

### **POTENCIALIDADES DO TRABALHO DA LITERATURA DE CORDEL NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA COM PESSOAS JOVENS, ADULTAS E IDOSAS**

Taíde Regis Silva - UESB  
Gabriel Coelho Publio - UESB  
Thiago Campos Assunção - UESB

#### **Resumo:**

A Literatura de Cordel, expressão cultural intrinsecamente ligada ao nordeste brasileiro, reflete influências culturais, históricas, políticas e sociais. Ao relacionar os textos de cordel à Educação Matemática com Pessoas Jovens, Adultas e Idosas (EMPJAI), é proporcionado aos educadores o enriquecimento das duas aulas, pois este trabalho oportuniza principalmente a interdisciplinaridade. Propondo aulas cujo diálogo e a escuta sejam características principais, propiciando assim a leitura e escrita do mundo, e a problematização dos fatos cotidianos pelos educandos. Diante disso, esta oficina objetiva explorar o potencial dos textos de cordel na construção de saberes matemáticos. Para tanto, será conduzida uma experiência prática com um cordel, proporcionando aos participantes uma imersão na dinâmica trabalhada com este tipo de texto. Adiante, serão realizadas discussões teóricas para contextualizar a importância e as potencialidades dessa abordagem, apresentando-lhes todo o material que se encontra disponível, como cordeis, animações destes textos, planos de aula, entre outros. Almeja-se que esta oficina proporcione reflexões aos educadores sobre a utilização da Literatura de Cordel nas aulas de Matemática, sendo este uma importante ferramenta para promover a interdisciplinaridade em sala de aula.

## **Oficina 15:**

### **TRANSIÇÃO DA DIVISÃO DOS ANOS INICIAIS PARA O 6º ANO**

Luisa Rodríguez Doering - UFRGS  
Cybara Cavedon Rippol - UFRGS  
Janete Jacinta Carrer - UFRGS

#### **Resumo:**

Esta Oficina tem por objetivo ressaltar a complexidade da operação de divisão e discutir com licenciandos e professores do Ensino Fundamental (tanto dos anos iniciais como dos anos finais) a Divisão no universo dos Números Naturais, refletindo sobre pontos que merecem atenção especial, por parte do professor, relativos ao

ensino e à aprendizagem do mesmo. Tendo em vista que as ideias da Divisão são abordadas desde os anos iniciais e que estudantes chegam no 6º ano com pouco conhecimento e compreensão sobre ela, pretende-se focar na transição da divisão dos anos iniciais para o 6º ano, levando em conta aspectos essenciais sobre a mesma que são muitas vezes negligenciados nos livros didáticos e nos Manuais do Professor que os acompanham. Com esse foco, serão discutidos os significados da divisão, bem como os Objetos de Conhecimento e as Habilidades da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) relativos à divisão. A seguir, serão discutidas questões que podem emergir de estudantes em sala de aula, tanto dos anos iniciais como no 6º ano, incluindo-se aqui questões sobre algoritmos para a divisão de números naturais. Os participantes serão também desafiados a elaborar atividades que enfatizem o resto da divisão e que possam ser utilizadas em uma sala de aula de 6º ano. Serão também convidados, ao final, a refletir sobre a Divisão Euclidiana ao longo de todo o Ensino Fundamental, com o objetivo de ressaltar a relevância de um bom entendimento da mesma como suporte para a compreensão da divisão em outros universos numéricos.

## **Oficina 16:**

### **PRODUÇÃO DE PROVAS E DEMONSTRAÇÕES MATEMÁTICAS: AÇÕES E REFLEXÕES PARA SEU ENSINO E APRENDIZAGEM**

Murilo Falciorlli Amorim - IME-USP  
Pedro Alves Oliveira - IME-USP  
Ana Paula Jahn - IME-USP

## **Resumo:**

Convidamos os participantes a mergulhar no processo de criação de provas e demonstrações matemáticas. Ao longo da sessão, exploraremos quatro tarefas cuidadosamente elaboradas para incentivar a argumentação, investigação e demonstração em contextos matemáticos diversos, pensadas especificamente para aplicação na Educação Básica. A dinâmica inclui atividades individuais, trabalho em pequenos grupos e discussões coletivas, criando um ambiente colaborativo para a troca experiências e aprendizado mútuo. A proposta busca aprimorar habilidades em validação matemática e enriquecer a prática docente com novas estratégias adaptáveis ao ensino básico.

Anais do 7º Simpósio Nacional da Formação do Professor de Matemática

# 7º Simpósio Nacional da Formação do Professor de Matemática

Anais

REALIZAÇÃO:



APOIO:

