Revista Pé na Aula

vol. 2

Novembro 2026

ANPMat
Associação Nacional dos Professores de Matemática na Educação Básica

Sumário

Abertura
Volume 2 | Revista Pé na Aula
04

A matemática de uma movimentação
Aconteceu comigo
05

Uma trilha, muitos comandos:
matemática e computação sem telas
Do papel para aula
08

54 + 28 é muito mais do que 82
Saberes docentes
13

Contextualizar ou significar?
Reflexões
16

“Eu tenho a atenção de vocês...?”
Do mundo para a sala de aula
18

Quando dez mil vira uma palavra:
contando números na China
Do mundo para a sala de aula
21

Trigonometria: muito além
das fórmulas
Reflexões
23

Qual matemática é avaliada no TIMSS?
Um olhar para o 4º ano
Reflexões
26

Volume 2 | Revista Pé na Aula

Romis de Sousa Moraes – Editor

É com orgulho que apresentamos aos professores e demais entusiastas da Educação Matemática a segunda edição da *Revista Pé na Aula*, uma iniciativa da Associação Nacional dos Professores de Matemática na Educação Básica (ANPMat), que conta com o apoio da Fundação Itaú. Esta publicação reafirma nosso compromisso com a valorização dos professores e dos saberes construídos no chão da escola.

A continuidade deste projeto representa mais do que publicar uma nova edição. Significa fortalecer um espaço de diálogo, reflexão e compartilhamento de práticas, no qual o professor de Matemática não se limita ao papel de leitor de conhecimentos produzidos por outros, mas encontra também a oportunidade de compartilhar os saberes construídos a partir de suas vivências no cotidiano da sala de aula.

Quantas experiências significativas acontecem diariamente nas salas de aula e permanecem desconhecidas por outros professores? Embora muitas experiências e práticas pedagógicas já sejam compartilhadas, a *Revista Pé na Aula* tem o propósito de ampliar as oportunidades para que as vozes dos professores sejam ouvidas. Por isso, buscamos oferecer um espaço de escrita e leitura acessível, que valorize a essência das experiências compartilhadas.

Esta edição reúne textos que contemplam diferentes dimensões do ensino e da aprendizagem da Matemática. São relatos de experiências, propostas de atividades, reflexões sobre a prática docente e discussões acerca dos saberes profissionais dos professores, além de contribuições internacionais que ampliam nosso olhar sobre a Educação Matemática.

Que cada texto seja um convite à reflexão e inspire novas possibilidades para a sala de aula. Esperamos que as experiências aqui compartilhadas possam ser adaptadas às diferentes realidades escolares, sempre que consideradas oportunas e pertinentes. Desejamos, ainda, que essas leituras incentivem nossos leitores a compartilhar suas próprias práticas nos próximos volumes, ampliando, assim, nossas oportunidades de estudo e aprendizagem sobre a Educação Matemática.

E, retomando as palavras da presidente da ANPMat, Sumaia Almeida Ramos, na apresentação da primeira edição:

"Seja bem-vinda, seja bem-vindo!

A casa é nossa. A revista é nossa. A palavra é sua."

Boa leitura!

A matemática de uma movimentação

Fabiana Santos Cotrim

Durante minha graduação em Licenciatura em Matemática, era comum ouvir uma pergunta que provavelmente muitos leitores desta revista também já escutaram ou até mesmo fizeram:

Mas por que eu preciso aprender isso se quero ser professor da educação básica?

A pergunta surgia principalmente quando nos deparávamos com conteúdos mais abstratos da Matemática, aqueles que pareciam distantes da realidade da escola.

Como professora de Geometria Analítica e Vetores, sempre me chamou a atenção a dificuldade que muitos estudantes apresentavam para compreender conceitos vetoriais. Não porque nunca tivessem entrado em contato com ideias como direção e sentido, mas porque, em geral, não possuíam uma base prévia que lhes permitisse reconhecê-los e mobilizá-los como conceitos matemáticos.

As dificuldades que observava entre os estudantes me instigaram a investigar como conceitos vetoriais aparecem ao longo da educação básica. Ao analisar os currículos da educação básica, percebi algo curioso: embora a palavra "vetor" não seja um termo comum nos documentos curriculares de Matemática, seus elementos fundamentais estão presentes, por exemplo, em situações relacionadas à localização e à movimentação espacial, temáticas bastante presentes na formação matemática.

Essa constatação despertou em mim o interesse em discutir essas conexões com professores da educação básica. Foi a partir daí que passei a desenvolver oficinas, palestras e ações de formação continuada voltadas às temáticas de localização e movimentação.

Meu objetivo nunca foi transformar professores da educação básica em especialistas em vetores, mas ajudá-los a perceber que muitos conteúdos aparentemente simples do currículo escolar carregam ideias matemáticas mais profundas do que costumamos enxergar à primeira vista.

Essa reflexão ganhou uma nova dimensão durante o terceiro encontro do curso de formação continuada "Formação de Professores de Matemática na Abordagem Maker: o ensinar, a partir do fazer", realizado com o apoio da Fundação Itaú Social no ano de 2025. Naquele encontro, eu queria propor uma experiência que permitisse aos participantes discutir direção, sentido e mudanças de direção de forma prática, concreta e significativa.

É verdade este bilhete?

Para iniciar a discussão, costumo utilizar uma atividade simples chamada "Escreva um bilhete"[1]. Nela, os participantes recebem um pequeno mapa contendo alguns pontos de referência e a missão de escrever um bilhete explicando como uma pessoa poderia chegar em um determinado local, sem revelar qual o destino escolhido.

À primeira vista, a tarefa sempre parece fácil. Mas, para ajudar a alcançar o objetivo desta parte da formação, gosto de apresentar o bilhete recebido certa vez em uma das

1 Deixo o convite para você, leitor, também escrever o seu bilhete a partir da observação da Figura 1.

Observe a representação da parte de um mapa de uma cidade e escolha um dos seguintes lugares que aparecem: Escola, Farmácia, Posto de Saúde ou Posto de combustível. Escreva um bilhete para um colega que está na praça central como ele pode chegar ao local que você escolheu, sem contar que lugar é este e sem citar os outros três lugares que você não escolheu.

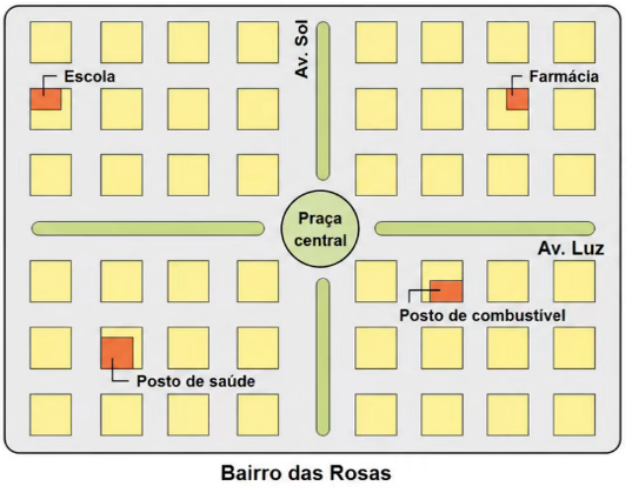


Figura 1 – Atividade "Escreva um bilhete"
Fonte: Autora 2025.

atividades, fazendo a provocação: É verdade este bilhete?

"Estando na praça central, você irá em direção à Avenida Sol, passará duas ruas, na segunda rua pegará à direita e, na terceira casa, será seu destino. [2]*"*

E então, o que parece apenas uma brincadeira se transforma em uma rica discussão matemática. Os participantes percebem que descrever uma movimentação exige mais precisão do que imaginam inicialmente. Questões relacionadas aos referenciais utilizados, à direção, ao sentido e ao tamanho do deslocamento surgem naturalmente durante a conversa.

Embora essa atividade sempre produza discussões muito interessantes, naquele encontro eu queria ir além. Queria que a movimentação deixasse de ser apenas descrita para passar a ser observada.

Da tartaruga aos carrinhos

Durante o processo de criação da formação, uma lembrança da minha própria trajetória reapareceu: a linguagem LOGO e sua famosa tartaruga. Quantos professores, assim como eu, aprenderam conceitos geométricos observando aquela pequena tartaruga percorrer a tela de um computador? E se, em vez de apenas visualizar uma movimentação, pudéssemos materializá-la?

A inspiração veio de um vídeo do canal Manual do Mundo[3] que apresentava carrinhos automatizados capazes de alterar sua trajetória por meio da identificação de cores. Entre testes e muitos ajustes, conseguimos construir um carrinho capaz de executar comandos de movimentação associados a diferentes cores. O verde indicava o deslocamento e o preto interrompia o movimento. Outras cores eram responsáveis por mudanças específicas de direção: 45°, 90° ou 135° no sentido horário e 90° no sentido anti-horário.

Dessa forma, no dia da formação, após uma breve capacitação sobre a construção e o funcionamento dos carrinhos, os participantes receberam três desafios: a reprodução de trajetórias previamente definidas; a construção de percursos fechados com condições angulares específicas; e a elaboração de rotas com características geométricas específicas, como formas côncavas.

2 Será que com essa descrição conseguimos decidir qual foi o local escolhido? Por quê?

3 https://www.youtube.com/watch?v=-it4FYX04ts&t=252s

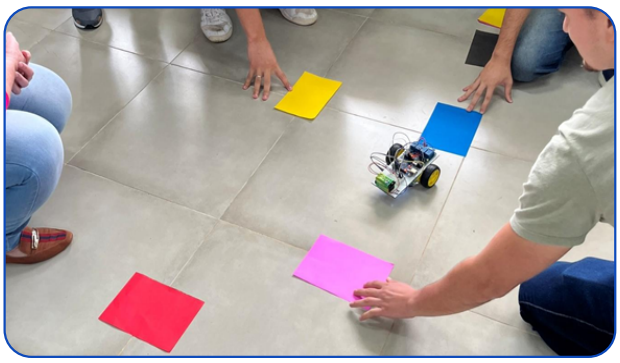


Figura 2 – Atividade do terceiro encontro "Formação de Professores de Matemática na Abordagem Maker: o ensinar, a partir do fazer"

Fonte: Autora (2025).

Quando a conversa deixou de ser sobre robótica

O mais interessante aconteceu durante a resolução das atividades. Poucos minutos após o início dos desafios, a conversa já não era mais sobre robótica. Em uma das mesas, um grupo discutia se determinada mudança de direção deveria ser feita no sentido horário ou anti-horário. Em outra, os participantes tentavam fazer com que a trajetória construída retornasse ao ponto inicial. Em uma terceira, a discussão era sobre os ângulos necessários para produzir uma forma côncava.

Os grupos discutiam mudanças de direção, comparavam ângulos internos e externos, debatiam sentido horário e anti-horário, analisavam trajetórias, testavam hipóteses, corrigiam percursos e reformulavam estratégias. A matemática aparecia de forma espontânea, incorporada à necessidade de resolver um problema concreto.

Em nenhum momento os participantes receberam uma aula formal sobre teoria de vetores. Ainda assim, estavam mobilizando ideias relacionadas à direção, ao sentido e à intensidade de uma movimentação.

As conexões que nem sempre enxergamos

Durante a socialização das atividades, muitos relataram nunca ter associado essas ideias aos conceitos vetoriais estudados durante sua formação inicial. Foi nesse momento que voltei a pensar naquela velha pergunta dos tempos de graduação: por que um professor precisa aprender algo que talvez nunca vá ensinar diretamente?

A experiência daquele encontro me fez perceber que talvez a resposta não esteja apenas na profundidade do conhecimento matemático, mas nas conexões que conseguimos estabelecer entre diferentes níveis dessa matemática. Localização e movimentação são conteúdos presentes na educação básica. Vetores, por sua vez, costumam aparecer apenas em etapas posteriores da formação matemática. À primeira vista, podem parecer temas distantes, e talvez um dos grandes desafios da formação de professores esteja justamente aí: tornar visíveis conexões que nem sempre são evidentes para quem está aprendendo matemática.

Ao final daquele encontro, os participantes não saíram especialistas em vetores. Mas saíram percebendo que localização, movimentação, direção, sentido e ângulo fazem parte de uma mesma história matemática.

Uma trilha, muitos comandos: matemática e computação sem telas

Josiéli Fátima Tonin Pagliosa

Computação sem tela? É possível!

Uma história conhecida, uma malha quadriculada, alguns objetos e uma sequência de comandos podem aproximar Matemática e Computação nos Anos Iniciais. Na "Trilha da Chapeuzinho Vermelho", a narrativa torna-se um desafio de percurso: a personagem parte de uma posição determinada, recolhe itens distribuídos pelo caminho e precisa alcançar seu destino. Para isso, os estudantes planejam o trajeto, registram os deslocamentos e entregam as instruções aos colegas, que deverão reproduzi-lo sem conhecer previamente o caminho.

A proposta evidencia que trabalhar Computação na escola não exige, necessariamente, computadores, aplicativos ou linguagens de programação em tela. Na perspectiva da Computação Desplugada, jogos, desafios, movimentos e materiais concretos podem favorecer a organização de informações, a elaboração de estratégias, o reconhecimento de padrões e a construção de sequências de instruções.

Ao dividir o percurso em movimentos menores, ordenar comandos, testar a sequência e revisar instruções, os estudantes mobilizam processos relacionados ao Pensamento Computacional, como decomposição, reconhecimento de padrões, abstração e elaboração de algoritmos (Brackmann, 2017). A atividade também articula conhecimentos matemáticos e linguísticos, pois envolve localização no plano, orientação espacial, contagem de casas, comparação de percursos, escuta da narrativa e produção de instruções claras, em diálogo com a BNCC e com o complemento da BNCC Computação (Brasil, 2018; Brasil, 2022).

Preparar a trilha: da história aos comandos

Antes de iniciar a atividade, o professor precisa organizar o espaço, selecionar os materiais e estabelecer as regras dos deslocamentos. Na versão original, foram utilizados livros, fantoches de papel, base de papelão com malha, marcadores para os itens, cestas, velcro, uma tampa de garrafa PET para representar a personagem e folhas para registrar os comandos. Esses recursos podem ser substituídos conforme as condições da escola: a trilha pode ser desenhada em cartolina, impressa em papel, montada com fita adesiva no chão ou marcada com giz no pátio; tampinhas, botões, peças de jogos e figuras impressas também podem representar a personagem e os objetos.

A malha deve apresentar claramente o ponto de partida, o destino e os itens distribuídos pelo caminho. Antes do jogo, convém verificar se a turma compreende noções como direita, esquerda, frente e atrás, além de definir o referencial de orientação. As instruções podem ser escritas por extenso ou representadas por setas, cores, imagens e símbolos, desde que o significado de cada representação seja discutido previamente.

A atividade começa com a contação da história da Chapeuzinho Vermelho, utilizando livro, imagens, personagens impressos ou fantoches. Após a narrativa, algumas perguntas aproximam a história do desafio: de onde a Chapeuzinho saiu? Aonde precisava chegar? Por quais lugares passou? Havia apenas um caminho possível? Como explicar esse trajeto a alguém que não acompanhou a história? Essas questões ajudam os estudantes a perceber que descrever um ca-

minho exige selecionar informações, ordenar ações e comunicá-las com clareza.

Nas primeiras rodadas, recomenda-se utilizar trajetos curtos, poucos objetos e uma quantidade reduzida de comandos. À medida que a turma compreende a dinâmica, o professor pode ampliar o percurso, acrescentar obstáculos ou modificar os pontos de partida e chegada. Assim, a atividade avança gradualmente, sem perder de vista seu propósito central: planejar um percurso, transformar esse planejamento em instruções e verificar se os colegas conseguem reproduzi-lo.

Conhecer a trilha e os comandos

Na etapa seguinte, o professor apresenta a trilha e seus principais elementos. A turma deve identificar o ponto de partida da Chapeuzinho, o destino, os itens que deverão ser recolhidos e as posições pelas quais a personagem poderá passar, como mostra a Figura 1.

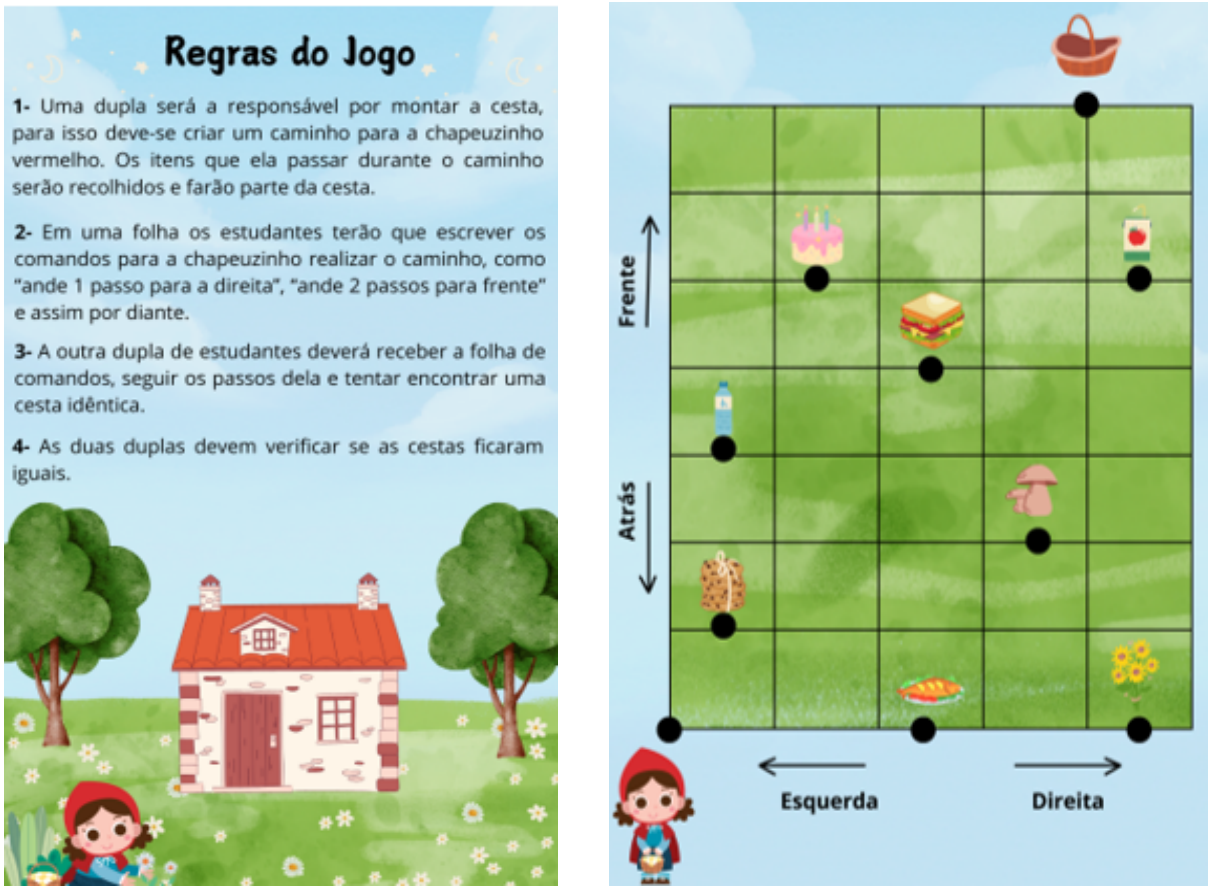


Figura 1 – Regras da atividade e Organização inicial da Trilha da Chapeuzinho Vermelho
Fonte: Elaborado pela autora.

A partir da observação da trilha, o professor explica os movimentos permitidos e a forma de registrá-los. Os comandos podem ser escritos por extenso, como "avance uma casa", "desloque-se duas casas para a direita", "recue uma casa" ou "recolha o item", ou representados por setas, cores e símbolos. Antes de iniciar, é necessário retomar o referencial de orientação combinado, pois termos como "direita" e "esquerda" podem ser interpretados de formas diferentes quando os grupos observam a malha de posições opostas. Uma breve demonstração com dois ou três comandos executados coletivamente ajuda a esclarecer a dinâmica da atividade.

Criar o percurso

A turma pode ser organizada em quartetos, divididos em duas duplas. Em cada rodada, uma dupla planeja o percurso e registra os comandos, enquanto a outra deverá executá-los sem observar previamente o caminho elaborado.

A Figura 2 apresenta a relação entre o trajeto planejado e seu respectivo registro.

A dupla responsável pela criação observa os itens distribuídos na malha ou os posiciona conforme a orientação do professor. Escolhe quais deles a Chapeuzinho deverá recolher antes de chegar ao destino e registra, em ordem, cada movimento necessário. Ao transformar um percurso visual em comandos, os estudantes precisam dividir o caminho em movimentos menores, acompanhar a posição da personagem e antecipar o efeito de cada instrução. Esse processo mobiliza a decomposição e a elaboração de algoritmos, pois o problema é organizado em etapas ordenadas para alcançar determinado resultado (Brackmann, 2017). Durante o planejamento, o professor pode acompanhar os grupos com perguntas como: "onde a personagem estará depois desse movimento?", "a quantidade de casas está indicada?" ou "outra pessoa compreenderia essa direção?". Antes de entregar as instruções à outra dupla, o grupo deve testar o percurso, identificando possíveis direções ausentes, comandos fora de ordem ou informações incompletas.

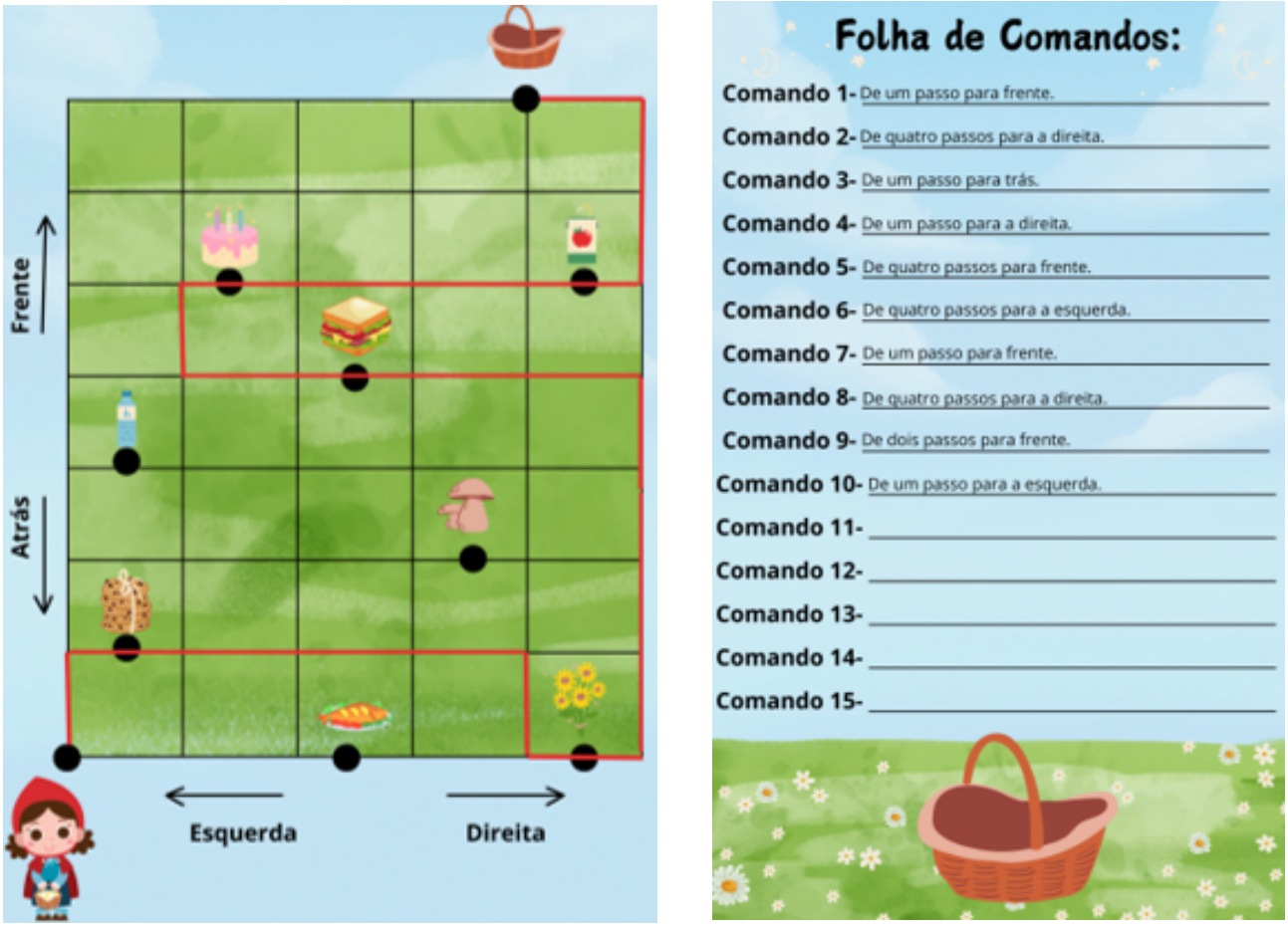


Figura 2 – Exemplo de percurso planejado e de sua representação por meio de comandos
Fonte: Elaborado pela autora

Executar, comparar e corrigir

Concluídos o planejamento e o registro, a segunda dupla recebe apenas a sequência de comandos. Sem observar o percurso elaborado anteriormente, os estudantes movimentam a personagem conforme as instruções recebidas, respeitando a ordem em que foram apresentadas. Mesmo que percebam que algum comando pode levar a uma posição inesperada, devem executá-lo tal como foi registrado, pois o objetivo é verificar se as instruções comunicam, de fato, o caminho planejado.

Ao final da execução, as duplas comparam os percursos e os itens recolhidos. A personagem alcançou o destino? Os mesmos objetos foram colocados nas duas cestas? Em que momento os trajetos deixaram de coincidir? Faltou indicar direção, quantidade de casas ou o momento de recolher algum item? Essas perguntas ajudam a analisar o registro sem reduzir a atividade à identificação de acertos e erros. Quando os resultados são diferentes, os estudantes retomam a sequência, localizam a instrução que produziu a divergência, ajustam o registro e testam novamente, aproximando a atividade do processo de depuração.

A Figura 3 apresenta a comparação dos itens recolhidos pelas duplas após a execução dos comandos.

Mais do que verificar se as cestas ficaram iguais, essa etapa permite discutir como as escolhas feitas durante o planejamento interferem no resultado. A comparação entre diferentes soluções também pode ser explorada pelo professor, pois grupos distintos podem alcançar o mesmo destino por trajetos mais curtos ou mais longos, com maior ou menor número de comandos. Assim, os estudantes compreendem que a precisão das instruções é essencial para que uma estratégia seja comunicada, interpretada e reproduzida por outras pessoas.



Figura 3 – Comparação dos itens recolhidos pelas duas duplas após a execução dos comandos.

Fonte: Elaborado pela autora.

Aprendizagens e possibilidades de adaptação

Após a comparação dos percursos e a revisão dos comandos, as duplas podem trocar de função: quem elaborou o primeiro caminho passa a interpretar e executar as instruções recebidas, enquanto a dupla executora planeja um novo percurso. Essa alternância permite que todos experimentem os desafios de produzir e interpretar comandos. O número de rodadas pode variar conforme o tempo disponível e o envolvimento da turma; a cada repetição, o professor pode modificar a posição dos itens, o ponto de partida, o destino ou a presença de obstáculos.

Ao final, convém reservar um momento para a socialização da experiência. Os grupos podem relatar quais comandos foram mais difíceis de elaborar, que ambiguidades surgiram, como localizaram os problemas

e quais alterações tornaram as instruções mais claras. Essa conversa ajuda a sistematizar o que foi vivenciado e evidencia que planejar, comunicar, testar e revisar são etapas interligadas da resolução de um problema.

Embora assuma a forma de um jogo, a Trilha da Chapeuzinho Vermelho mobiliza conhecimentos matemáticos, computacionais e linguísticos. Na Matemática, permite explorar localização e movimentação em uma malha, contagem de casas, orientação espacial, comparação de percursos e noções iniciais de coordenadas. No Pensamento Computacional, favorece a decomposição do percurso, a elaboração de algoritmos, a identificação de padrões, a revisão de erros e a depuração de sequências de comandos, em diálogo com Brackmann (2017) e com a BNCC Computação (Brasil, 2022). Na linguagem, envolve escuta da narrativa, reconto, comunicação oral e escrita e produção de instruções claras, articulando-se também à BNCC (Brasil, 2018).

A proposta não constitui um modelo fechado. Embora tenha sido planejada inicialmente para o 5º ano do Ensino Fundamental, pode ser adaptada a diferentes faixas etárias, objetivos de aprendizagem e contextos escolares. Com crianças menores, a trilha pode ser construída no chão da sala ou do pátio, com comandos orais, setas, cores, imagens ou símbolos. Com estudantes maiores, podem ser introduzidos pares ordenados, comandos de repetição e instruções condicionais, como "se encontrar um obstáculo, vire à direita". Os materiais também podem ser ajustados aos recursos disponíveis: papelão, cartolina, tampinhas, peças de jogos, desenhos no quadro ou marcações com fita adesiva e giz podem cumprir funções semelhantes.

A narrativa da Chapeuzinho Vermelho também pode ser substituída por outras histórias que envolvam deslocamentos, obstáculos ou pontos de chegada. Em *João e Maria*, os estudantes podem planejar o retorno dos personagens para casa; em *Os Três Porquinhos*, a trilha pode ligar as diferentes casas; em *O Pequeno Polegar*, podem ser criadas pistas para orientar o percurso pela floresta. Também é possível utilizar lendas locais, narrativas produzidas pela turma ou situações próximas da realidade dos estudantes, como o trajeto entre a escola, a praça, a biblioteca e outros espaços da comunidade.

Para escolher ou criar uma história, o professor pode observar se o enredo apresenta elementos que possam ser transformados em um problema de percurso: ponto de partida, destino, lugares intermediários, objetos a serem recolhidos ou obstáculos a serem evitados. O contexto narrativo pode variar, mas a lógica da atividade permanece: planejar, registrar, executar, comparar e revisar instruções. Assim, trabalhar Computação na escola não significa necessariamente colocar a criança diante de uma tela; pode significar criar situações em que ela pense, comunique, teste e aperfeiçoe estratégias de modo colaborativo.

Referências

BRACKMANN, Carlos Pedro. *Desenvolvimento do pensamento computacional através de atividades desplugadas na Educação Básica*. 2017. 224 f. Tese (Doutorado em Informática na Educação) — Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2017.

BRASIL. Ministério da Educação. *Base Nacional Comum Curricular*. Brasília, DF: Ministério da Educação, 2018.

BRASIL. Ministério da Educação. *Computação na Educação Básica: complemento à Base Nacional Comum Curricular*. Brasília, DF: Ministério da Educação, 2022.

54 + 28 é muito mais do que 82

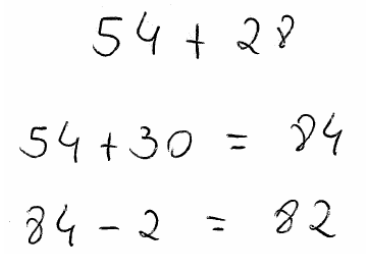
Rita Santos Guimarães

No primeiro artigo dessa seção fiz a seguinte solicitação: "resolva de várias formas diferentes a adição 54 + 28."

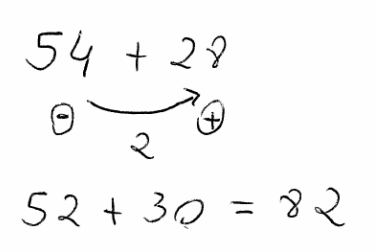
Apesar da aparência modesta e diminuta da pergunta, vou argumentar que ela é, na verdade, um concentrado muito forte de conceitos e possibilidades para sala de aula. Antes de prosseguir, peço que você pegue **lápis e papel** (ou quaisquer outros recursos que possam servir de registro), para um melhor aproveitamento da leitura. Vou sugerir pausas para que você escreva antes de continuar lendo.

Começo apresentando diversas soluções para a adição sugerida. Decidi organizar essas soluções seguindo a classificação sugerida no livro "Conversas Numéricas: Estratégias de Cálculo Mental para uma Compreensão Profunda da Matemática", de Humphreys e Parker (2019). Dessa forma, quem tiver interesse, poderá aprofundar-se nas justificativas oferecidas pelas autoras.

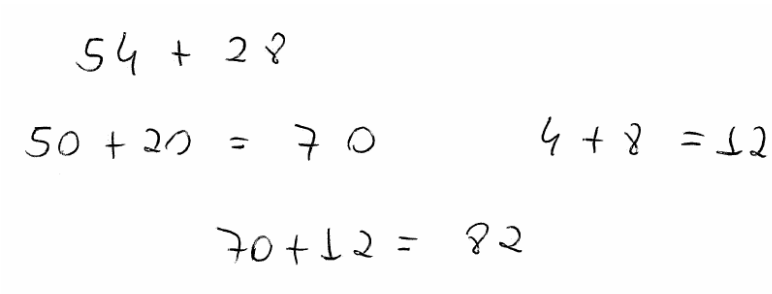
1] Arredondar e ajustar



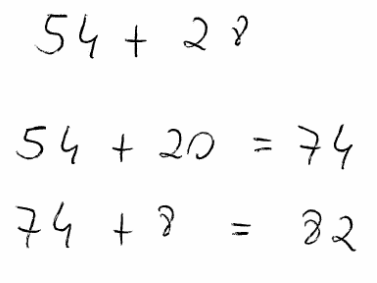
2] Tirar e acrescentar



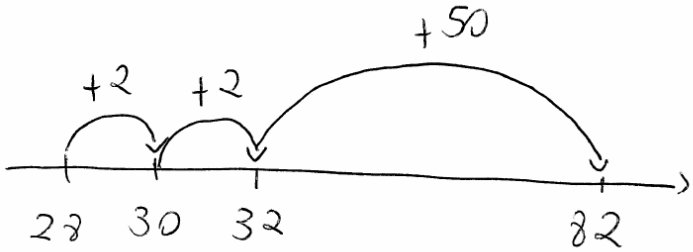
3] Começar pela esquerda



4] Decompor uma das parcelas



5] Adicionar
Na reta numérica



Ressalto, primeiramente, o potencial do exercício de interpretar as múltiplas estratégias como atividade de formação de professores, pois fomenta reflexão sobre escolha de exemplos adequados. Os valores usados nas parcelas foram cuidadosamente escolhidos para sugerir cada uma das cinco classificações apresentadas.

Volte nas soluções e considere parcelas que não favorecem a estratégia apresentada.

Humphreys e Parker apresentam essa discussão e vão além, estendendo as ideias para subtração (iniciam com a subtração na verdade) e para operações com números racionais na forma decimal e fracionária.

O título do livro inicia-se com "Conversas numéricas", referindo-se às discussões que podem acontecer em sala de aula. Para isso, as autoras trazem sugestões de perguntas que os professores podem usar para fomentar uma discussão que seja proveitosa em relação à articulação correta e consciente de propriedades numéricas do Sistema de Numeração decimal Posicional (SNdP – quero escrever sobre essa sigla em breve). Tais sugestões focam em enriquecer a descrição e a articulação das ideias que os estudantes devem se apropriar para que as estratégias sejam mais do que uma forma única de solução para uma conta específica. Por exemplo, para a estratégia de "Tirar e acrescentar"

$$54 + 28$$

$$52 + 30 = 82$$

- Como você decidiu o quanto tirar da primeira parcela?
- Como acrescentar 2 em 28 tornou o problema mais fácil?
- Alguém usou a mesma estratégia, mas tirou uma quantidade diferente?

Ao apresentar a última estratégia, com a reta numérica vazia (sem marcações), escolhi começar no 28, a menor parcela, dar um salto de 2, para obter uma dezena cheia. Acrescentei o restante das unidades, para que o próximo passo fosse apenas uma adição de dezenas. Essa descrição é muito mais fácil de seguir com a representação visual da conta e da reta no papel. Pare de ler o

texto e faça a mesma conta, de três formas diferentes.

Imagino que você poderia pensar em mais outras 30 formas!

Neste momento, quero ressaltar o caráter de "instrumento de pensar" que a reta numérica pode exercer. Não apenas uma representação de sequência numérica, mas como espaço de registro organizado de etapas, de conceitos e da articulação de ideias. Para além das propriedades algébricas do SNdP, é possível usar a discussão de estratégias de resolução de contas para criar fluência no uso desse poderoso instrumento.

Por fim, trago mais uma referência sobre o uso de discussão em sala de aula, atrelada às múltiplas soluções estratégicas. O consagrado livro de John A. Van de Walle, "Matemática no Ensino Fundamental: Formação de Professores e Aplicação em Sala de Aula", discute os benefícios do uso de estratégias "inventadas":

> *- Os alunos cometem menos erros, pois compreendem os conceitos que sustentam o método que estão usando;*
>
> *- Os alunos desenvolvem senso numérico, sendo a introdução para propriedades mais gerais e que fundamentam o sistema de numeração;*
>
> *- As estratégias inventadas são a base para o cálculo mental e a estimativa mental;*
>
> *- Os métodos flexíveis são frequentemente mais rápidos que os algoritmos tradicionais;*
>
> *- A invenção de algoritmos é, em si mesma, um processo fundamental do "fazer matemática".*
>
> *(Van de Walle, 2009, p. 247)*

Encerro esse texto com duas tarefas:

1] Adapte as cinco estratégias apresentadas no início do texto para uma subtração. Escolha valores adequados para o minuendo e o subtraendo e considere as dificuldades que podem surgir. Atenção: você pode ter que fazer mudanças relativamente grandes!

2] Escreva para conteudos.anpmat@gmail.com contando como foi a experiência de ler este texto.

Referências

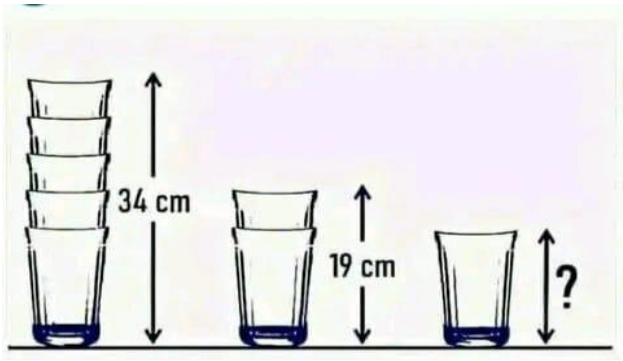
HUMPHREYS, Cathy; PARKER, Ruth. Conversas numéricas: estratégias de cálculo mental para uma compreensão profunda da matemática. Porto Alegre: Penso, 2019. E-book. p.i. ISBN 9788584291786. Disponível em: https://app.minhabiblioteca.com.br/reader/books/9788584291786/. Acesso em: 06 jun. 2026.

WALLE, John A V. Matemática no ensino fundamental: formação de professores e aplicação em sala de aula. 6. ed. Porto Alegre: Penso, 2009. E-book. p.247. ISBN 9788584290284. Disponível em: https://app.minhabiblioteca.com.br/reader/books/9788584290284/. Acesso em: 14 jun. 2026.

Contextualizar ou significar?

Aroldo Eduardo Athias Rodrigues

Em uma rede social que reunia um grupo de professores de matemática, foi enviada a questão apresentada na imagem a seguir:



Assim que bati o olho no problema, enxerguei um sistema de equações lineares com duas incógnitas e duas equações.

O problema me capturou pela simplicidade. Nenhum enunciado escrito era necessário: a imagem trazia o contexto, os dados necessários estavam ali, e a interrogação era suficiente para que o leitor compreendesse o que o problema propunha.

Porém, meu lado educador logo começou a se questionar:

- **A questão da imagem pode ser considerada uma questão contextualizada?**

Meu primeiro instinto foi pensar: quem, afinal, se preocupa em ficar medindo a altura de pilhas de copos em um bar? Ou, pior ainda, quem, dispondo de uma régua ou de uma trena e desejando saber a altura de um copo, irá medir pilhas de copos para, depois, inferir, de maneira indireta, a altura do copo, em vez de medir diretamente a altura de um único copo? Daí, logo concluí: é uma bela questão, realmente, mas não podemos dizer que se trata de uma questão contextualizada.

Contudo, essa primeira resposta me deixou um tanto incomodado, pois parecia desmerecer o trabalho de quem formulou tão elegante problema. Afinal, que aluno não acharia melhor responder ao problema da imagem em vez do sem graça sistema de equações abaixo?

Fiz então, para mim mesmo, um novo questionamento: o que significa contextualizar? É colocar dentro de um contexto. Ora, o problema dos copos pode não ser contextualizado no sentido de não refletir uma situação que enfrentamos no cotidiano ou que seja aplicável a áreas especializadas do conhecimento, como a Engenharia, mas tem seu valor quando é encarado como um problema lúdico. Logo, pode ser considerado contextualizado, desde que o contexto em questão seja o da brincadeira.

Quantos de nós não vimos colegas nas redes sociais altamente empenhados em responder questões de sistemas lineares (às vezes com mais de duas incógnitas) só porque as incógnitas vinham disfarçadas em forma de desenhos de frutas ou objetos?

É preciso, portanto, reconhecer que a ludicidade desse problema pode servir de motivação para a aprendizagem. Isso não significa que não caiba crítica àqueles problemas que, com o intuito de aproximar a Matemática da realidade do aluno, acabam criando situações artificiais.

A questão não está no problema dos copos apresentado na imagem, mas pode surgir quando alguém tentar vendê-lo como "um problema do mundo real", coisa que não é. Talvez precisemos buscar um pouco menos de contextualização e um pouco mais de significação para os problemas

que apresentamos aos nossos alunos. Quer dizer, nossa busca nem sempre precisa ser por um contexto do "mundo real", basta, às vezes, que o problema faça sentido para o aluno, que tenha *significado*.

As reflexões poderiam acabar por aqui se não fosse pelo fato de eu ter compartilhado esse problema com alguns estudantes do Ensino Médio, entre eles, meu filho.

Ele e uma colega utilizaram a mesma estratégia para resolver o problema. Subtraíram a altura da primeira pilha de copos da altura da segunda, obtendo 15 cm como resposta. Como esses 15 cm correspondem à altura de três partes expostas dos copos encaixados, isso significa que cada uma dessas partes mede 5 cm. Subtraindo esse valor da segunda pilha, obtém-se 14 cm, que é a altura de um copo.

É uma bela resolução! É precisamente o equivalente aritmético do caminho algébrico que tomei: subtraí as equações do sistema apresentado anteriormente para obter a equação , encontrando, assim, e, a seguir, substituí o valor encontrado para na segunda equação, obtendo .

No entanto, como um professor de Matemática deve olhar para a resolução apresentada por esses dois estudantes? O que ela pode revelar? Ela pode ser um indicativo de que esses estudantes ainda não estão familiarizados com as ideias da Álgebra e, por isso, recorreram a um raciocínio aritmético do qual já se apropriaram.

E qual o papel do professor nessa situação? Ora, iniciar esses alunos nas ideias da álgebra, a fim de que possam se apropriar também dessa outra forma de pensar. Ou seja, o professor tem o dever de auxiliar seus pupilos na ampliação de sua bagagem cultural, de modo que possam enfrentar novos problemas sob diferentes perspectivas, avaliando as possibilidades de resolução a partir de um conjunto maior de estratégias disponíveis.

Certamente, conhecer um apanhado de técnicas para resolver problemas específicos pode ser útil, mas, mais importante do que avaliar se nossos alunos são capazes de resolver um punhado de exercícios específicos, é avaliar se estão se apropriando das ideias gerais que lhes permitirão enfrentar novos desafios.

“Eu tenho a atenção de vocês...?”

Como fazer com que os estudantes se engagem ativamente naquilo que deveriam estar aprendendo

Colin Foster

Do mundo para a sala de aula

Quantas vezes você já ouviu um colega dizer: *“Se ao menos eles tivessem interesse...”* Ou: *“Se ao menos eles se importassem...”*?

Lecionar para uma turma cheia de alunos que querem aprender é o que muitos professores esperavam ao ingressar na profissão. Os jovens podem trazer criatividade, inteligência e percepção quando querem aplicar tudo isso ao seu aprendizado. Mas, quando não querem, o processo de ensino e aprendizagem pode se parecer com uma caminhada longa por um caminho cheio de lama.

Então, como podemos capacitar mais estudantes, durante mais tempo, a quererem aprender, seja lá o que for que precise ser ensinado a eles?

Vencendo o tédio

Qualquer pessoa pode ficar entediada. Isso não é, de forma alguma, um mal exclusivo dos jovens. Há boatos de que até mesmo professores podem, ocasionalmente, vivenciar breves momentos de tédio durante reuniões de conselho escolar ou sessões de formação continuada.

A maioria dos adultos tende a passar a maior parte de sua vida profissional pensando dentro de uma gama relativamente restrita de tópicos pelos quais há uma chance razoável de se interessarem genuinamente.

Em contrapartida, até os 16 anos, os estudantes se deparam diariamente com uma variedade desconcertante de disciplinas ao longo de seu período na escola. Uma diversidade muito maior do que a maioria dos adultos encontrará na maior parte dos empregos que exercerá durante a vida. Podemos realmente esperar que todos os nossos alunos fiquem fascinados por tudo o que precisam estudar o tempo todo? Isso é razoável?

A amplitude do currículo é algo positivo. Não queremos que os jovens sejam rotulados precocemente e restritos a áreas estreitas de aprendizado, escravos de seus interesses atuais e mantidos alheios a possibilidades mais amplas. Se uma educação geral tem como objetivo aprender “um pouco sobre muito”, então a ideia de “um quilômetro de largura e um centímetro de profundidade” pode ser exatamente o que a educação escolar deveria ser. Queremos que os estudantes descubram interesses com os quais nunca sonharam e que jamais teriam buscado, caso pudessem projetar ou organizar seu próprio currículo.

Um cínico poderia até sugerir que o tédio é, na verdade, um recurso e não um defeito; que o objetivo de sobreviver à escola é demonstrar que você aprendeu a aceitar fazer coisas chatas, e que essa seria a preparação ideal para a vida.

Para mim, no entanto, essa é uma visão extremamente deprimente da educação e de seu potencial de transformar e enriquecer a vida dos jovens. Devemos continuar querendo que os alunos se interessem pelo que aprendem na escola. Mas como podemos alcançar isso?

Conquistando o interesse

A estratégia mais comum da qual tenho conhecimento para fazer com que os estudantes se interessem pelo que estamos ensinando é usar seus interesses preexistentes como

um "gancho" para introduzir um tópico. Parece ser uma estratégia óbvia, mas acredito que os professores podem se surpreender e se decepcionar ao perceberem que, com frequência, ela não funciona tão bem.

Se, por exemplo, um aluno gosta de futebol e seu professor de matemática precisa ensinar porcentagens, o professor pode passar a noite inteira tentando descobrir uma maneira de unir essas duas coisas. Mesmo que ele consiga, o problema permanece. O que o aluno gosta no futebol pode ser o trabalho em equipe, o fato de estar ao ar livre, a atividade física de correr e a natureza competitiva do esporte. Nada disso estará presente ao usar porcentagens para analisar estatísticas de futebol durante uma aula de matemática.

De fato, abordar o futebol durante a aula pode simplesmente criar uma distração, levando o aluno a olhar nostalgicamente pela janela, desejando estar em qualquer outro lugar, menos ali.

Tentar gerar interesse pegando carona em coisas pelas quais os alunos já se interessam frequentemente parece fadado ao fracasso, porque o "interesse" não é contagioso.

> "As coisas não se tornam interessantes apenas por serem colocadas ao lado de algo que é realmente interessante."

Pelo contrário, colocá-las lado a lado pode simplesmente evidenciar para o estudante o quanto as porcentagens são muito menos interessantes quando comparadas ao futebol.

Se alguém gosta de futebol e também gosta de bolo, então um bolo com o tema de futebol pode ser uma ótima ideia para uma festa de aniversário. Mas se alguém gosta de futebol, mas não gosta de bolo, é pouco provável que um bolo temático o transforme em um amante de bolos. Da mesma forma, se alguém gosta de bolo, mas não de futebol, é duvidoso que esse bolo vá fazer com que a pessoa de repente se interesse pelo esporte.

O interesse intrínseco

As tentativas de combinar o conteúdo curricular com interesses preexistentes frequentemente parecem surtir o efeito oposto, sem mencionar o fato de que isso exige um volume considerável de trabalho, visto que uma turma típica é composta por alunos com os mais diversos interesses. Qualquer tempo gasto pelo professor tentando estabelecer essas conexões artificiais estará apenas desviando sua atenção do aprofundamento no próprio conteúdo da disciplina e da busca pelo interesse intrínseco que existe ali.

As pessoas costumam presumir que nos sentimos motivados a olhar mais profundamente para coisas pelas quais já temos interesse, o que tenho certeza de que é verdade. Mas o inverso também se aplica. Podemos nos sentir motivados a desenvolver interesses em novas áreas quando as examinamos com mais profundidade.

Neste exato momento, você pode não ter interesse algum por borboletas, mas, se dedicar alguns minutos para estudar uma, verá todo tipo de estrutura fascinante, o que o levará a muitas perguntas e fará com que você se maravilhe com o mundo natural.

O interesse surge a partir do estudo, e não necessariamente o contrário.

Se isso é verdade, talvez faça mais sentido para os professores usarem seu conhecimento especializado do conteúdo para investigar mais de perto as coisas que ensinam, revelar o interesse intrínseco que se esconde nelas e, então, trabalhar para comunicar isso aos alunos, para que eles possam compartilhá-lo. Isso exige que tenhamos a confiança de que nossa disciplina é digna de atenção e que vejamos nosso papel não como o de "torná-la interessante", mas sim como o de evitar torná-la chata.

Aprofunde-se

Se um professor de ciências dedica sua noite a escrever um rap sobre energia, os alunos podem até gostar do esforço no dia seguinte, mas estarão desfrutando da apresentação, e não da física. Além disso, ao preparar essa aula, o professor provavelmente não está aproveitando seus pontos fortes, ou seja, a ciência. Acoplar o conteúdo curricular aos interesses já existentes dos alunos pode apenas diluir o interesse que eles têm por essas coisas.

Em vez disso, precisamos encontrar os ganchos internos da nossa própria disciplina. O que torna a energia algo fascinante na ciência? Por que os cientistas se concentraram nisso e pensaram tanto sobre esse assunto por centenas de anos? Como a energia faz a diferença em nossas vidas, molda as sociedades em que vivemos e afeta a economia? Que surpresas estão à espera para serem descobertas quando se compreende mais sobre a energia? Que histórias existem na história da ciência, nos diversos debates e descobertas relacionados à energia?

Em qualquer disciplina, pessoas ao longo da história se sentiram interessadas o suficiente para descobrir e inventar coisas incríveis. O currículo é inerentemente interessante. Ao invés de conectar o conteúdo a fontes artificiais de interesse, nossa tarefa é descobrir como tornar seu interesse intrínseco perceptível para os nossos alunos.

Este texto foi publicado originalmente na revista Secondary, uma publicação britânica voltada para professores de todas as áreas. Parte do seu conteúdo pode ser acessado gratuitamente no site: www.teachwire.net/secondary .

O autor Colin Foster é professor no Departamento de Educação Matemática da Universidade de Loughborough, na Inglaterra, e autor de diversos livros e artigos para professores. Foi também professor de matemática na Educação Básica e hoje é pesquisador em Educação Matemática. Parte da sua produção pode ser acessada gratuitamente em: www.foster77.co.uk .

O texto foi escolhido por Leonardo Barichello, traduzido do inglês com o auxílio da ferramenta de inteligência artificial Gemini e revisado por Vitor Amorim. Publicado sob autorização do autor.

Quando dez mil vira uma palavra: contando números na China

Cláudia Brum de Oliveira Fogliarini Filha

A cidade de Xangai tem cerca de 24.150.000 habitantes. Como você acha que esse número é lido na China? Se respondeu "vinte e quatro milhões cento e cinquenta mil", mas em mandarim, errou. A verdade é que os chineses têm um jeito diferente do ocidental para contar números grandes. Isso acontece porque o sistema numérico chinês agrupa os números de 10.000 em 10.000, e não de 1.000 em 1.000, como fazemos.

Assim, até 9.999, contamos praticamente do mesmo jeito. Mas, para dez mil, eles têm uma palavra especial: 万 (wàn). Curiosamente, em português também existe uma palavra para representar dez mil: "miríade". De acordo com o dicionário eletrônico Houaiss da língua portuguesa[1], a palavra tem origem grega e também é usada como sinônimo de uma quantidade imensa indeterminada. No entanto, como agrupamos os números em classes de três ordens, a palavra *miríade* não é rotineira no vocabulário matemático brasileiro.

Então, voltando à China, enquanto contamos vinte mil, eles dizem literalmente "dois dez mil". Um milhão, por exemplo, é lido como "cem dez mil".

Funciona assim:

Número	Português	Agrupado no modo chinês	Chinês	Pinyin	Tradução
1	um	1	一	yī	um
10	dez	10	十	shí	dez
100	cem	100	一百	yì bǎi	um cem
1.000	mil	1000	一千	yì qiān	um mil
10.000	dez mil	1.0000	一万	yí wàn	um 'dez mil'
100.000	cem mil	10.0000	十万	shí wàn	dez 'dez mil'
1.000.000	um milhão	100.0000	一百万	yì bǎi wàn	cem 'dez mil'
10.000.000	dez milhões	1000.0000	一千万	yì qiān wàn	mil 'dez mil'
100.000.000	cem milhões	1.0000.0000	一亿	yí yì	um 'cem milhões'
1.000.000.000	um bilhão	10.0000.0000	十亿	shí yì	dez 'cem milhões'

1 https://houaiss.online/houaisson/

Então, o número 24.150.000 seria separado assim: 2415.0000, e lido como "dois mil quatrocentos e quinze 'dez mil'".

Depois que se compreende essa diferença, a leitura dos números em chinês se torna bastante regular. E isso me levou a uma pergunta: será que a forma de contar influencia o pensamento matemático dos estudantes chineses?

Pesquisas em cognição numérica sugerem que sistemas linguísticos mais transparentes reduzem a distância entre a representação verbal dos números e sua estrutura decimal, tornando mais explícito o princípio do valor posicional decimal. Ainda assim, essa característica sozinha não explica o desempenho matemático dos estudantes chineses.

E é justamente aí que começa a minha pergunta como pesquisadora: o que está por trás do desempenho dos estudantes chineses em Matemática? Até que ponto língua, currículo, formação de professores, práticas pedagógicas e organização do ensino contribuem para esses resultados?

Foi buscando compreender melhor essas questões e investigar em que medida práticas e metodologias educacionais poderiam dialogar com o contexto brasileiro, que comecei o doutorado em Educação Comparada na Universidade Normal de Xangai (Shanghai Normal University – SHNU), desenvolvendo minhas atividades acadêmicas junto ao UNESCO Teacher Education Centre (UNESCO-TEC), centro internacional de formação de professores, sediado na universidade e estabelecido sob os auspícios da UNESCO.

Mas esse caminho começou antes. Conheci o programa em 2024, durante uma visita à UNESCO-TEC, promovida pela Olimpíada de Professores de Matemática do Brasil (OPMbr - https://opmbr.org/), da qual participei como medalhista da primeira edição. Na ocasião, eu e outros dez professores de Matemática participamos de uma imersão acadêmico-cultural de duas semanas em Xangai para observar de perto o sistema de ensino chinês, visitar escolas e conhecer iniciativas de formação docente.

O que começou como uma oportunidade de intercâmbio e descoberta acabou abrindo um caminho inesperado: foi nessa viagem que conheci a Universidade Normal de Xangai, a UNESCO-TEC e o programa de doutorado em Educação Comparada que hoje curso, desde setembro de 2025.

Retomando a observação que abriu este texto, talvez seja justamente essa uma das coisas mais interessantes de estudar Educação Comparada: uma diferença aparentemente pequena, como a maneira de dizer "dez mil", pode abrir perguntas muito maiores sobre como aprendemos, como ensinamos e como diferentes sistemas educacionais constroem suas próprias formas de fazer Matemática.

E essa é apenas uma das muitas coisas que descobri desde que cheguei à China. Ainda há muito para contar sobre as salas de aula, os professores, os livros de Matemática, a rotina dos estudantes e as pequenas diferenças do cotidiano que, muitas vezes, dizem tanto quanto os grandes números. Afinal, quando se vive do outro lado do mundo, até uma maneira diferente de contar pode ser o começo de uma boa pergunta.

https://opmbr.org/

Trigonometria: muito além das fórmulas

Roberto Cesar Chucharero Peregrina

Ao longo da minha trajetória como professor, uma inquietação sempre esteve presente: por que tantos alunos conseguem decorar fórmulas trigonométricas, mas encontram dificuldades quando precisam utilizá-las para compreender ou resolver uma situação diferente daquelas vistas em sala de aula?

A resposta talvez esteja na forma como, durante muito tempo, ensinamos esse conteúdo: em muitos casos, privilegiamos procedimentos prontos em detrimento da construção do raciocínio.

A trigonometria possui um enorme potencial para desenvolver o pensamento matemático. Ela permite interpretar fenômenos, criar modelos, estimar medidas e estabelecer relações entre diferentes conceitos da matemática. Entretanto, esse potencial só aparece quando o estudante deixa de ser um simples aplicador de técnicas e passa a investigar, levantar hipóteses, testar estratégias e justificar suas conclusões.

Essa percepção ganhou ainda mais força ao acompanhar as propostas da Olimpíada de Professores de Matemática do Ensino Médio (OPMbr). A Olimpíada não procura apenas professores que dominem conteúdos, mas profissionais capazes de transformar a aprendizagem dos seus alunos. Isso nos leva a refletir sobre um aspecto importante: ensinar matemática não significa apenas explicar corretamente um conteúdo, mas criar oportunidades para que o estudante pense matematicamente.

Sendo essa, talvez, uma das maiores contribuições da OPMbr para a educação: desloca-se o olhar do "quanto o professor sabe" para "como ele faz seus alunos aprenderem". E essa mudança de perspectiva é bastante significativa.

A resolução de problemas como caminho

Sempre que pensamos em aulas marcantes de matemática, dificilmente lembramos de listas intermináveis de exercícios repetitivos. Em geral, recordamos daqueles problemas que nos fizeram pensar, discutir possibilidades, errar algumas vezes e, finalmente, compreender por que determinada estratégia funcionava.

George Pólya já defendia que resolver problemas é a essência da atividade matemática. Quando essa ideia chega à sala de aula, a trigonometria deixa de ser um conjunto de identidades e relações prontas e passa a ser uma ferramenta para investigar situações.

Problemas simples, como determinar a altura de uma torre utilizando ângulos de observação, ou desafios mais sofisticados encontrados em materiais da OBMEP, mostram que a matemática ganha sentido quando nasce de uma pergunta. Nesse processo, fórmulas deixam de ser um fim e tornam-se instrumentos para alcançar uma solução.

O mesmo acontece com as identidades trigonométricas. Frequentemente ensinadas como expressões a serem decoradas, elas podem assumir outro papel: o de ferramentas estratégicas. Em problemas mais elaborados, o estudante precisa reconhecer padrões, escolher a identidade adequada e transformar uma expressão complicada em outra muito mais simples. Não se trata de memória, mas de tomada de decisão.

Problema 5:

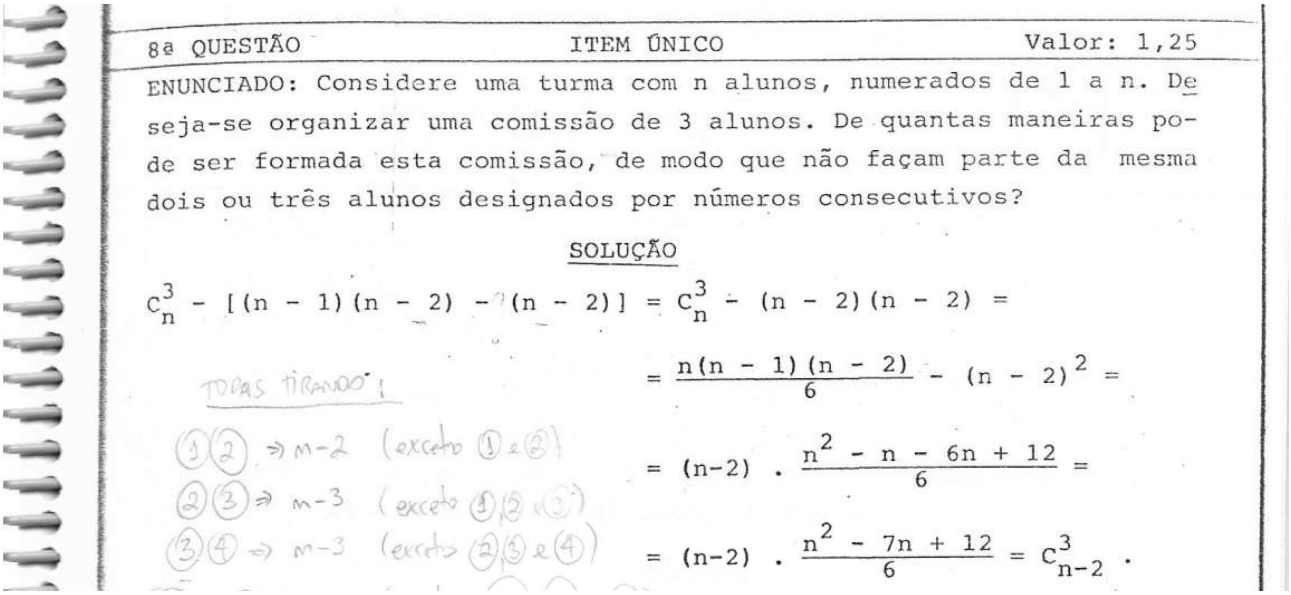
Do lugar onde me encontro, avisto uma torre segundo um ângulo de 32° com a horizontal.

Se me aproximo 25 metros da torre, o ângulo é de 50°.

Qual é a altura da torre?

RESPOSTA

Figura 1 : Problema extraído dos Clubes de Matemática da OBMEP.



8ª QUESTÃO — ITEM ÚNICO — Valor: 1,25

ENUNCIADO: Considere uma turma com n alunos, numerados de 1 a n. Deseja-se organizar uma comissão de 3 alunos. De quantas maneiras pode ser formada esta comissão, de modo que não façam parte da mesma dois ou três alunos designados por números consecutivos?

SOLUÇÃO

$$C_n^3 - [(n-1)(n-2) - (n-2)] = C_n^3 - (n-2)(n-2) =$$

$$= \frac{n(n-1)(n-2)}{6} - (n-2)^2 =$$

$$= (n-2) \cdot \frac{n^2 - n - 6n + 12}{6} =$$

$$= (n-2) \cdot \frac{n^2 - 7n + 12}{6} = C_{n-2}^3 .$$

TODAS TIRANDO:

(1)(2) ⇒ n-2 (exceto (1) e (2))

(2)(3) ⇒ n-3 (exceto (1), (2) e (3))

(3)(4) ⇒ n-3 (exceto (2), (3) e (4))

Figura 2: Questão original Prova IME 1976

Essa diferença é profunda. Enquanto a memorização desaparece rapidamente, a compreensão permanece e pode ser utilizada em novos contextos.

O papel do professor nessa transformação

Essas reflexões inevitavelmente conduzem ao papel do professor. Durante muitos anos, fomos formados para transmitir conteúdos. Hoje percebemos que essa tarefa, embora importante, é insuficiente.

O professor precisa observar como seus alunos pensam, identificar dificuldades, propor intervenções e criar ambientes nos quais seja natural argumentar, testar ideias e até cometer erros. O erro deixa de representar fracasso e passa a fazer parte do processo de construção do conhecimento.

Isso não significa abandonar o rigor matemático. Pelo contrário, significa construir esse rigor de maneira gradual, permitindo que o aluno compreenda por que determinado resultado é verdadeiro antes de simplesmente utilizá-lo.

Na trigonometria, pequenas mudanças podem produzir grandes resultados. Medições no ambiente escolar, construção de triângulos, utilização de aplicativos, exploração de situações reais e problemas olímpicos adaptados são exemplos de atividades que despertam curiosidade e favorecem uma aprendizagem muito mais significativa do que a repetição mecânica de exercícios.

Outro aspecto importante é que experiências desse tipo desenvolvem competências que extrapolam a própria matemática. O estudante aprende a argumentar, comu-

nicar ideias, formular hipóteses, validar resultados e trabalhar colaborativamente. Em outras palavras, aprende a pensar.

Talvez esse seja o verdadeiro objetivo do ensino de matemática.

Considerações finais

Essas reflexões reforçam uma convicção cada vez mais presente na minha prática docente: ensinar trigonometria não deve significar apenas ensinar razões, identidades ou equações. Deve significar ensinar maneiras de pensar.

Quando o conteúdo é organizado a partir de problemas, investigações e conexões com a geometria, o aluno passa a enxergar sentido naquilo que aprende. A matemática deixa de ser uma coleção de fórmulas para tornar-se uma linguagem capaz de interpretar e explicar diferentes situações.

Nesse cenário, iniciativas como a OPMbr assumem um papel relevante ao valorizar práticas docentes que promovem aprendizagem efetiva, autonomia e desenvolvimento do raciocínio. Mais do que reconhecer bons professores, elas estimulam uma cultura de reflexão sobre o próprio ato de ensinar.

Ao final, permanece uma pergunta que considero essencial para qualquer professor de matemática: estamos formando alunos capazes apenas de repetir procedimentos ou pessoas capazes de pensar matematicamente?

Talvez esteja justamente nessa resposta o verdadeiro desafio da nossa prática docente.

Referências

POLYA, G. *A arte de resolver problemas*. Rio de Janeiro: Interciência, 2006

Qual matemática é avaliada no TIMSS? Um olhar para o 4º ano

Aline dos Reis Mateus

As dificuldades na aprendizagem de matemática no Brasil não são novidade. Avaliações de larga escala, nacionais e internacionais, vêm apontando esse cenário há anos. Os resultados mais recentes do TIMSS (Trends in International Mathematics and Science Study), aplicado em 2023 a estudantes do 4º e do 8º ano, reforçam que esse quadro já se estabelece nos primeiros anos de escolarização.

O TIMSS é aplicado a cada quatro anos, desde 1995, sob coordenação da Associação Internacional para a Avaliação do Desempenho Educacional (IEA). Ele inclui provas de Matemática e Ciências, além de questionários contextuais para estudantes, professores e famílias.

O Brasil participou pela primeira vez em 2023. Na ocasião, 22.130 estudantes do 4º ano, de escolas públicas e privadas, realizaram a avaliação. A média brasileira em Matemática foi de 400 pontos, bem abaixo da média internacional (503). Além disso, 51% dos estudantes não atingiram sequer o nível mais básico da escala.

Diante desse cenário, surge a pergunta: por que o TIMSS é desafiador para nossos estudantes? Há desalinhamento com o currículo brasileiro? As situações são culturalmente distantes? Ou há outros fatores envolvidos?

A matriz de Matemática do TIMSS do 4º ano

A matriz de avaliação de Matemática do 4º ano do TIMSS se estrutura a partir de dois eixos: domínios de conteúdo e domínios cognitivos.

Entre os **domínios de conteúdo**, há três, destrinchados no quadro a seguir:

Quadro 1 – Conteúdos avaliados no TIMSS do 4º ano

Domínios de conteúdo	Detalhamento	Percentual na prova
Números (50%)	Números naturais	25%
	Expressões, equações simples e relações*	15%
	Frações e decimais	10%
Geometria e medidas (30%)	Medidas	15%
	Geometria	15%
Dados (20%)	Leitura e representação de dados	10%
	Interpretação, combinação e comparação de dados	10%

* Esse tópico dialoga diretamente com o que, no contexto brasileiro, se denomina "pré-álgebra".

Os domínios cognitivos também são três:

- Conhecer (40% da prova): reconhecer, recordar e executar procedimentos matemáticos básicos já aprendidos.
- Aplicar (40% da prova): selecionar e usar conceitos, representações e estratégias para resolver situações.
- Raciocinar (20% da prova): analisar relações, fazer generalizações, justificar e argumentar.

Esses domínios não correspondem diretamente ao grau de dificuldade, mas ao tipo de mobilização do conhecimento. Um mesmo conteúdo pode aparecer em diferentes domínios, conforme a tarefa proposta.

A análise detalhada da matriz indica forte convergência entre os conteúdos do TIMSS e os previstos na BNCC. Há diferenças de ênfase e detalhamento, mas nada que, por si só, explique os baixos resultados. O foco desloca-se, então, para a forma como os itens mobilizam o conhecimento.

A prova de Matemática do TIMSS

A prova, majoritariamente digital, se destaca pela diversidade de formatos dos itens. Além de múltipla escolha, há itens abertos, com crédito parcial e tarefas interativas. Isso amplia o tipo de evidência coletada e traz novas demandas. O estudante precisa, muitas vezes, identificar várias soluções, inferir relações e justificar respostas.

Os itens também mobilizam diferentes linguagens matemáticas, usadas tanto para compreender o que é pedido quanto para responder. Mesmo em geometria, por exemplo, pode ser necessário organizar respostas em tabelas.

Cerca de 85% dos itens são contextualizados, em situações simples e próximas do cotidiano.

Análise de itens do TIMSS

Nesta seção, vamos analisar itens do TIMSS 2019 e do TIMSS 2023, com base em documentos do INEP (2024) e do IEA (2022), para ilustrar alguns dos aspectos elencados na seção anterior.

Item 1 (TIMSS 2023) – ver figura 1

Descrição da tarefa

- Identificar valores que tornam verdadeiras sentenças envolvendo desigualdades expressas verbalmente.

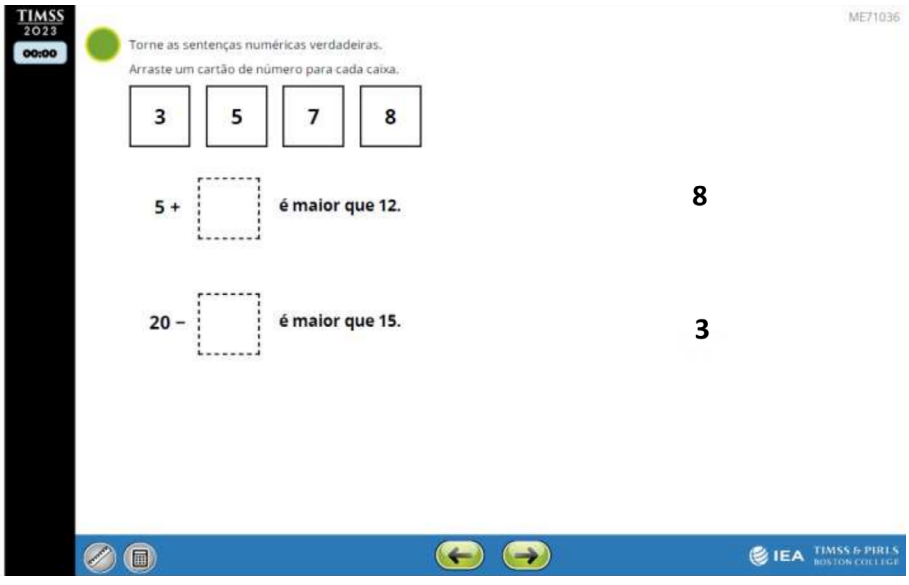


Figura 1 – Exemplo de item de Matemática no 4º ano com pontuação intermediária
Fonte: Tendências da IEA no Estudo Internacional de Matemática e Ciências – TIMSS 2023. Acesso em: https://timss2023.org/results

Classificação no TIMSS

- Domínio de conteúdo: Expressões, equações simples e relações
- Domínio cognitivo: Aplicar

Comentário

O item exige interpretar relações, testar valores e verificar condições, mesclando linguagem simbólica e verbal.

Embora desigualdades não apareçam formalmente na BNCC dos anos iniciais, o item mobiliza comparação e ordenação de números implícitos, que resultam de adições ou subtrações.

Mesmo sem contexto, é classificado como "Aplicar", mostrando que aplicação não depende necessariamente de contextualização, mas da mobilização do conhecimento matemático consolidado para a solução de uma situação inédita.

Item 2 (TIMSS 2023) – ver figura 2

Descrição da tarefa

- Identificar ângulos retos, ângulos maiores e ângulos menores que o reto.

Classificação no TIMSS

- Domínio de conteúdo: Geometria
- Domínio cognitivo: Conhecer

Comentário

O item requer apenas o reconhecimento de uma propriedade geométrica básica. No entanto, essa identificação não ocorre de forma isolada: o estudante precisa ler uma representação visual que apresenta diferentes ângulos em posições variadas, nem sempre coincidentes com aquelas mais usuais.

Além disso, a organização das respostas pressupõe familiaridade com o uso de tabelas. Nesse caso, a tabela não é objeto da avaliação, mas funciona como uma linguagem matemática que integra a forma de interação com o item, o que pode introduzir uma demanda adicional para o estudante.

Análise dos resultados dos itens 1 e 2

Esses dois itens se situam em pontos distintos da escala de proficiência do TIMSS (475 e 550, respectivamente), o que indica que a dificuldade observada empiricamente não coincide necessariamente com a classificação da complexidade em termos de domínio cognitivo. Em outras palavras, itens classificados como "Conhecer" podem

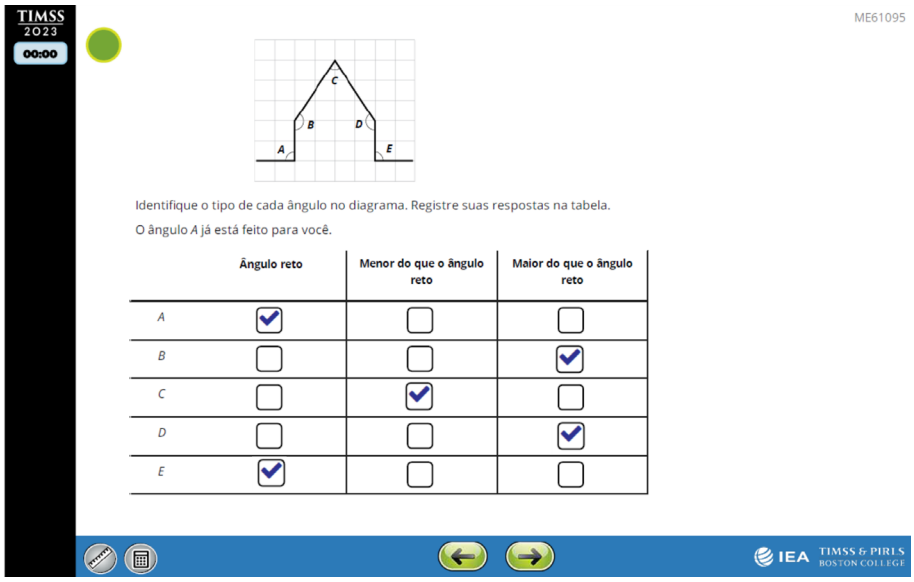


Figura 2 – Exemplo de item de Matemática no 4º ano com pontuação alta

Fonte: Tendências da IEA no Estudo Internacional de Matemática e Ciências – TIMSS 2023. Acesso em: https://timss2023.org/results

se mostrar mais desafiadores que itens classificados como "Aplicar", se estes últimos consistirem em tarefas mais familiares aos estudantes.

Enquanto o Item 1 tende a ser mais acessível, o Item 2 exige um olhar geométrico mais maduro, em função das posições não usuais dos ângulos e a organização de informações em uma tabela.

Ambos os itens se situam em níveis da escala alcançados por uma parcela muito pequena dos estudantes brasileiros em 2023.

Itens 3A e 3B (TIMSS 2019)

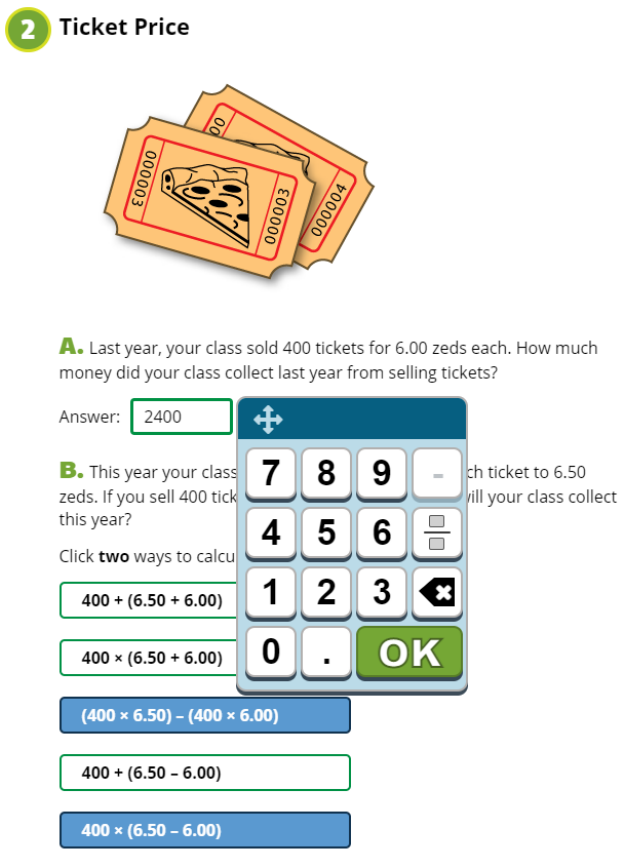


Figura 3 – Exemplo de itens de Matemática no 4º ano do TIMSS 2019[1]

Fonte: Findings from TIMSS 2019 Problem Solving and Inquiry Tasks, IEA (2022)

Descrição da tarefa

Essa tarefa avaliativa faz parte de um conjunto de itens que se organizam em torno de um mesmo cenário, no caso, a realização de uma festa na escola.

- Parte A - Determinar o valor arrecadado a partir da quantidade de itens e do preço individual.
- Parte B - Reconhecer expressões numéricas que representem a diferença da arrecadação em função de uma mudança no preço da unidade.

– PARTE A

Classificação no TIMSS

- Domínio de conteúdo: Números naturais
- Domínio cognitivo: Aplicar

Comentários

O item exige que o estudante compreenda o contexto e reconheça a estrutura multiplicativa da situação apresentada, selecionando e utilizando procedimentos adequados para determinar o resultado. A resposta é inserida por meio de um teclado digital, o que contribui para padronizar as respostas e reduzir erros de digitação.

– PARTE B

Classificação no TIMSS

- Domínio de conteúdo: Expressões, equações simples e relações
- Domínio cognitivo: Aplicar

Comentário

Este item apresenta um nível de complexidade significativamente maior do que o anterior, evidenciando a amplitude desse domínio cognitivo "Aplicar". Aqui, o estudante precisa reconhecer duas expressões

1 A. No ano passado, a sua turma vendeu 400 convites por 6,00 zeds cada. Quanto dinheiro sua turma coletou no ano passado com a venda dos convites? (Tradução livre.)

B. Este ano, sua turma avalia a possibilidade de vender os convites por 6,50 zeds cada. Se vocês venderem 400 convites por 6,50, qual seria a diferença em relação ao valor arrecadado no ano passado? Clique em duas maneiras corretas de calcular a resposta. (Tradução livre.)

numéricas adequadas para representar a diferença da arrecadação em função da mudança no preço dos convites.

O estudante que identifica ambas as expressões obtém crédito total, enquanto aquele que identifica apenas uma resposta correta recebe crédito parcial.

Análise dos resultados dos itens 3A e 3B[2]

Na Parte A, houve grande variação de acertos entre países (20% a 79%), com média internacional de 42%. O Chile, por exemplo, apresentou taxa de acerto de 20%.[3]

A dificuldade mais perceptível enfrentada pelos respondentes na parte A consiste nos zeros presentes no número 400 e na forma de escrita do valor do convite: 6,00 zeds. O relatório de resultados do IEA informa que, dentre as respostas erradas mais comuns, destacaram-se 24, 240, 24.000 e 240.000.

A parte B se mostrou significativamente mais difícil, inclusive para estudantes de países com alto desempenho. A maior taxa de acerto completo foi de 35% (Singapura), enquanto a média internacional foi de 14%. Entre os estudantes que obtiveram crédito parcial (16% na média internacional), cerca de dois terços selecionaram a expressão $(400 \times 6{,}50) - (400 \times 6{,}00)$, que reflete diretamente a estrutura do problema, enquanto apenas um terço identificou a expressão equivalente $400 \times (6{,}50 - 6{,}00)$.

Esse último resultado sugere que a habilidade de lidar com equivalência de expressões numéricas está em processo de consolidação no 4º ano, mesmo considerando o contexto internacional.

Considerações finais

A análise sugere que os baixos resultados dos brasileiros no TIMSS não se explicam apenas por diferenças curriculares. Há forte convergência entre o que o TIMSS avalia e o que está na BNCC. No entanto, essa convergência não se traduz automaticamente em equivalência na forma como o conhecimento é mobilizado.

Os itens do TIMSS demandam interpretação, escolha de estratégias, articulação de representações e explicitação de relações (práticas coerentes com a BNCC), mas nem sempre consolidadas no cotidiano escolar.

Nesse sentido, os resultados do TIMSS podem ser lidos menos como um veredito externo e mais como uma oportunidade de reflexão sobre as experiências de aprendizagem proporcionadas de forma sistemática aos nossos estudantes. Essa reflexão aponta alguns caminhos, tais como:

- Diversificar linguagens matemáticas nas tarefas;
- Propor situações contextualizadas plausíveis e acessíveis aos estudantes;
- Explorar tarefas não padronizadas (múltiplas respostas, ausência de resposta, posições não usuais, etc.);
- Trabalhar diferentes representações de um mesmo objeto matemático;
- Desenvolver explicitamente a leitura de enunciados matemáticos.

Esses movimentos não implicam abandonar práticas já consolidadas, mas ampliá-las. É nesse plano, o do currículo em ação, que parece residir uma parte importante do desafio de elevar a aprendizagem matemática dos nossos estudantes.

2 Para estes itens, não encontramos a divulgação da posição na escala de proficiência, mas percentuais de acerto para diferentes países participantes, bem como o percentual de acerto médio internacional.

3 O Brasil não participou da edição 2019, sendo que o Chile constitui uma referência comparativa útil, ainda que tenha tido resultados melhores que os nossos na edição 2023.

ANPMat
Associação Nacional dos Professores de Matemática na Educação Básica

Editor:

Romis de Sousa Moraes
SEDUC e SEMED de Ourilândia do Norte (PA)

Comitê Editorial:

Aroldo Eduardo Athias Rodrigues
Universidade Federal do Oeste do Pará

Leonardo Barichello
Universidade de São Paulo

Mateus Gianni Fonseca
Instituto Federal de Brasília

Roberto César Cucharero Peregrina
SEEDUC e SME do Rio de Janeiro (RJ)

Rubens Lopes Netto
SEDUC e SEMED de Mata Roma (MA)

Silmara Louise da Silva
Instituto Federal do Triângulo Mineiro

Vitor Gustavo de Amorim
Instituto Federal de São Paulo

Associação Nacional dos Professores de Matemática na Educação Básica

secretaria@anpmat.org.br
https://anpmat.org.br/
@anpmatoficial

Apoio
Fundação Itaú

